#### 远期合约的定价

例1：一个不支付红利的股票远期合约，3个月到期。假设股价40，无风险利率5%（连续复利），远期合约理论价格是多少？若远期合约的实际交割价格为43或39，是否存在套利？如何套利？

解：远期合约理论价格指的是远期合约无套利机会的交割价格。对不支付收益的远期合约，根据现货远期平价定理：

若实际交割价格为43，远期高估，现价低估。以5%无风险利率借入40资金，买入1单位股票支付40，卖出1单位远期；偿还资金，通过远期以43卖出1股票，套利。

若交割价格，远期低估，现价高估。借入1单位股票卖出得40，以5%无风险利率投资3个月，买入远期；收回资金，通过远期以买入1单位股票并偿还，套利。

注：无风险套利时，默认初始并无资金与股票，需要借入，借入什么类型的资产就要还什么类型的资产。

例2：一个6个月期的远期合约多头，标的资产是零息票债券，假设无风险利率是6%（连续复利），债券的现价930，则该债券远期合约的价格是多少？若远期合约交割价格为960或950，是否存在套利？远期合约的多头价值分别是多少？

解：

当。时，借入930资金买入1债券，卖出远期；，偿还资金958.32，以卖出债券，套利。

当。时，卖空1债券得930并无风险投资，再买入远期；时，投资获得958.32，通过远期以950买入1债券并偿还。此处卖空指借入并卖出。套利8.32。

对不支付收益的远期合约，远期价值为：

注：远期价值为通过买入远期所得套利在时刻的相应值，也就是时刻的预期套利。远期理论价格应使远期价值为0。

例3：假设黄金的现价为450美元/盎司，一年内的无风险利率均为7%（连续复利）。问1年期黄金远期合约的远期价格为多少？若远期合约的实际交割价格为490或480，是否存在套利？此时的6个月期远期合约的远期价格为多少？原来的1年期远期合约在此时的价值为多少？

解：。

当。时，借入450资金买入1盎司，卖出远期；，偿还资金482.63，以卖出1盎司，套利7.37。

当。时，卖空1盎司黄金得并无风险投资，再买入远期；时投资得482.63以480买入1盎司黄金并偿还，套利。

6个月后的远期价格为，而1年期远期价值为。

注：最后一问采用了1年期远期的理论价格作为远期合约交割价格。

例4：一个股价为50的股票的10个月的远期合约，无风险利率8%（连续复利），且利率期限结构平坦。假设在3、6、9个月都会有每股0.75的红利付出，远期合约的价格是多少？若远期合约的实际交割价格为52或50，是否存在套利？

解：现金收益的现值之和为。对支付已知收益证券的远期合约，价格为：

当，时借入50资金买入1股票，卖出远期；在期限中，一旦拿到分红就投入无风险投资；时，偿还资金，通过远期以卖出1股票，并得到红利收益共。最终套利为。

当，时卖空1股票，得50资金并无风险投资，并买入远期；时，投资收益为，并通过已买入的远期以买入1股票偿还，同时偿还股票的红利收益在时的现值。总套利为。

注：利率期限结构平坦指不随变化。借入有红利的股票需要偿还其红利现值。

例5：12个月到期的国库券，面值1000，每半年支付一次利息，票面利率为10%，假设6个月的单利利率7.18%，9个月单利利率为7.66%，12个月单利利率为7.90%，求：

(1) 此债券在期初的价格？

(2) 以此国库券为标的的9个月期远期合约的远期价格。

解：(1) 属于求债券价格问题：

需要注意：息票利率的时间单位为年，所以每次支付50元而不是100元；收益率根据利率期限结构而定，随时间变化，且以年为价格；是单利不是自动转存，所以利率不需要自相乘。

(2)

注：等于乘以远期期限内的总收益率。

例6：假设黄金的现价为450美元/盎司，其存储成本为每年每盎司2美元，年初(底)支付，无风险利率7%（连续复利）。问一年期黄金远期价格？若远期合约的实际交割价格为490或480，是否存在套利？

解：如果在年初，，；如果在年底，，。

以年底交付存储成本为例。，时借入450买入1盎司(oz)卖出远期；时偿还，支付存储成本2，通过远期以卖出1盎司，总套利。

当，卖空1盎司得资金450用于无风险投资，买入1远期；时，无风险投资收益为，通过远期以买入1盎司并偿还，在这个过程中节省了仓储成本2。总套利为。

注：所谓节省仓储成本的收益，是借出黄金者支付给借入黄金者的，相当于股票借入者支付给股票借出者负收益。

例7：考虑一个6月期远期合约，标的资产提供年利率为4%的连续红利收益率，无风险利率（连续复利）为10%，股价为25元，计算理论的远期价格。若远期合约的实际交割价格为26或25，是否存在套利？

解：支付已知连续收益率的远期合约的定价为：

其中为连续红利收益率。

当。时，以卖出一份远期，借入资金并购买单位的证券，剩下现金用于无风险投资；当，证券获得的所有收益全部立即投入该证券投资；当，一共获得1单位证券，通过远期卖出得现金并偿还贷款，通过收回无风险投资套利。

当。时，卖空1债券得资金25用于无风险投资，买入1远期；时，收回无风险投资，通过远期买入1债券偿还，同时补偿收益，套利0.76。

例8：假设一种无红利支付的股票目前市价为20元，交易费率为1%，银行3个月存款利率为4%（连续复利），贷款利率为6%（连续复利），为弥补交易者卖空经纪人带来的风险，交易者需支付给经纪人5%的卖空所得作为补偿。求该股票3个月期的远期价格。

解：

注：只要无套利机会，都是理论定价。

#### 远期利率

例1：1年期的即期利率为10%，2年期的即期利率为10.5%，那么1年之后的1年期利率是？假设为连续复利。若1年之后1年期的实际利率为12%或10%时，如何套利？

解：

若，借长贷短；若，借短贷长。

#### 远期外汇合约

例1：假设人民币1年期利率为4%，美元1年期利率为3%，美元对人民币的即期汇率为6.5CNY/USD，假设汇率不变，是否存在套利机会？无套利下，1年期的远期汇率应是多少？

解：套利以单位货币即USD为基准。在时，借入单位USD，其中为外币汇率，兑换为单位RMB存入银行，其中为标的资产即人民币的价格/汇率，并买入1份外汇远期（未来用RMB以汇率买入1单位USD）；时，单位RMB增值为单位RMB，根据远期外汇合约兑换为单位USD，偿还单位USD后套利单位USD。

无套利远期汇率为：

例2：假设美元无风险利率为3.5%，日元无风险利率为1.5%，国际市场上美元对日元即期汇率为JPY/USD（连续复利）。

(1) 1年后美元对日元的远期汇率。

(2) 若美国宣布降息10基点，假定即期汇率不变，则远期汇率将如何变动？

(3) 若即期汇率为95、远期汇率为90时，投资者可以如何操作以获得无风险收益？

解：(1)

(2) 一个基点是0.01%。

(3) 卖出美元，买入日元，买入远期。