

量子力学 B

2021 秋季学期

作业 11 (截止期: 12 月 22 号周三课上)

1. 如某原子的核自旋 \hat{I} 对应的量子数为 $I = 1$, 设其最外层只有一个处在 $n = 0, \ell = 1$ 态上的电子, 求该原子的总角动量 $\hat{F} = \hat{S} + \hat{\ell} + \hat{I}$ 对应的量子数 F 的可能取值。计算总角动量 \hat{F} 的耦合表象基的个数。

2. 假设某体系的 Hamiltonian 为 $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + \alpha x^3$ 。如果 α 非常小,

- 请根据非简并定态微扰论求体系基态波函数(准确到一级修正)和基态能量(准确到二级修正)。
- 求体系第 n 个能级的能量(准确到二级修正)。

3. 假设在某 4 维 Hilbert 子空间中体系 Hamiltonian 的矩阵表示为

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a & d & 0 \\ a & 0 & b & 0 \\ d & b & 0 & c \\ 0 & 0 & c & 0 \end{pmatrix}$$

其中 a, b, c, d 均为小量(设 a, b, c, d 同量级)。求体系所有能量本征值精确到二阶小量。

4. 设体系 Hamiltonian 为 $\hat{H} = A\hat{L}^2 + B\hat{L}_z + \lambda\hat{L}_y$, 其中 $\hat{L}, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ 为角动量算符及其分量。参数 $\lambda \ll A, B$ 。求体系能谱精确到二阶小量 (即精确到 λ^2 量级)。

