

学号: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

学生所在系: \_\_\_\_\_

此线  
要  
超  
过  
时  
不  
要  
答  
题

# 中国科学技术大学

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

## 2013 — 2014 学年第一学期 《单变量微积分》期终考试试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
批改人									

### 注意事项:

1. 答卷前, 请考生务必检查考卷是否完整无缺。
2. 答卷前, 请考生务必将所在系、姓名、学号等在左侧密封线内填写清楚。
3. 请考生在答卷纸左侧留出装订区域。
4. 本试卷为闭卷考试。共 8 道试题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟。
5. 本试卷第 8 题为单项选择题。

1.

得分	评卷人

计算题 (给出必要的计算步骤, 每小题 6 分, 共 30 分):

$$(1) \int \frac{1}{1-x^4} dx.$$

得分	
----	--

$$(2) \int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx.$$

得分	
----	--

$$(3) \int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx.$$

得分	
----	--

(4)  $\int \max\{x^2, x^4\} dx.$

得分	
----	--

(5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\ln(1 + \frac{1}{n})}{n+1} + \frac{\ln(1 + \frac{2}{n})}{n+2} + \dots + \frac{\ln(1 + \frac{n}{n})}{n+n} \right).$

得分	
----	--

2. 

得分	评卷人

 (本题满分10分)

求方程  $y'' - 2y' + y = xe^x$  的通解.

3. 

得分	评卷人

 (本题满分10分)

设函数 $f(x)$ 可微, 且  $\int x^3 f'(x) dx = x^2 \cos x - 4x \sin x - 6 \cos x + C$ , 求 $f(x)$ .

4. 

得分	评卷人

 (本题满分10分)

计算定积分  $I = \int_0^1 \left( \int_x^1 \arctan(t^2) dt \right) dx.$

5. 

得分	评卷人

 (本题满分10分)

- (1) 写出由方程  $|\ln x| + |\ln y| = 1$  所表示的四条平面曲线;
- (2) 求由方程  $|\ln x| + |\ln y| = 1$  所表示的平面曲线所围成的平面图形的面积.

6. 

得分	评卷人

 (本题满分8分)

设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的可微函数且有反函数, 已知 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 求 $\int f^{-1}(x)dx$ .



7. 

得分	评卷人

 (本题满分6分)

设  $f(x)$  是  $[0, 1]$  上的连续函数, 且满足  $\int_0^1 f(x)dx = 1$ ,  $\int_0^1 xf(x)dx = \alpha$ ,  $\int_0^1 x^2 f(x)dx = \alpha^2$ , 其中  $\alpha$  为一常数, 证明存在  $[0, 1]$  中的点  $x_0$ , 使得  $f(x_0) = 0$ .

8.	得分	评卷人

选择题(每小题4分,共16分,每小题给出的四个选项中只有一项是正确答案.)

(1) 下列等式正确的是\_\_\_\_\_.

(A)  $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x)dx = f(x)$       (B)  $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$

(C)  $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x) - f(a)$       (D)  $\int f'(x)dx = f(x)$

(2) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上黎曼可积, 则\_\_\_\_\_.

(A)  $\int_a^x f(t)dt$ 在 $[a, b]$ 上不一定连续      (B)  $\int_a^x f(t)dt$ 在 $[a, b]$ 上可微

(C)  $\int_a^x f(t)dt$ 在 $[a, b]$ 上不一定存在      (D)  $\int_a^x f(t)dt$ 在 $[a, b]$ 上不一定可微

(3) 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的一个原函数, 则\_\_\_\_\_.

(A)  $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上黎曼可积      (B)  $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上不一定黎曼可积

(C)  $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可微      (D)  $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上不可微

(4) 设 $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ 是二阶线性非齐次方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ 的三个不同的非零解, 则\_\_\_\_\_.

(A)  $c_1(y_2(x) - y_1(x)) + c_2(y_3(x) - y_1(x)) + y_1(x)$  ( $c_1, c_2$ 是任意常数)是该方程的通解

(B)  $c_1(y_2(x) - y_1(x)) + c_2(y_3(x) - y_1(x)) + y_1(x)$  ( $c_1, c_2$ 是任意常数)不是该方程的通解

(C)  $c_1(y_2(x) - y_1(x)) + c_2(y_3(x) - y_1(x)) + y_1(x)$  ( $c_1, c_2$ 是任意常数)是该方程的解

(D)  $c_1(y_2(x) - y_1(x)) + c_2(y_3(x) - y_1(x)) + y_1(x)$  ( $c_1, c_2$ 是任意常数)不是该方程的解