

# 数学分析 B2 学习心得

Kilig

2023 春师从陈卿老师

## 一、课程内容理解

一般来说，数学分析 B2 包括空间解析几何、多变量函数的微积分、傅里叶分析和反常积分与含参变量积分，由于教学计划调整，2023 春不包含空间解析几何，增加了级数的部分。

## 二、学习方法建议

### 1、关于预习：

预习是有必要的，但预习时没必要搞懂教材的每一句话和每一道例题，重点是花 10-15 分钟清晰的知道这一节要讲什么问题，在这有限的时间里自己哪里没搞明白，便于之后上课时跟紧老师的思路并且针对性的搞懂自己不清楚的问题

### 2、关于上课：

对于绝大多数人而言上课的效率远高于自学，尤其是陈老师的课，课上时间的浪费才是更大的浪费

### 3、关于作业：

认真的基础上，尽量独立完成。但作业中会存在一定比例的题目是比较困难的，当一道题 10min 没有思路或者 20min 后自己的结果仍与答案偏差很大时，建议询问助教自己的问题和题目的相关提示，也可以在群里提问，一般群里也会有几个热心大佬帮助解决问题。

### 4、关于复习：

最好每一节结束后第二天都能清楚的掌握对应的知识，如果没有时间，也要每章结束后回顾总结一下。个人感觉数分 B2 最重要的是知识框架，在课程学习中要大致清楚自己现在在学习框架的那个部分，最后整体学完之后再重新梳理属于自己的知识框架、然后填充细节，这样最后会有茅塞顿开的感觉。切忌像“黑熊掰玉米”一样只是一个一个的学习了零碎的知识点，最后没能把知识穿起来，这样就比较危险了。举个例子：学完之后，起码有这样一个整体框架——数分 B2 可分为多变量函数的微分学和积分学、傅里叶分析、级数、反常积分和含参变量积分。而对于微分学，其实“一阶微分不变性”可以横跨链接方向导数、复合函数求导、隐函数定理，要重点理解，除此之外还有 Talor 公式等另加细节；对于积分学，包括重积分和曲线曲面积分，不同重积分的方法类似，无非包括换元和累次积分，曲线曲面积分则需要清晰的知道问题代求的是四种类型的曲线曲面积分中的哪种以及求法……等等。有了清晰的框架，解决问题自然就能切中要害了。

### 5、关于课后：

个人感觉对于数学分析这种重难点课程，相当量的课外习题是有必要的。因为在作业题时，有一定比例的困难题目并不是独立完成的，而完完全全独立完成的题目中，也有一部分花费了较长时间。如果不做任何课外练习的话，在考试中，就有可能出现见到题目没有思路，进而造成慌乱；或是有思路但是由于不熟悉/计算能力差而时间不够用，考试结束只能遗憾地说“计算量太大了”“我会做，但是没做完……”等情况。这类情况尤其在算积分和算傅里叶级数时常见。

参考资料推荐《微积分学习指导》(下)，题目绝大多数难度适中，适合练习与思考。做不完也建议跟着思路看一遍，下附资料。

#### 6、关于考试：

往年题目是要做的，但是不要迷信往年题目。最关键的还是理解掌握课程知识+利用作业题和课外习题锻炼计算能力和发现及解决问题的思维。下附往年试题

### 三、学习心得体会

#### 1、多变量函数的微分学：

“一阶微分不变性”是微分的灵魂，熟练掌握+灵活运用后几乎可以解决 90%的微分问题

#### 2、多变量函数的积分学：

① 重积分：二重积分和三重积分原理类似，基本解决方法是换元/累次，当然有很多对称性等技巧，可以认真研究一下学习指导的重积分部分的试题，都懂了基本就没有难题了

② 曲线曲面积分：首先要掌握四种类型的曲线曲面积分的定义和算法，其次是正确使用 Green, Gauss, Stokes 公式，知道基本的挖洞、补线、补面、逆用等方法（学习指导上基本都有相关例子），大多数时候最后还是化成重积分，所以重积分的功底要扎实

#### 3、傅里叶分析：

按照老师指导学习即可

#### 4、级数：

最关键的是弄清复杂的概念究竟在讲什么事情。举个例子，对于“一致收敛”，关于哪个变量“一致”？关于哪个变量“收敛”？为什么有这样的性质？这两个问题你有深入的思考过吗？

“一致”是对于自变量而言，“收敛”是对于无穷操作的变量而言。而这样研究问题的原因是无穷的“求和”（黎曼积分也是另一种意义的求和）可能有值也可能发散，因此引入“收敛”；而如果级数性质足够好，收敛的速度不随着自变量而变化，有一个统一的“度量”，那么这个级数是有着“一致性”的

#### 5、反常积分和含参变量积分：

如果你搞懂了级数，其实反常积分和含参变量积分也都是一回事，想想研究他们一致收敛性的那些判别法，也许你此时就茅塞顿开为什么如此之像了。

### 四、其他

纵观整个学期的学习，我仍然感觉，思考揣摩老师上课讲的内容以及自己发现的问题是非常重要的。比如说，雅可比行列式反映了什么？在不同的积分中频繁出现的它意义都相同吗？为什么有的时候加绝对值有的时候不加？又比如，什么是曲线曲面的定向？如何用几何的方法判断参数是正向还是反向？诸如此类的问题有很多，如果你不能清晰明白的向别人讲解你所学的知识而只是会套公式算积分算微分，那就说明还有一些本质性的问题你没有理解，用一句《三体》的话吧：“要多想。”

好啦，想和大家分享的差不多也结束了，希望这份学习心得对你有帮助，祝你数分学到知识、取得满意的成绩！