



磁流体山的研究


PB18000202 石纪轩

2019年6月30日



报告目录

-
- 1.背景
 - 2.预实验
 - 3.理论分析
 - 4.实验分析
 - 5.结论、展望



1.背景

- 当磁流体被置于磁场之中时，其可能会产生多峰状结构。
- 该现象可能与**磁场大小**，**磁场分布**，**重力**，**表面张力**等多重因素所影响。



1.背景





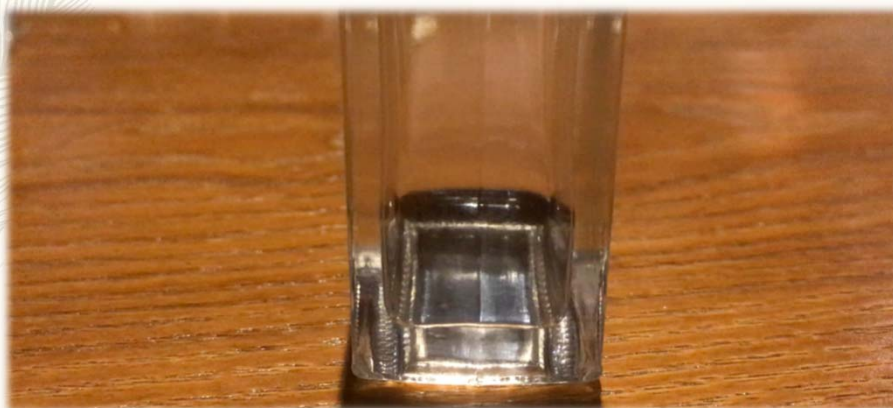
2.预实验



预实验

- 购买磁流体展示装置，初步观察该现象；
- 定性改变部分环境参数，观察现象变化；
- 确定参数改变与磁流体山参数的定性关系。

预实验



预实验

磁流体峰的主要参数有：

– 半径，高度，侧面形状，方向；

影响该现象的参数主要有：

– 磁场空间分布（由磁铁以及其位置决定）；

– 磁流体表面张力，密度，磁化率；

– 温度。

预实验-磁场分布

- 只有当磁铁距离磁流体**足够近**时，峰才会形成。
- 磁铁较近时，峰的形状近似为**圆锥体**。
- **磁铁越近，峰越密集**，半径越小，高度越低



预实验-磁场分布

- 峰的顶部所指方向近似为磁力线方向。



预实验-重力

- 重力并非主要因素。
- 反转装置，峰依然形成，形态数目没有明显变化



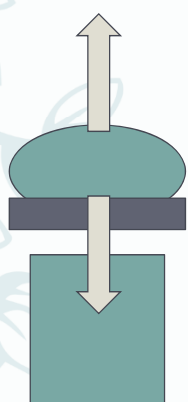
预实验-结论

从预实验中我们得出以下初步结论：

- 峰近似指向磁感线方向；
- 磁铁离装置越近(猜测：磁场越强？)，峰越密集，单个峰几何尺寸越小；
- 重力并非主要影响因素。

3.理论分析

理论分析-峰的形成

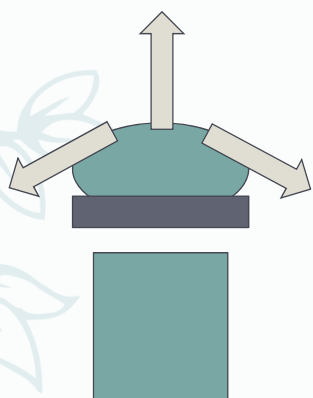


- 磁流体属于**超顺磁介质**
- 在磁场中，其以与外磁场相同的方向磁化



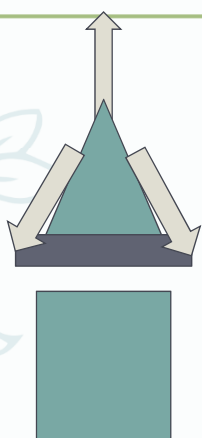
由磁极同性相吸，异性相斥，
接近磁铁一端受到引力，远离
磁铁一端受斥力。

理论分析-峰的形成



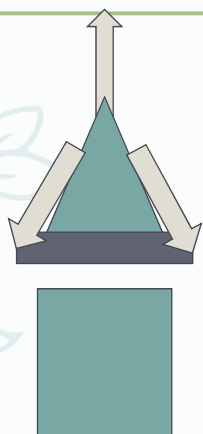
– 表面张力束缚体系的形状，最后与磁力相平衡，形成峰的结构

理论分析-峰的形成



– 表面张力束缚体系的形状，最后与磁力相平衡，形成峰的结构。

理论分析-峰的方向



- 由于峰顶所受拉力应指向磁感线方向，因此每个峰应指向该处的磁感线方向。

理论分析-峰的形状

- 采用能量的角度进行分析，温度不变不计内能改变时，主要包含磁化能，表面张力能，重力势能，附加压强做功四部分：

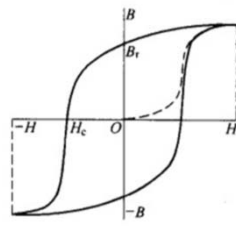
$$W = \int \omega dv + \int dw_{\sigma} + \int dw_g + \int d(\sum p \Delta V)$$

- 当装置至于空气中时，由于液体总体积不变，第四项为0；若磁流体被液封，则可将三四项归为一项。
- 令 $\rho = \rho_{\text{磁}} - \rho_{\text{液}}$ ，则为 $\int \rho gh \cos \theta dv$ 。

理论分析-峰的形状

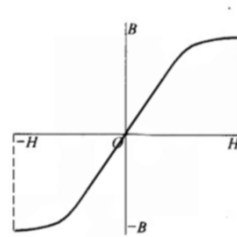
- 介质的磁化, 磁化能项:

铁磁性介质磁滞回线图



$$\oint H dM \neq 0$$

超顺磁介质磁化曲线图



$$\oint H dM = 0$$

$$\int H dM = \omega(H)$$

理论分析-峰的形状

- 表面张力贡献的能量:

$$W_2 = \int \sigma ds$$

- 重力势能:

$$W_3 = - \int \rho g h \cos \theta dv$$

(其中 θ 为峰轴线与铅垂线夹角)

理论分析-峰的形状

- 将以上三项能量代入，得总和：

$$W = \int \omega(H)dv + \int \sigma ds + \int \rho_0 gh \cos \theta dv$$

- 预实验可见峰的形状基本为轴对称的。将高度h处半径r写为高度h的函数 $r(h)$ ，并认为磁场大小在r方向缓变。
- 代入：

$$dv = \pi r^2 dh \quad ds = 2\pi r \sqrt{1 + \dot{r}^2} dh$$

- 得

$$W = \int (2\pi r \sigma \sqrt{1 + \dot{r}^2} + \omega(h) \pi r^2 + \rho g h \cos \theta \pi r^2) dh$$

理论分析-峰的形状

- 由以上分布为稳定分布，其能量表达式为**稳定值**：
- 一阶微扰不变：

$$\delta W =$$

$$\delta \int (2\pi r \sigma \sqrt{1 + \dot{r}^2} + \omega(h) \pi r^2 + \rho g h \cos \theta \pi r^2) dh = 0$$

- 首先在保持h不变情况下对 $r(h)$ 作微扰，即 $\delta h = 0$,

$$\text{记 } L(r, \dot{r}, h) = 2\pi r \sigma \sqrt{1 + \dot{r}^2} + \omega(h) \pi r^2 + \rho g h \pi r^2 \cos \theta$$

- 则有

$$\frac{\partial L}{\partial r} - \frac{d}{dh} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = 0$$

理论分析-峰的形状

- 由以上分布为稳定分布，其能量表达式为稳定值：

$$\delta W =$$

$$\delta \int (2\pi r \sigma \sqrt{1 + \dot{r}^2} + \omega_H \pi r^2 + \rho g h \cos \theta \pi r^2) dh = 0$$

近似认为每一水平截面上磁场强度相等，即H只是h的函数，

- 首先在保持h不变情况下作微扰，即 $\delta h = 0$,

$$\text{记 } L(r, \dot{r}, h) = 2\pi r \sigma \sqrt{1 + \dot{r}^2} - \frac{1}{2} \chi H^2 \pi r^2 + \rho g h \pi r^2 \cos \theta$$

- 则有

$$\frac{\partial L}{\partial r} - \frac{d}{dh} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = 0$$

理论分析-峰的形状

- 将L的表达式代入，得：

$$- 2\pi \sigma \sqrt{1 + \dot{r}^2} + 2\omega(h) \pi r + 2\rho g h \pi r \cos \theta - \left[\frac{2\pi r \dot{r}}{\sqrt{1 + \dot{r}^2}} \right] = 0$$

- 即为磁流体峰的形状所满足的方程

- 再给出特定的 $H(h)$, ρ , σ 以及峰的位置即可确定峰的形状。

理论分析-峰的形状

预实验中已经确定重力不是主要影响因素，故主要考虑磁场及表面张力影响：

$$-2\pi\sigma\sqrt{1+\dot{r}^2} + 2\omega(h)\pi r - \left[\frac{2\pi r \dot{r}}{\sqrt{1+\dot{r}^2}} \right] = 0$$

此时只需要再给出特定的 $H(h)$ ， σ 即可确定峰的形状

为求解方便，近似认为 $\omega(h) = \frac{1}{2}XH(h)^2$

理论分析-磁场分布

- 实验中所使用产生磁场的装置为磁铁，近似均匀磁化，可以将其磁场视为均匀分布于表面的磁化电流所产生，其给出的磁场：

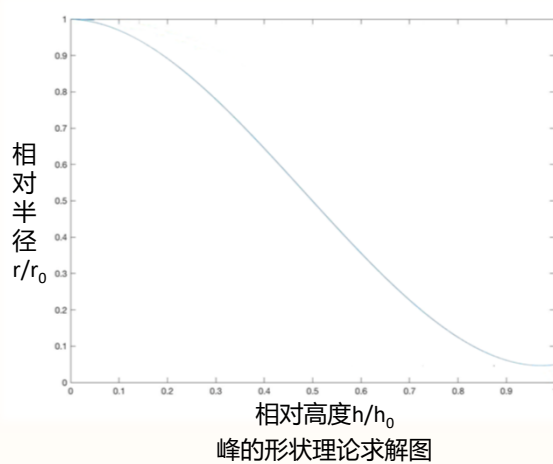
$$\begin{aligned} H &= H_0(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) \\ &= H_0 \left(\frac{h+D}{\sqrt{R^2 + (h+D)^2}} - \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right) \end{aligned}$$

（其中 D 为磁铁厚度）

理论分析 峰的形状

给定一组参数，对峰形状的方程进行数值求解：

结果显示：当磁铁距离磁流体较近时， $\dot{r}(h)$ 近似可视为一个常数。记此时 $\dot{r}(h) \approx k$



理论分析-温度

– 考虑居里定律，有

$$M = X(T)H = \frac{cH}{T - T_0}$$

– 因此磁化能量项与温度有关。

– 温度将会对本现象产生一定影响。

理论分析-峰的稳定性

– 其能量表达式为稳定值：

– 二阶微扰大于0：

$$\delta^2 W > 0$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r_0^2} \delta r_0^2 + 2 \frac{\partial^2 W}{\partial r_0 \partial h_0} \delta r_0 \delta h_0 + \frac{\partial^2 W}{\partial h_0^2} \delta h_0^2 > 0$$

当 $\delta^2 W \leq 0$ 时，峰失去稳定，新的峰生成，峰的数量增加。

理论分析-峰的半径

– 在得到了r与h的关系后，再对h方向作微扰，得：

$$2\pi r(h_0) \sigma \sqrt{1 + \dot{r}(h_0)^2} = \int (\omega(h) \pi r^2 - \rho g \cos \theta \pi r^2) dh + \omega(h_0) \pi r^2$$

代入之前求得的 $\dot{r}(h) \approx k$ ：

$$r(h_0) = \frac{1}{2\pi \sigma \sqrt{1+k^2}} [\int (\omega(h) - \rho g \cos \theta) \pi k^2 (h - h_0)^2 dh + \omega(h_0) \pi r^2(h_0)]$$

即为峰半径满足的方程

理论分析-峰的半径

– 对于上式，重力因素可忽略时，半径可写为

$$r(h_0) =$$

$$\frac{1}{2\pi\sigma\sqrt{1+k^2}} \left[\int \omega(h)\pi k^2 (h - h_0)^2 dh + \omega(h_0)\pi r^2(h_0) \right]$$

使用数值计算调整参数，即可得到峰半径的预测值。

峰基本采取密堆积分布，因此峰的数量 n 应大致反比于半径平方： $n \propto r^{-2}$

理论分析-匀强磁场

问题：磁场越强，峰越多？

– 考虑匀强磁场： $\frac{\partial \omega}{\partial h} = 0$ ，并忽略重力因素：

$$L(r, \dot{r}, h) = 2\pi r \sigma \sqrt{1 + \dot{r}^2} - \omega \pi r^2$$

$$\frac{\partial L}{\partial h} = 0$$

$$\text{对 } \mathcal{H} = \dot{r} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} - L, \quad \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial h} = 0$$

– 半径满足方程化简为恒等式，匀强磁场对应现象为单个峰。



4.实验分析

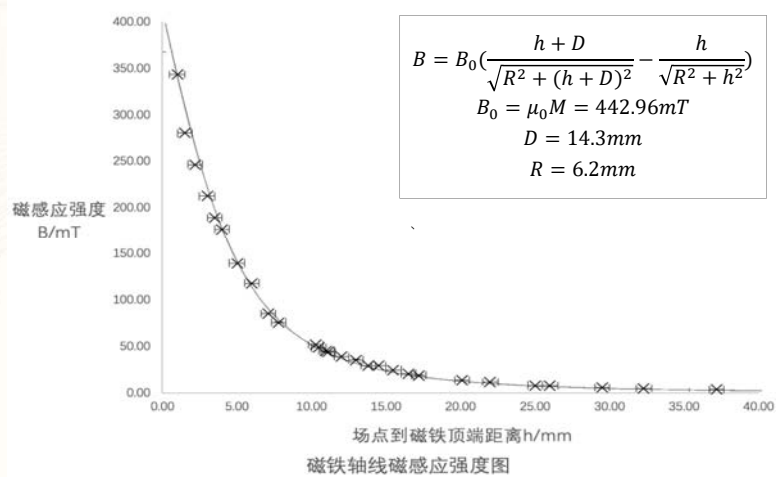


实验分析

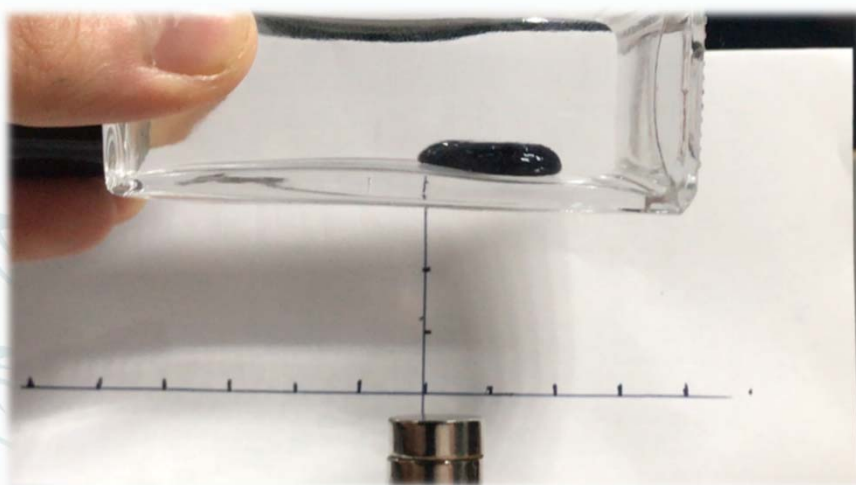
- 用高斯计测定所用磁铁周围的磁场分布，并结合理论给出磁场近似解析式；
- 在磁流体展示装置后架设标尺，架设的固定摄像机录制视频；
- 将磁铁逐渐接近装置，录制视频；
- 后期使用tracker软件分析视频，确定峰参数随距离的变化关系；
- 与理论分析所得结果比较，得出结论。

磁铁磁场的测定

- 使用高斯计测量实验所使用磁铁的磁场，并用理论分析中所给出的公式进行拟合

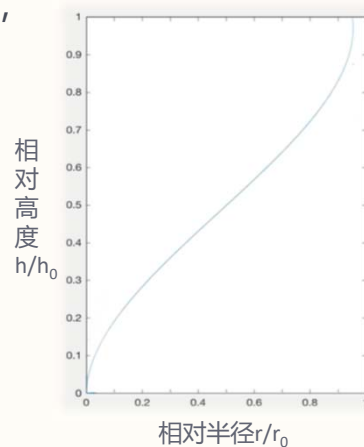


正式实验

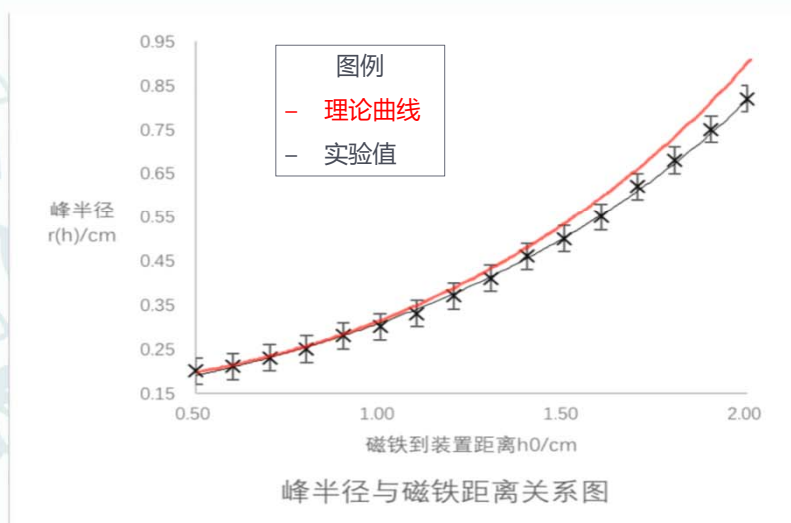


实验 峰的形状

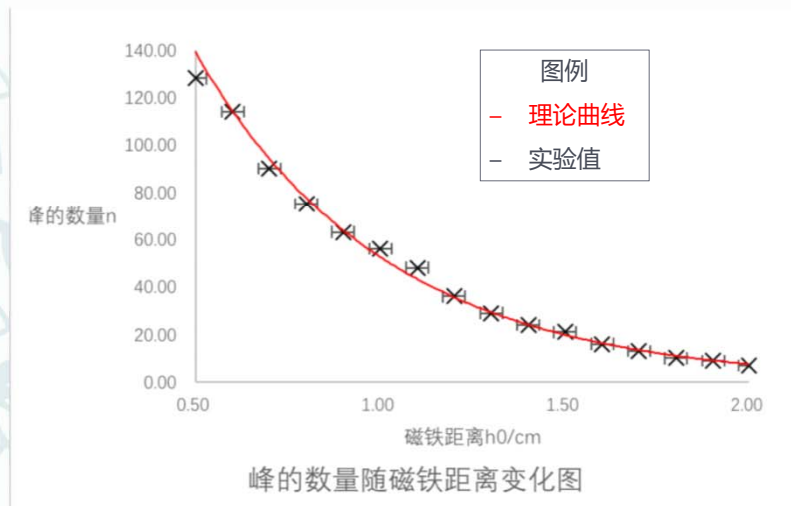
实验中磁铁离磁流体较近时，
峰几乎成圆锥形



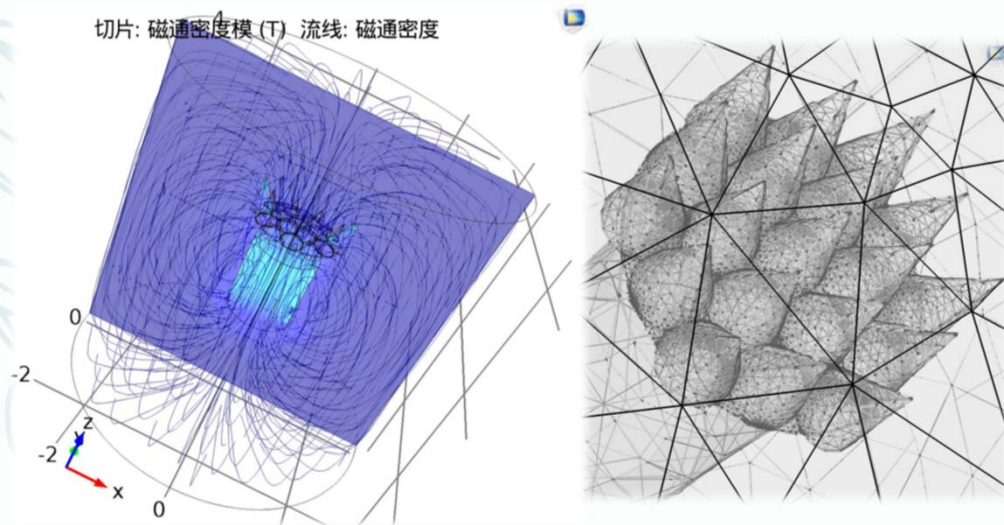
实验-峰半径



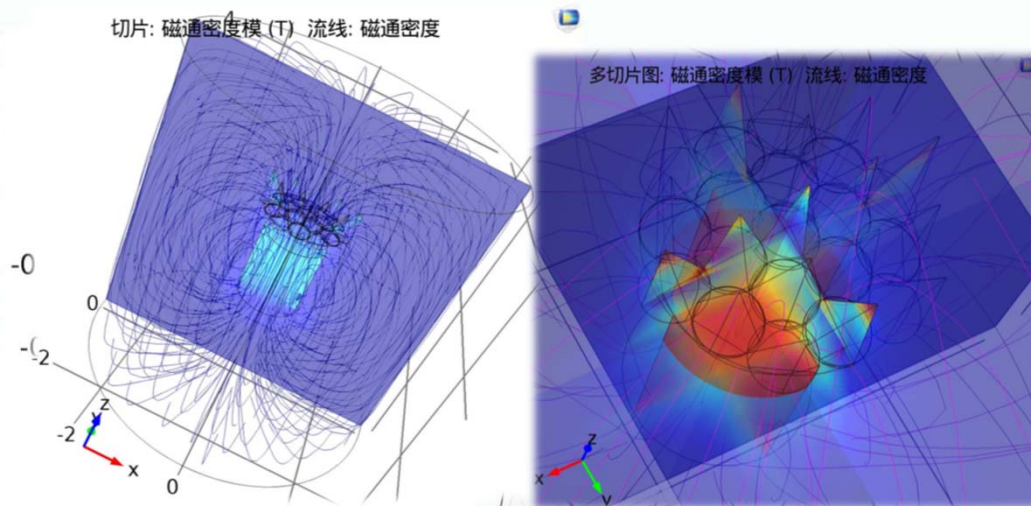
实验-峰数量



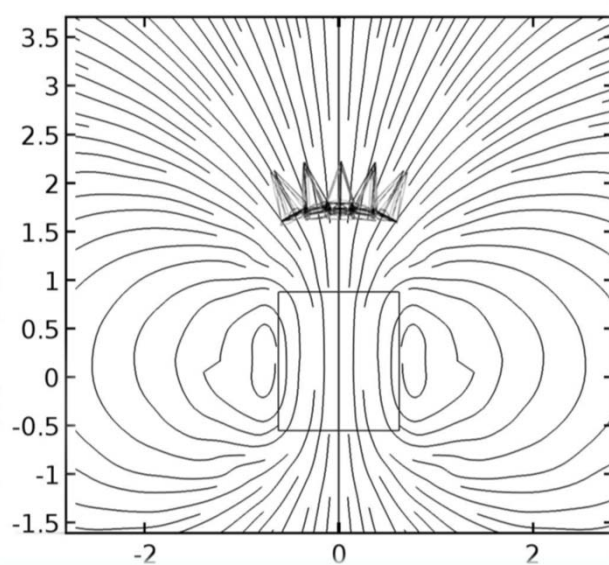
实验-软件计算



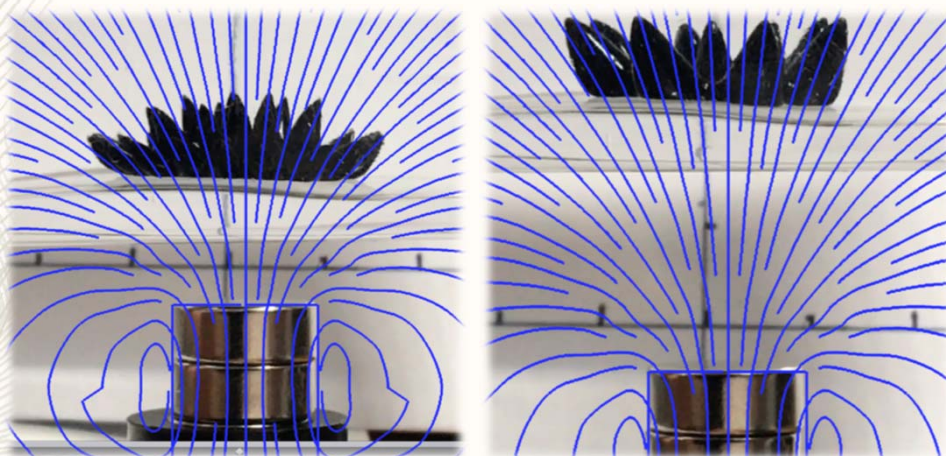
实验-软件建模计算



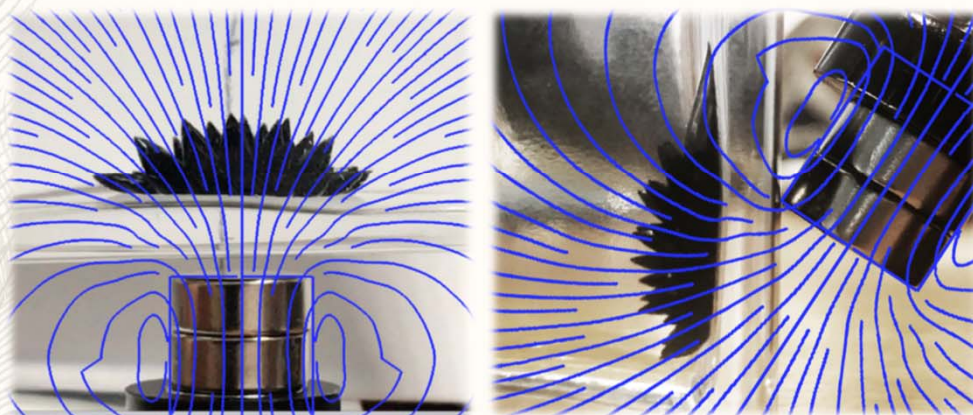
实验-峰的模拟



实验-峰与磁感线分布

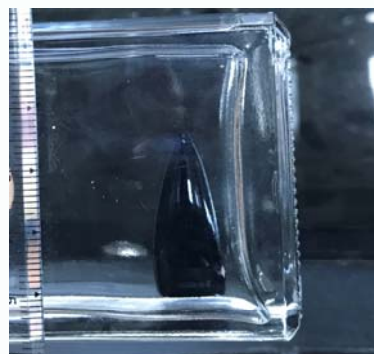
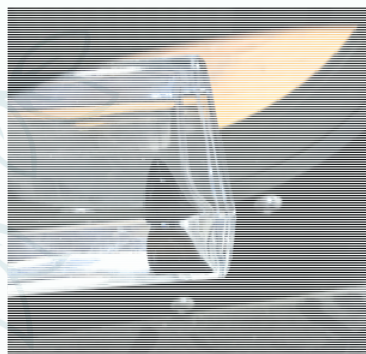


实验-峰与磁感线分布



实验-匀强磁场

将磁流体展示装置放于亥姆霍兹线圈产生的近似匀强的磁场中：**仅形成单个峰。**



5.结论、展望



结论

- 峰的形成主要是磁化能与表面张力竞争结果。
- 峰的形态可近似由理论预测：
 - 峰指向磁感线方向；
 - 峰形态由能量一阶微扰不变的微分方程决定。



展望

- 对更多参量进行定量测量，使理论与实验对照更加定量化；
- 测量更多磁场分布下峰的分布；
- 改变温度进行试验。



参考文献

- 《电磁学与电动力学》科学出版社；
- 《理论力学》高等教育出版社；
- 《磁流体磁化率-温度的测量》
- 《热力学与统计物理》 高等教育出版社；



谢谢大家！

PB18000202 石纪轩

2019年6月30日