

中国科学技术大学2012-2013学年第一学期
《单变量微积分》期末考试试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
复评人								

得分	评卷人

一. (20分) 求下列不定积分(每小题5分):

(1) $\int x(x-1)^n dx \quad (n > 0)$

(2) $\int \sin(2x) \cos^2 x dx$

(3) $\int \sin \sqrt{x} dx$

(4) $\int \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$

学号: PB12210187

姓名: 戴世富

信院

学生所在院系:

装订线 答题时不要超过此线

得分	评卷人

二. (20 分) 求下列积分(每小题 5 分):

$$(1) \int_0^1 x^2 \arcsin x dx$$

$$(2) \int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx$$

$$(3) \int_0^1 \frac{1+3x}{(x^2+1)(x+1)} dx$$

$$(4) \int_0^{2\pi} \sqrt{|\cos x|} \sin^5 x dx$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{x+2}{x^2+1} - \frac{1}{x+1} \right) dx$$

得分	评卷人

三. (14 分) 求下面的极限(每小题 7 分):

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4 + |\sin x|} \int_0^{x^2} \frac{t^3}{1+t^2} dt$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$$

学号: PBR20137

姓名: 蒋世信

学生所在系: 信院

装订线 答题时不要超过此线

四. (20 分) 求下面微分方程的通解或初值问题.(每小题 10 分):

(a) $y'' - 3y' + 2y = 2x - 3.$

(b) $y'' + (y')^2 = y', y(0) = y'(0) = 1.$

得分	评卷人

学号:

姓名:

学生所在系:

装订线 答题时不要超过此线

五. (10分) 设 u 是正常数, 求曲边梯形 $D: 0 \leq y \leq \frac{e^x + e^{-x}}{2}, 0 \leq x \leq u$, 绕 x -轴旋转一周所得旋转体的体积和侧面积.

得分	评卷人

六. (6分) 设 $f(x)$ 是区间 $[0, 1]$ 上的可导函数且满足 $f(0) = 0$ 和 $f'(x) > 0$. 对于 $0 < \alpha < \beta < 1$, 求证:

$$\int_0^1 f(x) dx > \frac{1-\alpha}{\beta-\alpha} \int_\alpha^\beta f(x) dx.$$

得分	评卷人

得分	评卷人

七. (10 分) (每小题 5 分)

(a) 设 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上连续. 令

$$g(x, y) = \int_0^x (f(t+y) - f(t)) dt.$$

求证: $g(x, y) = g(y, x)$.

(b) 求在 \mathbb{R} 上连续且满足方程 $f(x+y) - f(x) - f(y) = xy$ 及条件 $f(1) = \frac{1}{2}$ 的函数 $f(x)$.