2021—2022 学年第 二 学期期末考试试卷

考试科目：信号与系统　　　　得分：________

学生所在系：________　姓名：________　学号：________

一、计算下列各小题：（每小题 6 分、共 48 分）

1．已知连续时间函数 $x(t)=1$，离散时间序列 $x[n]=1$，试分别求其傅里叶变换的像函数。

2. 求 $\frac{1}{2}[1+(-1)^n]u[n]$ 的 Z 变换

3. 已知一个 4 点序列 $x[n]$ 的值分别为 1，0，2，-2，试求其 4 点的 DFT 系数 $X[k]$

4. 求信号 $x(t)=\sin(\pi t)\sin(2\pi t)/(\pi t)^2$ 的频谱密度函数 $X(\omega)$ 表达式并画出图形，再给出对信号 $x(t)$ 进行采样时不发生频谱混叠的最低采样频率 ω_s。

5、试求 $F(z)=\frac{1}{(1+az^{-1})^2}$， $|z|>|a|$ Z 变换的反变换

6、因果连续时间信号 $x(t)$ 的拉普拉斯变换的像函数为 $X(s)=(s+6)/(s^2+7s+10)$，试求信号 $x(t)$ 的初值 $\lim\limits_{t\to 0^+}x(t)$ 和终值 $\lim\limits_{t\to\infty}x(t)$。

7、已知 $x(t)=\begin{cases}1/t, t\neq 0\\ 0, t=0\end{cases}$，求 $y(t)=x(t)*x(t)$，其中 * 表示卷积运算。

8、已知 $y[n]+\frac{1}{6}y[n-1]-\frac{1}{3}y[n-2]=x[n]-\frac{1}{2}x[n-1]-3x[n-2]$ 表示的因果 LTI 系统，请概画出该系统的幅频响应。

二、假设某连续时间周期信号 $\tilde{x}(t)$ 的傅里叶级数表示和一个 LTI 系统的频率响应 $H(\omega)$ 分别为

$$\tilde{x}(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha^{|k|}e^{jk(2\pi/T)t},\quad 0<\alpha<1 \quad 和 \quad H(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<W\\ 0, & |\omega|>W\end{cases}$$

如果让 $\tilde{x}(t)$ 通过该连续时间 LTI 系统，试确定 W 值应取多大时，才能确保系统输出 $y(t)$ 的平均功率至少是 $\tilde{x}(t)$ 平均功率的 90%。（12 分）

三、由差分方程 $y[n]+0.75y[n-1]+0.125y[n-2]=x[n]+3x[n-1]$ 表示的因果系统。（共 20 分）

(1) 对于其描述的 LTI 系统，求系统函数 $H(z)$，画出 $H(z)$ 在 z 平面上零极点分布和收敛域。（4 分）

(2) 对于差分方程描述的系统，用并联型和级联型结构实现结构，要求延时单元不多于 2 个。(6 分)

(3) 已知其附加条件为 $y[0]=1, y[-1]=-6$，当输入 $x[n]=(0.5)^n u[n]$ 时，求系统的零状态响应 $y_{zs}[n]$ 和零输入响应 $y_{zi}[n]$。（10 分）

四、已知实的离散时间因果 LTI 系统的零、极点如图 1 所示，且它在输入为 $x[n]=\cos(\pi n)$ 时的输出为 $y[n]=(-1)^n$。(提示：在有限 z 平面上没有零点)　（共 10 分）

(1) 写出它的系统函数 $H(z)$ 和收敛域。(5 分)

(2) 写出系统的差分方程表示。(3 分)

(3) 求其单位冲激响应。(2 分)

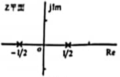

图 1

五、对于如图 2 所示的一起始静止的电路，（10 分）

(1) 求系统的系统函数　（6 分）

(2) 求在输入是 $x(t)=\sin(2t)u(t)$ 时的输出　（4 分）

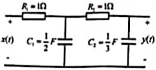

图 2