

代数结构第四次习题参考答案

梁后军

ahlhj@mail.ustc.edu.cn

33 page 43

设 $d_1, d_2, d_3, \dots, d_k$ 为 n 的全部因子, 则

$$\sum_{d|n} 1/d = 1/d_1 + 1/d_2 + \dots + 1/d_k = [(1/d_1 + 1/d_2 + \dots + 1/d_k) * n] * (1/n) = [d_1 + d_2 + \dots + d_k] * (1/n)$$

$$*(1/n) = \sigma(n) * \frac{1}{n}$$

38 page 43

(1)

n	1	2	3	28
Ind_2^n	0	1	5	14

(2)

两边取对数得

$$\begin{aligned} \text{Ind}_2^9 + \text{Ind}_2^x &= \text{Ind}_2^{2^2} \pmod{28} \Rightarrow 10 + \text{Ind}_2^x = 1 \pmod{28} \Rightarrow \text{Ind}_2^x = -9 = 19 \pmod{28} \\ \Rightarrow x &= 2^{19} = 26 \pmod{29} \end{aligned}$$

(3)

$$\text{两边取对数} \Rightarrow 9 \text{Ind}_2^x = \text{Ind}_2^{2^2} \pmod{28} \Rightarrow 9 \text{Ind}_2^x = 1 \pmod{28} \quad (**)$$

因 $(9, 28) = 1$, 故方程 (**) 有唯一解。

$$\text{Ind}_2^x = 25 \pmod{28} \Rightarrow x = 11 \pmod{29}$$

40 page 43

37 的最小原根为 2, 与 36 互素且小于 36 的数为 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 故 37 的 12 个原根为 $2^1, 2^5, 2^7, 2^{11}, 2^{13}, 2^{17}, 2^{19}, 2^{23}, 2^{25}, 2^{29}, 2^{31}, 2^{35}$ 。