

# 中国科学技术大学

## 2015 年硕士学位研究生入学考试试题

(信号与系统)

### 一、计算题 (1~5 题每题 6 分, 6~10 题每题 8 分, 共 70 分)

1. 对于以输入输出关系  $y(t) = e^{-2t} \int_{t-2}^t (e^\tau)^2 x(\tau+2) d\tau$  描述的系统, 判断系统的记忆性、线性、时不变性、因果性、稳定性以及是否具有可逆性 (无需说明理由)。
2. 试写出延时  $t_0 = 1$  的连续时间延时器的单位冲激响应  $h(t)$ 、频率响应  $H(\omega)$  和系统函数  $H(s)$ 。
3. 计算  $\text{sgn}(t^2 - 1)$  的 Fourier 变换。
4. 微分方程  $y'(t) + 3y(t) = 2x(t)$  描述一个起始松弛的连续时间系统, 试求当输入信号  $x(t) = e^{2t}$ ,  $-\infty < t < \infty$  时系统的输出  $y(t)$ 。
5. 用递推算法求差分方程  $y[n] + 0.5y[n-1] - 0.5y[n-2] = \sum_{k=0}^{\infty} x[n-k]$  表示的离散时间因果 LTI 系统的单位冲激响应  $h[n]$ , 至少计算前 6 个序列值。
6. 试写出图 1.6 所示信号的闭合表达式, 分别概画出信号  $\frac{d}{dt}x(t)$ ,  $\frac{d^2}{dt^2}x(t)$  的波形。

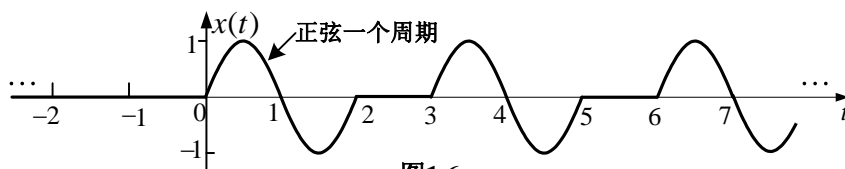


图1.6

7. 已知序列  $x[n] = r^n \cos(\omega_0 n) u[n]$ ,  $-\infty < n < +\infty$ . 求  $x[n]$  的 Z 变换  $X(z)$ , 并给出相应的收敛域。
8. 已知单位阶跃响应的拉氏变换为  $S(s) = \frac{1}{(s^2 + 2s + 5)(1 - e^{-4s})}$ ,  $\text{Re}\{s\} > 0$  的连续时间 LTI 系统, 试求其单位冲激响应  $h(t)$ 。
9. 试画出信号  $x(t) = \frac{\sin(\pi t/2)}{\pi t} + \frac{\sin(\pi t/2 - \pi)}{\pi t - 2\pi}$  的幅度频谱曲线  $|X(\omega)|$  和相位频谱曲线  $\varphi(\omega)$ , 并求出对这个信号进行采样的奈奎斯特间隔  $T_s$ 。

10. 试求信号  $x(t) = e^{-\pi t^2}$  的自相关函数  $R_x(t)$ 、信号  $x(t)$  的能量  $E_x$  及其能量谱密度

函数  $\psi_x(\omega)$ 。可能利用的数学式： $\int_0^\infty e^{-(t/\tau)^2} dt = \sqrt{\pi}\tau/2$

二、已知  $x[n]$  是周期为 4 的周期序列，对序列  $x[n]$  在  $0 \leq n \leq 7$  做 8 点 DFT 运算，得到 DFT 系数为： $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = 1$ ， $X(1) = X(3) = X(5) = X(7) = 0$ 。试求：（共 15 分）

1. 周期序列  $x[n]$ ，并概画出它的序列图形；（5 分）
2. 该周期序列  $x[n]$  通过单位冲激响应为  $h[n] = (-1)^n \frac{\sin^2(\pi n/2)}{\pi^2 n^2}$  的数字滤波器后的输出  $y[n]$ ，并概画出它的序列图形。（10 分）

三、某系统的结构如图 3 所示，其子系统  $H_0(\omega)$  的频率响应特性

为  $H_0(\omega) = \begin{cases} 1 + \cos(\pi\omega/\omega_M), & |\omega| < \omega_M \\ 0, & |\omega| > \omega_M \end{cases}$ ，且有  $\omega_c \gg \omega_M$ 。（20 分）

1. 求系统的单位冲激响应  $h(t)$ ，并概画出  $h(t)$  的波形；（8 分）
2. 求系统的频率响应  $H(\omega)$ ，并画出  $H(\omega)$  的波形；（6 分）
3. 求输入信号  $x(t) = 1 + [1 + \sin(\omega_M t/2)]\cos(\omega_c t)$  时的系统输出  $y(t)$ 。（6 分）

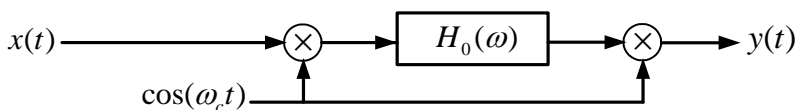


图 3

四、某稳定的 LTI 系统，系统函数  $H(z) = \frac{z+6+8z^{-1}}{8z+6+z^{-1}}$ ，试求：（30 分）

1. 该系统所对应的差分方程，给出它的规范型实现方框图；（5 分）
2. 画出  $H(z)$  在  $z$  平面零极点分布和收敛域；（5 分）
3. 概画该系统的幅频响应特性曲线和相频响应特性曲线；（8 分）
4. 当输入  $x[n] = -(-0.5)^{n-3}u[n]$  时，已知  $y[0] = 4$ ， $y[-1] = -8$ ，求该系统的零输入响应  $y_{zi}[n]$  和零状态响应  $y_{zs}[n]$ 。（12 分）

五、采用频域变换方法设计一个数字高通滤波器，试选择合适的原型滤波器模型并推导系统函数  $H(z)$ 。要求如下：（15 分）

- 1) 系统采样频率为 100kHz；
- 2)  $0 \leq f \leq 18\text{kHz}$  时，幅度衰减大于 15dB；
- 3)  $f \geq 38\text{kHz}$  时，幅度起伏小于 1dB；
- 4) 滤波器的幅度响应随频率单调增加。