

# 代数结构第三次习题答案

朱平

zhuping@mail.ustc.edu.cn

I. 习题22: 计算 $\phi(42)$ ,  $\phi(420)$ ,  $\phi(4200)$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

$$\phi(42) = 42 \times (1 - 1/2)(1 - 1/3)(1 - 1/7) = 12$$

$$\phi(420) = 420 \times (1 - 1/2)(1 - 1/3)(1 - 1/5)(1 - 1/7) = 96$$

$$\phi(4200) = 4200 \times (1 - 1/2)(1 - 1/3)(1 - 1/5)(1 - 1/7) = 960$$

II. 习题28: 求 $7^{355}$ 的末两位

$$\phi(100) = 40$$

$$(7, 100) = 1$$

由欧拉定理:

$$7^{355} = (7^{40})^8 \times 7^{35} \equiv 7^{35} \pmod{100}$$

又

$$7^4 \equiv 1 \pmod{100}$$

得到

$$7^{355} \equiv 7^{35} = (7^4)^8 \times 7^3 \equiv 7^3 \equiv 43 \pmod{100}$$