线性直流主要内容

- 内容简介
  - 研究由直流电压源和直流电流源激励情况下的电路各支路电流，电压关系；
  - 所有器件均为线性时不变器件
- 组成部分
  - 电路等效
  - 线性直流电路的一般性的分析方法
    - 支路电流法 回路电流法 节点电压法
  - 运算放大器电路
    - 器件模型及电路

作业

习题2

2.2 2.3 2.7 2.8 2.9(b) 2.11(a)

2.12(b) 2.14 2.17

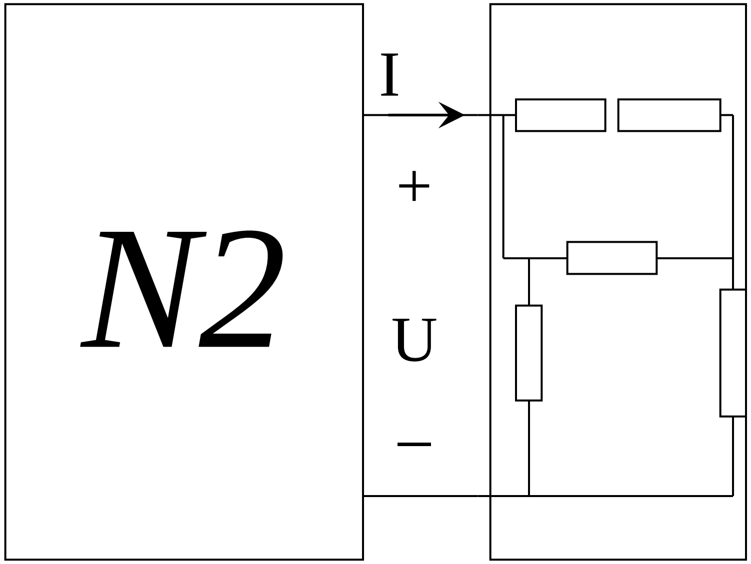
2.20 2.21 2.23 2.24 2.26

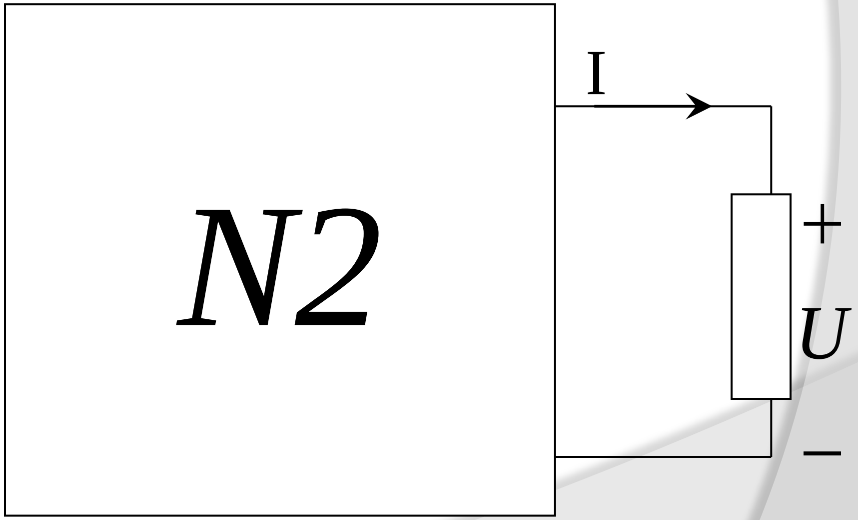
线性直流电路 直流电路

- 何为直流电路
  - 电源为恒压源、恒流源的电路
- 电路元件处理方法
  - 电感　短路处理 $u=0$
  - 电容　开路处理 $i=0$
  - 直流电路仅仅涉及直流电源和电阻元件
- 电路方程为代数方程,分析可适用于一般的电阻电路
  - 任何可写为线性代数方程的电路均可使用直流电路分析方法

线性直流电路 电阻网络

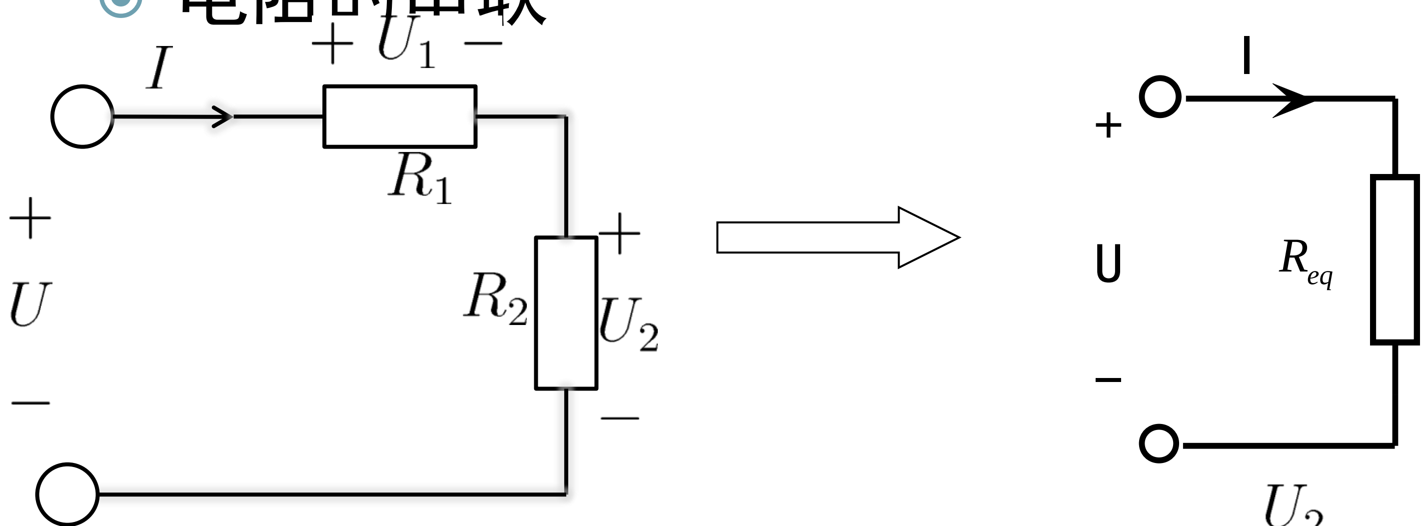
- 电阻网络
  - 若干电阻通过一定的相互连接关系组成一端口网络
  - 任何一个电阻网络组成的**一端口网络**都可以由1个电阻等效





线性直流电路 电阻串联和并联

- 电阻的串联



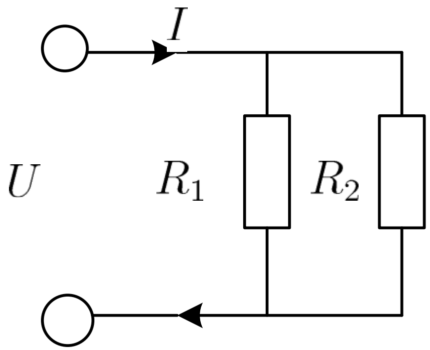
$$U = U_1 + U_2 = (R_1 + R_2)I = R_{eq}I$$

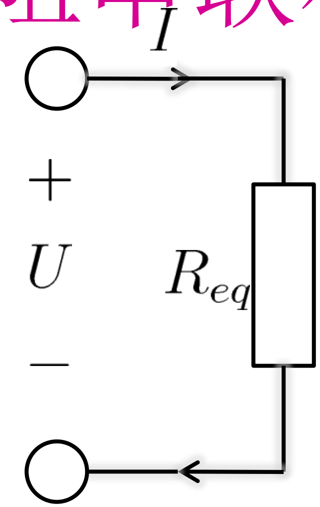
$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$P = UI = \frac{U_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

线性直流电路 电阻串联和并联



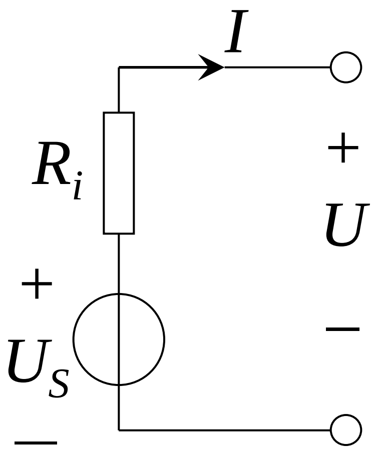


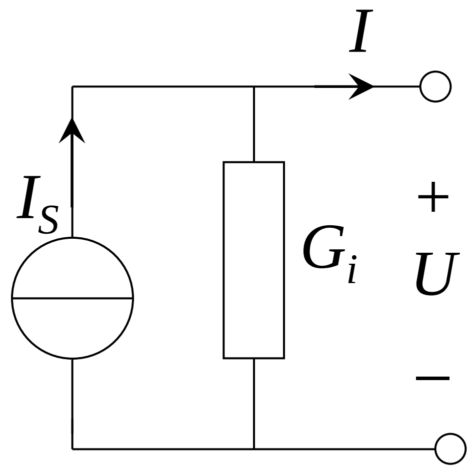
$$\left\{\begin{array}{l} R_{eq} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\[2ex] R_{eq} = \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{N} \dfrac{1}{R_k}} \end{array}\right.$$

$$I_k = \frac{G_k}{G_{eq}} I \; (k = 1, 2, \cdots, N)$$

扩展后的并联定律　　　　并联分流定律

线性直流电路 含源支路的直流特性





$$U = U_s - R_i I$$
$$I = \frac{U_s}{R_i} - \frac{U}{R_i}$$

$$I = I_S - G_i U$$
$$U = \frac{I_S}{G_i} - \frac{I}{G_i}$$

上述２个电路在$RG=1, I_S=U_S/R_i, U_S=I_S/G_i$等效

由于**电流源串联**时同一支路电流相同，**电压源并联**时各支路电压相同，可以用不同的等效方法转换以减少支路数目

RG=1实际上是同一个电阻

线性直流电路 含源支路的等效变换

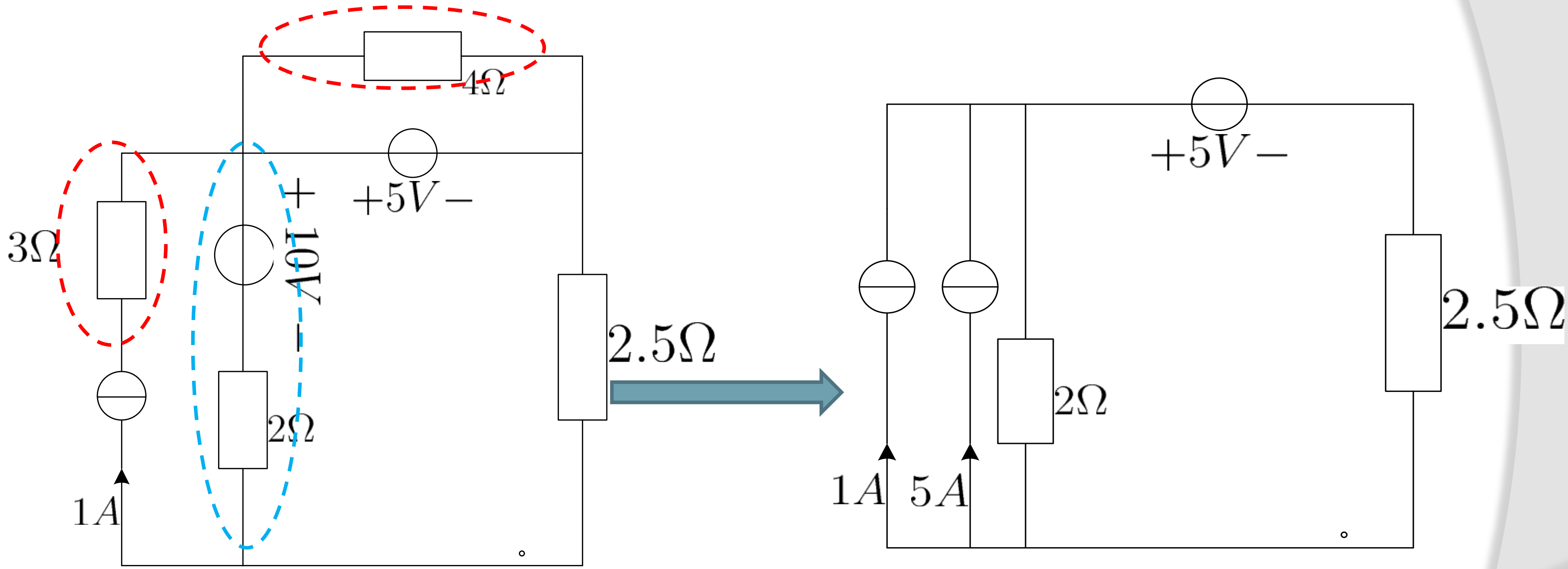
- 实际电源的戴维南(Thévenin)等效
  - 电压源和电阻串联
    - 开路电压（最大输出电压）$U_{S,}$ 电源内阻R_i，随着电流增加分压增大，外部输出电压降低
- 实际电源的诺顿(Norton)等效
  - 电流源和电导并联
    - 短路电流（最大输出电流)I_S，并联的电导G_i，随着负载电压的增加而分流越多，外部供给电流降低
- 理想电压源 $R_i = 0$
- 理想电流源 $G_i = 0$

电源等效问题

- 电压源和电阻并联 电阻无效
- 电流源和电阻串联 电阻无效
- 受控源等效
  - 同等处理
  - 注意控制量的转换

电源等效处理

- 关于电源的等效举例

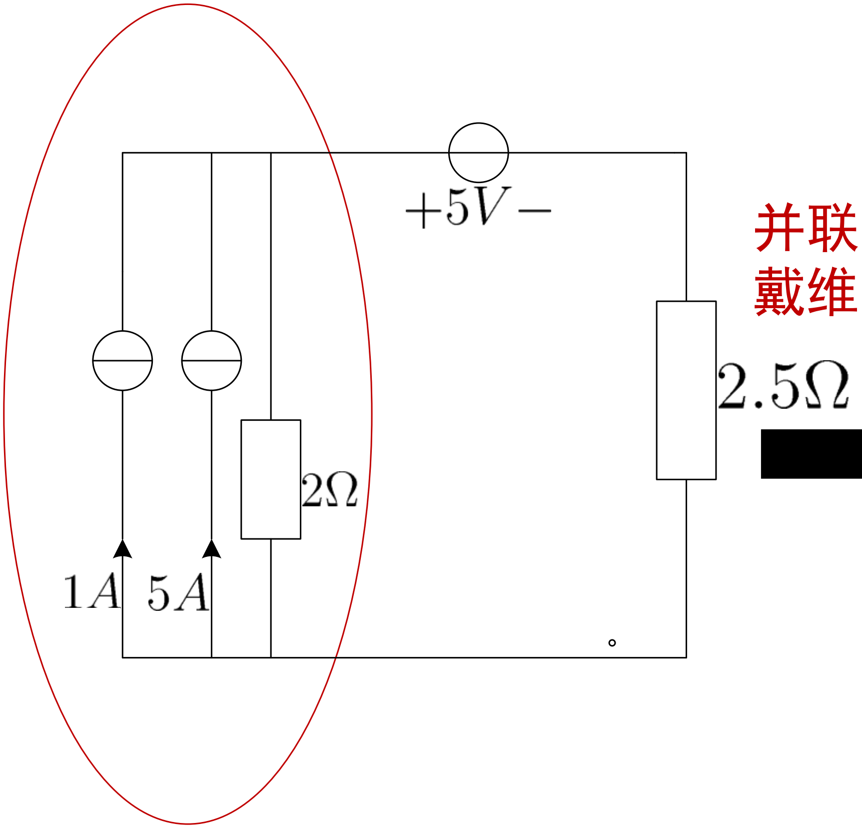


①3Ω电阻电路性能无影响，与电流源串联

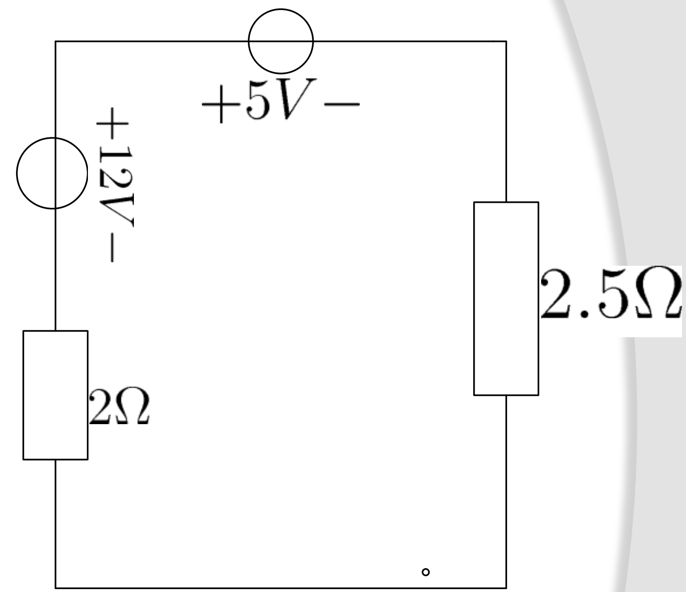
②4Ω电阻对电路无贡献，与电压源串联

③电压源串联电阻进行诺顿等效

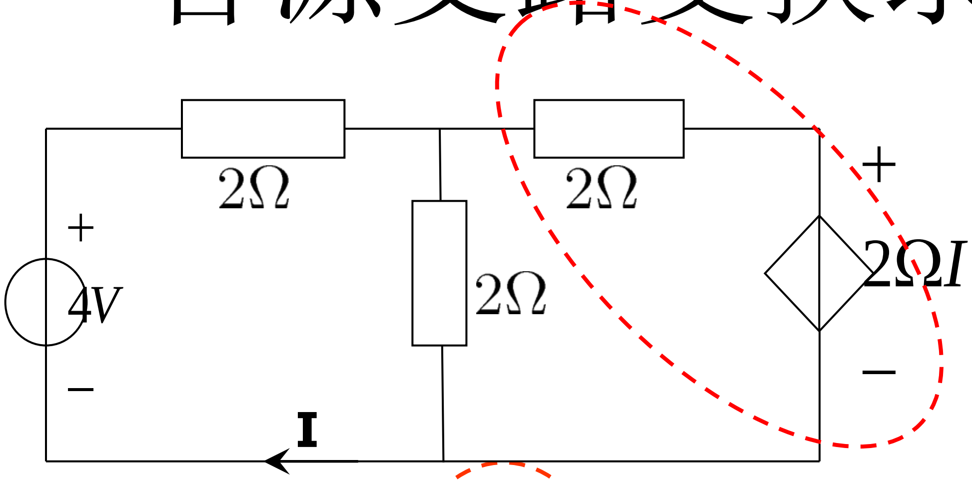
电路等效

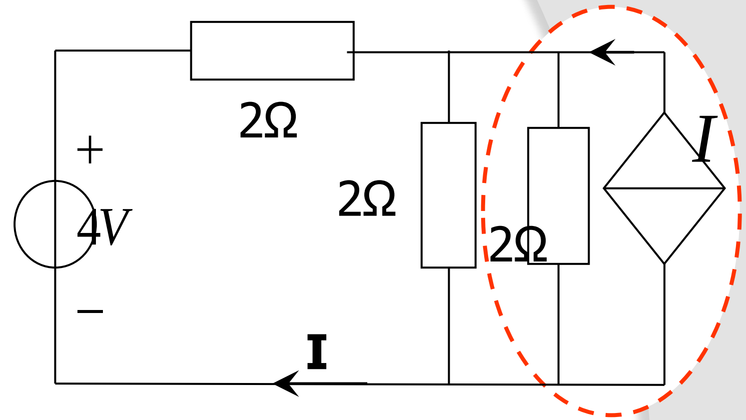


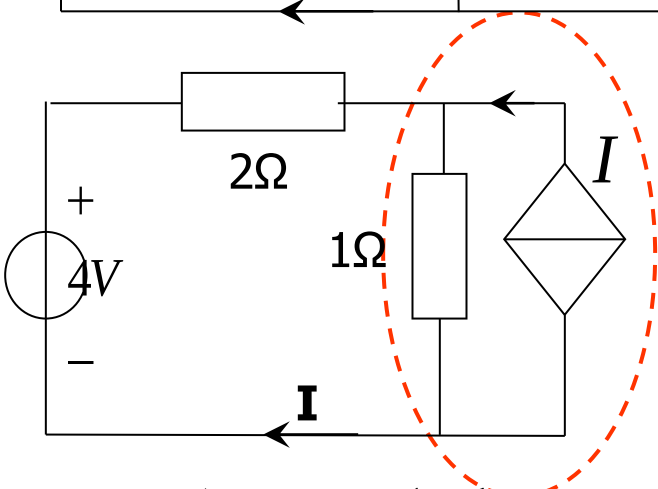
并联电流源相加
戴维南等效

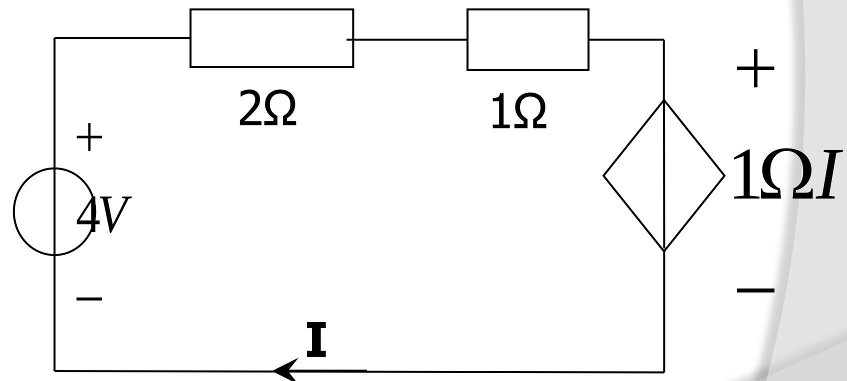


含源支路变换求解例子









回路KCL方程

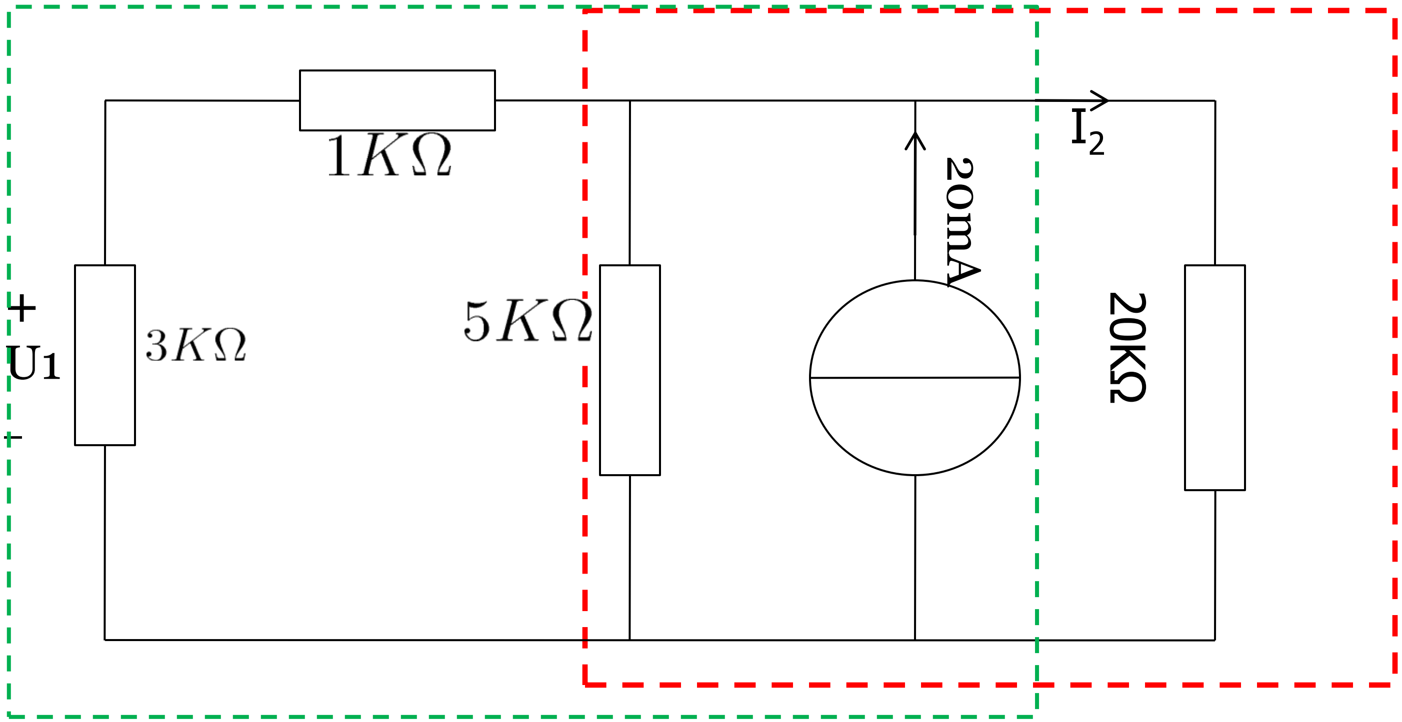
$$4V = 2\Omega \cdot I + 1\Omega \cdot I + 1\Omega I$$

$$I = 1A$$

受控源按照独立源等效

必须保留控制支路！

电源等效举例



1、求解U_1。将红线框内电路进行戴维南等效，然后利用串联分压即可算出上电阻的电压

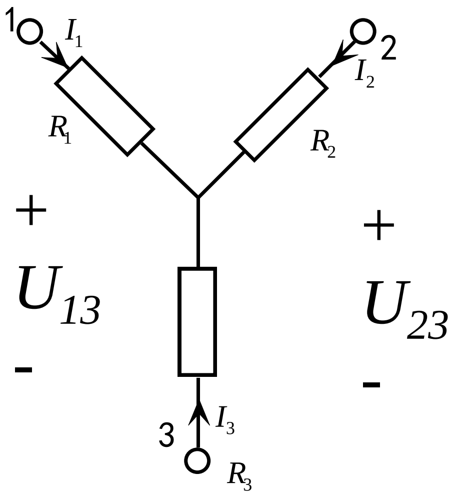
2、求解I_2。将绿线框内电路进行诺顿等效，然后利用并联分流计算20KOhm支路上电流；进一步将绿色虚线框内电路进行戴维南等效，然后计算I_2

线性直流电路 三角形连接和星形连接

- 三角形连接和星形连接
  - 三端口网络
  - 相互等效

- 三角形连接和星形连接的等效问题
  - 等效定义
    - 三个端口的电流电压特性完全相同
  - 三个端口施加电压，求出各自电流
  - 根据三个端口的等效电阻画出

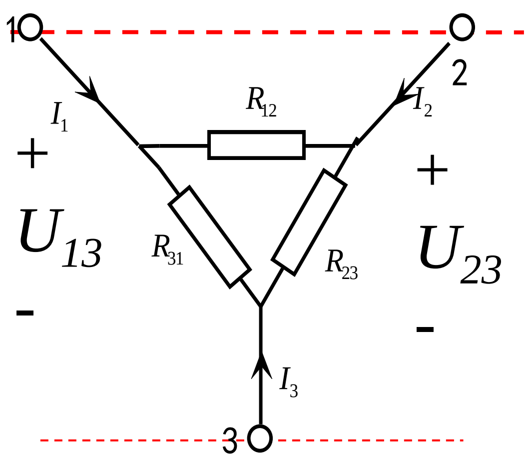
线性直流电路 电阻的星形和三角形连接



$$\begin{bmatrix} U_{13} \\ U_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

R和G满足何条件时两个电路等价？

电路等价：在任何一个端口上具有相同的电压电流关系。



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{12} + G_{13} & -G_{12} \\ -G_{12} & G_{12} + G_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{13} \\ U_{23} \end{bmatrix}$$

三角形和星形连接等效

$$\begin{bmatrix} G_{12}+G_{31} & -G_{12} \\ -G_{12} & G_{12}+G_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2+R_3 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}\begin{bmatrix} R_2+R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2+R_3 \end{bmatrix}$$

$$R_{12} = \frac{1}{G_{12}} = \frac{G_1+G_2+G_3}{G_1G_2}$$

$$R_{23} = \frac{1}{G_{23}} = \frac{G_1+G_2+G_3}{G_2G_3}$$

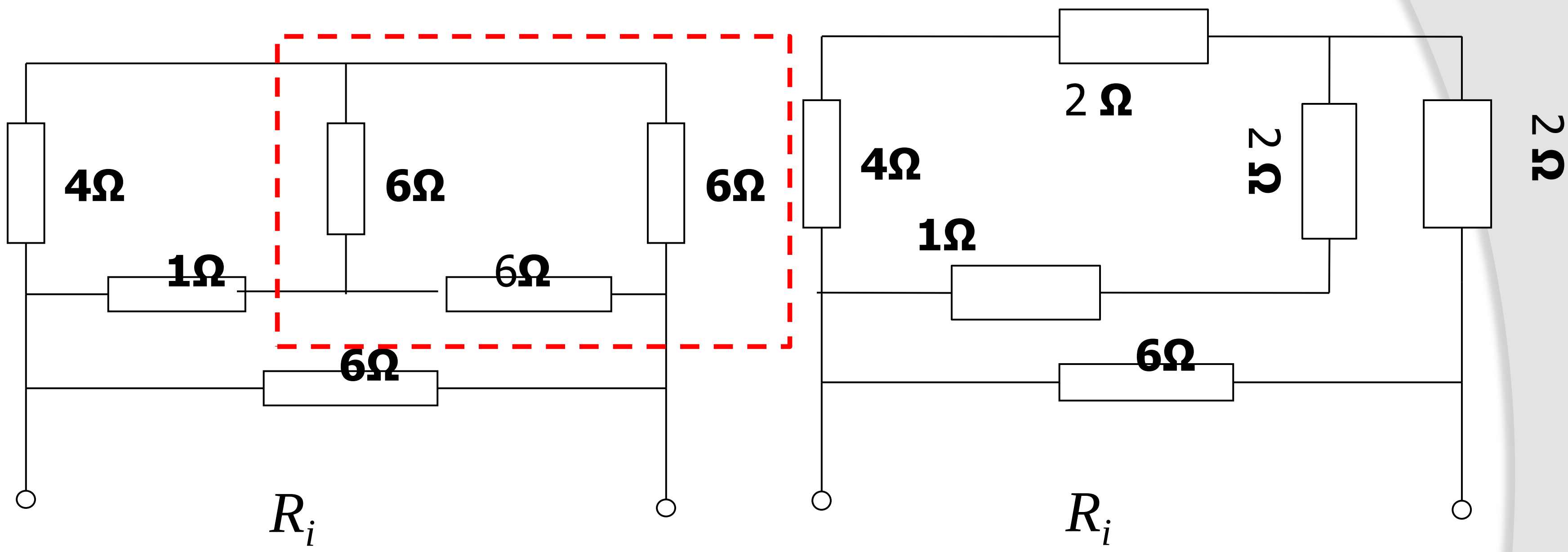
$$R_{31} = \frac{1}{G_{31}} = \frac{G_1+G_2+G_3}{G_3G_1}$$

采用相同阻值的三角形连接和星形连接等价的充分必要条件时：

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

$$R_{12} = R_{23} = R_{31} = 3R$$

线性直流电路 三角形和星形连接等效举例



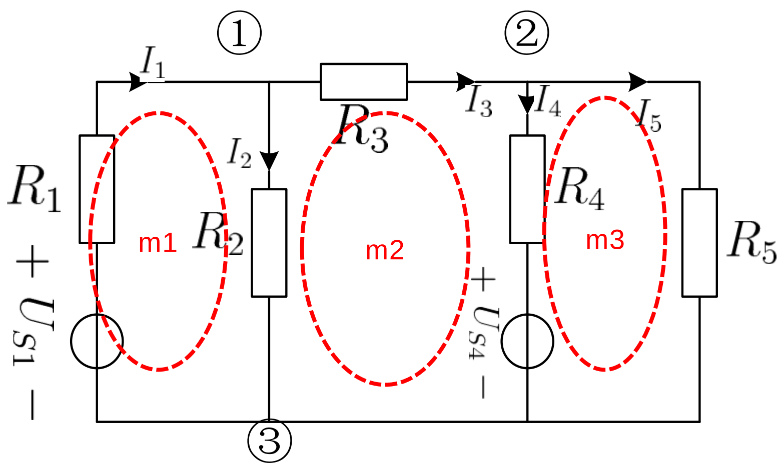
Step 1: $\Delta \rightarrow$ Star

Step 2: .....

线性直流电路 支路电流法

- 电路结构特点
  - b条支路，n个节点，电源和电阻参数已知
- 支路电流法
  - 写出b个支路电流,b个支路电压作为待求量
    - 2b个未知数
  - 对N-1个节点做KCL方程
  - 选择b-(N-1)个回路KVL方程
  - 还有b个支路的电压-电流关系方程
    - 将每个支路的电压利用电流表达出来，代入到前面的b-(N-1)个方程
  - 2b个方程，2b个支路电流未知数

线性直流电路 支路电流法-example



讨论：

1、2个独立节点，2个独立KCL方程

2、3个独立网孔，3个独立的KVL方程

3、5个待求未知数，可求解电路

$$\text{KVL m1}: U_{S1} = I_1R_1 + I_2R_2$$

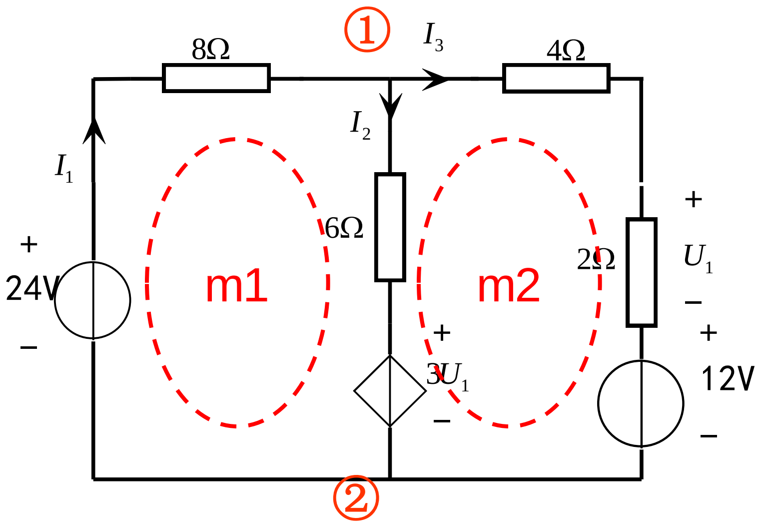
$$\text{KVL m2}: -I_2R_2 + I_3R_3 + I_4R_4 = -U_{S4}$$

$$\text{KVL m3}: -R_4I_4 + I_5R_5 = U_{S4}$$

$$\text{KCL@1}: -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\text{KCL@2}: -I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

线性直流电路 支路电流法



$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 8 & 6 & 6 \\ 0 & -6 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 24 \\ -12 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow I_1 = \frac{12}{7}A, I_2 = 2A, I_3 = -\frac{2}{7}A$$

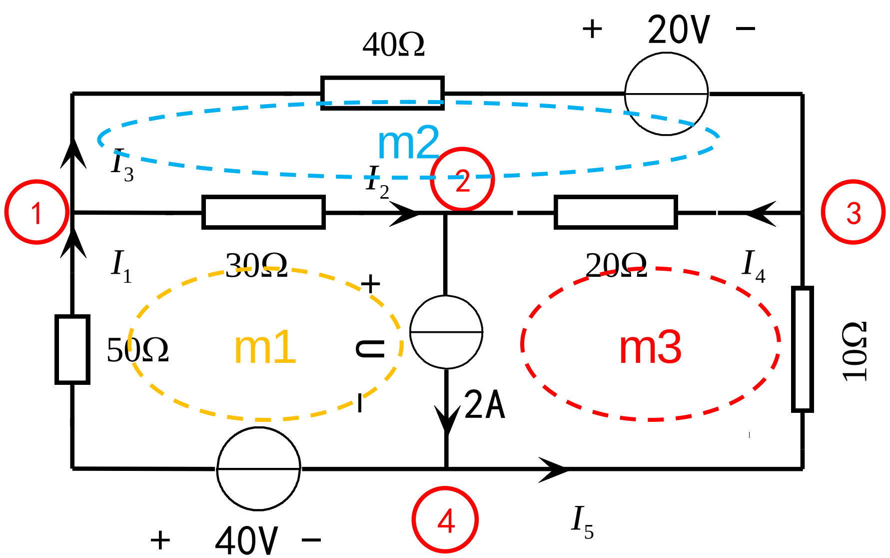
$$\text{KCL@1:} \quad -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\text{KVL@m1:} \; 24V = 8\Omega \times I_1 + 6\Omega \times I_2 + 3U_1$$

$$\text{KVL@m2:} \; 6\Omega \times I_2 + 3U_1 = I_3 \times 4\Omega + I_3 \times 2\Omega + 12V$$

$$U_1 = I_3 \times 2\Omega$$

电流源支路



$$\text{KCL@1:}\quad -I_1+I_2+I_3=0$$

$$\text{KCL@2:}\quad -I_2+I_4+2A=0$$

$$\text{KCL@3:}\quad -I_3+I_4-I_5=0$$

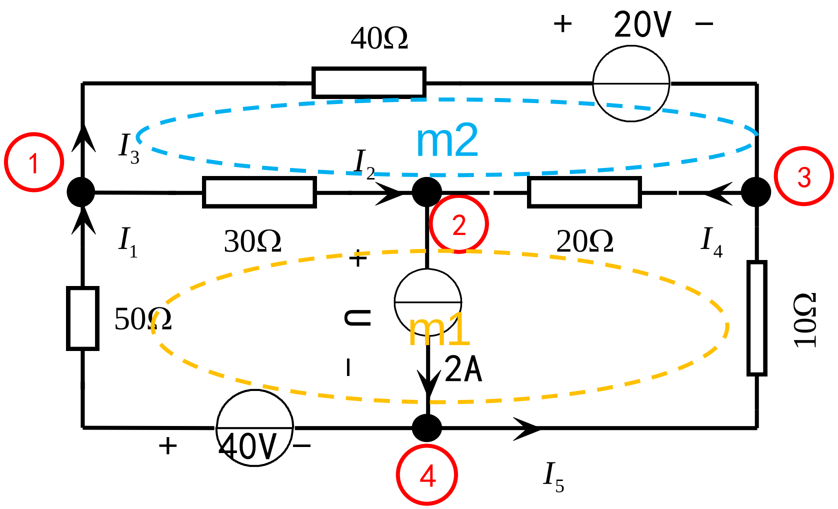
电流源支路没有未知的电流变量，但是无法利用电流表达电压来列出KVL方程。需要单列一个电压参数列KVL，方程数与未知数个数仍然相同！

$$\text{KVL@m1:}\ I_1\cdot 50\Omega+I_2\cdot 30\Omega-40V+U=0$$

$$\text{KVL@}m2: I_3\cdot 40\Omega+20V+I_4\cdot 20\Omega-I_2\cdot 30\Omega=0$$

$$\text{KVL@}m3: -I_4\cdot 20\Omega-I_5\cdot 10\Omega-U=0$$

支路电流法-含电流源支路



$$\text{KCL@1:} \quad -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\text{KCL@2:} \quad -I_2 + I_4 + 2A = 0$$

$$\text{KCL@3:} -I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

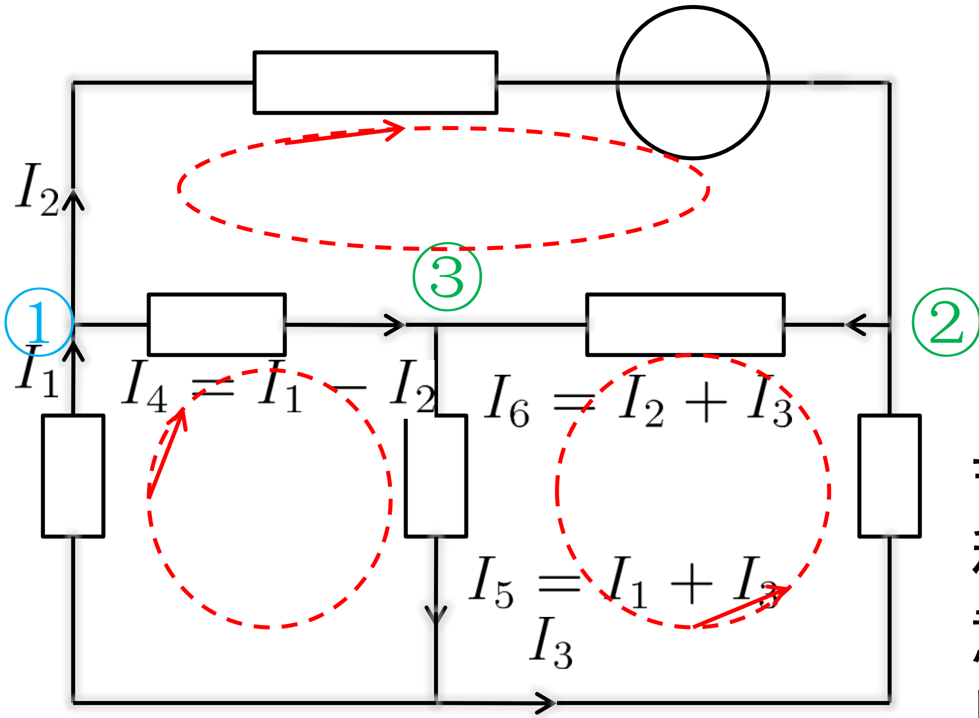
思路2：选择回路时，不将独立源支路作为选择的回路的一个边

所列的KVL方程数目减少1个，未知数也减少一个
未知数与方程个数一致！

$$\text{KVL@m1:} \; I_1 \cdot 50\Omega + I_2 \cdot 30\Omega - I_4 \cdot 20\Omega - I_5 \cdot 10\Omega - 40V = 0$$

$$\text{KVL@m2:} \; I_3 \cdot 40\Omega + 20V + I_4 \cdot 20\Omega - I_2 \cdot 30\Omega = 0$$

Toy Example



利用KCL可以得到下述方程

$$I_4 = I_1 - I_2$$

$$I_6 = I_2 + I_3$$

$$I_5 = I_4 + I_6 = I_1 + I_3$$

节点为n的电路，独立KCL方程一共有n-1个。因此已知任意的b-n+1个支路电流，均可以写出其他的n-1个支路电流。

独立的回路数目！

对于b支路，n节点的电路，需要多少个支路电流即可完整的表示所有的支路电流？

线性直流电路-回路电流法

- 支路电流法缺点
  - 待求未知数的数量和支路数目相同，所需方程较大
- 回路电流法
  - 选定任意的b-n+1个支路
    - 利用b-n+1个支路表达所有的支路电流
  - 选择b-n+1个独立回路
    - b-n+1个支路仅属于对应的独立回路
  - 列出b-n+1个回路对应的KVL方程

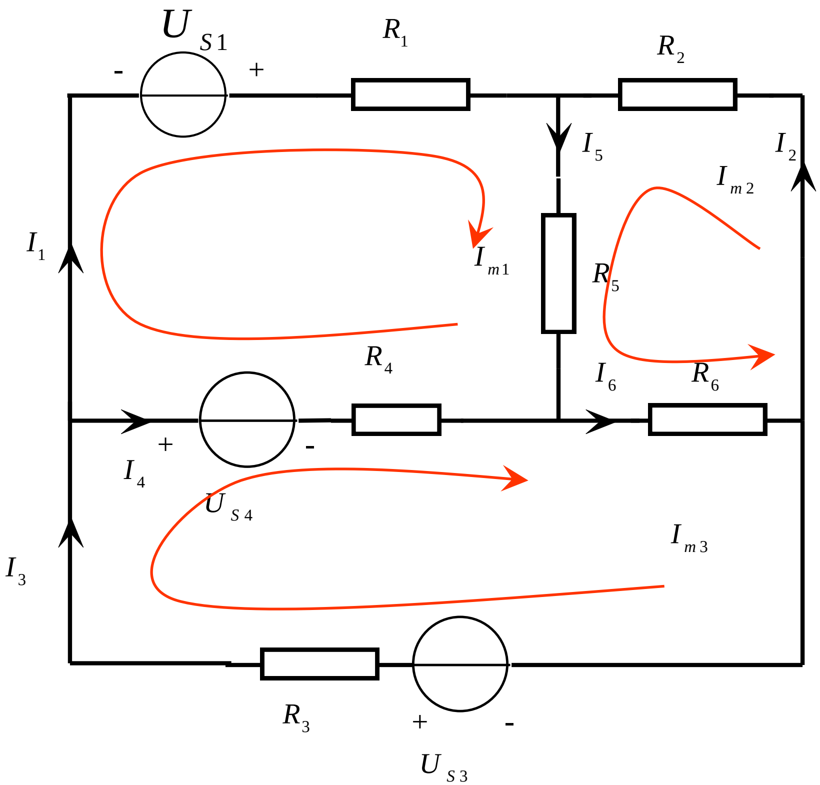
回路电流法的KCL方程不独立，为什么？

在写支路电流时已经默认使用了KCL才可能写出支路电流

回路电流法

- 回路电流方程的列写
  - 回路选择
    - 选择*b-(n-1)* 个独立回路，将仅属于该回路的某支路电流表达为回路电流
    - 各回路电流 表达支路电流
    - 使用各支路电流表达KVL方程
  - 注意事项
    - 列取KVL方程必须注意电压电流是否选择关联参考方向
    - 回路选择必须是独立回路，即选择的回路至少有一条支路没有出现在以前所选择的回路当中

线性直流电路 回路电流法



考虑任何一个独立回路，自己的回路电流贡献的电压对所有支路都发生作用，其他相邻回路贡献的电压仅仅在相临支路上贡献，如果流向相同就‘+’，流向相反就为‘–’，于是可以得到所有回路的电压代数方程

$$\text{KVL} \quad m1: R_1 I_{m1} + R_5 (I_{m1} + I_{m2}) + R_4 (I_{m1} - I_{m3}) - U_{S4} - U_{S1} = 0$$

$$\text{KVL} \quad m2: R_6 (I_{m2} + I_{m3}) + R_5 (I_{m1} + I_{m2}) + R_2 I_{m2} = 0$$

$$\text{KVL} \quad m3: R_4 (I_{m3} - I_{m1}) + R_6 (I_{m3} + I_{m2}) + R_3 I_{m3} + U_{S4} - U_{S3} = 0$$

线性直流电路 回路电流法

$$\begin{cases} \left(R_1+R_4+R_5\right)I_{m1}+R_5I_{m2}-R_4I_{m3}=U_{S1}+U_{S4} \\ R_5I_{m1}+\left(R_2+R_5+R_6\right)I_{m2}+R_6I_{m3}=0 \\ -R_4I_{m1}+R_6I_{m2}+\left(R_3+R_4+R_6\right)I_{m3}=U_{S3}-U_{S4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{11}I_{m1}+R_{12}I_{m2}+R_{13}I_{m3}=\sum\limits_{m1}U_s \\ R_{21}I_{m1}+R_{22}I_{m2}+R_{23}I_{m3}=\sum\limits_{m2}U_s \\ R_{31}I_{m1}+R_{32}I_{m2}+R_{33}I_{m3}=\sum\limits_{m3}U_s \end{cases}$$

注意：将上述方程可以写成各回路的自有阻抗R_{ii}和回路之间的互阻抗R_{ij}组成的电阻矩阵和与电流矢量的乘积

线性直流电路 回路电流法

- 回路自阻
  - 一个回路上所有支路电阻之和
- 回路互阻
  - 在2个回路上的共同支路的电阻
  - 回路电流方向在本支路一致，互阻为正，否则为负
- 回路电源
  - 该回路馈电的所有电源电压的和
    - 如果电源电压正负极和电流参考方向一致，电流参考方向从正端入，负端出，电源记为负，否则记为正
      - 对回路电流正贡献就记为正，负贡献就记为负
    - 顺着回路方向电压增，则记为正，顺着回路方向电压降，即为负
  - 考虑独立电流源怎么处理？
    - 独立电流源仅仅包含在一个回路当中！

回路电流方程

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ \mathrm{I}_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{m1} U_S \\ \sum_{m2} U_S \\ \vdots \\ \sum_{m1} U_S \end{bmatrix}$$

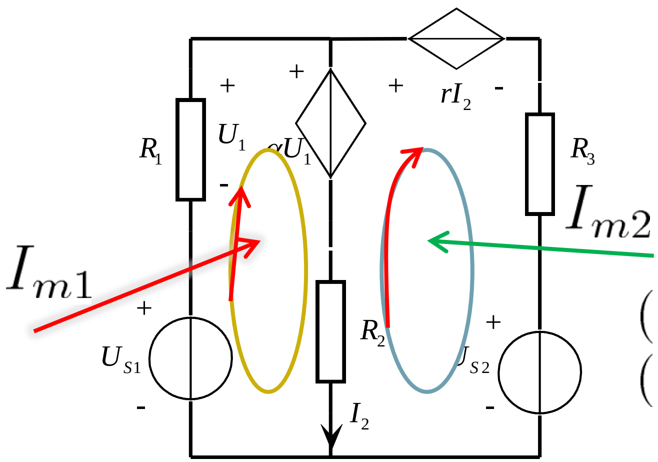
回路自阻

回路互阻

回路电流向量

电压源相量

线性直流电路 回路电流法



$$KVL@m1: I_{m1}(R_1+R_2) - I_{m2}R_2 = U_{s1} - \alpha U_1$$
$$KVL@m2: I_{m2}(R_2+R_3) - I_{m1}R_2 = \alpha U_1 - rI_2 - U_{S2}$$

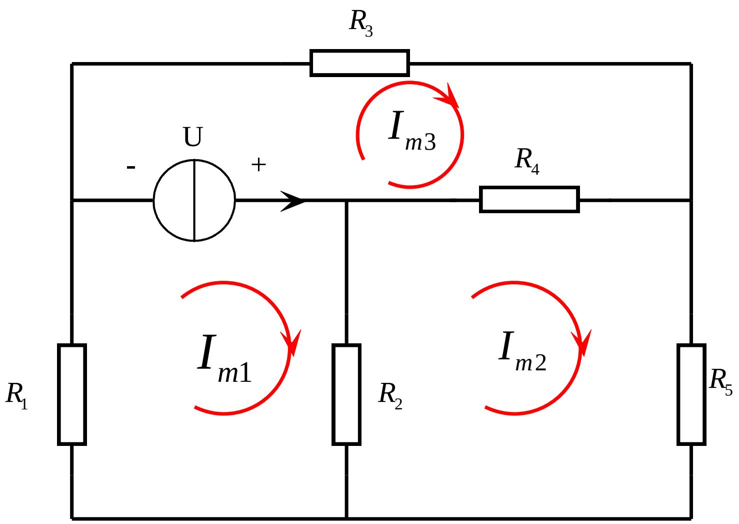
$$U_1 = -I_{m1}R_1$$
$$I_2 = I_{m1} - I_{m2}$$

$$(R_1+R_2-\alpha R_1)I_{m1} - R_2 I_{m2} = U_{S1}$$
$$(-R_2+\alpha R_1+r)I_{m1} + (R_2+R_3-r)I_{m2} = -U_{S2}$$

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{s1}+\alpha R_1 I_{m1} \\ rI_{m2}-U_{s2} \end{bmatrix}$$

- 对含有受控源的电路，回路电流方程组**不再保持对称性**
- 列方程时可以将**受控源等效为独立源**，另外增加受控方程作为**附属方程**，保持对称性

线性直流电路 回路电流法



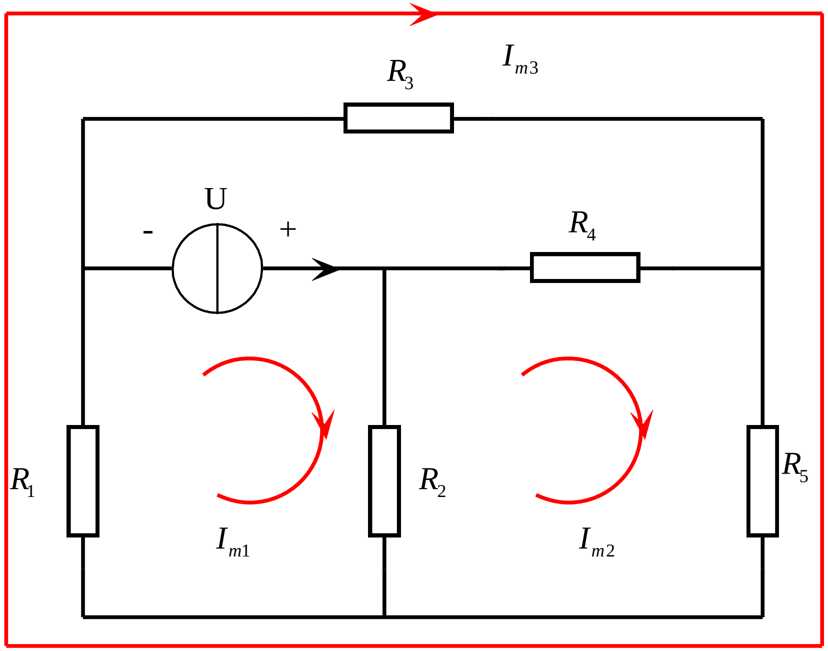
$$I_S = I_{m1} - I_{m3}$$

$$\text{KVL } m1 : \left(R_1 + R_2\right) I_{m1} - I_{m2} R_2 = U$$
$$\text{KVL } m2 : -R_2 I_{m1} + \left(R_2 + R_4 + R_5\right) I_{m2} - R_4 I_{m3} = 0$$
$$\text{KVL } m3 : -R_4 I_{m2} + \left(R_3 + R_4\right) I_{m3} = -U$$

$$\begin{bmatrix} R_2 + R_1 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_4 + R_5 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_3 + R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ I_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ 0 \\ -U \end{bmatrix}$$

$$I_s = I_{m1} - I_{m3}$$

线性直流电路 回路电流法



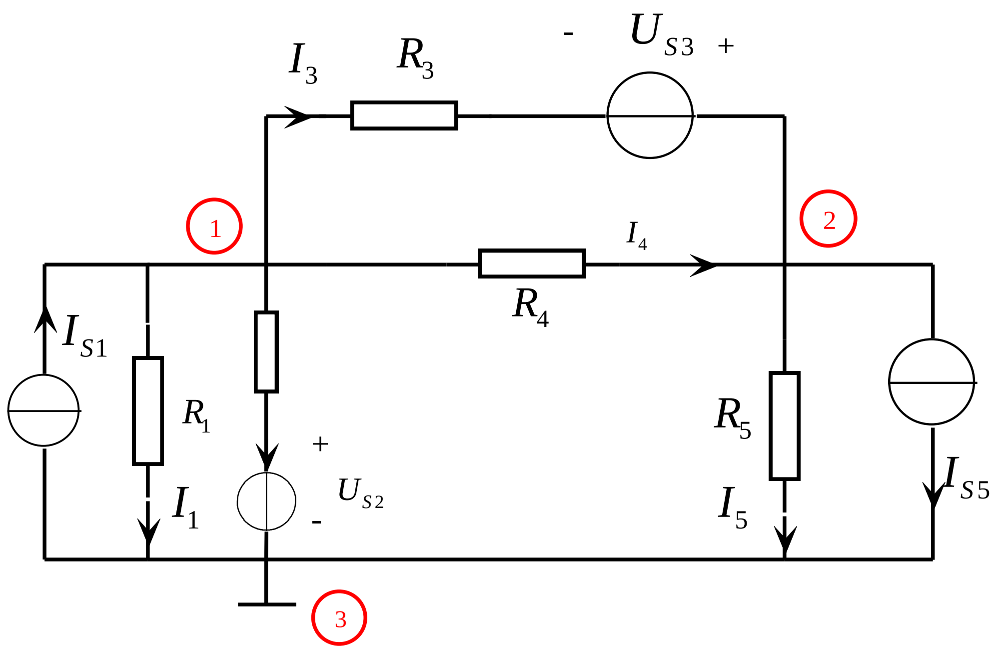
$$(R_1+R_2)\,I_S - R_2 I_{m2} + R_1 I_{m3} = U$$
$$-R_2 I_S + (R_2+R_4+R_5)\,I_{m2} + R_5 I_{m3} = 0$$
$$R_1 I_S + R_5 I_{m2} + (R_1+R_3+R_5)\,I_{m3} = 0$$

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 & R_1 \\ -R_2 & R_2+R_4+R_5 & R_5 \\ R_1 & R_5 & R_3+R_1+R_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_S \\ I_{m2} \\ I_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

线性直流电路 节点电压法

- 节点电压法
  - 任意选取1点作为参考节点
  - 写出其他各节点的节点电位
  - 写出各支路的支路电压（隐含使用KVL)
  - 写出各支路的电流方程
  - 使用KCL列出方程组(明确使用KCL)

线性直流电路 节点电压法

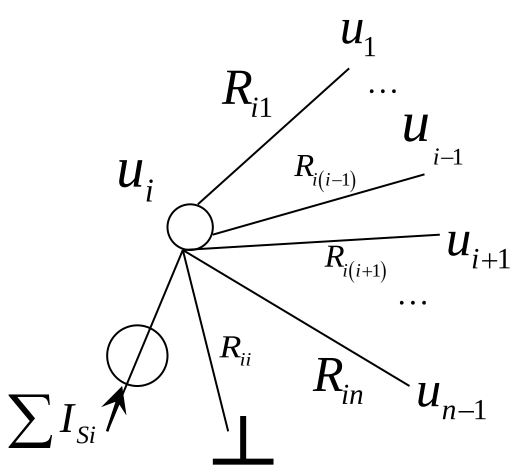


$$U_{n1}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)-U_{S2}\frac{1}{R_2}-I_{S1}-U_{n2}\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)+U_{S3}\frac{1}{R_3}=0$$

$$-U_{n1}\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)+U_{n2}\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)+I_{S5}-\frac{U_{S3}}{R_3}=0$$

线性直流电路 节点电压法

节点电压向量 $\mathbf{U} = \{u_i, 1 \le i \le n-1\}, u_n = 0$



1、将所有和节点i相连支路上的戴维南电路形式转变为诺顿形式

2、节点i流出的电流的总和

$$I_{total,out} = \sum_{j \ne i} \frac{(u_i - u_j)}{R_{ij}} + \frac{u_i}{R_{ii}}$$

节点i流向节点j的电流

节点i流出到地电流

$$I_{total,in} = \sum I_{Si} \longleftrightarrow I_{total,out} = u_i \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{R_{ij}} - \frac{u_1}{R_{i1}} - \cdots \frac{u_{i-1}}{R_{i(i-1)}} - \frac{u_{i+1}}{R_{i(i+1)}} - \cdots - \frac{u_{n-1}}{R_{i(n-1)}}$$

线性直流电路 节点电压法

节点i所有连接
的电导之和

节点电
流源

$$\left[-\frac{1}{R_{i1}},\cdots,-\frac{1}{R_{i(i-1)}},\sum_{i=1}^{n-1}\frac{1}{R_{ij}},-\frac{1}{R_{i(i+1)}}\ \cdots\ -\frac{1}{R_{i(n-1)}}\right]\begin{bmatrix}u_1\\ \vdots\\ u_{i-1}\\ u_i\\ u_{i+1}\\ \vdots\\ u_{n-1}\end{bmatrix}=\sum I_{S_i}$$

节点i和其他节点之
间的电导的相反数

节点电压向量

线性直流电路 节点电压法

- 自导
  - 和节点直接相连的各支路电导之和
- 互导
  - 节点间各支路电导之和的相反数
- 电流代数和
  - 各支路电源对节点的电流代数和
    - 流入为正，流出为负

线性直流电路 节点电压法

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1(n-1)} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{(n-1)1} & G_{(n-1)2} & \cdots & G_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ \vdots \\ U_{n(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum\limits_{1} I_S + \sum\limits_{1} GU_S \\ \sum\limits_{2} I_S + \sum\limits_{2} GU_S \\ \vdots \\ \sum\limits_{n-1} I_S + \sum\limits_{n-1} GU_S \end{bmatrix}$$

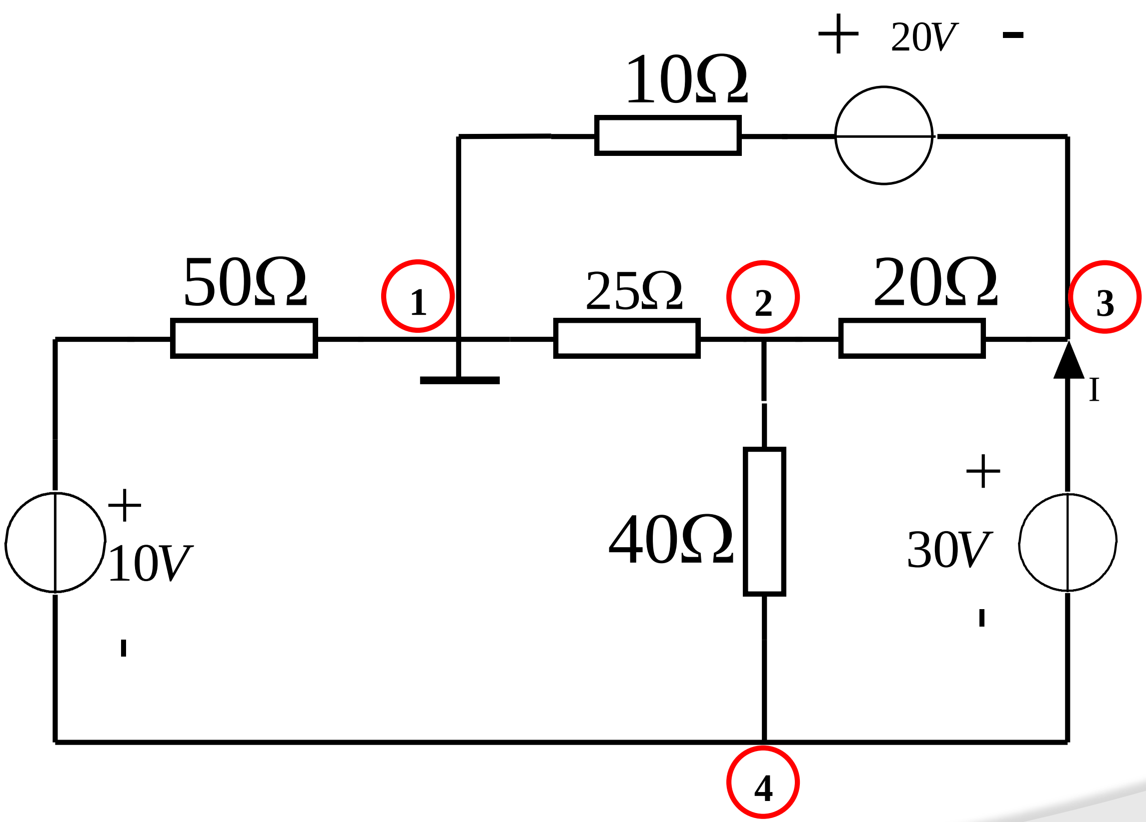
电导矩阵

节点电压向量

节点源电流方程

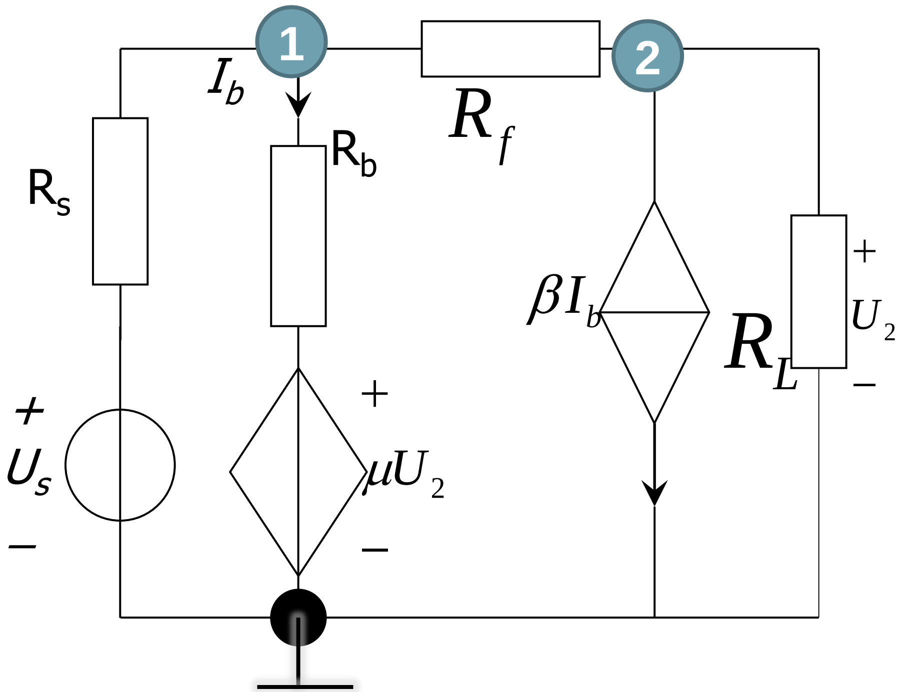
线性直流电路 节点电压法

1为参考节点



列KCL方程，将U少了一个节点电压未知数，增加了电流未知数，未知数个数未变，方程个数未变

线性直流电路 节点电压法-含受控源

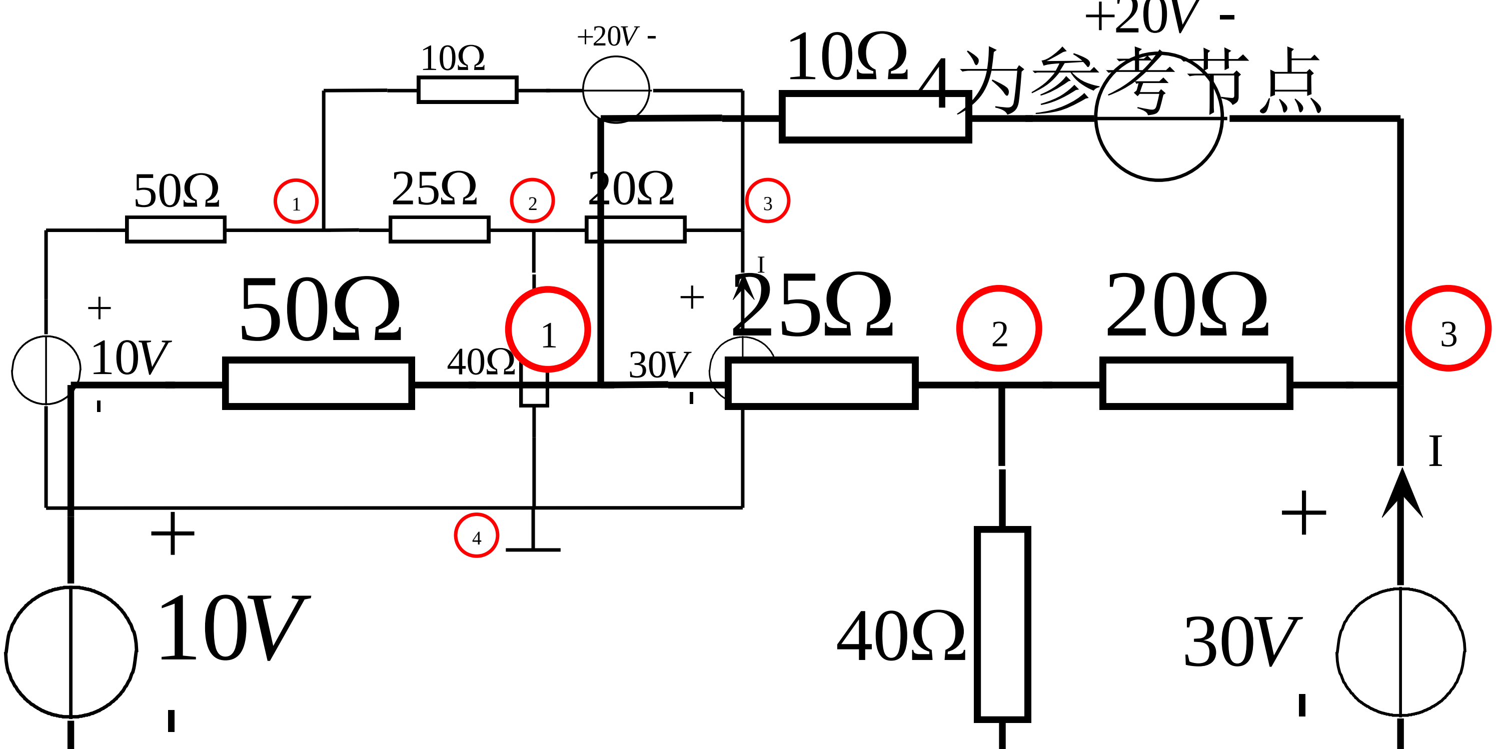


电压源并入到电流源中
受控源按照独立电源处理
增加受控方程

$$I_b = \frac{U_1 - \mu U_2}{R_b}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_f} & -\frac{1}{R_f} \\ -\frac{1}{R_f} & \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_s}{R_s} + \frac{\mu U_2}{R_b} \\ -\beta I_b \end{bmatrix}$$

线性直流电路 节点电压法



$$\left(\frac{1}{50\Omega}+\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{10\Omega}\right)U_{n1}-\frac{1}{25\Omega}U_{n2}-\frac{1}{10\Omega}U_{n3}=-\frac{1}{10\Omega}20V+\frac{1}{50\Omega}10V$$

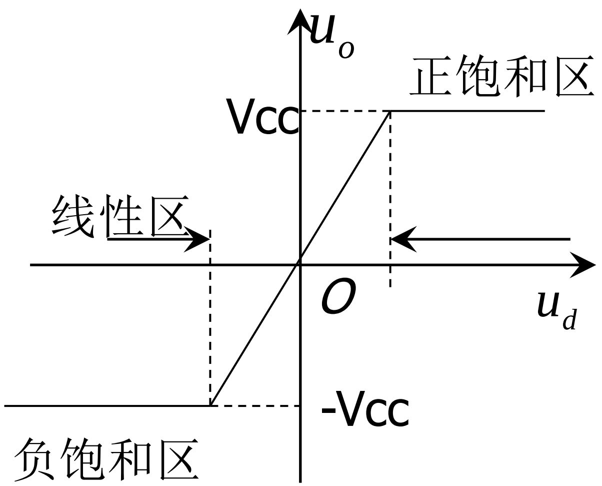
$$\left(\frac{1}{40\Omega}+\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{20\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{25\Omega}U_{n1}-\frac{1}{20\Omega}U_{n3}=0$$

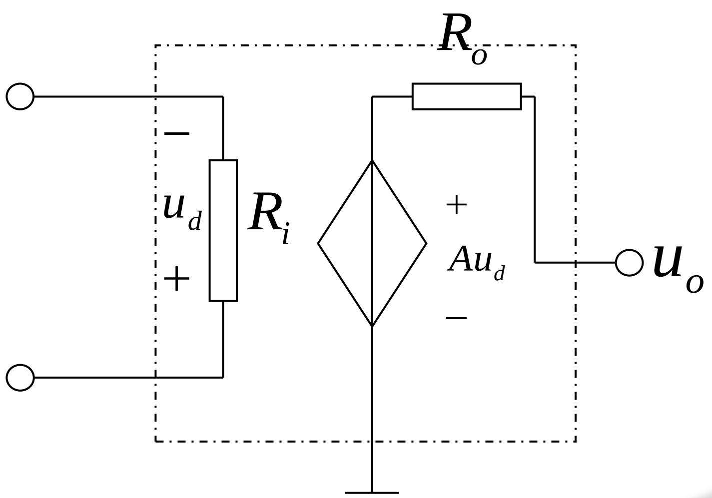
$$-\frac{1}{10\Omega}U_{n1}-\frac{1}{20\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{20\Omega}\right)U_{n3}-I=\frac{20V}{10\Omega}$$

$$U_{n3}=30V$$

运算放大器

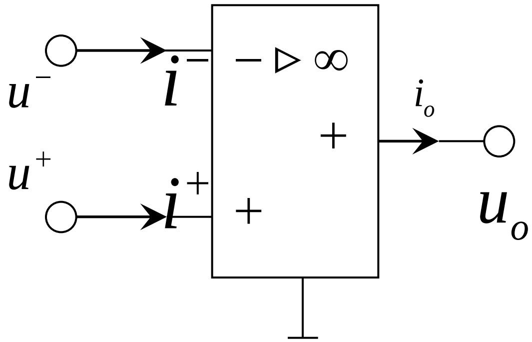
- 运算放大器结构和电特性
  - 高放大倍数
  - 输入端口是差分输入电压

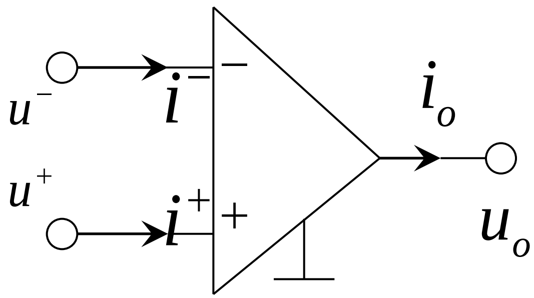




A理想值为无穷，输入电阻R_i无穷，输出电阻为0

理想运算放大器模型





- 输入电阻无穷大

$$i^- = 0, i^+ = 0$$

类似于断路，虚断！

- 开环增益无穷大

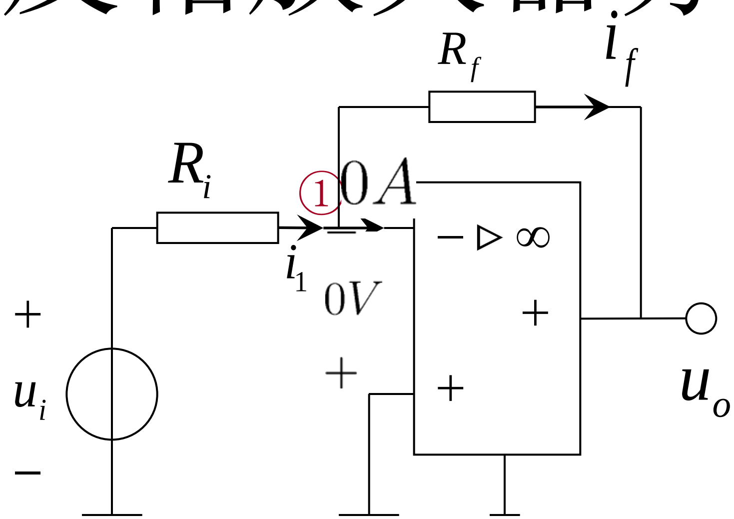
$$u_d = u^+ - u^- = 0$$

类似于短路，虚短！

运算放大器电路分析

- 运算放大器电路分析原理
  - 利用输入端口的电压、电流均等于0的原理进行分析
  - 输出端口的电压、电流取决于运算放大器之外的其他电路
- 主要应用模式
  - 反相放大器
  - 同相放大器
  - 加法器
  - 差分放大器

反相放大器分析

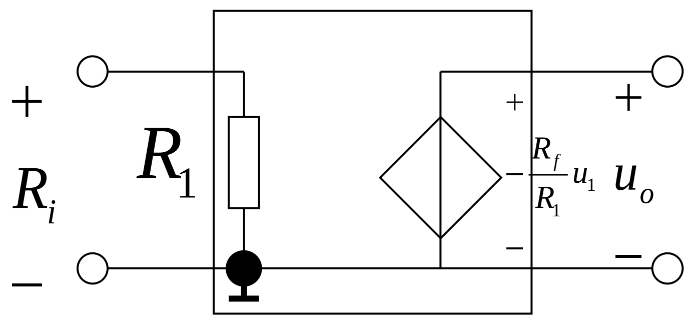


反相放大器电路

$$i_1 = i_f$$ KCL, 虚断

$$\frac{u_i - 0V}{R_i} = \frac{0V - u_o}{R_f}$$ 虚短，输入端电压为0

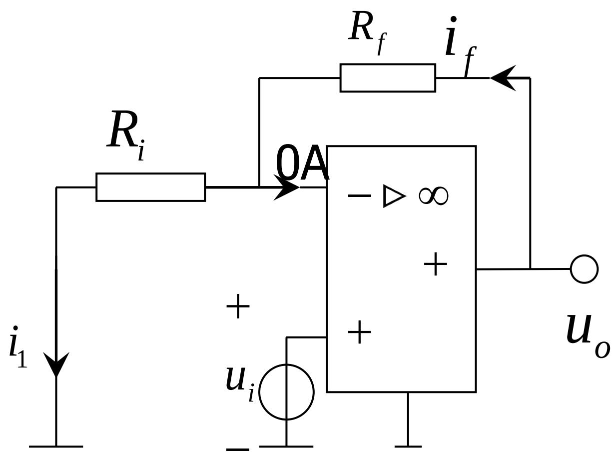
$$u_o = -R_f \frac{u_i}{R_i}$$



等效电路

讨论：反相放大器的输出仅仅和输入电压以及外接电阻相关，可以用于实现高精度和高稳定度的电压变换

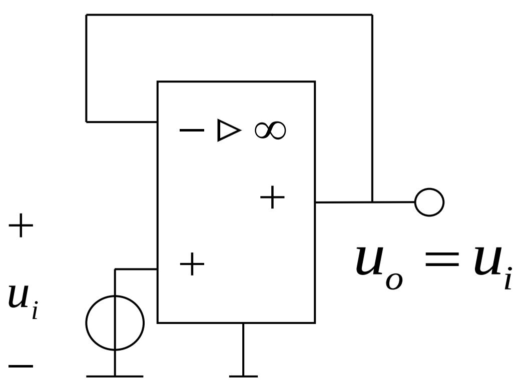
同相放大器



同相放大器电路

$$\frac{u_i}{R_i} = \frac{u_o - u_i}{R_f}$$

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) u_i$$



电压跟随器

考虑 R_i 为开路，反馈电阻$R_i = R_f$ 时，同相放大器变成一个电压跟随器，主要用在电压隔离和信号耦合上

线性直流电路总结

- 重点内容
  - 何谓等效？电压电流关系一致则为等效
  - 戴维南电路与诺顿电路之间的等效
  - 支路电流法

    n-1 KCL方程

    b-n+1 KVL方程
  - 回路电流法

    b-n+1 KVL方程
  - 节点电压法

    n-1个 KCL方程

电路定理

- 理论基础
  - KCL KVL 电压电流关系决定了电路所有行为
  - 电压电流关系一致的电路行为不具有可区分性
- 研究对象
  - 重点研究一类电路的行为
- 主要定理
  - 置换定理
  - 线性定理
  - 特勒根定理
  - 等效电源定理
  - 互易定理

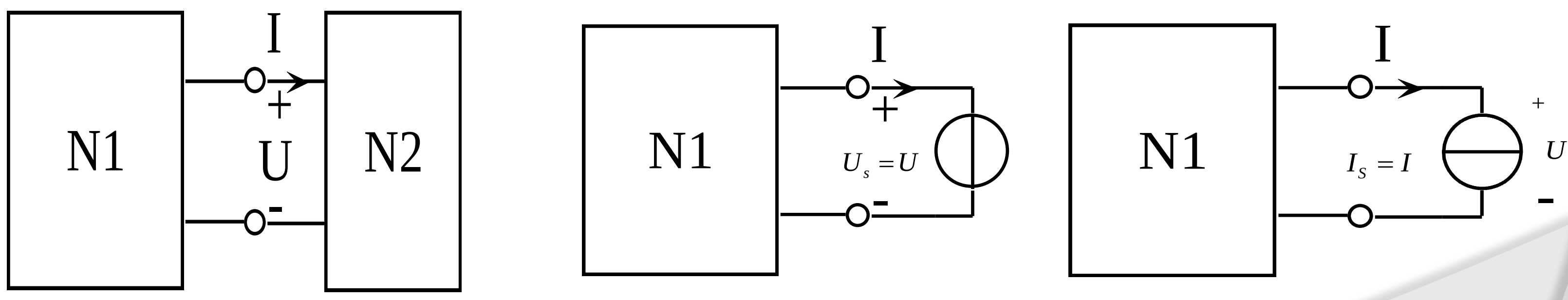
作业

3.1 3.3 3.5 3.6(a-d)

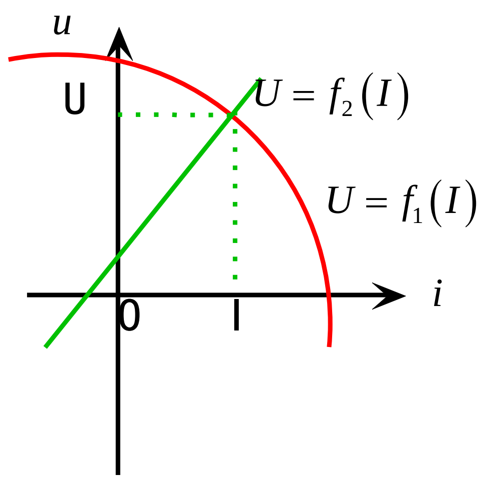
3.8 3.11 3.14-3.16 3.20

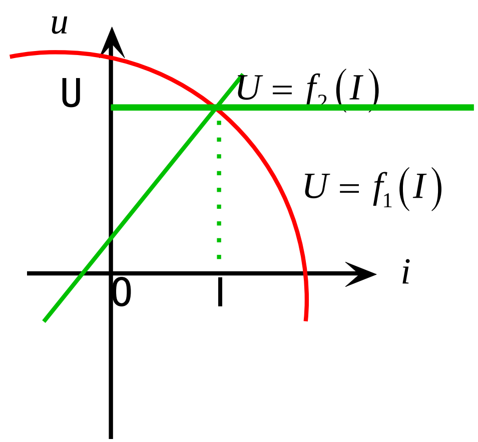
电路定理

- 置换定理
  - 在任意线性和非线性电路中，若某一端口的电压和电流为 U和I,则可用U_S=U或者I_S=I的电流源进行来置换此一端口，而不影响电路中其他部分的电流和电压



置换定理





$$U=f_1(I)\rightarrow N_1$$

$$U=f_2(I)\rightarrow N_2$$

N1和N2的电压电流关系我们可以看出在U_s=U时对应的电压电流关系完全一致，因此2个电路从电路特性上完全一致

置换定理

- 置换定理成立条件
  - 电路有唯一解
  - 除了被置换部分,其他部分在置换前后必须保持完全一致
- 置换举例
  - 电压差为0的2个节点可以直接短路进行分析
  - 电流为0的支路可以可以直接断开

关于置换定理的严格数学证明

- 针对群体-线性直流电路
- 置换对象-支路电压或者支路电流

不妨假设支路 b_{01} 的电压为 u_{01}，将第*0*个节点选择为参考地，则利用节点电压法可以得到：

$$\mathbf{GU} = \mathbf{I}_S$$

考虑将$u_1 = U_1$代入到上述方程，并删除原方程组的第一行，可以知道此时方程的解不变，于是置换定理成立。

同样的方法电流源替换同电流量的支路，也不改变电路的其他部分。

线性电路中有关响应和激励的关系

节点电压法

$$\mathbf{GU} = \mathbf{I_S}$$

$$\Longrightarrow \mathbf{U} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{I_S}$$

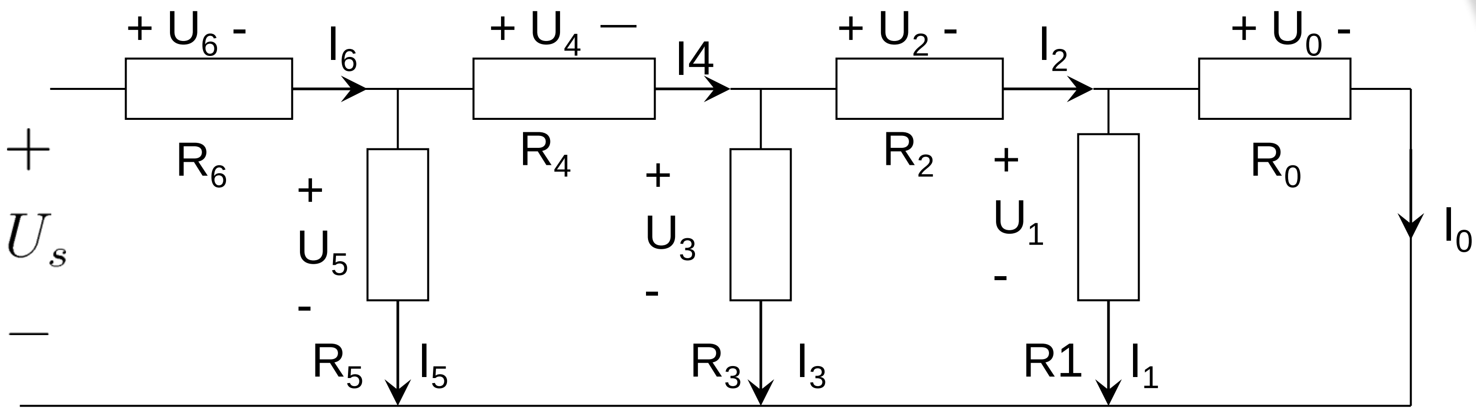
$$\Longrightarrow u_i = (G^{-1})_i \mathbf{I_S}$$

矩阵的第i行

节点i的电压可以看作是电流源列向量的线性组合

利用回路电流法求各回路电流也可以得到类似的结论：即回路电流是电压源列向量的线性组合，进一步支路电流也是电压源列向量的线性组合

齐次定理应用

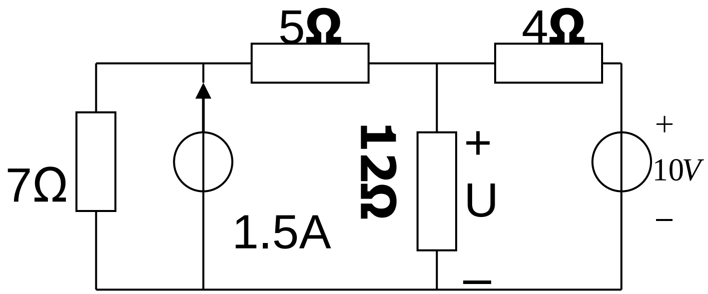


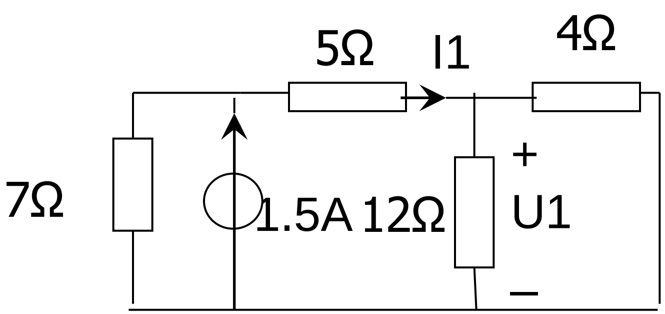
$$R_0 = R_2 = R_4 = R_6 = 4\Omega, R_1 = R_3 = R_5 = 9\Omega$$

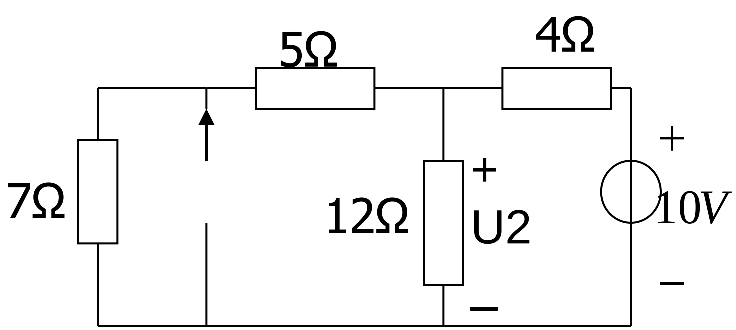
Q1:$I_0 = 1A, U_S = ?$

Q2:$U_s = 66V, I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6 = ?$

叠加定理应用







电路中由2个独立电源驱动，所有的元件均为线性元件，因此可以使用使用叠加原理：

Step1: 短路电压源，计算12 Ω电阻电压U_1

Step2: 开路电流源，计算12 Ω电阻电压U_2

Step3: $U = U_1+U_2$

$$I_1 = \frac{1.5A \times 7\Omega}{7\Omega + 5\Omega + 3\Omega} = 0.7A$$

$$U_1 = I_1 \times 3\Omega = 2.1V$$

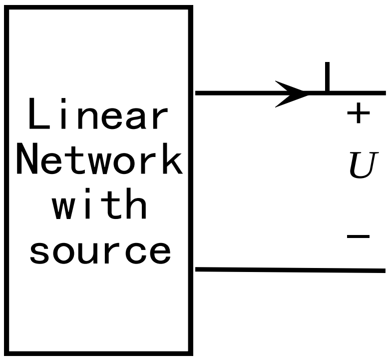
$$U_2 = 6V$$

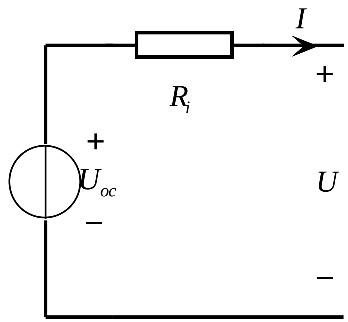
$$U = U_1 + U_2 = 8.1V$$

等效电源定理

- 戴维南定理(Thevenin’s theorem)
  - 线性含源1端口网络的对外作用可以用一个电压源串联电阻的电路来等效
  - 该电源的源电压等于等于该1端口网络的开路电压
  - 该电源的内阻等于1端口网络内部各独立电源置零后的所得无独立源一端口网络的等效电阻

等效电源定理 戴维南定理





$$U = A_0 I + \sum A_k X_k$$

$$U = A_0 I + B_0$$

考虑X_k是内部电源变量（包括独立电压源，独立电流源），考虑电路是线性电路（不一定是线性直流电路），可以看出在端口的电压电流关系可以写成一个线性方程组的形式:

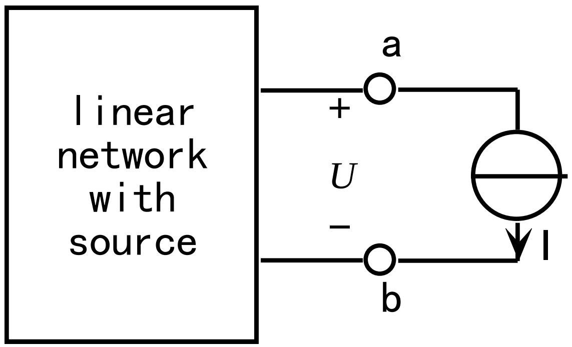
一部分是由线性含源网络输入决定的，另一部分是由输出在端口的电流I决定的.

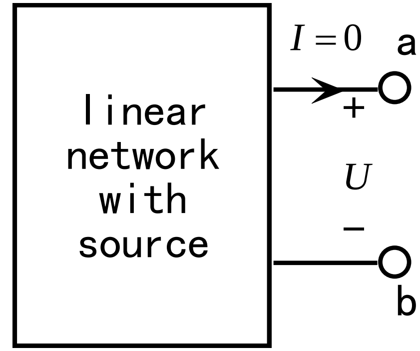
可以看出在:

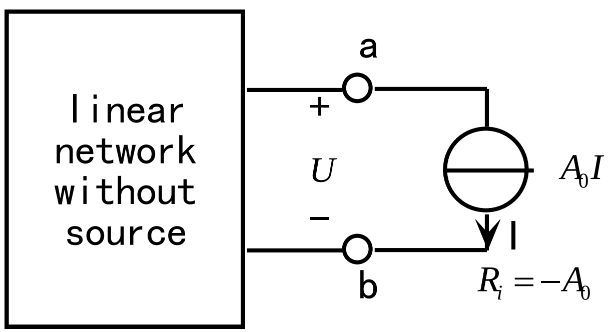
当 I=0即含源一端口网络的开路电压为B

当U = 0时A0 = -B0/I，即等效电阻的负值

等效电源定理 戴维南定理







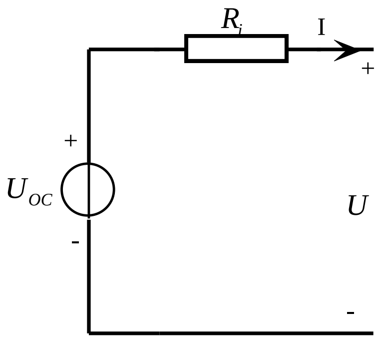
$$B_0 = U_{oc}$$

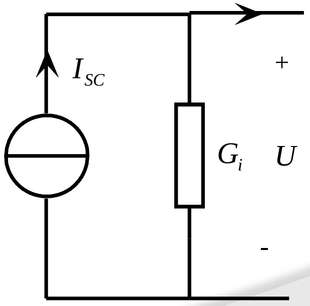
$$A_0 = \frac{U}{I} = -R_i$$

$$U = U_{oc} - R_i I$$

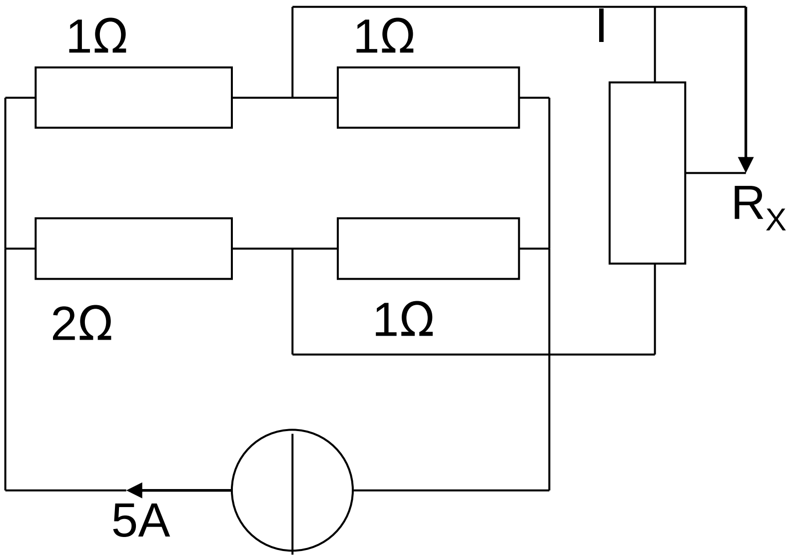
等效电源定理 诺顿定理

- 诺顿定理 Norton’s Theorem
  - 含源一端口网络可以用电流源并联电导的电路来等效代替。
  - 电流源电流等于1端口网络的短路电流
  - 并联电导为独立源置0后的一端口网络的等效电导





电源等效定理的应用



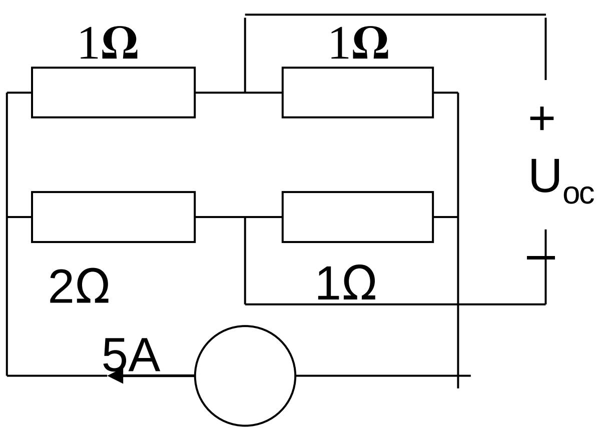
求：R_X=0Ω，0.8Ω，1.6Ω的支路电流和功率

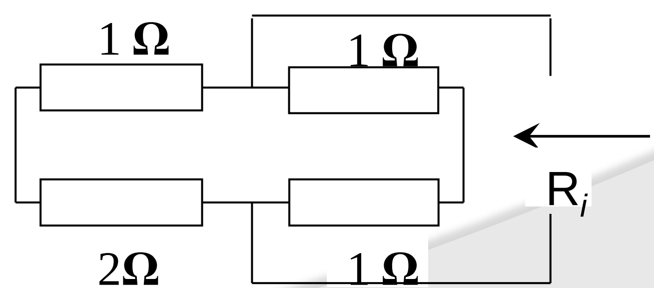
$$\textbf{Step 1:}\ U_{oc} = 1V$$

$$\textbf{Step 2:}\ R_i = 2\Omega // 3\Omega$$

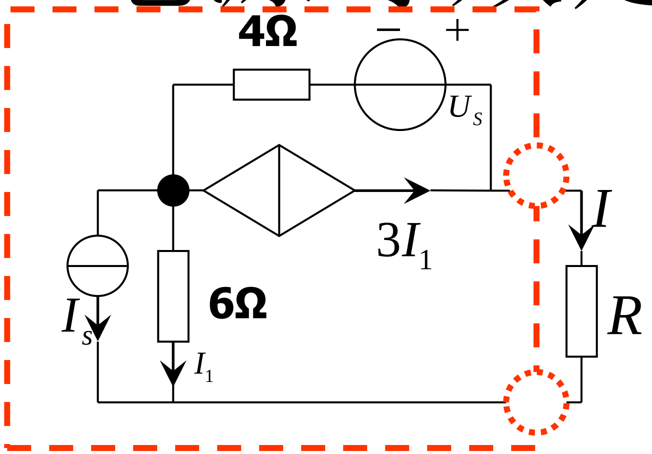
$$\textbf{Step 3:}\ I = U_{oc}/(R_x + R_i)$$

$$\textbf{Step 4:}\ P = I^2 R_x$$





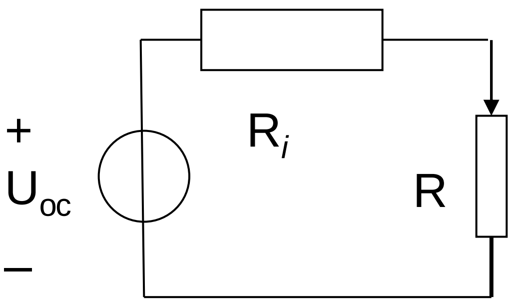
电源等效定理应用



已知：R=8Ω，I = 1A

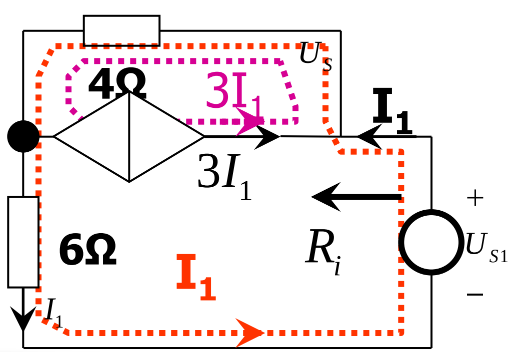
求：　R = ?时，I = 0.5A

思路：将原电路等效为戴维南模型，只需要求出虚线端口内的开路电压和输入阻抗即可



$$U_{S1} = 4I_1 \cdot 4\Omega + 6\Omega \cdot I_1 = 22\Omega \cdot I_1$$

$$R_i = 22\Omega$$



2、根据R_i, R计算U_{oc}

$$U_{oc} = I(R_i + R) = 1A \cdot (R_i + R) = 30V$$

3、计算I=0.5A对应的电阻

$$R = \frac{U_{oc}}{I} - R_i = 38\Omega$$

特勒根定理

- 先决条件
  - 2个电路N1和N2，均有b条支路和n个节点，具有相同的支路和节点的连接关系
  - 对应支路**不需要**元件一样！
- 特勒根定理
  - 电路N1中的各支路电压u_k和电路N2对应支路电$\tilde{i}_k$流 的乘积之和等于零

$$\sum_{k=1}^{b} u_k \tilde{i}_k = 0, \sum_{k=1}^{b} \tilde{u}_k i_k = 0$$

特勒根定理

$u_{n\alpha}\ @\ node\ \alpha$ in N_1, $u_{n\beta}\ @\ node\ \beta$ in N_1

$$u_k\tilde{i}_k = (u_{n\alpha} - u_{n\beta})\,\tilde{i}_{\alpha\beta}$$

$$\tilde{i}_{\alpha\beta} = -\tilde{i}_{\beta\alpha}$$

电压电流的
方向要一致

同一节
点使用
KCL

$$\sum_{k=1}^{b} u_k\tilde{i}_k = \sum_{all\ \ branch} \left(u_{n\alpha}\tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta}\tilde{i}_{\beta\alpha}\right)$$

特勒根定理

$$\sum_{k=1}^{b} u_k \tilde{i}_k = \sum_{all\ \ branch} \left(u_{n\alpha} \tilde{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta} \tilde{i}_{\beta\alpha} \right)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} u_{j\alpha} \left(\sum_{k=1}^{j_k} \tilde{i}_{\alpha k} \right) = 0$$

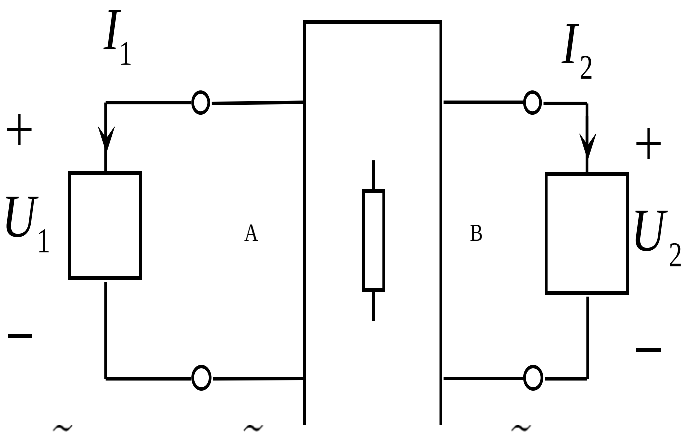
$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{b} u_k \tilde{i}_k = 0$$

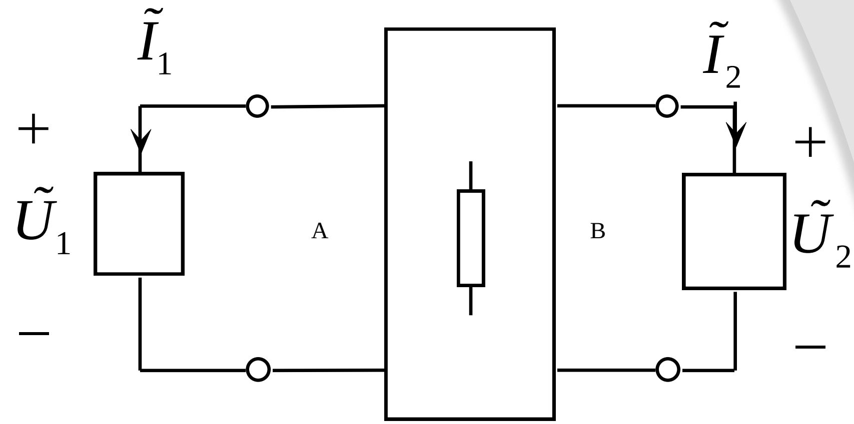
如果2个网络是同一个一模一样的网络，则必然有 $i_k = \tilde{i}_k$，利用特勒根定理就可以得到：

$$\sum_{k=1}^{b} u_k i_k = 0$$

注意2个网络的电压电流的参考方向要相同

二端口电阻网络互易定理



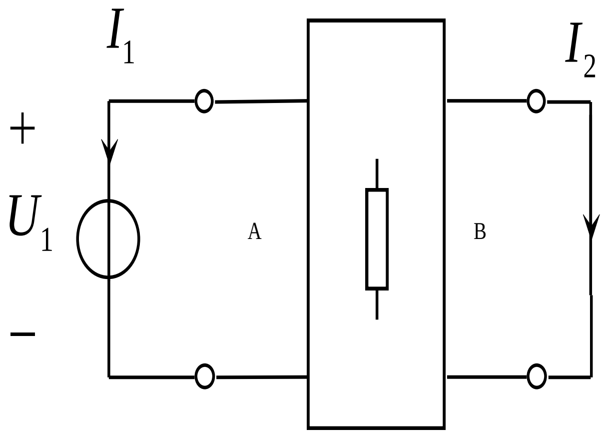


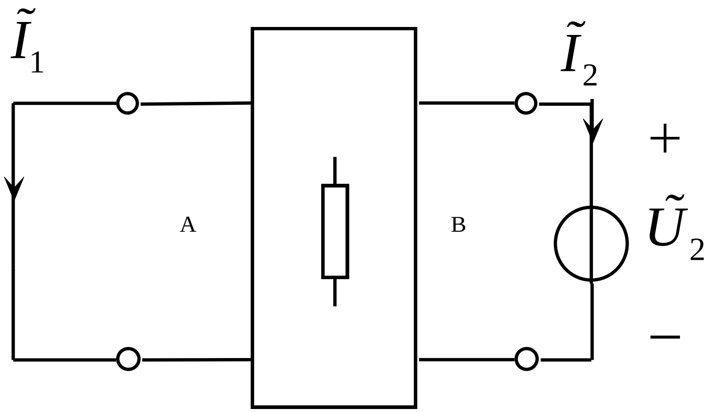
$$\left.\begin{array}{l} U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 + \sum_k U_k\tilde{I}_k = 0 \\ \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2 + \sum_k \tilde{U}_k I_k = 0 \\ U_k = I_k R_k, \tilde{U}_k = \tilde{I}_k R_k \end{array}\right\} \Rightarrow U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$$

互易定理成立的充分必要条件：纯电阻网络的电压电流是线性关系！

互易定理1

- 对于1个独立电压源和若干线性二端电阻组成电路，当此电压源和某一端口A作用时，在另一端口B的短路电流等于把此电压源移动到端口B作用而在端口A所产生的短路电流

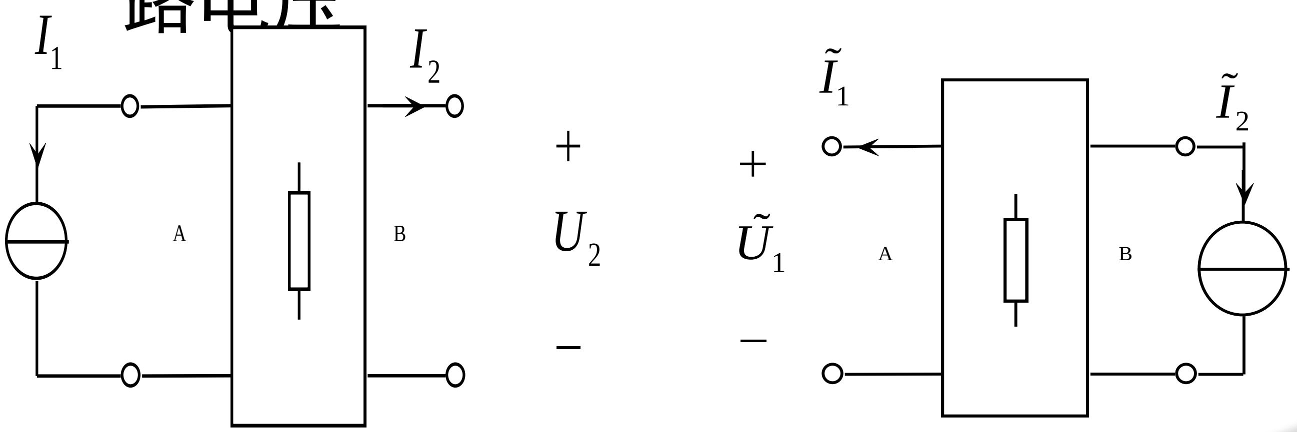




互易定理1: $U_2 = 0, \tilde{U}_1 = 0 \Rightarrow U_1\tilde{I}_1 = \tilde{U}_2 I_2 \Rightarrow \tilde{I}_1 = I_2$

互易定理2

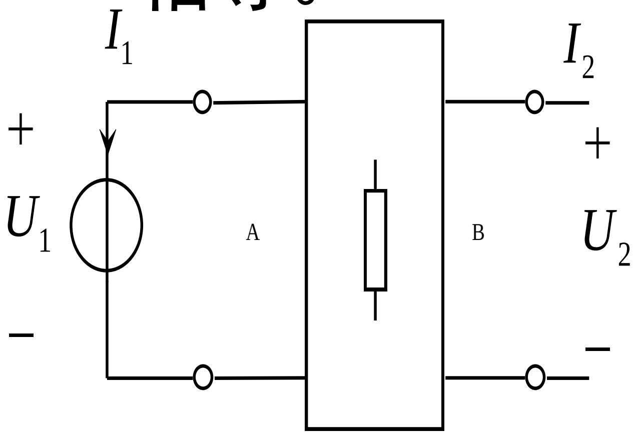
- 对于一个独立电流源和若干线性二端电阻组成的电路，当此电流源在某一端口作用时，在另一端口B产生的开路电压等于把电流源移动到端口B作用而在端口A产生的开路电压

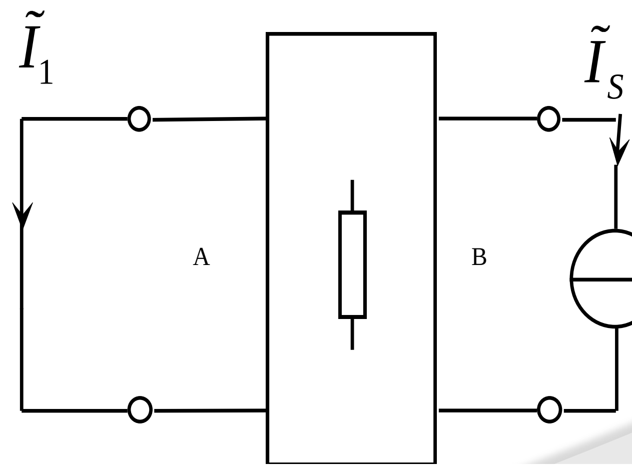


互易定理2: $I_2 = 0, \tilde{I}_1 = 0 \Rightarrow U_2\tilde{I}_2 = \tilde{U}_1\tilde{I}_1 \Rightarrow U_2 = \tilde{U}_1$

互易定理3

- 对于1个独立电源和若干二端电阻组成的电路，在数值上电流源和电压源数值相等（国际单位制），则电流源在另一端口激发的开路电压和电流源在另一端口激发的短路电流在数值上也相等。





互易定理3：$I_2 = 0, \tilde{U}_1 = 0 \Rightarrow U_1\tilde{I}_1 + U_2\tilde{I}_2 = 0 \Rightarrow \dfrac{U_2}{U_s} = -\dfrac{\tilde{I}_1}{I_S}$

互易定理的解释

！ 互易定理的理论基础在特勒根定理，物质条件在于电路仅仅由1个独立电源和线性二端电阻组成，因此可以抵消特勒根定理中不含电源项，从而得到互易定理，因此使用互易定理的时候，必然要注意该先决条件。

！ 特勒根定理的使用注意电压和电流要是相同参考方向。

总结

- 置换定理
- 线性叠加定理
  - 叠加定理
  - 齐次定理
  - 线性电路响应可以看做各独立源的线性组合
    - 注意组合系数可以是有量纲的量
- 特勒根定理
  - 注意一个网络的电压和另外一个网络的电流要是相同的参考方向
- 互易网络
  - 注意要是纯电阻网络