中国科学技术大学

2015—2016 学年第 二 学期期末考试试卷

考试科目：信号与系统　　　　　　得分：________

学生所在系：________　姓名：________　学号：________

一、计算下列各小题：（每小题 6 分、共 48 分）

1．已知 $x(t)$ 波形如下图 1 所示，求其傅里叶变换的像函数。

2．已知 $x[n]$ 序列波形如图 2 所示，从-1 点开始延续到无穷大的有规律数列，写出其闭合解析表达式，并求其 Z 变换。

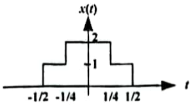

图 1

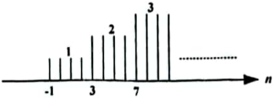

图 2

3.计算一个有限长时间序列 $x[n]=e^{j\frac{2\pi}{N}n}+\sin(\frac{4\pi}{N}n)$，$0\le n<N-1$ 的 N 点 DFT

4．求 $\frac{e^{s}}{s(1+e^{-s})}$，$\text{Re}\{s\}>0$ 的拉普拉斯反变换。

5．因果连续时间信号 $x(t)$ 的拉普拉斯变换的像函数为 $X(s)=(2s-3)/(s^2+5s+6)$，试求信号 $x(t)$ 的初值 $\lim\limits_{t\to 0^+}x(t)$ 和终值 $\lim\limits_{t\to\infty}x(t)$。

6.已知 $x(t)=\begin{cases}1/t, t\neq 0\\ 0, t=0\end{cases}$，求 $y(t)=x(t)*x(t)$，其中 * 表示卷积运算。

7 已知 $y[n]-\frac{1}{6}y[n-1]-\frac{1}{3}y[n-2]=x[n]-\frac{1}{2}x[n-1]-3x[n-2]$ 表示的因果 LTI 系统，请概画出该系统的幅频响应。

8、如果*表示卷积，@表示相关，对于任意的满足模可积的两个函数 $x(t)$，$y(t)$，证明 $[x(t)*y(t)]@[x(t)*y(t)]$ 与 $[x(t)@x(t)]*[y(t)@y(t)]$ 相等

二、由差分方程 $y[n]+0.75y[n-1]+0.125y[n-2]=x[n]+3x[n-1]$ 表示的因果系统。（共 15 分）

(1) 对于其描述的 LTI 系统，求系统函数 $H(z)$，画出 $H(z)$ 在 z 平面上零极点分布和收敛域；（5 分）

(2) 已知其附加条件为 $y[0]=1, y[-1]=-6$，当输入 $x[n]=(0.5)^n u[n]$ 时，求系统的零状态响应 $y_{zs}[n]$ 和零输入响应 $y_{zi}[n]$。（10 分）

三、某 LTI 系统的结构如图 3 所示，其中 $H_2(s)=\dfrac{k}{s-1}$，因果 LTI 子系统 $H_1(s)$ 满足条件：当子系统 $H_1(s)$ 的输入是 $x_1(t)=2e^{-3t}u(t)$ 时，对应 $H_1(s)$ 的子系统输出为 $y_1(t)$；而在输入为 $x_2(t)=\dfrac{dx_1(t)}{dt}$ 时，对应 $H_1(s)$ 的子系统输出为 $-3y_1(t)+e^{-2t}u(t)$；求：（共 12 分）

(1) 子系统 $H_1(s)$ 和对应的单位冲激响应函数 $h_1(t)$（5 分）

(2) 描述 $x(t)$ 和 $y(t)$ 关系的整个系统的 $H(s)$（5 分）

(3) 若要使系统 $H(s)$ 稳定，k 的取值范围（2 分）

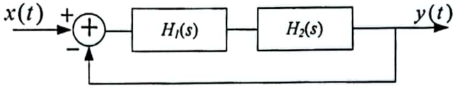

图 3.系统框图

四、已知实的离散时间因果 LTI 系统的零、极点如图 5 所示，且它在输入为 $x[n]=\cos(\pi n)$ 时的输出为 $y[n]=(-1)^n$.{提示：在有限 z 平面上没有零点}（共 15 分）

(1) 写出它的系统函数 $H(z)$ 和收敛域。(5 分)

(2) 写出系统的差分方程表示。(3 分)

(3) 对于差分方程描述的系统，用并联型和级联型结构实现结构，要求延时单元不多于 2 个。(4 分)

(4) 求其单位冲激响应。(3 分)

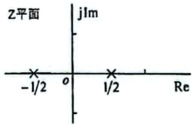

图 4

五、对于如图 5 所示的相乘器，对信号 $f(t)$ 的傅里叶变换得到的像函数的形式是 $F(\omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\pi\omega}$

$x(t)$ 是带限于 ω_M 的连续时间信号，求：（共 10 分）

(1) 画出 $f(t)$ 的时域波形和频谱图。(5 分)

(2) 如果希望从 $y(t)$ 中无失真的恢复出 $x(t)$，ω_M 必须满足何种条件。(2 分)

(3) 在 ω_M 满足无失真恢复的条件下，请画出由 $y(t)$ 恢复出 $x(t)$ 的示意图。(3 分)

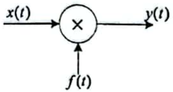

图5.