

上节课主要内容

环路定理

静电场是无旋场

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

由电场积分求电势

$$U_{PQ} = \int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\begin{aligned} U(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \\ U(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \\ U(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_{S'} \frac{\sigma(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS' \\ U(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dl' \end{aligned}$$

由电势梯度求电场

$$\vec{E} = -\nabla U(x, y, z)$$

$$\begin{cases} E_x = -\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial x} \\ E_y = -\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial y} \\ E_z = -\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial z} \end{cases}$$

泊松方程

$$\nabla^2 U(x, y, z) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

拉普拉斯方程

$$\nabla^2 U(x, y, z) = 0$$

§ 1.5.6 带电粒子在电场中运动

一个质量为 m 、电量为 q 的粒子，在静电场中的运动方程为：

$$\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} = q \vec{E}(r) \quad \text{设是均匀电场, } t=0 \text{ 时 } x(0) = \frac{qE}{2m} t^2$$

质量 m 、电量 q 的粒子，处于静电场中电势为 U_1 的位置时，速度为 v_1 ，电荷运动到电势为 U_2 的位置时，速度为 v_2 ，则有：

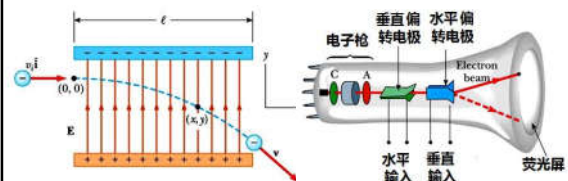
$$\frac{1}{2} m v_1^2 + q U_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + q U_2$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2q(U_1 - U_2)}{m}}$$

带电粒子在电场中运动，电场力做正功，粒子的动能增加

显像管工作原理

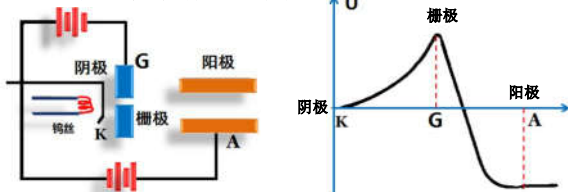
- 如果粒子垂直于电场方向入射，在电场力的作用下将使粒子方向发生偏转。
- 显像管中通常有加水平偏转电场和垂直偏转电场，控制这两个电场(或电势差)就可以让电子束落到显示屏的不同位置。
- 示波管、显像管、雷达指示管、电子显微镜等就是利用电子束的偏转与聚焦来工作的。



电子枪由热阴极、栅极和筒状阳极组成。栅极G相对于阴极加负电压，使栅极附近的区域为电子的高势能区，在栅极和阴极之间出现一个势垒，阴极发射的电子的速度具有一定的分布，只有初速度达到一定阈值的电子，才能越过势垒后，向阳极做加速运动。

若栅极电压较小，则势垒小，有更多的电子穿过势垒，形成较强的电子束，反之，则有较弱的电子束。

所以，通过控制栅极负电压的大小，可以控制电子束的强度，即荧光屏上点的亮度。



如果阳极相对于阴极的电势为 U_A ，由阴极发射出来的电子具有初速度 v_0 ，则根据能量守恒，可以得到的电子的速度为：

$$eU_A = \frac{1}{2} m_e (v^2 - v_0^2) \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2e}{m_e} U_A}$$

电子的初速度通常很小，加速电压 U_A 可以高达几千甚至几万伏，因此达到屏的电子具有较高的动能。

以加速电压为1万伏为例，可以估算电子的最终速度为(不考虑相对论效应)：

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m_e} U_A} \approx 5.9 \times 10^7 \text{ m/s} \quad \text{速度达到光速的20\%}$$

【例26】如图所示为由平板电极构成的除尘空间。两极间加电压 U ，入口处粒子质量为 m 、电荷为 q ，水平速度为 v ，若希望所有的粒子都在下电极处被捕获，则电极的长度应如何设计？

【解】电场方向为 $+y$ 方向，粒子在垂直方向的运动方程为：

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = qE = q \frac{U}{d}$$

$$y(t) = \frac{qU}{2md} t^2 + C_1 t + C_2$$

设极板间距为 d ， $y_{\max}(t=0)=d$ ， $v_{y(t=0)}=0$ ，代入上式，得

$$C_1 = 0, C_2 = d \quad y(t) = \frac{qU}{2md} t^2 + d$$

粒子到达下极板($y=0$)所需的时间为 T ：

$$y(T)=0 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2md^2}{qU}} \Rightarrow q < 0 \text{ (书上用了 } -q \text{)}$$

粒子水平方向的飞行速度是恒定的，所以

$$l = vT = v \sqrt{\frac{2md^2}{qU}}$$

设 $|q/m| = 10^{-4} \text{ C/kg}$ ， $U=40 \text{ kV}$ ， $d=20 \text{ cm}$ ， $v=2 \text{ m/s}$ ，则

$$l = v \sqrt{\frac{2md^2}{qU}} = 28(\text{cm})$$

电子在两种不同电势界面的折射现象

电子的运动方向与电场方向不一致时，电场力不仅改变电子的速度大小，而且也改变电子的运动方向。

电子在静电场中的运动方式与光的折射现象十分相似。

当电子从电势为 U_1 的区域进入电势为 U_2 的区域，电子的运动方向将发生偏转。

$$\vec{E} = -\nabla U(x, y, z)$$

$$E_x = -\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial x} = 0$$

$$F_x = qE_x = 0$$

$$v_{1x} = v_{2x}$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

水平方向电势 U 不变化

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_2}{v_1}$$

不考虑粒子的初速度，设粒子的动能主要由电场提供，则电子在不同的电势场中具有不同的能量，即

$$eU_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2eU_1}{m}}$$

$$eU_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2eU_2}{m}}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}}$$

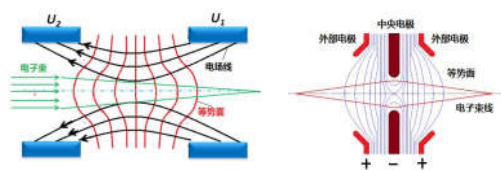
与光在两种不同的介质中的折射现象类似

静电透镜的原理和作用

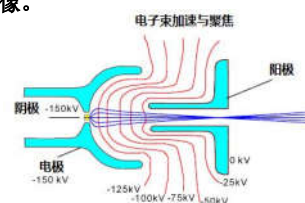
静电透镜是电子透镜中的一种，指施加一定电位的、中心开孔金属薄板或圆筒构成的电子或离子光学器件。

静电透镜原理：将静电场中的等势面做成凸透镜形状，那么平行电子束将会聚于一点。

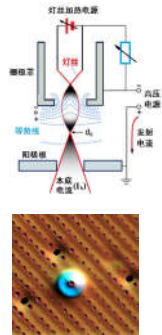
多个静电透镜组成透镜系统，主要作用是将带电离子束流聚焦或以很小的发散角送至下一级使用。



- 早期的电子显微镜中曾使用过静电透镜。
- 但由于静电透镜需要很强的电场，常在镜筒内产生弧光放电和电击穿，低真空度情况下尤其严重。
- 静电透镜焦距不能很短，因而不能很好地矫正球差。
- 现在制造的透射电子显微镜，静电透镜仅用于使电子枪中的阴极发射出的电子，汇聚成很细的电子束，而不用来成像。



- 静电透镜和磁透镜统称为电子透镜。
- 1931年E.Ruska和M.Knoll发明第一台透射电子显微镜(分辨率为50nm), 为此获得1986年诺贝尔奖。
- 扫描电子显微镜 (Sanning Tunneling Microscope, STM)中, 电子透镜起到调节电子源尺寸的作用, 最终电子束斑用来激发样品表面与该束斑相对应的像素信号, 该像素的信号发射区体积的大小, 是决定信息的空间分辨率的主要因素。



电子显微镜原理和测量表面原子结构的图像

电子显微镜的分辨率

电子显微镜比光学显微镜具有更高的分辨本领。

光学显微镜的分辨率大约为 $0.1 \mu\text{m}$ 。

电子显微镜的分辨本领决定于电子束的能量。电子束的德布罗意波长为:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mU}} \rightarrow \frac{1.23}{\sqrt{U}} (\text{nm})$$

根据阿贝(E. Abbe)光学分辨率公式, 电子显微镜的分辨率为:

$$d = \frac{0.61\lambda}{n \sin \alpha} = \frac{0.753}{\varepsilon \sqrt{U}} (\text{nm})$$

α 是目标对象的半张角
 n 是介质的折射率
 ε 是介质的介电常数

通常电子束能量范围为20kV (0.0589 \AA) ~ 1 MV (0.00687 \AA)。分辨本领可达到点分辨率 $1 \sim 3 \text{ \AA}$ 、线分辨率 $0.5 \sim 2 \text{ \AA}$ 。

【例27】电子束穿过单孔电极形成静电透镜, 计算静电透镜的焦距

【解】当电子穿过圆孔时, 在径向方向, 电子受到的静电力为

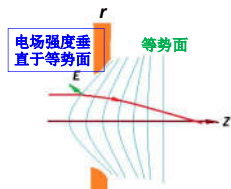
$$F_r = -eE_r$$

设电子在 z 方向的速度为 v_z , ($v_z = dz/dt$), 则在时间 dt 间隔内, 电子的动量增加为

$$dp_r = F_r dt \xrightarrow{v_z = \frac{dz}{dt}} \frac{-eE_r}{v_z} dz$$

忽略电子穿过圆孔轴向速度 v_z 的变化, 则总动量增加为

$$p_r = \frac{-e}{v_z} \int_{-d}^d E_r dz$$



以 z 轴为中心, 做一个半径为 r 、长度为 $2d$ 的圆柱形高斯面。在左、右两个底面, 电场近似为均匀的, 电通量分别为 $-\pi r^2 E_1$ 和 $\pi r^2 E_2$ 。侧面只有径向方向电场 E_r 对电通量有贡献。高斯面内无电荷, 则整个圆柱面电通量为零, 所以

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\pi r^2 E_1 + \pi r^2 E_2 + 2\pi r \int_{-d}^d E_r dz = 0$$

$$\int_{-d}^d E_r dz = -\frac{r}{2} (E_2 - E_1)$$

则

$$p_r = \frac{-e}{v_z} \int_{-d}^d E_r dz = \frac{er}{2v_z} (E_2 - E_1)$$

设电子束通过圆孔后, 偏离轴线的角度为 α , 则

$$\tan \alpha = -\frac{p_r}{p_z}$$

$$p_z = mv_z$$



在光学中, 离光轴距离为 r 的光线, 通过焦距为 f 的薄透镜后, 转过的角度 α :

$$\tan \alpha = \frac{r}{f} \quad f = \frac{r}{\tan \alpha}$$

$$\tan \alpha = -\frac{p_r}{p_z}$$

$$p_r = \frac{er}{2v_z} (E_2 - E_1)$$

$$E_k = \frac{1}{2} mv_z^2$$

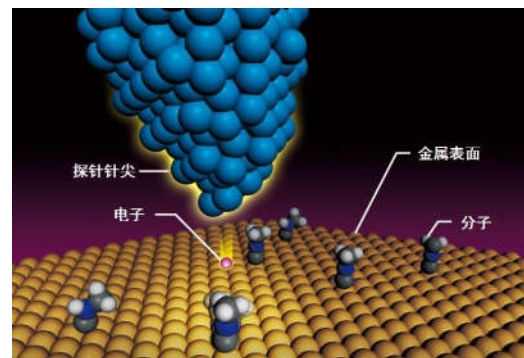
E_k 为电子动能

$$f = -\frac{rp_z}{p_r} = -\frac{2mv_z^2}{e(E_1 - E_2)} = -\frac{4E_k}{e(E_1 - E_2)}$$

电子的焦距与离轴的距离 r 无关, 只与电子的动能和圆孔两边的电场强度 E_1 、 E_2 有关。

所有平行于轴线的近轴电子束通过圆孔后都会聚焦到同一点。

第2章 静电场中的物质与电场能量



§ 2-0 物质的电性质

一、导体、绝缘体与半导体

- 早在18世纪初人们就注意到了各种物质电性质的不同。

- 1729年，英国人格雷(Stephen Gray, 1666-1736)发现金属和丝绸的导电性能不同：前者接触带电体时能很快把电荷转移或传导到别的地方，而后者却不能。



19

- 不同原子内部的电子数目和核内的情况各不相同。
- 由不同原子聚集在一起构成的不同物质的电性质各不相同，甚至有的差别很大。
- 即使是由相同原子构成的物质，其结构本身可能有巨大差别(金刚石、石墨)，或者由于所处的环境条件(如温度、压强等)不同，电性质也有差异。
- 电阻率(用符号 ρ 表示)是可以定量反映材料传导电荷能力的物理量
- ρ 在数值上等于单位横截面、单位长度的材料的电阻。物质的 ρ 越小，其转移和传导电荷的能力越强。
- 电导率 σ 是电阻率 ρ 的倒数。

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

20

根据材料转移和传导电荷能力的强弱（或电荷在材料中移动的难易程度），通常人们把材料分为三类：导体、绝缘体和半导体。

	转移和传导电荷的能力	电阻率 ρ
导体	很好	$10^{-8} \Omega \cdot m \sim 10^{-6} \Omega \cdot m$
半导体		$10^{-6} \Omega \cdot m \sim 10^6 \Omega \cdot m$
绝缘体	很差	$10^6 \Omega \cdot m \sim 10^{18} \Omega \cdot m$

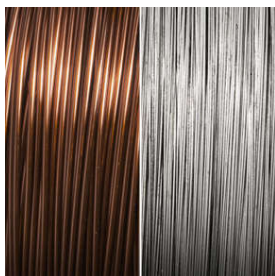
21

1. 导体



- 导体：转移和传导电荷能力很强的材料，或者说电荷很容易在其中移动的材料；
- 导体的电阻率小，约在 $10^{-8} \Omega \cdot m \sim 10^{-6} \Omega \cdot m$ 之间。
- 导体有固态材料，如金属、合金、石墨、人体、大地等；有液态材料，如电解液，即酸、碱、盐的水溶液等；也有气体，如各种电离气体；此外，在导体中还有等离子体和超导体。
- 能在物体内自由移动的电荷称为自由电荷。金属中的自由电荷是电子；溶液中的自由电荷是正、负离子。

22



Cu 和 Al 是工业中最常用的导体材料，可以做成各种电缆

23

2. 绝缘体

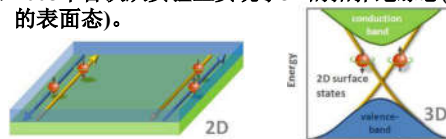
- 绝缘体：转移和传导电荷能力很差的材料，即电荷在其中很难移动的物质；
- 绝缘体的电阻率大，一般为 $10^6 \sim 10^{18} \Omega \cdot m$ 。
- 绝缘体同样有固态物质，如玻璃、橡胶、塑料、瓷器、云母、纸等；
- 有液态物质，如各种油；
- 有气态物质，如未电离的各种气体。

24



拓扑绝缘体

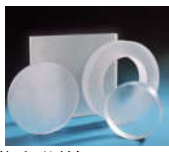
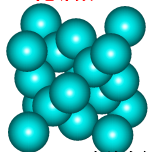
- ◆ 拓扑绝缘体：材料的表面、边缘可导电，材料内部具有绝缘体特征即不导电。
- ◆ 1987年科学家预言了量子阱中有具有时间反对称保护的二维边缘态，该现象在2007年被实验测量到。
- ◆ 2006年预言在二元合金中可有类似的拓扑绝缘体。
- ◆ 2008年首次从实验上实现了3D的拓扑绝缘体(对称保护的表面态)。



J. E. Moore, The birth of topological insulators, *Nature* 464, 194-198 (2010)

3. 半导体

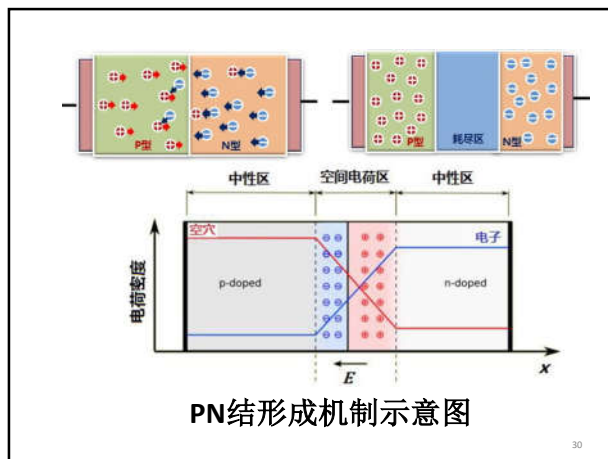
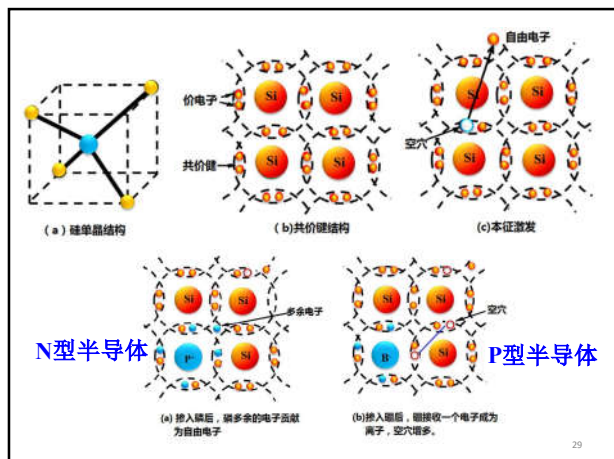
- ✚ 半导体：导电能力介于导体和绝缘体之间的材料；
- ✚ 半导体的电阻率约为 $10^{-6} \sim 10^6 \Omega \cdot m$ 。
- ✚ 典型的半导体物质Si, Ge, Sb(锑), GaP, InSb(砷化铟), InAs, GaSb, GaAs, GaN, SiC。

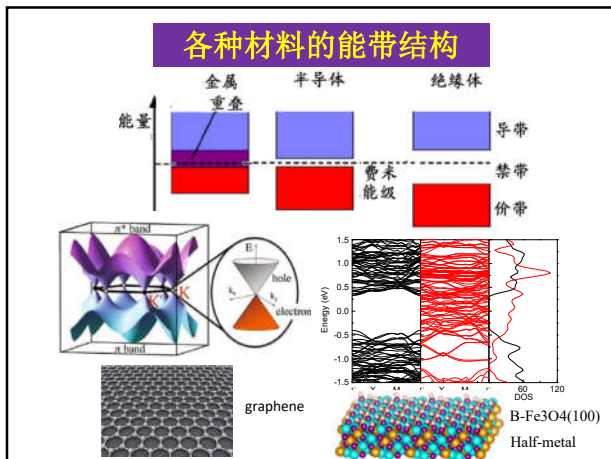


高纯度的Si半导体材料是信息工业的重要原料

硅谷(silicon valley)：最早是研究和生产以硅为基础的半导体芯片的地方

- ✚ 半导体靠导带中的电子或价带中的空穴导电。
- ✚ 本征半导体不含杂质(如单晶Si, Ge)。在本征半导体中掺入杂质原子，并通过控制掺入杂质原子的数量，可改变和控制半导体的导电性能。
- ✚ N型半导体：掺入的杂质原子比原来的原子多一个价电子(如在Si或Ge中掺入V族元素P, As, Bi等，称为施主杂质)，则产生电子导电，称为N型半导体；
- ✚ P型半导体：掺入的杂质原子比原来的原子少一个价电子(如在Si或Ge中掺入III族元素B, Ga, In等，称为受主杂质)，则产生空穴导电，称为P型半导体。
- ✚ 实际应用的半导体多为掺杂的单晶体，有时也用多晶体。近年来，非晶半导体也有较大发展。





二、等离子体

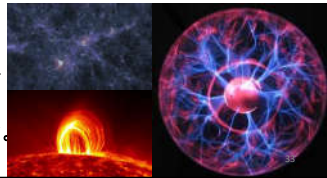
1. 什么是等离子体

- 等离子体：部分或完全电离的气体，由大量自由电子和正离子以及中性原子、分子组成。
- 等离子体在宏观上是近似电中性的，所含的正电荷与负电荷几乎相等。

32

2. 等离子体如何形成

- 温度不同物质将处于不同的聚集状态。固体加温熔解成为液体，液体加温沸腾成气体。
- 升温到几万度、几十万度甚至更高的温度，则不仅分子或原子的运动十分剧烈，而且原子中的电子也已具有相当大的动能，足以摆脱原子核的束缚成为自由电子，于是原子电离，成为自由电子和正离子。
- 这种部分电离(带电粒子的数量超过千分之一)或完全电离的气体，就是等离子体。

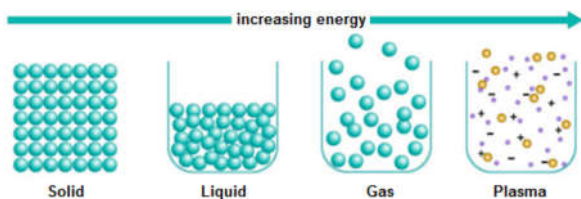
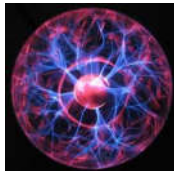


34

3. 等离子体是物质的第四态

- 从物质聚集态的顺序来说，等离子体居于固体、液体、气体之后，位列第四，所以等离子体又称为物质的第四态。
- 物质的不同聚集态，从微观上说，就是构成物质的微观粒子排列的有序程度不同。
- 固体(晶体)：粒子规则地周期性地排列，近程、远程都有序，使固体具有确定的形状和体积。
- 液体：分子只在小范围内规则排列，近程有序，远程无序，使液体具有一定体积且不易压缩，但又易流动或相对移动从而没有一定形状。
- 气体：分子作无规则热运动，近程、远程都无序，使气体既无固定形状和体积，又易流动和压缩。

- 等离子体：不仅未被电离的中性分子自由地热运动，而且电离产生的电子和正离子也都自由地热运动，所以等离子体是有序度最差的聚集态。



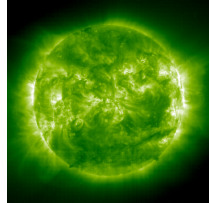
35

4. 等离子体间的力

- 普通的气体：由中性原子、分子组成，其间的相互作用是分子力，这是一种短程相互作用，只在分子相距很近(即碰撞)时才需要考虑，相距较远即可忽略，由此，在气体不太稠密时主要是二体碰撞，多体碰撞极少。
- 等离子体：中性原子分子之间的作用已退居次要地位，整个系统受带电粒子的运动支配。带电粒子之间的相互作用主要是库仑力，这是一种长程力，每个带电粒子同时与许多带电粒子发生作用(集体相互作用)，并且带电粒子的运动还将受到外加电磁场的强烈影响。

36

- 从导电性质上看，由于**等离子体**主要是由可自由运动的电子和正离子组成，所以是**导电性能极好的良导体**。
- 这种由大量电子和正离子组成的物质系统**宏观上是电中性的**，任何局部正电荷或负电荷的偶然集中，都将会被附近移来的相反电性电荷立即中和，从而恢复电中性。
- 所有这些，都决定了等离子体具有一系列区别于气体的独特性质和研究方法。



37

5. 等离子体是宇宙物质存在的主要形态

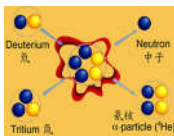
- 地球上**，常见的是气体、液体和固体，**等离子体很少见**，这是因为地球表面的**温度太低**，通常并不具备产生等离子体的条件。
- 宇宙中**，恒星是**高温**电离形成的等离子体，稀薄的星云和星际物质则是由辐射电离形成的等离子体，**宇宙中99%的物质是等离子体**。



38

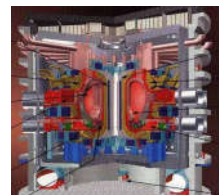
6. 聚变

- 核聚变**：**轻的原子核结合成重的原子核**，可以获得取之不尽、用之不竭的能量；
- 为了实现**可控热核反应**而不是热核爆炸，需要解决一系列难题。例如，聚变只能在几百万度或更高的温度下进行，在这种温度下任何固体都将熔化而无法作为装载的“容器”。为此，人们采用**磁场来约束等离子体**，迫使等离子体的全部带电粒子按一定队形运动而不与固体器壁接触。

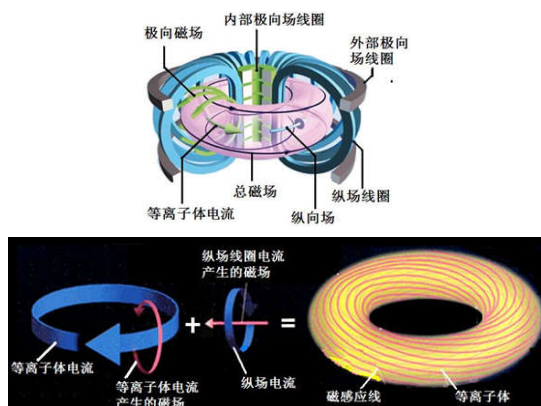


39

- 然而，又出现了**等离子体的不稳定性问题**，它使得**约束无法维持到实现反应所需的时间**。所以，为了解决等离子体的磁约束问题，需要设计各种磁场位形，建立巨大而复杂的**托卡马克装置**。



40



41

三、超导体

1. 什么是超导体

- 某些金属或合金的温度降到接近绝对零度时，其**电阻突然变为零或接近于零**，这种现象称为**超导现象**。
- 现代超导重力仪的观测表明，超导态物体的电阻率必定**小于 $10^{-28} \Omega m$** ，远远小于**正常金属**迄今所能达到的**最低电阻率 $10^{-8} \Omega m$** 。
- 有几十种元素/数千种合金和化合物都具有超导性。

42

2. 超导体的发现

K. Onnes教授(1853-1926年)，荷兰莱登实验室

- ✦ 29岁：莱登大学教授
- ✦ 30岁：阿姆斯特丹皇家科学院院士
- ✦ 1895：空气被液化，81K
- ✦ 1898：氢气被液化，20K
- ✦ 1908：氦气被液化，4.25K
- ✦ 1911：发现水银在4.22K~4.27K电阻消失(超导)
- ✦ 1913年获诺贝尔物理学奖
- ✦ 世人称之为“绝对零度先生”



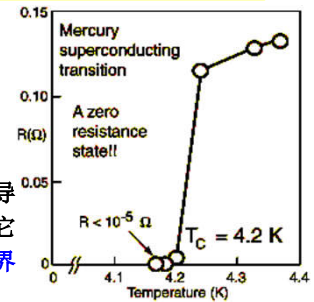
43

3. 超导体的转变温度

三种临界参数：

- ◆ 临界温度
- ◆ 临界磁场
- ◆ 临界电流

物质开始转变为超导状态的温度，称为它们的转换温度或临界温度(T_C)



K. Onnes, Commun. Phys. Lab. (1911).

44

4. BCS理论—超导体机理



- 巴丁(美国)，1956年与布拉顿和肖克因晶体管效应获诺贝尔物理学奖，因BCS理论1972年诺贝尔物理学奖。
- 库珀42岁，提出超导理论模型，36岁任教授
- 施里弗41岁，解决超导理论问题，33岁任教授
- ✦ 正常情况下，电子在金属中运动时，因晶格的不完整性(如缺陷/杂质)等而发生碰撞，造成能量损耗，即有电阻；
- ✦ 超导状态下，低于某特定温度时，通过电子—声子相互作用，两个电子耦合在一起(好象两个电子之间有相互吸引作用一样)形成Cooper Pairs。

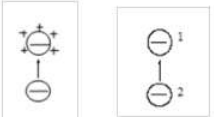
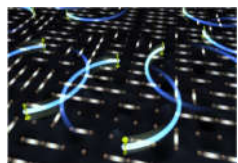
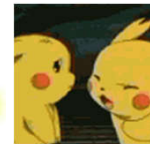
注：声子是周期性晶格震动量子的最小单位，是一种元激发或准粒子，不是真正的粒子，不能脱离固体而存在。

45

- ✦ 这时金属想要阻碍电子运动，就需要先拆散电子对。

- ✦ 低于某个温度时，能量不足以拆散电子对(Cooper 对)，因此电子就能流畅运动，电阻接近于零。

- ✦ BCS理论的基础就是电子—声子相互作用模型。



Electron-Phonon interaction to form Cooper Pairs

46

5. 高温超导

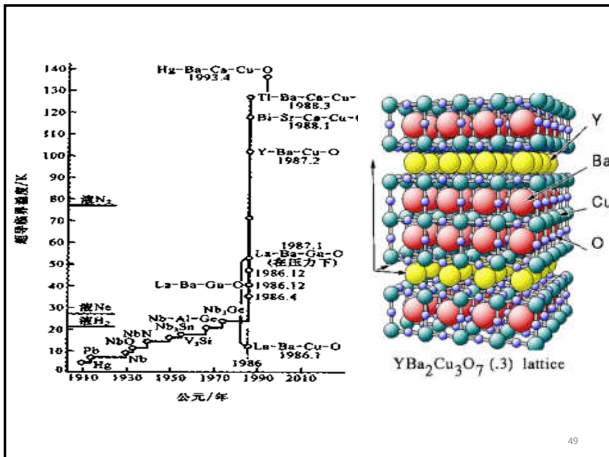
- ✦ 1983年，Muller和Bednorz在瑞士苏黎世实验室研究氧化物超导电性。
- ✦ 1986年他们发现LaBaCuO超导体： $T_c \sim 36\text{ K}$ 。
- ✦ 1987年，获诺贝尔物理学奖，Bednorz (德国) 37岁；Muller (瑞士) 60岁



47

- ✦ 1986年12月和1987年1月初，中国科学院物理所赵忠贤教授等宣布，Sr-La-Cu-O系统的 T_C 为48.6 K，Ba-La-Cu-O系统的 T_C 为46.3 K。
- ✦ 1987年2月16日，美联社报道美国朱经武教授等获得起始转变温度为98 K的超导材料。
- ✦ 1987年2月24日，赵忠贤教授等已制成起始超导温度高于100 K，中点转变温92.8 K，零电阻温度为78.5 K的超导材料 $\text{Ba}_x\text{Y}_{5-x}\text{Cu}_5\text{O}_{5(3-y)}$ 。
- ✦ 1988年1月22日，日本宣布Bi-Sr-Ca-Cu-O超导材料的 T_C 约为105 K。
- ✦ 1988年3月，美国宣布Tl-Ba-Ca-Cu-O超导材料的 T_C 为125 K。1993年4月发现Hg-Ba-Ca-Cu-O超导材料的 T_C 为134 K。

48



➤ **铁基超导体**：是指化合物中含有铁，在低温时具有超导现象，且铁扮演形成超导的主体的材料。

➤ 铁基超导体的结构与高温超导的铜氧平面类似，超导性发生在铁基平面上，属于**二维的超导材料**。

➤ 研究铁基超导体可能有助于了解**高温超导的机制**。

铁基超导体发现时间及其超导临界温度

液氮沸点 77 K

“40K以上铁基高温超导体的发现及若干基本物理性质研究”

2013年度国家自然科学一等奖

赵忠贤、陈仙辉、王楠林、闻海虎和方忠

在液氮温区工作的高 T_c 超导材料的发现，为超导技术的实用开辟了广阔的前景，对科技和生产将产生深刻的影响。

磁悬浮列车时速达 500-600 km/h

世界最大的加速器 LHC 中的超导磁体

§ 2-1 静电场中的导体

§ 2.1.1 静电平衡

一、静电平衡的建立

1. 金属中的自由电子

在金属中，由于相邻原子的相互作用，原子的价电子并不约束在某一原子中，而为各原子实所共有，称为**自由电子**。

但是，自由电子并没有脱离金属。由于原子间的相互作用，形成了**各原子实的宏观电场**，若把金属置于真空中，则自由电子在金属中有较低的电势，在外部有较高的电势，在金属的表面层中，势能曲线为势垒。**自由电子则被约束在势阱中**。

✦ 金属的逸出功(功函数 work function)：真空中和金属内的电势差。

✦ 只有动能大于逸出功的自由电子，才能从表面穿过势垒逃逸到外部。

✦ 大多数的**金属的逸出功为 1-6 eV**，而常温下一个电子的平均动能为 0.039 eV，远不足以逸出。

Potential (eV)

z (angstrom)

金属

表面层

真空

2. 静电平衡的定义

- 导体中不再有宏观的电荷运动，即导体内自由电荷分布以及导体内、外电场分布不随时间变化，称导体达到静电平衡。

$$\frac{\partial \rho(x, y, z)}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{E}(x, y, z)}{\partial t} = 0$$

3. 静电平衡的建立和条件

- 导体内部电场强度处处为零

$$\vec{E}|_{\text{导体内}} \equiv 0$$

【证明】反证法， E 如果不为 0，导体内自由电荷将在电场作用下运动，电荷分布将发生变化，表示尚未达到静电平衡。

55

二、处于静电平衡的导体的性质

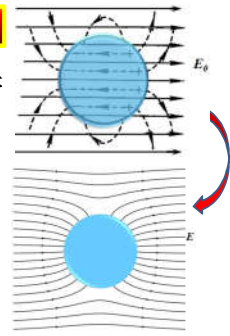
1. 导体内电场强度处处为零

$$\vec{E}|_{\text{导体内}} \equiv 0$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

外加电场 感应电荷的电场

- 感应电荷在球内的场强 E' 和外场源在球内的场强 E_0 ，大小相等、方向相反。总电场为 0。



合电场的电力线

56

2. 导体是等势体

$$\vec{E} = -\nabla U \quad \vec{E}|_{\text{导体内}} \equiv 0 \quad \Rightarrow \quad U = \text{常数}$$

- 导体是等势体，导体表面是等势面
- 空心导体壳，腔内无电荷时，腔内处处电势与导体壳的电势相等

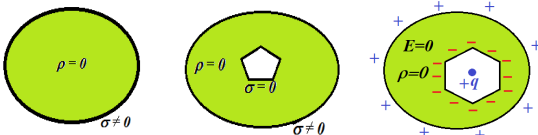
57

- 导体是等势体，导体表面的不同点间没有电势差；
- 导体与大地或导体与另一个导体之间的电势差是唯一的。
- 但对一个带电的绝缘体，绝缘体上的不同点的电荷分布不一定相同，绝缘体各点电势不一定相同，在绝缘体上移动电荷需要做功。
- 因此绝缘体的不同点间存在电势差。
- 绝缘体不同点与大地之间也有不同的电势差。

3. 导体内部体电荷密度处处为零

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \vec{E}|_{\text{导体内}} &\equiv 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho|_{\text{导体内}} = 0$$

- 静电平衡时，导体内部体电荷密度处处为零，因此电荷只分布在导体的表面。



请大家自行用高斯定理证明！

空腔内无电荷，导体内表面的面电荷密度处处为 0，电荷只出现在导体的外表面。

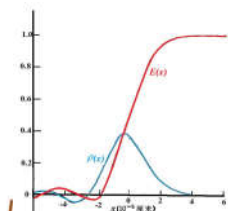
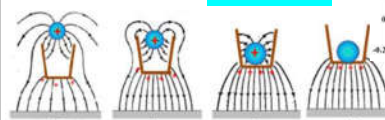
空心导体壳，空腔内有电荷 q 时，导体内表面总电量为 $-q$

59

4. 导体建立静电平衡的时间很短

若初始时刻，导体内电荷不为零(设为 ρ_0)，则导体内的电荷将按指数衰减。只需要很短的时间(τ 约 10^{-14} 秒)，导体就能达到静电平衡。

$$\rho = \rho_0 e^{-t/\tau}$$



静电平衡时间远小于眨眼的平均时间 (0.3 秒)

导体表面电荷的电荷层一般只有 1 至 2 个原子的厚度

60

汤姆逊 (W. Thomson) 定理

在介质中有一些固定的导体，将电荷分别放在这些导体上，当达到静电平衡时，电荷在这些导体上的分布使电场能量为最小。

- 结论I：当达到静电平衡时，要使电场能量为最小，则**导体必为等势体**。
- 结论II：当达到静电平衡时，要使电场能量为最小，则**导体上电荷必分布在外表面**。



电荷分布在表面

$$W = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{R}$$

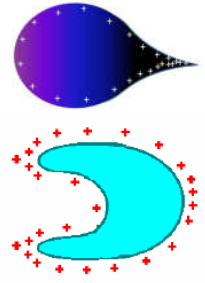
电荷均匀分布在球内

$$W = \frac{3}{20\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{R}$$

61

5. 导体表面的电荷分布非常复杂

- ✦ 静电平衡时，导体中的自由电荷都会分布在导体的外表面。
- ✦ 导体表面的电荷分布与导体的几何形状、导体所带的总电量、周围其它场源、周围导体等有关，相当复杂。
- ✦ 对孤立导体，表面电荷分布只与导体的形状有关。定性关系是：凸的地方，面电荷密度大，凹的地方，面电荷密度较小。即**电荷分布与表面的曲率有关，但目前还没有找到唯一的函数关系。**



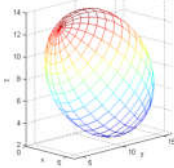
62

20世纪50年代，前苏联科学家朗道在《连续介质电动力学》中介绍了用正交曲线坐标系求解椭球导体表面电荷分布的例子，对椭球导体：

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

得到其表面电荷分布为：

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi abc} \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} \right)^{-\frac{1}{2}}$$



63

国际和国内有很多人研究导体表面的电荷分布，但是到目前为止，有两点是确定的：

- 电荷分布与曲率半径有关，但是曲率半径相同的地方，电荷密度可以不相同！
- 电荷密度与曲率半径的函数关系随导体的形状不同而不同，很难概括出一个统一的 $\sigma = \sigma(r)$ 的函数表达式。

$$\sigma \approx \frac{2\epsilon k \Delta V}{\exp(-2k\Delta n) - 1} \quad k \text{ 为平均曲率}$$

J. Phys. D, Appl. Phys. 19, 1-6 (1986)

6. 导体表面外侧电场与表面垂直，场强大小为 σ/ϵ_0

(1) 关于表面电场方向的证明

【反证法】假设在导体表面某处的电场与其表面不垂直。那么，在那里的电场一定有一平行于导体表面的分量 E_{\parallel} ， E_{\parallel} 的存在将会引起导体表面电荷的横向运动，**违背了导体达到静电平衡这一前提。**

所以静电平衡下的导体表面电场处处与表面垂直。

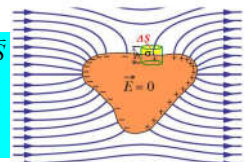
65

(2) 表面电场大小 E 的求解

【利用高斯定理求解】在导体表面取面元 ΔS ，过它的周线作一柱面，使其侧面与导体表面垂直，两底面分别位于导体表面的两侧，取该柱面为高斯面，设面电荷密度为 σ 。由于导体内 E 为零，高斯面处于导体内侧面部分的电通量为零。侧面的高 Δh 趋于0，对通量没有贡献。

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{内}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{外}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{侧}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= 0 + E\Delta S + 0 = E\Delta S = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma\Delta S}{\epsilon_0}$$

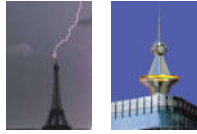


$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

思考：该电场与面电荷密度为 σ 的无限大导体两侧电场 $2\sigma/\epsilon_0$ 是否矛盾？

66

7. 避雷针



- 避雷针就是利用了导体尖锐部分表面曲率 K 大(曲率半径 R 小), 面电荷密度 σ 大的性质。
- 导体表面电场 E 与 σ 成正比。 σ 大, 则 E 大, 且垂直于导体表面;
- 空气中残留的自由电荷(电子或离子)被强电场加速, 获得足够大的能量, 当它们在激烈运动过程中撞上空气分子或某些原子时, 就将其电子打出来(电离), 从而产生大量新的离子, 空气便变得易于导电, 即强大的电场使空气击穿。

67

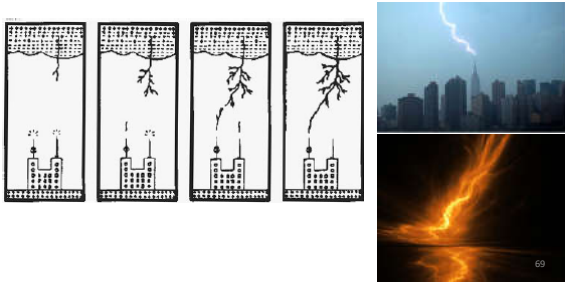
- 在雷雨时节, 大块的云顶部带正电, 而底部则有过剩的负电, 于是在接近地面时, 地面感应产生正电。云底部与地面距离 3-4 km, 其电荷大到足以使云与地面之间产生一个 20 or 30 MV 甚至达到 100 MV 的电势差。
- 如果没有避雷针, 地面与云间累积电荷产生的高电势差会把空气击穿, 产生大规模放电, 这就是雷电。



-Q
+Q
-Q

68

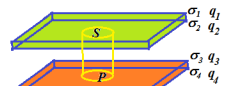
- 如果装上避雷针, 则避雷针尖端电荷密度 σ 比其它地方大许多, 率先把周围空气击穿, 使云与地面电荷不断中和, 避免电荷累积和大规模的放电所带来的危害。因此避雷针实际上是引雷针。



69

【例28】两块相同大小的导体板, 平行放置, 距离很近, 忽略边缘效应, 若所带电量分别为 Q_1 和 Q_2 , 求两个导体板四个表面上的电荷。

【解】由于导体板间距很小, 近似认为是无限大导体。作圆柱形高斯面, 圆柱的上下底面分别在两个导体板内部, 则由高斯定理:



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 = \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)S}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma_2 = -\sigma_3$$

上下底面在导体内, $E=0$, E 的通量为0; 圆柱侧面, 电场平行于侧面, 通量也为0

$$E_P = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0} = 0$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 = 0$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3$$

$$\sigma_1 = \sigma_4$$

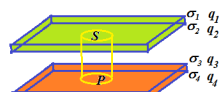
P点在导体板内 $\rightarrow E=0$, P点电场由四个面共同贡献, 1,2,3在P点的一侧, 4在P点另一侧

$$Q_1 = (\sigma_1 + \sigma_2)S$$

$$Q_2 = (\sigma_3 + \sigma_4)S$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3$$

$$\sigma_1 = \sigma_4$$



$$q_1 = q_4 = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$$

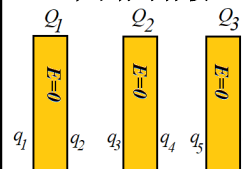
$$q_2 = -q_3 = \frac{Q_1 - Q_2}{2}$$

注意

$$\sigma_1 \neq \sigma_2$$

$$\sigma_3 \neq \sigma_4$$

三个平行导体板



$$\frac{q_1}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6}{2\epsilon_0 S} \quad \text{板1内}$$

$$\frac{q_1 + q_2 + q_3}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_4 + q_5 + q_6}{2\epsilon_0 S} \quad \text{板2内}$$

$$\frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5}{2\epsilon_0 S} = \frac{q_6}{2\epsilon_0 S} \quad \text{板3内}$$

$$q_1 + q_2 = Q_1$$

$$q_3 + q_4 = Q_2$$

$$q_5 + q_6 = Q_3$$

$$q_1 = \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2 + Q_3)$$

$$q_2 = \frac{1}{2}(Q_1 - Q_2 - Q_3)$$

$$q_3 = \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2 - Q_3)$$

$$q_3 = -q_2$$

$$q_5 = -q_4$$

$$q_6 = q_1$$

三、载流导体和静电平衡导体的区别

- 一旦导体中存在电荷运动，即有电流时，导体将脱离静电平衡状态。
- 一般来说，随时间变化的电流 $I(t)$ 有可能改变导体中自由电荷的分布 $\rho(t)$ ，从而使电场随时间变化 $E(t)$ ，这种情况比较复杂。
- 对不随时间变化的电流，即稳恒电流，导体中电荷分布不会随时间变化 ($\partial \rho / \partial t = 0$)，所产生的电场仍为静电场 ($\partial E / \partial t = 0$)。
- 但即使在稳恒情况下，载流导体和静电平衡导体也有本质区别。

73

- 静电平衡时，导体显示出彻底的“抗电性”，表现为导体内电场强度必须处处为零 $E=0$ 。

$$\vec{E}|_{\text{导体内}} \equiv 0$$

- 载流导体则不同，导体内存在着非零的电场，它与电流之间的依赖关系满足一定的实验规律，该规律反映了导体的导电性质。

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

σ : 电导率
 ρ : 电阻率

74

作业 1.33, 1.34, 2.3, 2.19

Thank you!

1.33中电荷密度为 ρ 不是 r , 2.19 中墨滴的质量密度用水的密度近似

75