第一章习题解答

1.1 根据汤姆孙的原子模型，已知氢原子的电离能是 13.6eV.

(1) 试确定氢原子的半径（请先写出均匀电荷分布球内的电势）;

(2) 若氢原子的辐射波长为 0.6 μm，试估算原子的半径。

解：

(1) 设原子半径为 R，在球内一点，距球心的距离为 r，假定在无穷远处是电势为 0，则该点的电势 V：

$$V(r)=\int_r^R \vec{E}\cdot d\vec{l}+\int_R^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$V(r)=\int_r^R \frac{e\cdot r'}{4\pi\varepsilon_0 R^3}dr'+\int_R^\infty \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}dr'$$

$$=\frac{e(3R^2-r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$$

该点的电势能 $E=\dfrac{-e^2(3R^2-r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$。

在汤姆逊模型内，氢原子的电离能是：

$$\frac{e^2 3}{8\pi\varepsilon_0 R}＝13.6\text{eV}$$

解得： R＝0.16 nm。

(2) 电子受力 $F=\dfrac{e^2 r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$， $F=m_e\ddot{r}$。$\dfrac{\ddot{r}}{r}=\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e R^3}=\omega^2=(\dfrac{2\pi c}{\lambda})^2$

代入数据： $R=2.95\times10^{-10}m$ 。

1.2 动能 $T=0.87\text{MeV}$ 的质子轰击静止的汞核，当散射角 $\theta=\pi/2$ 时，求它们之间的最小距离和瞄准距离。

解：

$$D=(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0})(\frac{zZe^2}{E})＝1.32\times10^{-13}m$$

瞄准距离：

$$b=\frac{D\cdot\cot(\theta/2)}{2}=0.66\times10^{-13}m$$

最小距离：

$$r_m=\frac{D}{2}[1+\frac{1}{\sin(\theta/2)}]=1.59\times10^{-13}m$$

1.3　一窄束动能为 100 keV 的质子垂直地入射在厚度为 1.0 mg/cm^2 的金箔上，计数器记录以 60^0 角散射的质子。加速器圆形输入孔的面积为 1.0 cm^2，它到金箔散射区的距离保持 10 cm，输入孔垂直对着射到它上面的质子。试求射进计数器的质子的百分数（金 Au：A＝197，Z＝79，ρ＝1.93×10^4 kg/m^3）。

解：
$$\frac{dn}{n}=Nt\times\frac{d\sigma}{d\Omega}\times d\Omega$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})^2(\frac{zZ}{4E})^2\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$=1.29\times10^{-24}m^2$$

$$d\sigma=\frac{d\sigma}{d\Omega}d\Omega=1.29\times10^{-26}m^2$$

$$\frac{dn}{n}=d\sigma\cdot N\cdot t=1.29\times10^{-26}m^2\times3.06\times10^{18}/cm^2$$

$$=0.039\%$$

1.4 动能 $T=1.2$ MeV 的质子和金原子核散射，散射在从 $\theta=\pi/3$ 到 π 的角间隔内，试计算与此相应的散射截面。

解：
$$d\sigma=\frac{d\sigma}{d\Omega}\cdot d\Omega=2\pi\int_{\pi/2}^{\pi}(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})^2(\frac{zZ}{4E})^2\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}\sin\theta d\theta$$

代入数据，得：　$d\sigma=211b$

1.5 一束动能为 1.0 MeV 的强度为 3.6×10^4 个/秒 的 α 粒子，垂直地射在厚度为 1.0μm 的金箔上。试求 10 min. 内被金原子散射到下列角间隔里的 α 粒子的数目。

(1) 59^0～61^0；

(2) $\theta>\theta_0=60^0$；

(3) $\theta<\theta_0=10^0$

解：(1)
$$d\sigma=\frac{d\sigma}{d\Omega}\cdot d\Omega=2\pi\int_{59^o}^{61^o}(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})^2(\frac{zZ}{4E})^2\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}\sin\theta d\theta$$

$$=9.83\times10^{-27}m^2$$

$$\frac{dn}{n}=d\sigma\cdot N.t=5.9\times10^{-22}m^{-2}\times9.83\times10^{-27}m^{-2}=5.8\times10^{-4}$$

10 分钟散射的粒子数：

$$n=3.6\times10^4\cdot5.8\times10^{-4}\times6\times10^2=1.25\times10^4$$

(2) 同上问，改变积分区间：计算得：

$$n=1.55\times10^5$$

(3)散射到 10 度－180 度的粒子数可以计算得：

$$n=6.75\times10^6$$

总的粒子数：2.16×10^7

故散射到 0 度－10 度的粒子数为：1.48×10^7

1.6 对于氢原子、He^+、Li^{++} ，若认为原子核是不动的，试计算

(1) 前两个玻尔轨道的半径及电子在这些轨道上的速度；

(2) 电子在基态的动能和它的结合能；

(3) 第一激发态电势及共振线（指第一激发态和基态间的跃迁辐射）的波长。

解：(1) $$r_n=\frac{n^2}{Z}a_0,\qquad v_n=\frac{\alpha c}{n}Z$$

氢原子 Z=1: $r_1=0.53\times10^{-10}m$, $r_2=2.12\times10^{-10}m$

$$v_1=2.2\times10^6 m\cdot s^{-1},\quad v_2=1.1\times10^6 m\cdot s^{-1}$$

He^+, Z=2: $r_1=0.26\times10^{-10}m$, $r_2=1.06\times10^{-10}m$

$$v_1=4.4\times10^6 m\cdot s^{-1},\quad v_2=2.2\times10^6 m\cdot s^{-1}$$

Li^{++} ，Z=3: $r_1=0.18\times10^{-10}m$, $r_2=0.71\times10^{-10}m$

$$v_1=6.6\times10^6 m\cdot s^{-1},\quad v_2=3.3\times10^6 m\cdot s^{-1}$$

(2) 氢原子 电子动能 $T=13.6eV$， 结合能 $E=13.6eV$

氦离子 电子动能 $T=54.4eV$， 结合能 $E=54.4eV$

二价锂离子 电子动能 $T=122.4eV$， 结合能 $E=122.4eV$

(3) 氢原子的第一激发势： $U=10.2eV$

$$\lambda=\frac{hc}{\Delta E}=121.6nm$$

氦离子： $U=40.8eV$

$$\lambda=\frac{hc}{\Delta E}=30.4nm$$

二价锂离子： $U=91.8eV$

$$\lambda=\frac{hc}{\Delta E}=13.5nm$$

1.7 已知氢原子的电离能为 13.6 eV。试问 B^{++++} 类氢离子从 n = 2 能级跃迁到 n =1 的辐射能量。

解：B^{++++} 的基态结合能： $13.6\times5^2=340eV$

n=2 到 n=1 的辐射能量：255 eV

1.8 已知氢原子的巴耳末系及 He^+ 的毕克林系的线系限为 2741940 和 2743059m^{-1}，求质子和电子质量之比。

解：　　里德伯常量　　$R_M = R_\infty \dfrac{M}{m_e + M}$

　　这两个线系的线系限　　$\tilde{\nu} = R_M (\dfrac{1}{2^2})$

　可得：　　$\dfrac{\tilde{\nu}_H}{\tilde{\nu}_{He}} = \dfrac{M_P}{m_e + M_P} \cdot \dfrac{m_e + 4M_P}{4M_P} = \dfrac{2741940}{2743059}$

$$M_P : m_e = 1837.5$$

1.9 能量为 6.0 MeV 的质子束被金箔散射，其中有 1.0×10^{-4} 的入射质子的散射角大于 60^0，求金箔的厚度。

解：

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega = 2\pi \int_{\pi/3}^{\pi} (\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})^2 (\frac{zZ}{4E})^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sin\theta d\theta$$

$$\frac{dn}{n} = (\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})^2 (\frac{zZ}{4E})^2 Nt \frac{8\pi}{\sin^3(\theta/2)} d\sin(\theta/2)$$

$$\frac{\Delta n}{n} = (\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})^2 (\frac{zZ}{4E})^2 Nt \int_{30}^{90} \frac{8\pi}{\sin^3(\theta/2)} d\sin(\theta/2)$$

$=1.44(\mathrm{eV{\cdot}nm})^2(79/4{\cdot}\mathrm{E})^2(5.9 \times 10^4)12\pi \cdot t = 10^{-4}$

$$t = 2.03\mu m$$

1.10　当氢原子跃迁到激发能为 10.19 eV 的状态时，发射一个波长为 485 nm 的光子，试确定初始能态的结合能。

解：光子的能量：　$E = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{1240eV \cdot nm}{485nm} = 2.56eV$

　初始状态的结合能：$13.6 - 10.19 - 2.56 = 0.85eV$

1.11　某种类氢离子的光谱中，已知属于同一线系的三条谱线的波长分别为 99.2nm，108nm 和 121.5nm。试问还可以预言哪些光谱线？

解：　$R = 1.097 \times 10^7 m^{-1}$

　$\dfrac{\tilde{\nu}}{R}$ 分别为：0.9189, 0.8401, 0.7503 很接近 R，所以

　可写为　$\tilde{\nu} = R(1 - \dfrac{1}{k^2})$，k = 3.5，2.5，2。

Z＝偶数的类氢离子都可能有这三条谱线，不过，可能性最大是

Z=2,　$\tilde{\nu} = 4R(\dfrac{1}{m^2} - \dfrac{1}{n^2})$ 的谱系，m =2, n = 4,5,7

可以预言属于同一谱线系的波长：

n=3, λ=164.1nm

n=6, $\lambda=102.5nm$ 及 n = 8，9，…的谱线。

1.12 若氢原子被激发到 n=10 的能级，试问可能发射的谱线有多少条？

解： 共有 45 种谱线。

1.13 气体放电管用能量为 12.2eV 的电子去轰击氢原子，试确定此时的氢所发射的谱线的波长。

解：氢原子各态的结合能：13.6eV，3.4eV,，1.5eV，…，

12.2eV 的能量可以使 n=1 能级的电子跃迁到 n=2，n=3 能级，退激发时可以发射的光子能量：12.1eV, 10.2eV, 1.9eV；波长有 102.6，121.8，653 nm。

1.14 对于一个正电子和负电子所组成的原子体系（电子偶素），试求出：

(1) 在基态时粒子之间的距离；

(2) 电离电势和第一激发电势；

(3) 里德伯常量及共振线（指第一激发态和基态间的跃迁辐射）的波长。

解：(1) 基态粒子之间的距离 $r_1 = 2a_0 = 1.06\times10^{-10}\,m = 0.106nm$

(2) 电离电势 $E = 13.6/2 = 6.8eV$

第一激发电势 $E = 3.4/2 = 1.7eV$

(3) 里德伯常量：$R = \frac{1}{2}R_\infty$ =0.548×10^7 m^{-1},

共振线波长：$\lambda = \frac{1240eV\cdot nm}{5.1eV} = 243nm$

1.15 若有一个质量为 207 m_e ，负电荷的 μ 介子和 Z=1 的原子核组成一个原子，试计算：

(1) 基态时μ 介子和核之间的距离；

(2) 当原子核是质子和氘（^{2}H）核时，原子基态的能量。

解：(1) 基态时的介子与核的距离：此系统的约化质量

$m = \frac{207*1836}{207+1836}m_e = 186m_e$，$r_1$ = a_0/186＝2.85 × 10^{-4} nm。

(b) $E = -\frac{1}{2}m(\alpha c)^2$，原子核是质子时：$E$＝-2530 eV；

原子核氘核时：$m_{d\mu} = \frac{207*1836*2}{207+1836*2}m_e = 196m_e$

E = - 2665 eV。

1.16 设氢原子原来是静止的，求当由 n = 4 的态直接跃迁到 n = 1 的态时原子的反冲速度、发射光子的波长，并给出与不考虑反冲时光子的波长的差别。

解： 跃迁时两能级的能量间隔 E_0=12.75 eV，这能量提供了光子能量 $E_{光子}$及原子反冲的动能 E_R，$E_0 = E_{光子} + E_R$。

由于原子核的质量 M 很大，可以用非相对论来处理反冲原子的动能

$$E_R=\frac{P_R^2}{2M}=\frac{P_{光子}^2}{2M}=\frac{E_{光子}^2}{2Mc^2},$$

忽略 E_0/Mc^2 的高次项，可得 $E_{光子}\approx E_0-\frac{E_0^2}{2Mc^2}$，式中的第二项很小，

可近似认为光子动量：12.75 eV/c，

由动量守恒原子的反冲动量 MV＝12.75 eV/c，V＝1.36×10^{-8} c＝4.1 m/s，

考虑核反冲后的光子能量，由能量守恒，

$$E_{光子}\approx E_0-\frac{E_0^2}{2Mc^2}=E_0(1-\frac{E_0}{2Mc^2})=E_0(1-7\times10^{-9})$$

λ ＝97.4 nm，$\Delta\lambda$＝6.6×10^{-7} nm。

1.17 氢原子由基态激发到 $n=4$ 的状态：

(1) 计算原子吸收的能量；

(2) 原子回到基态时可能发射光子的波长。它们属于哪个谱系？

解： (1) n＝4 的能级比基态能量高为 12.75 eV，所以需吸收 12.75 eV；

(2) 97.4nm，102.7 nm，121.8 nm，赖曼系；

487 nm，653 nm，巴耳末系；

1911 nm，。帕邢系

1.18 玻尔认为在量子数很大即电子轨道半径很大时，量子物理的规律应和经典物理的规律应该是一致的， 称作对应原理。试将这思想运用在氢原子的情形，并推出轨道角动量量子化的公式。

解：

在 n 值很大时，相邻轨道间的跃迁，即 $m=n-1$ 。由式

$$\nu=Rc(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})=Rc(\frac{1}{(n-1)^2}-\frac{1}{n^2})=Rc\frac{1}{n^2}(\frac{1}{(1-1/n)^2}-1)$$

$n>>1$ 时 $\nu=\frac{2Rc}{n^3}$。

将这频率作为轨道运动的频率代入卢瑟福行星模型。由式（1.3.1）和（1.3.2），得总能量

$$E=-\frac{e^2}{2\cdot4\pi\varepsilon_0 r}=-\frac{1}{2(4\pi\varepsilon_0)^{2/3}}(e^4m_e\cdot(\frac{2\pi2Rc}{n^3})^2)^{1/3},$$

这能量和定态的能量 $E=-\frac{Rhc}{n^2}$ 应相等，则得里德伯常数

$$R=\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2h^3c}$$

m_e 是电子的质量。将这代入（1.3.2）得

$$r_n=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}n^2\qquad n=1，2，3，….$$

$$\upsilon_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar} \cdot \frac{1}{n}, \qquad n=1，2，3，….$$

计算轨道角动量 l 得

$$l = m_e \upsilon_n r_n = n\hbar, \qquad \text{其中 } n = 1，2，3，…..$$

这个量子化规则也常作为玻尔假设。

第二章习题解答

2.1 氦氖激光器发出波长为 632.8 nm 的红光，求激光束中光子的能量。

解：
$$E = \frac{1240}{632.8} = 1.96eV$$

2.2 钾的功函数为 2.2 eV，用波长 350.0 nm 的紫外光照射钾表面，计算光电子的最大动能值。

解：紫外光的能量： $E = \frac{1240}{350} = 3.54eV$

最大动能： 3.54－2.2= 1.34 eV

2.3 （1）若一个 100 MeV 的光子被一个质子散射，计算在 90^0 方向散射光子的能量；(2) 求反冲质子的速度（质子的静止质量为 938.26 MeV）。

解：
$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_p c^2}(1 - \cos\theta)}$$

90^0 方向， $E' = h\nu' = 90.4MeV$

反冲质子的能量： 100－90.4=9.6 MeV

速度： $v = \sqrt{\frac{2E}{M}} = 0.14c$

2.4 波长为 0.071 nm 的 X 射线光子被自由电子散射到 135^0 散射角，求散射光子的能量。

解：
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

在 $\theta = 135^0$ 方向： $\Delta\lambda = 0.004nm$

$$\lambda' = 0.071 + 0.004 = 0.075nm$$

$$E = \frac{1240eV \cdot nm}{0.075} = 16.5keV$$

2.5 计算下列粒子的德布罗意波长：

(1) 50 eV 的光子；
(2）动能为 50 eV 的电子；
(3) 动能为 50 eV 的中子（中子的静止能为 940 MeV）

解：（1）50eV 的光子： $\lambda=\frac{h}{p}=\frac{1240}{50}=24.8nm$

(2) 动能 50eV 的电子：$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2m_eE_k}}=0.174nm$

(3) 动能 50eV 的中子：$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2m_nE_k}}=0.004nm$

2.6 气体分子在室温下的动能为 0.025 eV，请计算室温下氢分子的德布罗意波长，设氢分子的静止能为 1877 MeV。

解：
$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2m_nE_k}}=0.13nm$$

2.7 (1) 显微镜可以分辨的最小线间隔，原则上约等于照射光的波长。一般电子显微镜的电子束能量为 50 keV 计算这种电子显微镜的最高分辨本领。
(2) 计算动能为 12.4 GeV（1 GeV = 10^9 eV）电子的德布罗意波长。

解： (1)
$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2m_eE_k}}=5.5\times10^{-3}nm$$

(2)
$$\lambda=\frac{hc}{\sqrt{E^2-m^2c^4}}=1\times10^{-7}nm$$

2.8 同时确定一个 15 eV 的电子的位置和动量，若位置的误差为 0.1 nm，试求动量的不确定量。

解：
$$\Delta x=0.1nm$$
$$\Delta p\geq\frac{h}{\Delta x}\ = 12.4\ \text{keV/c}$$

2.9 下列各粒子限制在线度 L 的一维盒中，请利用海森伯不确定关系式估计它们具有的最小动能：
(1) 电子限制在 L = 1 Å 的盒子中；
(2) 电子限制在 L = 10 fm（原子核尺寸）的盒子中，1 fm =10^{-15} m;
(3) 中子限制在 L = 10fm 的盒子中；
(4) 质量为 m = 10^{-6}g 的粒子限制在 L = 10^{-6} m 的盒中。

解： $\Delta p\geq\frac{h}{\Delta x}$， $\Delta p\approx p$， $E=\frac{p^2}{2m}\geq\frac{h^2}{2mL^2}$

(1) L =0.1nm, m=511KeV, E=150eV；

(2) L =10fm, m=511KeV, E=1.5 × 10^{10} =15 GeV；

(3) L =10fm, m=940MeV ，E=8.1 MeV；

(4) $L=10^{-6}m$， $m=10^{-6}g$, E＝2.2 × 10^{-46} J。

2.10 金属中的电子在近表面处所受到的势场可近似为阶跃势场，试估算铜中的自由电子的透入距离（设铜的功函数为 4 eV)。

解：透入距离： $$\frac{1}{\kappa_2}=\frac{\hbar}{\sqrt{2m(V_0-E)}}$$

代入数据： $$\frac{1}{\kappa_2}=\frac{197.3MeV\cdot fm}{\sqrt{2\times0.511MeV\times4eV}}=9.76\times10^4\ fm$$

2.11 质量为 m 的粒子在一无限深势阱中运动，它的能量本征函数 $u(x)=\sin kx$，试计算它的非相对论动能。

解： $$E_k=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2};\qquad E_k u(x)=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x)=\frac{\hbar^2k^2}{2m}u(x)$$

所以非相对论动能为 $E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$。

2.12 质量为 m 的粒子在一维势场 $V(x)=1/2\,m\omega^2x^2$ 中运动。

(1) 写出它的定态薛定谔方程；

(2) 已知它的哈密顿算符的本征函数为

$$u_0(x)=e^{-(\frac{m\omega}{2\hbar})x^2}$$

$$u_1(x)=2\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}xe^{-(\frac{m\omega}{2\hbar})x^2}$$

试计算每个本征函数的能量本征值；

(3) 试由不确定关系，$\Delta x\Delta p\approx\hbar$，证明粒子的最低能量$\approx\hbar\omega$。

解：(1) $$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dx^2}+Vu=Eu；\quad -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x)+\frac{1}{2}m\omega^2x^2u(x)=Eu(x)$$

(2) 将 $u_0(x)=e^{-(\frac{m\omega}{2\hbar})x^2}$ 代入上式，得

$$E_0=\frac{\hbar\omega}{2}$$

同样可以解得： $$E_1=\frac{3\hbar\omega}{2}$$

(3) 设最低能量 E，$E=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$，

设 $x\sim\Delta x$ ，$p\sim\Delta p$，于是 $\Delta x=\sqrt{\dfrac{2E}{m\omega^2}}$ ，

又 $E=\dfrac{p^2}{2m}=\dfrac{(\Delta p)^2}{2m}=\dfrac{\hbar^2}{2m(\Delta x)^2}$，可以解得：$E=\dfrac{\hbar\omega}{2}$

2.13 氢原子的 $2p_{3/2}$ 态的平均寿命是 1.6×10^{-9} s，试求这个状态能量的不确定量（能级的自然宽度）。

解：
$$\Delta E=\frac{\hbar}{\Delta t}=4.11\times10^{-7}eV$$

2.14 假如电子被束缚在一个宽度为 1 Å 的无限深势阱中，试计算它处在最低的三个能态的能量。

解：一维无限深势阱能级：$E_n=\dfrac{h^2}{8ma^2}n^2$

$n=1$　　E_1=38eV
$n=2$　　E_2=151eV
$n=3$　　E_3=340eV

2.15 分别以波长为 5000 Å 和 0.1 Å 的光照射到某金属上，求$\theta=90^0$ 方向上的康普顿散射光的波长。

解：
$$\Delta\lambda=\lambda'-\lambda=\frac{h}{m_ec}(1-\cos\theta)=0.0024nm$$

$\lambda=500nm$，　　$\lambda'=500.0024nm$
$\lambda=0.01nm$　　$\lambda'=0.0124nm$

2.16 粒子相应的约化康普顿波长表示为$\lambda_c=\dfrac{\hbar}{mc}$，$m$ 是粒子的静止质量。电子的经典半径 $r_e=\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0m_ec^2}$，其中 m_e 是电子的静止质量，e 是电子的电荷。

(1) 计算电子的约化康普顿波长及经典半径和氢原子的玻尔半径之比，即 $\dfrac{\lambda_c}{a_0},\dfrac{r_e}{a_0}$，并以 $\hbar$，c，e 表示；

(2) 已知精细结构常数$\alpha=\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\approx\dfrac{1}{137}$，请给出 λ_c 和 r_e 的数值。

已知 $a_0=\dfrac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}\approx0.53$ Å；

(3) 计算π 介子的康普顿波长（π 介子的静止质量为 140 MeV/c^2）。

解：（1）
$$\frac{\lambda_c}{a_0}=\frac{h}{mc}\cdot\frac{me^2}{4\pi\varepsilon_0 h^2}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 hc}=\alpha\ ;$$

$$r_e/a_0=\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 hc}\right)^2=\alpha^2$$

（2） λ_c = 0.0039 Å，r_e = 2.8×10^{-6} nm = 2.8 fm；

（3） $\lambda_\pi=\dfrac{h}{m_\pi c}=1.4\times10^{-6}$ nm = 1.4 fm。

2.17 在大气层上部由于太阳光子的作用氧分子解离为两个氧原子。光子能引起氧解离的最长波长为 λ = 1.75×10^{-7}m。求氧分子的束缚能。

解：能引起解离需要的光子最低能量为 hc/λ_{max} = 7.08eV，即氧分子的束缚能为 7.08eV。

2.18 人的裸眼能察觉黄光的极限是视网膜接受到的功率为 1.8×10^{-18} W。黄光的波长约 6000 Å 。求此情况下每秒落在视网膜上的光子数目。

解：λ = 6000×10^{-8}cm, 光子的能量= hc/6000×10^{-8}=2.06 eV,

$1.8\times10^{-18}W/(1.6\times10^{-19}eV$ *2.06)=5.4 个光子。

2.19 在室温（～25^{0}C）时处于热平衡下的中子称为热中子。中子的质量为 1.675 × 10^{-27} kg（939.5 MeV/c^2），中子不带电。求：

(1) 热中子的动能和其相应的德布罗意波长；

(2) 当平行热中子束射在晶格间距为 2.82 Å 的 NaCl 晶体，反射束发生第一个最大时的入射束角度。

解：E$_{动能}$（298K）＝(3/2)kT= 6.17 × 10^{-21} J=38.5 meV,

(1) $\lambda=\dfrac{h}{\sqrt{2mE}}=1.458\times10^{-10}\,m$=0.146 nm,

(2) 入射束和晶面法线的夹角 θ = 15.5°。

2.20 设一个电子在离质子很远处是静止的，在与质子的库仑作用下向质子靠近。求当电子距质子 1 m 和 0.5 Å 处时，它相应的德布罗意波长。

解： 非相对论情形 $\lambda=\dfrac{h}{\sqrt{2mE}}$，$R$＝1 m 时电子的动能 $E=\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0(1\times10^9)}$ = 1.44×10^{-9} eV，

λ =3.232×10^{-5} m = 32.3 μm，

λ (R＝0.5×10^{-10}m) = 0.23 nm 。

第三章 习题解答

3.1 试问基态氢原子是否能吸收可见光？

解： 基态氢原子跃迁到第一激发态需能量 10.2eV, 对应的光波长 121.8nm, 基态氢原子吸收

第三章 习题解答

3.1 试问基态氢原子是否能吸收可见光？

解： 基态氢原子跃迁到第一激发态需能量 10.2eV, 对应的光波长 121.8nm, 基态氢原子吸收光的波长必须比 121.8nm 短, 所以氢原子不能吸收可见光.

3.2 试问氢原子处于 $n = 2$ 的能级有多少个不同的状态？并列出各个状态的量子数。

解： 可以处于状态: 2 个态 $^2S_{1/2}$ s =1/2，l=0，j =1/2，m_j = ±1/2

2 个态 $^2P_{1/2}$ s =1/2,，l =1，j =1/2，m_j =±1/2

4 个态 $^2P_{3/2}$ s =1/2，l =1，j =3/2，m_j = ±3/2，±1/2

3.3 已知氢原子的状态波函数为

$$u_{nlm} = \frac{1}{81\sqrt{6\pi}a_0^{3/2}}\left(\frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/3a_0}(3\cos^2\theta - 1)$$

试通过 u_{nlm} 的主要特征的分析，确定量子数 n，l，m_l 的值。

解: 对照氢原子波函数的一般形式, 由 exp(-r/na$_0$)可定出 n，由 $\sin\theta, \cos\theta$ 的次方得 l 量子数，由 $e^{im\varphi}$ 得 m 量子数。由此可推得此状态的量子数

n=3, l=2, m_l=0

3.4 试给出氢原子中电子在基态时的平均电势。

解: 电子的电势可以写作 $U = -\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$，

$$<U_{10}>=\int_0^\infty R_{10}^*\left(-\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)R_{10}r^2dr = \int_0^\infty \frac{4}{a_0^3}\left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)r\,exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right)dr$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a_0}$$

3.5 对氢原子中的 2s 和 2p 电子，试分别计算它们进入 $r < 10^{-13}$cm（即在原子核内）的概率（近似计算，给出数量级）

解：$P(r)dr = R_{nl}^*R_{nl}r^2dr$

对 2s 电子，n=2， l=0。

概率：$\mathrm{P} = \int_0^r R_{20}^*R_{20}r^2dr = \int_0^r\left(\frac{1}{2a_0}\right)^3\left(2-\frac{r}{a_0}\right)^2 exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)r^2dr$

$$= \frac{1}{8a_0^3}\left\{4\int_0^r r^2 exp(-\frac{r}{a_0})dr - \frac{4}{a_0}\int_0^r r^3 exp(-\frac{r}{a_0})dr + \frac{1}{a_0^2}\int_0^r r^4 exp(-\frac{r}{a_0})dr\right\}$$

令 $x = \frac{r}{a_0}$ =10^{-13}/5.3 × 10^{-9}=1.89 × 10^{-5} ，是一个很小的量。

可以近似展开 $exp(\frac{-r}{a_0}) \sim 1 - \frac{r}{a_0}$，忽略高次项，

则 P < 1/8 × (4/3 x^3+…) ~ 1 × 10^{-15}

对 2p 电子，n=2， l=1，

概率： $$\int_0^x R_{21}^* R_{21} r^2 dr = \int_0^x \frac{1}{24a_0^{\ 3}}(\frac{r}{a_0})^2 \exp(-\frac{r}{a_0}) r^2 dr$$

$$P = \frac{1}{24a_0^3}\left[-\frac{1}{a_0}[\,r^4 exp(-\frac{r}{a_0}) - 4\int_0^r r^3 exp(-\frac{r}{a_0})dr\right]$$

～1/24 × (1/5x^5+…) = 2 × 10^{-26}

3.6 (1) 计算氢原子 l =3 量子态的角动量矢量的大小。
(2) 给出在外磁场中（设磁场方向为 z ）此原子角动量在磁场方向的分量。

解： 角动量矢量的大小: $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = 2\sqrt{3}\hbar$.

角动量在磁场方向的分量: $L_z = m_l\hbar$， $m_l = 0, \pm1, \pm2, \pm3$

3.7 估计跃迁时发射波长为 500 nm 光子的原子激发态的寿命，设电偶极距振幅 d～10^{-8} cm

解： $$\lambda_{if} = \frac{16\pi^3\nu^3}{3\varepsilon_0 hc^3}\left|\vec{P}_{if}\right|^2 = 5.8 \times 10^7，\nu＝6\times10^{14}\ 1/s$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda_{if}} ＝1.7 \times 10^{-8}\ s$$

3.8 氢原子处于 n =3 的能态，假设由 n =3 →n =2 和 n =3 →n =1 跃迁的电偶极矩是相同的，试估算发射谱线的相对强度。

解: 由于跃迁几率 $$\lambda_{if} = \frac{16\pi^3\nu^3}{3\varepsilon_0 hc^3}\left|\vec{P}_{if}\right|^2$$

$$\frac{\nu_{32}}{\nu_{31}} = \frac{E_{32}}{E_{31}} = \frac{5}{32} \qquad \text{所以} \quad \frac{\lambda_{if\,32}}{\lambda_{if\,31}} = \frac{5^3}{32^3}$$

辐射强度:　　　　　$I \propto \lambda_{if} \cdot N_k \cdot E_{if}$

所以强度比:　　　　$\dfrac{I_{32}}{I_{31}} = (\dfrac{5}{32})^4 = 6 \times 10^{-4}$

3.9 试求 T ＝300 K 时处于主量子数 $n = 2$ 状态的氢原子与基态的氢原子的相对数目。

解: 考虑在热平衡时原子的分布可用玻尔兹曼分布: $\dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{\exp(-E_2/kT)}{\exp(-E_1/kT)}$

而且 E_2=-3.4eV, E_1=-13.6eV

$$\frac{N_2}{N_1} = 9.16 \times 10^{-18}$$

若考虑 n =2 和基态的权重因子时，有 $g_2/g_1 = 4$，所以 $N_2/N_1 = 4(9.16 \times 10^{-18}) = 3.66 \times 10^{-17}$。

3.10 在原子的两个激发态之间跃迁的结果，产生λ =532 nm 的光谱线。原子在这两个激发态的平均寿命为 1.2×10^{-8} s 和 2.0×10^{-8} s ，试根据这条谱线的自然宽度$\Delta\lambda$。

解： 谱线的自然宽度可以认为由相应能态宽度的均方根给出

$\Gamma = \sqrt{\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2} = 6 \times 10^{-8}\ eV$,

两个激发态能量差: $E = \dfrac{hc}{\lambda} = 2.33eV$,

$\Delta\lambda = \dfrac{hc\Gamma}{E^2} = 1.4 \times 10^{-5}\ nm$。

3.12 氢原子 2p 能级的电偶极辐射的平均寿命是 1.6 ns，试估计一价氦离子的 2p 能级的寿命。

解： 由于　　　　$\lambda_{if} = \dfrac{16\pi^3 \nu^3}{3\varepsilon_0 hc} \left| \vec{P_0} \right|^2$

类氢离子能级的能量正比于核电荷数的平方，因此$\nu_{He} = 4\nu_H$.

类氢离子的电子轨道半径与核电荷数成反比, 因此 $r_{He} = 1/2 r_H$ ，所以氦离子的电偶极距是氢的一半。所以

$$\lambda_{ifHe} = 16\lambda_{ifH}$$

寿命:　　　　$\tau_{He} = 1/16 \tau_H$

$$\tau_{He} = 0.1ns$$

3.13 在施特恩－格拉赫的所实验里，窄银原子束通过不均匀磁场而射到屏上。已知磁场区长度 a = 10 cm，屏和磁场边缘的距离 b = 20cm，v = 300 m/s。试问当磁场梯度值为多大时，线束窄屏上的裂距为 2mm？

解：银原子受力: $$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

银原子经过 a 段用时: $$t_a = \frac{a}{v} = 0.33\times 10^{-3} s$$

$$\upsilon_\perp = t\,(F_z / m)$$

$$\frac{\upsilon_\perp}{\upsilon} = \frac{0.1}{25} = 4\times 10^{-3}$$

Ag： A＝108， $F_z = \upsilon_\perp \times M / t$ ，

$$\frac{\partial B}{\partial z} = \frac{F_z}{\mu_z} = \frac{4\times 10^{-3}\times 300\times 108\times 1.66\times 10^{-27}}{t\times 0.927\times 10^{-23}}$$

$$= 69.7\ T/m$$

3.14 对于 l =1 和 s =1/2，计算 $\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}$ 的可能值。

解： l =1, s =1/2, j =3/2 或 1/2

$$\vec{s}\cdot\vec{l} = \frac{j^2 - s^2 - l^2}{2}$$

j = 3/2 时， $$\vec{s}\cdot\vec{l} = \hbar^2$$

j =1/2 时， $$\vec{s}\cdot\vec{l} = -\frac{\hbar^2}{2}$$

3.15 计算氢原子 2p 态时电子轨道运动在原子核处所产生的磁场。

解：$n = 2$，$l = 1$，$r = 4a_0$，$L = \sqrt{2}\hbar$

$$B = \frac{Ze}{8\pi\varepsilon_0 m_e c^2 r^3} L$$

$$= 0.138T$$

3.16 试计算氢原子莱曼线系第一条谱线的精细结构裂距Δλ。

解： 氢原子 n =1 的能级不分裂，n =2 的能级分裂成两个能级.

由于 $$\Delta E_{n,j} = -\frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} E_n \left[\frac{3}{4} - \frac{n}{j+1/2}\right]$$

能量裂距: $$\Delta E = \Delta E_{2,1/2} - \Delta E_{2,3/2} = 4.5\times 10^{-5} eV$$

$$\Delta\lambda = \frac{hc}{E_{2,1/2\to 1}} - \frac{hc}{E_{2,3/2\to 1}} = \frac{hc(\Delta E_{2,1/2} - \Delta E_{2,3/2})}{E_{2\to 1}{}^2} = 5.4\times 10^{-13} m$$

$= 5.4\times10^{-4}$ nm。

其中 $E_{2\to1}$ 是氢原子 n=2 和 n=1 能级的能量差.

3.17 试确定氢原子的朗德因子值的变化范围。

解：
$$g = 1+\frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)}$$

对氢原子, s=1/2，j= l+1/2 或 j = l-1/2

j=l+1/2 时,
$$g = 1+\frac{1}{2(l+1/2)}$$

当 l = 0 时， j = 1/2， g 有最大值 2；最小值趋近于 1

J = l-1/2 时,
$$g = 1-\frac{1}{2(l+1/2)}$$

当 l = 1 时， j =1/2，g 有最小值 2/3；最大值趋近于 1

综上所述, 氢原子的 g 因子取值范围是[2/3,1)和(1,2]。即在 2/3 和 2 之间，但 g = 1 除外。

3.18 计算处于 $^2D_{3/2}$ 态原子的朗德因子及实验可测得的磁矩值。

解： $^2D_{3/2}$ 态的量子数为: j =3/2，l =2，s =1/2

$$g = 4/5$$

实验测得的磁矩值： $\mu_{jz} = g_j\cdot m_j\cdot\mu_B$

m_j =1/2 时，$\mu_{jz} = 0.37\times10^{-23}J\cdot T^{-1}$，$m_j$ =3/2 时，$\mu_{jz} = 1.11\times10^{-23}J\cdot T^{-1}$.

3.19 已知 s =1/2，j = 5/2，g = 6/7，试写出原子态，且以符号表示。

解： s =1/2，j = 5/2，g = 6/7，利用 g 因子的计算公式列方程可以算出 l =3.

原子态是: $^2F_{5/2}$

3.20 试计算氢原子基态时的磁矩。

解：氢原子基态时，$g_j = 2$，j =1/2，$m_j = 1/2$。

$$\mu_{jz} = \mu_B$$

3.21 试求 ^{208}Pb（Z= 82）的μ 原子 2p 能级的精细结构裂距。（已知μ 子的质量 m_μ =207m_e ）

解：这种奇异原子的能量可以表示为:

$$E_n = -\frac{Z^2\alpha^2\mu c^2}{2n^2}$$

精细结构的能量修正为：

$$\Delta E_n = -\frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} E_n (\frac{3}{4} - \frac{n}{j+1/2})$$

对于 j =3/2，j =1/2 的两能级的裂距为:

$$\Delta E = -\frac{\alpha^2 Z^2}{2n} E_n = \frac{\alpha^4 Z^4 m_\mu c^2}{4n^3} = 0.42\,\text{MeV}$$

3.22 当 n 和 l 增加时，双重态的裂距迅速减小。试问在氢原子中2p 双重态的裂距与3d 双重态的裂距之比值为多大？

解：氢原子 2p 双重态和 3d 双重态的裂距可以表示为:

$$\Delta E = \frac{\alpha^4 mc^2}{2n^3} (\frac{1}{j_1+1/2} - \frac{1}{j_2+1/2})$$

对 2p 态：n=2，j_1 =1/2，j_2 = 3/2

对 3d 态,：n=3，j_1=3/2，j_2 = 5/2

2p 双重态和 3d 双重态的裂距之比为 162:16 = 10.1

3.23 考虑氢原子基态和 n =2 的激发态：

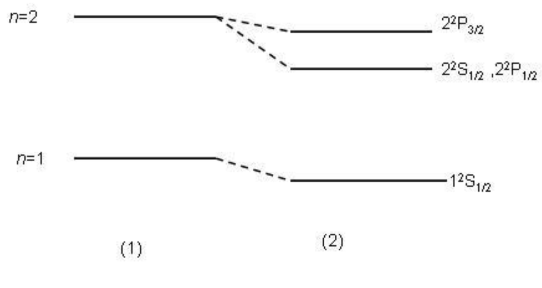
(1) 不考虑精细结构，画出它们的能级图；

(2) 考虑相对论效应后画出新能级且表明其光谱符号（n,l,j）；

(3) 计算相对论修正后引起的能级移动和双层能级的间隔；

(4) 考虑兰姆移位后对能级会有哪些影响？

解：(1)，(2)



(3) 能级移动：n =2 ，

$$\Delta E_n = -\frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} E_n (\frac{3}{4} - \frac{n}{j+1/2})$$

n=2, j=3/2: $\Delta E'_{2,1} = -1.13\times 10^{-5} eV$

n=2, j=1/2: $\Delta E'_{2,0} = -5.66\times 10^{-5} eV$

n=1, j=1/2: $\Delta E'_{1,0} = -1.81\times 10^{-4} eV$

双层能级（$^2P_{3/2}$，$^2P_{1/2}$ ）之间的间隔为 4.5×10^{-5} eV；.

(4) 考虑到兰姆移位后, $^2S_{1/2}$ 的能级要比 $2^2P_{1/2}$ 的能级高。

3.24 一束自由电子经过一个 B =5000 Gs 的均匀磁场，试问自旋“平行”和“反平行”于磁场 **B** 的电子的能量相差多少？哪种电子的能量较大？

若用与上述能量差相应的光子照射电子，会引起电子的“自旋反转”引起。此现象称作“电子自旋共振”。试求能引起共振的光子的波长和频率。

解：由磁场和电子相互作用产生的能量:

$$\Delta E = m_j g_j \mu_B B$$

$$= 2.89\times10^{-5}\ \text{eV}$$

平行和反平行的电子能量差:

$$2\Delta E = 5.8\times10^{-5}\, eV$$

引起共振的光子的频率和波长为:

$$\nu = \frac{E}{h} = 1.4\times10^{10}\, Hz$$

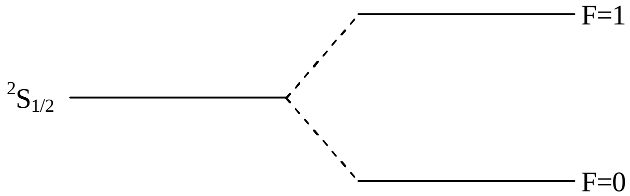
$$\lambda = \frac{hc}{E} = 2.1 cm$$

3.25 由于核磁矩的超精细作用使氢原子基态的能级发生劈裂。试给出它的能级图，并表面它的总角动量量子数 F。

解：总角动量 $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$，可能取值为:

$$F = (I+J)，(I+J-1)，\cdots，|I-J|$$

氢原子的基态 J=1/2，氢原子核自旋 I=1/2，所以 F =1 或 0。



3.26 (1）以一简单模型来估计氢原子基态时电子运动所产生的磁场：设电子作圆轨道运动，轨道半径为 r，运动的速率为 v，试计算它在质子处所产生的磁场 $\boldsymbol{B}_e$。

(2) 质子的磁矩和它的自旋方向谱线，磁矩数值为 μ =2.8μ_N ，$\mu_N = \dfrac{e\hbar}{2M_p}$，$M_P$ 是质子的质量。试证明使质子自旋反向所需能量为

$$\Delta E = 2.8\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\hbar\upsilon}{M_P c^2 r^2}$$

并估算氢原子基态时，此能量的大小。

(3) 如果氢原子基态超精细能级发生“自旋反转”跃迁，试估计其谱线的波长。

解： (1) 电子可以形成一个围绕质子的环形电流, 电流中心的磁场:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Ze}{m_e r^3}\cdot\vec{r}\times m_e\vec{v}$$

(2) 质子在磁场中的附加能量:

$$\Delta E=-B\mu_p=\frac{-1.4e^2\hbar\upsilon}{4\pi\varepsilon_0 M_p c^2 r^2}$$

为使质子磁矩反向，需要补充 $2\left|\Delta E\right|$ 的能量，

即 $$E=\frac{2.8e^2\hbar\upsilon}{4\pi\varepsilon_0 M_p c^2 r^2}$$

当氢原子处于基态时，以玻尔半径代入，这个能量大约为 $2.2\times10^{-6}\ eV$；

(3) 谱线的波长:

$$\lambda=hc/E=0.56\ m。$$

3.27 假定原子核是一个半径为 R，电荷均匀分布的球，试求由体积效应引起的能量修正。

假定原子核是一个电荷均匀分布的球，球半径为 R，则在 r 处的电势

$$V(r)=\begin{cases}V_0(r)=-\dfrac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}, & r>R\\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Ze^2}{R}\left(-\dfrac{3}{2}+\dfrac{r^2}{2R^2}\right), & 0\le r\le R\end{cases}$$

于是考虑体积效应所引起的能量修正

$$\Delta E=\int_0^\infty \Psi^*[V(r)-V_0(r)]\psi\times4\pi r^2dr$$

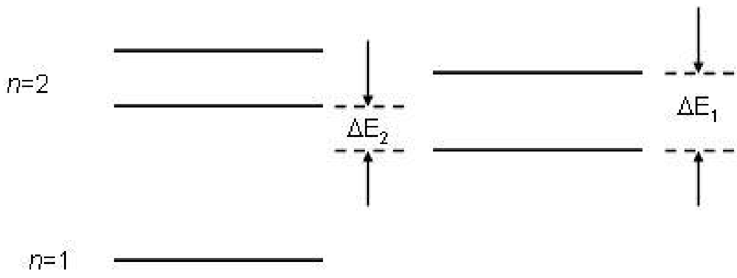
假设ψ 在原子核范围内是常数，则

$$\Delta E=\left|\Psi(0)\right|^2 4\pi\int_0^R[V(r)-V_0(r)]r^2dr=\frac{2\pi}{5}\left|\Psi(0)\right|^2\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}R^2$$

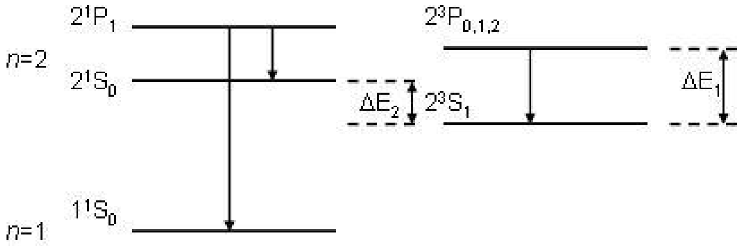
$$\left|\Psi(0)\right|^2=\frac{Z^3}{n^3a_0^3\pi},\qquad \Delta E=\frac{2\pi}{5}\frac{Z^3}{a_0^3\pi}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}R^2\ 。$$

第四章习题解答

4.1 氦原子基态和 n =2 激发态的能级可用下图表示，请给出：



(1) 这五个态的原子态符号；
(2) 解释形成能量差ΔE_1和 ΔE_2 物理原因；
(3) 画出这五个能级间的允许跃迁。
解： (1),（3）



(2) ΔE_1 的形成原因是原子实的极化和轨道贯穿效应.

ΔE_2 的形成原因是交换效应.

4.2 氦原子中两个电子分别激发到 2p 和 3d 状态。试求原子总轨道角动量量子数 L 的可能取值和可组成的各原子态。

解： $L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \ldots\ldots, |l_1 - l_2|$

$= 3, 2, 1$

$L=3$	$^1F_3$	$^3F_{2,3,4}$
$L=2$	$^1D_2$	$^3D_{1,2,3}$
$L=1$	$^1P_1$	$^3P_{0,1,2}$

4.3 写出碳原子基态的电子组态，并给出可能组成的原子态。

解：碳原子基态的电子组态: $1s^2 2s^2 2p^2$，两个 2p 电子耦合，$L = 0,1,2$

$L=0$ $\qquad$ $^1S_0$

$L=1$　　　　　　　　$^{3}P_{0,1,2}$

$L=2$　　　　　　　　$^{1}D_{2}$

本题已经应用了 $l+s$ 为偶数的限制。

4.4 请分别写出硫原子（Z = 16）和铁原子（Z = 26）的基态电子组态，并根据洪德定则确定基态的原子态。

解：硫原子的电子组态 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$，基态是 $^{3}P_{2}$.

铁原子的电子组态 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^6$，基态是 $^{5}D_{4}$.

4.5 分别以 LS 耦合和 jj 耦合写出 3p 和 3d 电子的合成状态，并证明它们具有相等的状态数。

解： L-S 耦合： $L=l_1+l_2$，L=1, 2,3；$S=s_1+s_2$，S= 0, 1；所有可能的状态是：

$^{1}P_{1}$，$^{3}P_{0,1,2}$，$^{1}D_{2}$，$^{3}D_{1,2,3}$，$^{1}F_{3}$，$^{3}F_{2,3,4}$， 再考虑每个 J 有

($2M_J$+1) 个不同的 M_J 值，共有 60 个态.

j-j 耦合. $l=1$,　　　$j_1=1/2$　　　$j_1'=3/2$

$l=2$,　　　$j_2=3/2$　　　$j_2'=5/2$

所有的组态是：$(j_1, j_2)_J$：

$(1/2, 3/2)_{1,2}$， $(1/2, 5/2)_{2,3}$，$(3/2, 3/2)_{0,1,2,3}$，$(3/2, 5/2)_{1,2,3,4}$；再考虑每个 J 有 ($2M_J$+1) 个不同的 M_J 的态，共 60 个态。

4.6 写出两个等效和非等效 d 电子可以构成的原子状态。

解： 两个等效 d 电子： $^{1}S_{0}$，$^{3}P_{0,1,2}$，$^{1}D_{2}$，$^{3}F_{2,3,4}$，$^{1}G_{4}$.

两个非等效电子: $^{1}S_{0}$，$^{3}S_{1}$，$^{1}P_{1}$，$^{3}P_{0,1,2}$，$^{1}D_{2}$，$^{3}D_{1,2,3}$，$^{1}F_{3}$，$^{3}F_{2,3,4}$，$^{1}G_{4}$，$^{3}G_{3,4,5}$。

4.7 写出下列谱项表示的原子态的量子数，并指出哪些原子态是不存在的：

$^{2}S_{3/2}$，$^{3}D_{2}$，$^{5}P_{3}$，$^{5}F_{0}$，$^{1}P_{2}$，$^{2}D_{2}$。

解：$^{2}S_{3/2}$	$L=0$	$s=1/2$	$j=3/2$	不存在
$^{3}D_{2}$	$L=2$	$s=1$	$j=2$	
$^{5}P_{3}$	$L=1$	$s=2$	$j=3$	
$^{5}F_{0}$	$L=3$	$s=2$	$j=0$	不存在
$^{2}D_{2}$	$L=2$	$s=1/2$	$j=2$	不存在

$^1P_2$　　　　$L=1$，$S=0$，$J=2$，不存在

4.8 试画出从 ^{4}D 态到 ^{4}P 态的所有可能的跃迁。

解：^4D 态：　$L=2$，$S=3/2$　可以组成：　$^4D_{7/2}$，$^4D_{5/2}$，$^4D_{3/2}$，$^4D_{1/2}$

^4P 态：　$L=1$，$S=3/2$ 。　　　　　$^4P_{5/2}$，$^4P_{3/2}$，$^4P_{1/2}$

根据选择定则, 可能的跃迁有:

$$^4D_{7/2} \to {}^4P_{5/2},$$

$$^4D_{5/2} \to {}^4P_{5/2},\ {}^4D_{5/2} \to {}^4P_{3/2}$$

$$^4D_{3/2} \to {}^4P_{5/2},\ {}^4D_{3/2} \to {}^4P_{3/2},\ {}^4D_{3/2} \to {}^4P_{1/2}$$

$$^4D_{1/2} \to {}^4P_{3/2},\ {}^4D_{1/2} \to {}^4P_{1/2}$$

4.9 试求出电子组态 $1s^22s^22p^53p^1$ 在 $L\,S$ 耦合情况下所有可能的谱项，并以惯用的光谱符号 $^{2S+1}L_J$ 表示。

解: 2p 亚层上少一个电子未达到满壳层. 这种耦合情况相当于一个 2p 电子和一个 3p 电子耦合, 所有可能的原子态是:

$$^1S_0,\ {}^3S_1,\ {}^1P_1,\ {}^3P_{0,1,2},\ {}^1D_2,\ {}^3D_{1,2,3}$$

4.10 某种原子服从 LS 耦合，它的一个五重态的相邻能级间隔之比为 1：2：3：4（按能量增加的次序），试确定这些能级的量子数 S、L、J。

解：根据朗德间隔定则，两个相邻能级的间隔与它们中大的 J 值成正比.

$$\varepsilon_1:\varepsilon_2:\varepsilon_3:\varepsilon_4=1:2:3:4=(J_0+1):(J_0+2):(J_0+3):(J_0+4)$$

最低能级 $J_0=0$，　又因为是五重态，$S=2$，所以这个五重态的 $L=2$，是 $^5D_{0,1,2,3,4}$。

4.11 一个原子的电子组态 $1s^22s^2p^2$，问这个组态可能组成哪些原子态，并给出这个原子的基态原子态。

解：　可能的原子态是: $^1S_0$，$^3P_{0,1,2}$，$^1D_2$，其中 $^3P_0$ 是基态.

4.12 碳原子某一激发态为三重结构，三层精细结构能级分别比基态高出 60333 cm^{-1}、60353 cm^{-1}、60393 cm^{-1}：

(1) 已知碳原子为 LS 耦合，试确定这些精细结构能级的量子数 S、L、J；

(2) 碳的基态也为三重结构，其 J 值分别为 0,1,2。试给出这两个态的精细结构能级图，标明相应的光谱符号，画出可能的电偶极跃迁。

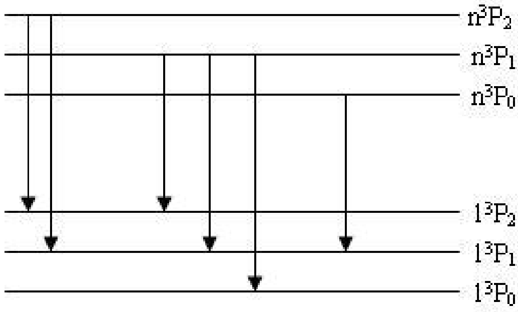
解: (1) 能级间距比:

$$\frac{E_{32}}{E_{21}}=\frac{2}{1}$$

可知最低能级的 $J=0$.

又由三重态知，$S=1$，这三个能级的状态是 $^3P_{0,1,2}$

(2) 由 LS 耦合的选择定则：$\Delta S=0$，$\Delta L=0,\pm1$ ，$\Delta J=0,\pm1$ （$J=0 \nrightarrow J=0$），可知允许的跃迁。



4.13 在磁场中钙原子的一条 $\lambda=422.7$ nm 谱线呈现正常塞曼相应。求 B=3 T 时，分裂谱线的频率差和波长差。

解：正常塞曼效应, 原子由 E_2 能级跃迁到 E_1 能级发射的光子频率：

$$h\nu=h\nu_0+\mu_B B\Delta m_l$$

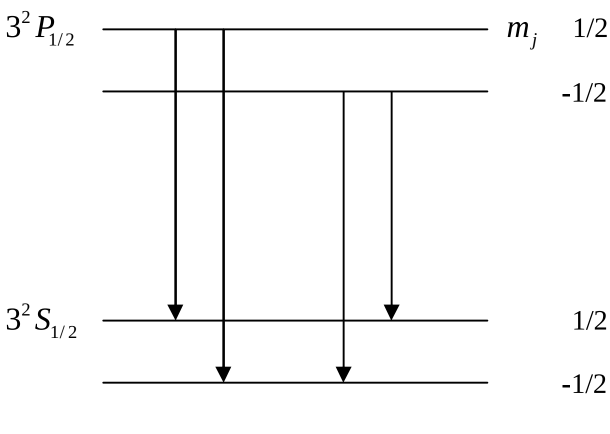
根据选择定则: $\Delta m_l=0,\pm1$

谱线分裂的频率差: $\Delta\nu=\dfrac{\mu_B B}{h}=4.2\times10^{10}Hz$

波长差: $\Delta\lambda=\lambda\dfrac{\Delta\nu}{\nu}$=0.025 nm。

4.14 钠原子从 $3\ ^2P_{1/2}\longrightarrow 3\ ^2S_{1/2}$ 跃迁的光谱线为 589.6 nm，在 B ＝2.5 $Wb\cdot m^{-2}$ 的磁场中发生塞曼分裂。问从垂直于磁场方向观察，其分裂为多少条谱线，并给出其中波长最长和最短的两条光谱线的波长。

解:：这是反常塞曼效应，能观察到 4 条谱线。



	g	mg
$3^2P_{1/2}$	2/3	$\pm1/3$

$3^2S_{1/2}$　　2　　　±1

最长的波长:　$\frac{hc}{\lambda_{\max}}=h\nu_0-4/3\mu_B B$

$$\lambda_{\max}=589.64nm$$

最短的波长:　$\frac{hc}{\lambda_{\min}}=h\nu_0+4/3\mu_B B$

$$\lambda_{\min}=589.56nm$$

4.15 当镉光源放在 8.6 mT 的磁场中，在垂直磁场方向上测量光谱时，镉的红线分裂为三条谱线，其频率间隔为 120 MHz，试计算电子的荷质比。

解：
$$\Delta E=\mu_B B=\frac{e\hbar}{2m}B,$$
$$\frac{e}{m}=\frac{2\Delta E}{\hbar B}=\frac{2h\Delta\nu}{\hbar B}=\frac{4\pi\Delta\nu}{B}=1.75\times10^{11}\,C/kg。$$

4.16 分析 Cd 原子波长为 6438 Å 由 $^1D_2\longrightarrow{}^1P_1$ 跃迁产生的谱线的塞曼效应，说明各谱线的偏振状态，并分别讨论在垂直与谱线于磁场方向进行观察的结果。

解：Cd 原子的波长 643.8 nm 的谱线在磁场中产生正常塞曼效应，分裂成三条。

这三条谱线都是偏振的，中间的一条谱线的偏振平行于磁场，另两条的圆偏振垂直于磁场。在垂直于磁场的方向观察将看到三条谱线，在平行于磁场的方向观察，只能看到两条。

4.17 如果原子中电子的状态以量子数 n、l、s、j、m 表示，试求 $n=3$ 的壳层上最多能容纳多少个电子？

解：$l=0$, $s=1/2$, $j=1/2$, $m_j=1/2$ 或-1/2 有两个态 (0, 1/2, 1/2, 1/2) 和 (0, 1/2, 1/2, -1/2)

$l=1$, s=1/2, j=1/2, $m_j=1/2$ 或-1/2 有两个态 (1, 1/2, 1/2, 1/2) 和 (1, 1/2, 1/2, -1/2)

j=3/2, m_j=3/2, 1/2, -1/2, -3/2 有四个态 (1, 1/2, 3/2, 3/2) 和 (1, 1/2, 3/2, 1/2)
(1, 1/2, 3/2, -1/2) 和 (1, 1/2, 3/2, -3/2)

l=2, s=1/2, j=3/2, m_j=3/2, 1/2, -1/2, -3/2 有四个态 (2, 1/2, 3/2, 3/2) 和 (2, 1/2, 3/2, 1/2)
(2, 1/2, 3/2, -1/2) 和 (2, 1/2, 3/2, -3/2)

l=2, s=1/2, j=5/2, m_j=5/2, 3/2, 1/2, -1/2, -3/2, -5/2 有六个态:
(2, 1/2, 5/2, 5/2) 和 (2, 1/2, 5/2, 3/2)
(2, 1/2, 5/2, 1/2) 和 (2, 1/2, 5/2, -1/2)
(2, 1/2, 5/2, -3/2) 和 (2, 1/2, 5/2, -5/2)

所以共可容纳 18 个电子，　符合 $2n^2$ 的规则。

4.18 试证 $l=1$ 支壳层上有五个电子时的角动量状态与有一个电子时的相同。

解：因为满壳层的量子数 S，L，J 都为 0，$l=1$ 的支壳层最多有 6 个电子，所以 $(L)_5+(L)_1=0$，它们的 L 值相同，同理 S ，J 相同。

4.19 硼原子的电离能是 8.3 eV，它的 1s 电子的结合能为 259.3eV。若用电子轰击硼靶，问电子至少要有多大的动能才能产生 KX 射线？

解： 硼原子基态的电子组态：$1s^2 2s^2 2p$，电子的动能至少要使 K 层的电子激发到 L 层, 这两个能级的能级差是

$$259.3eV\text{-}8.3eV\text{=}251eV。$$

4.20 已知某元素的 K_{α}X 射线能量为 6.375 keV，问这是什么元素？

解: 根据莫莱塞定律:

$$(Z-1)^2 E_H (1-\frac{1}{4}) = E_{K\alpha}$$

解得: $Z = 26$ 这种元素是铁。

4.21 X 射线管的加速电压为 45 kV 时，求发射谱的最短波长。

解: $$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E} = 0.028nm$$

4.22 当 X 射线管加速电压由 10kV 增加到 20 kV 时，发射的 K_{α} 线与短波限的波长差增加了两倍，试问阳极是哪种元素组成的？

解：由题设: $$3(\frac{hc}{E_{K\alpha}} - \frac{hc}{E_{ac1}}) = (\frac{hc}{E_{K\alpha}} - \frac{hc}{E_{ac2}})$$

E_{ac} 是电子在加速电压下获得的能量.

解得: $$E_{K\alpha} = 8KeV$$

$$(Z-1)^2 E_H (1-\frac{1}{4}) = E_{K\alpha}$$

$Z = 29$, 这种元素是铜（Cu）。

4.23 测得钨的 X 射线 K 吸收限是 0.1782 Å，试求 K 壳层的电子能量 E_K。如果将钨原子的电子逐个电离，只剩下一个电子与原子核构成类氢离子，试求该粒子的基态能量 E_1。说明为什么 E_1 和 E_K 不相同？

解: (1) $$E_K = \frac{hc}{\lambda_K} = 69.6\ keV,$$

(2) $$E_1 = Z^2 \times 13.6 = 74.6\ keV。$$

E_K 由于外层电子的轨道贯穿会对核电荷有一定的屏蔽，使核的有效电荷变小，所以能量小一些。

4.24 已知镍的 K_{α}线的波长为 1.66Å，K_{β} 线的波长为 1.50Å，K 吸收限为 1.49Å。

(1) 试确定镍原子的原子序数 Z;

(2) 用高能电子束轰击镍靶，若要观察到 L_α 线，问电子的动能至少为多大？这时产生的连续 X 射线的最短波长为多大？

解: (1)
$$E_{k\alpha}=\frac{1240}{0.166}=7.47\ keV,$$

由莫莱塞定律解得: $Z=28$

(2) $E_{k\beta}=\dfrac{1240}{0.150}=8.27\ keV$，$E_k=\dfrac{1240}{0.149}=8.32\ keV$，

由此得 K 层结合能为 8.32 keV，L 层结合能为 0.85 keV，

M 层的结合能为（8.32－8.27）= 0.05 keV，

所以，要观察到 L_α 线，电子的动能要大于 0.85 keV。

这时连续 X 射线谱的最短波长：$\lambda_{\min}=\dfrac{1240}{850}=1.46\ nm$。

4.25 由下列数据求：

元 素	K 壳层束缚能/keV	K_α/keV	K_β/keV
Zr	17.996	15.7	17.7
Nb	18.986	16.6	18.6
Mo	20.000	17.4	19.6

（1）Zr、Nb、Mo 的 L 壳层的束缚能;

（2）Zr 的原子序数。

解：L 壳层束缚能等于 K 壳层束缚能减去 K_α射线的能量。

Zr 2.296 keV

Nb 2.386 keV

Mo 2.6 keV

由莫莱塞定律: $(Z-1)^2E_H(1-\frac{1}{4})=E_{K\alpha}$ =15.7keV

得 Zr 的原子序数 $Z=40$。

4.26 用钼的 K_α特征 X 射线，在氯化钠晶体的天然晶面上“反射”，当掠射角$\theta=7.27^0$ 时产生艺界衍射极大。已知晶体的密度为 2165kg/m^3，求晶体的晶格常数和阿伏伽德罗常量。

解：由衍射定律: $2d\sin\theta=n\lambda$

$$d=\frac{1240}{2\times E_k\sin\theta}=\frac{1240}{2\cdot 17.4\times 10^3\times 0.1265}=0.2816\text{nm}$$

$N_A=\dfrac{A}{2d^3\rho}$，NaCl 的分子量为 58.4g 代入，得

$N_A=6.05\times 10^{23}$ mol^{-1}。

4.27 用钨的 K_α线（E =59.1 keV）照射放在真空中的银。由银表面飞出的电子能量有：55.8 keV，33.7keV，21.6 keV 和 18.8keV。请分别给出产生这些电子的物理过程。（已知银的 K 吸收限 E=25.4 keV，L 吸收限 E=3.3 keV，M 吸收限 E = 0.5 keV。）

解：1）由 59.1keV 的 X 射线从银原子的 L 层产生的光电子的能量为 59.1-3.3=55.8keV。

2）由 59.1keV 的 X 射线从 K 层产生的光电子的能量为 59.1-25.4=33.7keV。

3）当 K 层出现空位时，银的 M 层电子跃迁到 K 层的空位时发生俄歇效应，发射 L 层的电子，它的能量为(25.4- 0.5 -3.3) keV = 21.6 keV。

4）银的 L 层电子跃迁到 K 层的空位时发生俄歇效应，发射 L 层的电子，它的能量为 25.4-2 × 3.3keV=18.8keV

4.28 (1) 已知钨的 K 吸收边是 0.0178 nm，K 系线的波长（忽略精细结构）为 K_α：0.0210 nm，K_β：0.0184nm，K_γ：0.0179nm。请画出钨的能级及给出 K、L、M 和 N 壳层的能量。

(2) 试给出激发钨的 L 线系的最低能量及 L 线的波长。

解：K 壳层的能量= -*hc*/0.0178，L 壳层的能量= -*hc*(1/0.0178 – 1/0.0210) ；

(1)

壳层	K	L	M	N
能量（eV）	－69662	-10615	-2270	-388

(2) 最低能量为 10.6 keV，

L_α 线的波长：0.1486 nm。

4.29 X 射线通过铝片，每片铝片为 0.4cm 厚。当 X 射线通过 0，1，2，3 和 4 片时，用盖革计数器测得的计数分别是：8×10^3，4.7×10^3，2.8×10^3，1.65×10^3 和 9.7×10^2 计数/每分钟，试计算铝的线吸收系数。

解：线吸收系数 $\mu = \dfrac{\ln(I_0 / I(x)}{x}$，由数据得线吸收系数的平均值为（131.7±0.3）m^{-1}。

4.30 (1) 已知下列元素的原子态：钒(^{4}F)、锰(^{6}S)和铁(^{5}D)，这些原子束在施特恩－格拉赫实验中分裂为 4，6，9 线。试计算它们在磁场方向磁矩的最大值。

(2) 一个单态在 B_0 = 0.5 T 的外磁场中能级分裂值为 $\tilde{\nu} = 1.4\,\mathrm{cm}^{-1}$，写出这个态的谱项。

解：(1) 由谱项定出 L 和 S，再根据施特恩－格拉赫实验，分裂的条数定出 J，

最大磁矩 $\mu_{z,\max} = g_J J\mu_B$， $g_J = 1 + \dfrac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$

得：

元素	谱项	L	S	J	g_J	$\mu_{z,\max}$ (μ_B)
钒	^{4}F	3	3/2	3/2	2/5	3/5
锰	^{6}S	0	5/2	5/2	2	5
铁	^{5}D	2	2	4	3/2	6

(2) 由单态得 S=0， 在磁场中的能级总的劈裂

$$\Delta E = E(m_L = L) - E(m_L = -L) = 2L\mu_B B$$

所以 $\mathrm{L} = \dfrac{\Delta \mathrm{E}}{2\mu_B \mathrm{B}} = \dfrac{\mathrm{hc}\Delta\tilde{\nu}}{2\mu_B \mathrm{B}} = 3$，因此谱项是 $^1F_3$ 。

第五章习题解答

5.1 用均匀磁场质谱仪测量某一单电荷正离子，离子先在电势差为 1000V 的电场中加速，然后在 1000Gs 的磁场中偏转，测得离子轨道半径为 18.2 cm。试求（1）离子速度；(2) 离子质量；(3) 离子质量数。

解：根据带电粒子在磁场中的运动方程：

$$mv = qBR$$

和粒子在电场中加速的能量关系：

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU$$

得到离子的速度：

$$v = \frac{2eU}{qBR} = 1.1\times10^5 m/s$$

离子的质量：

$$m = qBR/v = 2.65\times10^{-26} kg$$

离子的质量数：

$$A = \frac{2.65\times10^{-26}}{1.66\times10^{-27}} = 16$$

5.2 计算下列各原子核的半径：${}^4_2He$，${}^{107}_{47}Ag$，${}^{238}_{92}U$，设 r_0= 1.45fm。

解：根据计算原子半径的经验公式：$R = r_0 A^{1/3}$，$r_0 = 1.45\,fm$：

$${}^4_2H \text{ ，A=4，} \quad R = 2.30\,fm$$

$${}^{107}_{47}Ag \quad R = 6.88\,fm$$

$${}^{238}_{92}Au \quad R = 8.99\,fm$$

5.3 试计算 ^{3}H，^{3}He，^{4}He 核的比结合能 B/A。已知它们的原子量为 $M({}^3\text{H})$ =3.016050 u，$M({}^3\text{He})$ =3.016029 u，$M({}^4\text{He})$ =4.002603 u，$M({}^1\text{H})$ =1.007825 u，M_n =1.008665 u。

解：${}^3H, {}^3He, {}^4He$

$${}^3H \qquad \Delta m = M({}^1H) + 2M_n - M({}^3H) = 0.009105u$$

$$B/A = 2.83MeV$$

$${}^3He \qquad \Delta m = 2M({}^1H) + M_n - M({}^3He) = 0.008286u$$

$$B/A = 2.57MeV$$

$${}^4He \qquad \Delta m = 2M({}^1H) + 2M_n - M({}^4He) = 0.030377u$$

$$B/A = 7.07MeV$$

5.4 已知$^{34}_{16}S$的原子量 M = 33.967865 u，求其质量亏损及比结合能。

解：
$$\Delta m(^{34}S) = 16M(^{1}H) + 18m_n - M(^{34}S)$$
$$= 0.313305u$$
$$B/A = 931.494 \times 0.313305/34 = 8.58(MeV)$$

5.5 计算动能分别为 0.5 MeV，2.0 MeV，10 MeV 和 100MeV 的电子的德布罗意波长。

解：应用相对论运动来处理

$E = m_e c^2 + E_k$， $pc = \sqrt{(E^2 - m^2 c^4)}$， $\lambda = h/p$

E_k= 0.5MeV，E=1.01MeV，p=0.87MeV/c， $\lambda = h/p$ =1.63×10^{-3} nm，

E_k=2.0MeV:　　$\lambda = h/p$ = 5×10^{-4} nm，

E_k =10MeV：　p=10.5 MeV/c， $\lambda = h/p$ =1.18×10^{-4}，

E_k =100MeV：　$\lambda = \dfrac{hc}{E} = 1.24\times10^{-5}nm$

5.6 试由β 稳定线经验公式分别确定 ^{57}Ni 和 ^{140}Xe 经 β衰变生成的 β稳定性核素，并分别写出它们的β 衰变链。

解：根据
$$Z = \frac{A}{1.98 + 0.0155A^{2/3}}$$

A=57 时：	Z=26	该元素是 Fe
A=140 时：	Z=58	该元素是 Ce

衰变反应链：

$$^{58}_{28}Ni \to ^{58}_{27}Co \to ^{58}_{26}Fe,$$

$$^{140}_{54}Xe \to ^{140}_{55}Cs \to ^{140}_{56}Ba \to ^{140}_{57}La \to ^{140}_{58}Ce$$

5.7 根据壳模型给出$^{63}_{29}Cu$，$^{64}_{29}Cu$核基态的自旋和宇称。

解：$^{63}_{29}Cu$：基态的自旋和宇称由最后的奇数的核子状态决定，该核的中子数是偶数，最后的质子是 $2p_{3/2}$，j = 3/2，l＝1，所以宇称为 $(-1)^l$ = -1，核的自旋和宇称为 $3/2^-$；

对奇奇核$^{64}_{29}Cu$，最后一个质子在 $2p_{3/2}$，自旋和轨道角动量同向，最后一个中子在 $1f_{5/2}$，

自旋和轨道角动量反向，这样核的自旋 $I = \left|j_n - j_p\right| = 1$ 。宇称 $(-1)^{l_n + l_p}$ =$(-1)^{1+3}$=+1，

所以基态的自旋和宇称是 1^+。

5.8 试由核壳层模型求 ^{7}Li 核的自旋。

解：^{7}Li 有 3 个质子，4 个中子，最后一个质子$1p_{3/2}$态，所以^{7}Li 的基态自旋 3/2。

5.9 根据核模型给出 ${}^{9}_{4}Be$，${}^{14}_{7}N$，${}^{37}_{17}Cl$ 核基态的自旋和宇称。

解：${}^{9}_{4}Be$ 的最后一个中子$1p_{3/2}$态，其基态自旋 3/2，宇称－1。

${}^{14}_{7}N$ 各有单数质子和中子，处于 1 $p_{1/2}$ 态，基态自旋为 1，宇称＋1。

${}^{37}_{17}Cl$ 最后一个质子处在 1 $d_{3/2}$ 态，基态自旋为 3/2，宇称+1。

5.10 实验测得 ^{210}Po 的α 粒子能量为 5.3MeV，试求其衰变能。

解： 反应的方程式：${}^{210}_{84}Po \to {}^{206}_{82}Pb + \alpha$

$$E_d = T_\alpha (1 + \frac{m_\alpha}{M_{Pb}}) = 5.4(MeV)$$

5.11 计算${}^{27}_{13}Al$ 的核半径及对α粒子的位垒;若动能分别位 5.3MeV 和 8.6MeV 的α粒子射向核，试给出它们可靠拢的最近距离。

解：

$$R = r_0 A^{1/3} = 4.35\,fm$$

位垒：

$$V_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})} = 5.67MeV$$

对动能 5.3MeV 的粒子，最小距离 r =7.1fm;
对动能 8.6MeV 的粒子，最小距离 r =4.4fm。

5.12 利用核素质量，计算${}^{3}_{1}H \to {}^{3}_{2}He$ 的 β谱的最大能量。

解： $M({}^{3}_{1}H) = 3.016050u$，$M({}^{3}He) = 3.016029u$，

$$\Delta M = 0.000021u = 0.0196MeV$$

β 谱的最大动能为 0.0196MeV

5.13 氚β 衰变的半衰期为 12.33 年(a)，求 1 ml 氚发出的β^- 粒子的强度。

解：活度： $A = N\lambda$

$$N = 2 \times (0.001/22.4) 6.02\times10^{23} = 5.38\times10^{19}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 1.78\times10^{-9}\ /s$$

A = 5.38(1.78)×10^{10}= 9.6×10^{10} /s

5.14 样品中含 RaE（即核素 ${}^{210}_{88}Bi$ ）4.0mg，它的半衰期为 5.01 天(d)，放出的β粒子的平均能量为 0.33 MeV，试求样品的能量辐射率 *W*。

解：
$$N=\frac{4mg}{210g\cdot mol^{-1}}\times 6.02\times 10^{23}/mol=1.15\times 10^{19}\;;$$

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=1.6\times 10^{-6}/s\;;$$

$$A=N\lambda=1.84\times 10^{13}/s\;;$$
$$W=\bar{\varepsilon}\cdot A=0.97J/s\;。$$

5.15 (1) 已知 ${}^{137}_{55}Cs$ 核具有β^-放射性，它放出的两组电子的最大能量为 1.76 MeV 和 0.515MeV，同时放出 γ射线，能量为 0.661 MeV，试说明此过程并给出它的衰变图。

(2) 已知 ${}^{137}_{36}Ba$ 核外 K 层电子的电离能 E_K = 37 keV，L 壳层的电离能 E_L = 6 keV，试给出内转换电子的能量。

(3) 实验中探测到能量为 31 keV 的 X 射线，试说明它的来源。

解：(2) 内转换电子能量：

K 层： 661－37＝624（KeV）

L 层： 661－6＝655（KeV）

（3）K 层电子被打出后，L 层电子跃迁到 K 层，放出 Ba 的 31*keV* 的 X 射线。

5.16 核反应 ${}^{16}O+d\rightarrow{}^{17}O+p$ ，试计算此反应中释放出的能量。已知 $M({}^{16}O)$=15.994915 u，$M({}^{17}O)$=16.999133 u，$M({}^{2}H)$=2.014102 u。

解：
$$\Delta E=M({}^{16}_{8}O)+M({}^{2}_{1}H)-M({}^{17}_{8}O)-m_p-m_e$$
$$=0.002059u=1.92MeV$$

5.17 天然铀中 ^{238}U 组分的含量为 99.27%，^{235}U 的含量为 0.72%。它们都具有α 放射性，^{238}U 的半衰期为 4.5×10^9a，^{235}U 的半衰期为 7.05×10^8a。可以认为在元素形成时，它们的数量是相同的，试由此估算地球的年龄。

解：设地球的年龄为 *T*，单位量的某种元素经过 *T* 后还剩 $\exp(-T\ln 2/T_{1/2})$ 。

$$e^{-T\ln 2/4.5\times 10^{9}}/e^{-T\ln 2/7.05\times 10^{8}}=0.9927/0.0072$$

解得： T = 5.94×10^9 a

5.18 活的树木中每克碳的放射性计数是每分钟(16.1±0.3)个。用计数效率为(5.40±0.14)%

的探测器来测量考古样品，考古的木样品中含碳 8g 重，用探测器测到每分钟计数为(9.5±0.1)个，而没有样品时的本底计数是(5.0±0.1)个。已知 ^{14}C 的半衰期为 5730 a，试估计此样品的年代。

解：活样品每克碳的活度λN_0 = 16.1，每克考古样品碳的活度λN = (9.5-5)/8

$$\lambda N=\lambda N_0\exp(-0.693T/T_{1/2}),$$

$$T=\frac{5730}{0.693}\times\ln(\frac{4.5}{16.1\times8\times0.054}) = 3600 \text{ 年}$$

5.19 ^{113}Cd 核吸收热中子的截面 σ = 21000 b (1b =10^{-24}cm^2)，镉的密度为 8.7 g/cm^3，若要使中子束的强度减到 0.01%，问要用多厚的镉片？

解：
$$\Phi=\Phi_0 e^{-\sigma\cdot t\cdot\frac{N_A\rho}{A}}$$

欲使中子流强减小到 0.01%, 至少需 $94.8\mu m$ 厚的镉片。

5.20 设一大湖容量为 20500 km^3，计算水中全部氘原子可释放的聚变能。已知氘的丰度为 0.0156%.

解：氘的丰度为 0.0156%, 那么在氢同位素中的质量百分比约为 0.0312%.

这个大湖中的水的质量 $2.05\times10^{19}\,g$，氘的质量为 $2.05\times10^{19}\div9\times3.12\times10^{-4}\,g$

由课文知，每克氘放出 $2.15\times10^{24}\,MeV$ 的能量，

因此，放出的总能量为$1.5\times10^{39}\,MeV$ =$2.4\times10^{26}\,J$。

5.21 实验测得$^{241}_{95}Am$ 原子光谱的超精细结构由六条谱线组成，已知相应原子能级的电子总角动量大于核的自旋，试求$^{241}_{95}Am$ 核的自旋。

解：由于已知电子的总角动量>核自旋，所以多重结构由 $2I+1$ 决定，因此 I =5/2。

5.22 $^{130}_{52}Te$ 可以经双 β^- 衰变产生 $^{130}_{54}Xe$，试计算此两核素的基态能量差。

解：2.5 MeV 。

5.23 已知 ^{238}U 每次衰变放出一个α 粒子，实验测得 1 mg ^{238}U 每分钟发射 740 个α 粒子。试计算 ^{238}U 的半衰期。

解：$A=\lambda N=740/\min$，$\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot\frac{1\times10^{-3}\cdot6.02\times10^{23}}{238}=740$，$T_{1/2}=4.5\times10^9$ 年

5.24 入射氘核的能量为 0.150MeV，发生$^3H(d,n)^4He$ 反应，问在 90^o 和 0^o 方向出射的中

子的能量是多大

解：$Q=(M_x+M_X)c^2-(M_y+M_Y)c^2$，此反应的 Q 值＝17.59 MeV，

90^0 出射的中子能量：$E_n(1+1/4)=17.59+0.15(1-2/4)$，$E_n = 14.1$ MeV；

0^0 出射的中子能量： 由公式（5.5.5）解得 $E_n = 14.9$ MeV。

5.25 $^3H(p,n)^3He$ 是常用作中子源的一种反应。反应的 Q 值为-0.764 MeV

试计算（1）阈能 (2) 当入射质子动能为 1.120 MeV 时在 30^0 方向出射中子的能量。

解：(1)

$$E_{th}=\frac{-(m_B+m_b)Q}{m_B+m_b-m_a}=0.764\frac{3+1}{3+1-1}=1.019MeV$$

(2)

$$E_n^{1/2}=\frac{-(1.12)^{1/2}(\cos 30)\pm\sqrt{1.12(\cos^2 30)+4[3\times(-0.764)+2\times 1.12]}}{4}$$

$$=\begin{cases}0.4279MeV^{1/2}\\0.0304MeV^{1/2}\end{cases}$$

$E_n = 0.183$ MeV 或 0.00092 MeV

第六章 粒子物理习题解答

6.1 试说明由于违反说明守恒律，使下列反应不能发生：

(1) $n \to p + e^-$ ；(2) $n \to \pi^+ + e^- + \nu_e$；(3) $n \to p + \gamma$；(4) $n \to p + \pi^-$

解： （1）轻子数不守恒
（2）重子数及轻子数不守恒
（3）电荷不守恒
（4）能量不守恒

6.2 判断下列各反应中哪些是禁戒的，分别指出这些反应属于哪种相互作用

(1) $p \to \pi^+ + e^- + e^+$；(2) $n + p \to \Lambda^0 + \Sigma^+$； (3) $\Sigma^+ \to p + \gamma$；

(4) $\Lambda^0 \to p + \pi^-$；(5) $\mu^- \to e^- + \nu_e + \nu_\mu$。

解： （1）禁戒，重子数不守恒
（2）禁戒，奇异数不守恒
（3）禁戒，奇异数不守恒
（4）允许，弱作用衰变
（5）禁戒，轻子数不守恒

6.3 用高能质子轰击液氢靶时，求产生 π 介子的阈能。

解： 反应： $p + p \to d + \pi^+$

反应前后不变质量是一定的：

$$(\sum E_i)^2 - c^2(\sum p_i)^2 = E_{cm}{}^2 = (\sum m_f{}^*)^2$$

其中$m_f{}^*$是末态粒子系统的不变质量。对于打静止靶的实验，设入射粒子总能量为E_a，

靶粒子质量为m_b。有：

$$(E_a + m_b)^2 - c^2 p_a{}^2 = (\sum m_f{}^*)^2$$

入射粒子在阈能E_a时，末态粒子在质心系都静止，即上式右侧为$(\sum m_f)^2 = (m_d + m_\pi)^2$，

$$E_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a{}^2 + m_b{}^2)}{2m_b}$$

入射粒子的阈动能 $T_a = E_a - m_a$,

$$T_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b}$$

代入数据计算得：T_a=287MeV

6.4 已知 K$^+$ 介子的夸克组成是$(u\bar{s})$，试定出 K$^-$ 介子和Σ^+（质量为 1189.4 MeV）超子的奇异数。

解：K^-介子的夸克组成是$(\bar{u}s)$，Σ^+的夸克组成是(uus)，所以K^-的奇异数为-1，Σ^+的奇异数为-1。

6.5 求静止的π 介子衰变产生的μ 子和中微子的动能。

解：衰变反应的方程为：

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

由动量守恒，中微子和μ 的动量相等，都为p，根据反应前后能量守恒，可以得：

$$m_\pi c^2 = \sqrt{(m_\mu c^2)^2 + c^2 p^2} + cp$$

代入数据，计算可得：

$$p = 29.7\ \text{MeV/c}$$

中微子的能量 $E_\nu = cp = 29.7\ MeV$。

μ^-的动能，在此情形可用非相对论处理：$T_\mu = \dfrac{p^2}{2m_\mu}$

μ^-的动能为：

$$T_\mu = 4.1\ MeV$$

6.6 已知带电π 介子的寿命为 2.6×10^{-8} s，在实验室中测得飞行中的π 介子的寿命为 75 ns ($1\text{ns} = 10^{-9}$ s)，求π 介子的速度，动能和动量。

解：如果π介子在它的质心系中寿命为τ，那么在实验室中观察到的运动中的π介子寿命τ'：　$\tau' = \gamma\tau$

其中：$\gamma = (\sqrt{1-\beta^2})^{-1}$；$\beta = v/c$

代入数据，计算得：

$$\beta = 0.94；\gamma = 2.885$$

介子的能量：　$E = \gamma m_\pi c^2 = 402.6\ \text{MeV}$

介子的动能：　$T = E - m_\pi c^2 = 263\ \text{MeV}$

介子的动量：　$p = \beta E = 378\ \text{MeV}/c$

6.7 一个高速电子与静止电子碰撞，求产生反电子的阈动能。

解：产生正电子的过程是：$e + e \to e + e + e + e^+$，

反应的阈动能：

$$T_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b}$$

代入数据计算得：

$$T_a = 6m_e = 6 \times 0.511 = 3.07\ \text{MeV}$$

6.8 以π^+介子轰击静止质子时，测到有质量为 1690 MeV 的共振态，求这时入射π^+介子的最低能量。

解：入射的π^+介子的最低能量：

$$T_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b}$$

代入数据，$\sum m_f$ =1690 MeV，计算得：π^+介子的阈动能 T_a = 902.4 MeV，

E =1042 MeV

6.9 由夸克模型写出下列强子的电荷 Q，同位旋 I 及 I_3，奇异数 S，重子数 B 和超荷数 Y。

$\overline{K}(s\bar{d})$，$\phi(s\bar{s})$，$\Delta(uuu)$，$\Xi(ssd)$

解：

	Q	I	I_3	S	B	Y
$\overline{K}(s\bar{d})$	0	1/2	1/2	-1	0	-1
$\phi(s\bar{s})$	0	0	0	0	0	0
$\Delta(uuu)$	2	3/2	3/2	0	1	1
$\Xi(ssd)$	-1	1/2	-1/2	-2	1	-1

6.10 说明正电子素 $^3S_1$ 态不可能衰变为两个光子的理由。

解：正电子素$^3S_1$态的宇称＝$(-1)^{L+1}$，宇称为－1，而双光子的宇称为＋1，由于衰变过程是电磁相互作用，宇称守恒，所以不能衰变。

6.11 试问下列粒子：光子，中微子，中子和电子

(1) 哪些不参与电磁相互作用？

(2) 哪些不参与强相互作用？

(3) 哪些不参与弱相互作用？

解：不参与电磁相互作用的：中微子

不参与强相互作用的：　光子，中微子，电子

不参与弱相互作用的：　光子

6.12 在北京正负电子对撞机上的实验中测到质量为 3.1 GeV 的 J/ψ 粒子

$$e^+ + e^- \to J/\Psi$$

求这一反应的阈能。如果以 e^+ 撞击静止的 e^- ，则产生 J/ψ的阈能为多大？

解：如果是对撞产生，反应的阈能即是 3.1GeV，如果打静止靶，阈能：

$$T_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b}$$

代入数据，计算得：

$$T_a = 9400\ GeV$$

6.13 J/ψ粒子是由粲夸克和反粲夸克组成的，已知它的 J^{PC} 为 1^{--} ，请给出这个粲夸克素的轨道角动量，自旋角动量，同位旋量子数。

解：由题 J＝1，宇称＝－1，宇称＝ $(-1)^{L+1}$= －1，电荷宇称 C＝$(-1)^{L+S}$＝－1，

因此 L +S=1， L+1=1，所以，轨道角动量 L＝0；自旋角动量 S＝1；

同种的正反夸克组成粒子的同位旋量子数必定为 0。

6.14 已知 Ξ^- 的 Q = -1，B = 1, S = -2。请写出它的夸克组成，它的同位旋多重态中其它粒子的组成的 Q，B 和 S。

解：I_3＝Q－$(B$＋$S)/2$，所以这个粒子的同位旋为 1/2，Ξ^- 的同位旋 I_3＝－1/2，它的同位旋多重态是 I_3＝1/2。即 B＝1，S =－2，$Q = I_3$＋$(B$+$S)/2$ = 1/2-1/2 = 0。

	组成	Q	B	S
Ξ^-	ssd	－1	1	－2
Ξ^0	ssu	0	1	－2

6.15 ρ^- 介子是由 π^- 和 p 散射得到的介子共振态, 其反应为：$\pi^- + p \to \rho^- + p$，试由守恒关系给出 ρ^- 介子的同位旋，同位旋第三分量，奇异数和重子数。

解：反应式左侧：π^- 介子的同位旋 I =1，I_3=-1，S = 0, B = 0；

这是一个强作用过程，同位旋，奇异数，重子数守恒。

因此 ρ^- 的同位旋 I＝1， I_3＝-1，S＝0，B＝0。

6.16 实验测得 ρ 的质量宽度为 150 MeV ，求它的平均寿命。

解：$\tau = h/\Gamma$ ，Γ ＝150MeV，得平均寿命 τ ～4.4×10^{-24} 秒。

6.17 指出并说明下列那些反应或衰变是守恒定律允许的。

(1) $p \to \pi^+ + \pi^0$

(2) $\pi^- + p \to K^+ + \Sigma^-$

(3) $\pi^- \to e^- + \gamma$

(4) $p \to \Sigma^{+} + \pi^{0}$

(5) $p + p \to n + p + \pi^{+} + \pi^{-} + \pi^{0}$

解：过程(2)是允许的。（1）违反重子数守恒，（3）违反轻子数守恒，（4）能量不守恒，(5) 电荷不守恒。

6.18 衰变过程$\Lambda \to p + \pi^{-}$是一个弱作用过程，请给出判断的理由。

解：此过程符合能量守恒及重子数守恒等规律，但奇异数不守恒所以是弱作用过程

6.19 试判断下列衰变过程那些是可能发生的，那些是不可能发生的，并加以说明。

(1) $\pi^{+} \to \mu^{-} + \nu_{\mu}$

(2) $\pi^{-} \to \pi^{+} + e^{-} + e^{-}$

(3) $\pi^{0} \to e^{-} + p$

(4) $p \to n + e^{+} + \nu_{e}$

(5) $n \to p + e^{-} + \bar{\nu}_{e}$

解：（1）违反电荷守恒和μ 轻子数守恒，（2）违反电子轻子数守恒和能量守恒，（3）违反能量守恒和重子数守恒，（4）违反能量守恒，（5）可以发生。

6.20 根据夸克模型，认为强子中含有的夸克或反夸克总数为多少。

解：重子由三个夸克组成，介子由一个夸克和一个反夸克组成，所以强子由总数 3 个或 2 个（夸克和反夸克）组成

6.21 指出下列过程中哪些是中微子, 哪些是反中微子, 并写出是属于哪种类型的.

(1) $\Lambda^{0} \to p + \mu^{-} + \nu$； (2) $\Sigma^{+} \to \mu^{+} + \nu + n$； (3) $\tau^{+} \to e^{+} + \nu + \nu$；

(4) $\mu^{-} \to e^{-} + \nu + \nu$； (5) $K^{+} \to \mu^{+} + \nu$

解：. (1) $\Lambda^{0} \to p + \mu^{-} + \bar{\nu}_{\mu}$

(2) $\Sigma^{+} \to \mu^{+} + \nu_{\mu} + n$；

(3) $\tau^{+} \to e^{+} + \nu_{e} + \bar{\nu}_{\tau}$；

(4) $\mu^{-} \to e^{-} + \bar{\nu}_{e} + \nu_{\mu}$；

(5) $K^{+} \to \mu^{+} + \nu_{\mu}$。

6.22 假设某种玻色子的下列量子数都不为 0，试问这种玻色子和它的反粒子的那一个量子数是相同的。

（1）奇异数　（2）粲数　（3）内禀宇称　（4）磁矩　（5）　电荷

解：正，反玻色子的宇称相同。