



几何光学

在单个球面上折射成像公式

$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

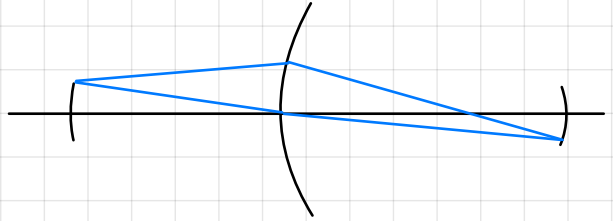
在单个球面上反射成像公式

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{r} \quad (\text{像在球面右边为负在球面左边为正})$$

Gauss公式 $\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$

光焦度 $\phi = \frac{n' - n}{r}$

齐明点 在球面及球面上无像光程相等



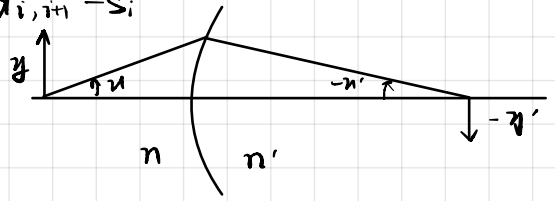
共轴球面组的逐次成像

原则：前一像为后一物。

$$s_{i+1} = d_{i,i+1} - s_i$$

Lagrange-Helmholtz 恒等式

$$n' n u = n' n' u'$$



薄透镜 成像公式

$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \phi_1 + \phi_2 = \phi = \frac{n_2 - n}{r_1} + \frac{n' - n_2}{r_2}$$

(眼镜度数就是 100ϕ)

对于 $n = n' = 1$, $f = f' = \frac{1}{(n-1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})}$ 磨镜者公式

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

$$x x' = f f'$$

$$v = -\frac{n s'}{n' s} = -\frac{f s'}{f' s} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

密接薄透镜组 \rightarrow 共轴球面组逐次成像

$$(s_1' = -s_2)$$

理想无具组理论：掌握作图即可

光学仪器 (我猜不考)

光度学与照度亮度 (我猜不考)

波动光学

定态光波与波前

定态标量波的数学描述

$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - \varphi(P)]$$

复振幅 $\hat{U}(P) = A(P) e^{i\varphi(P)} = A e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)}$ (略去了 ωt)

波矢 $\vec{k} = k(\sin\theta_1, \sin\theta_2, \sin\theta_3)$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

θ 是波矢与平面间夹角

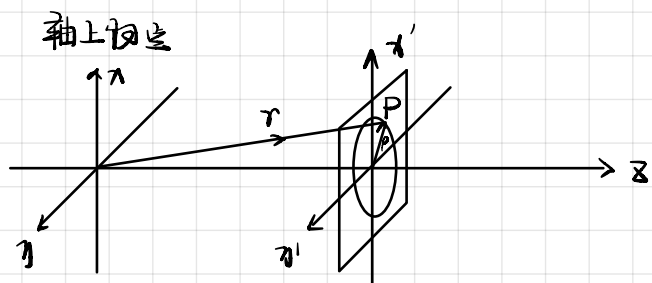
平面波

$$\hat{U}(P) = A e^{i(k_1 x + k_2 y + k_3 z + \varphi_0)}$$

球面波

$$\hat{U}(P) = \frac{a}{r} e^{i(kr + \varphi_0)}$$

傍轴条件与远场条件 (球面波 \rightarrow 平面波)



$$A(P) = \frac{a}{\sqrt{z^2 + \rho^2}} = \frac{a}{z} \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\rho}{z})^2}} \approx \frac{a}{z} \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\frac{\rho}{z})^2}$$

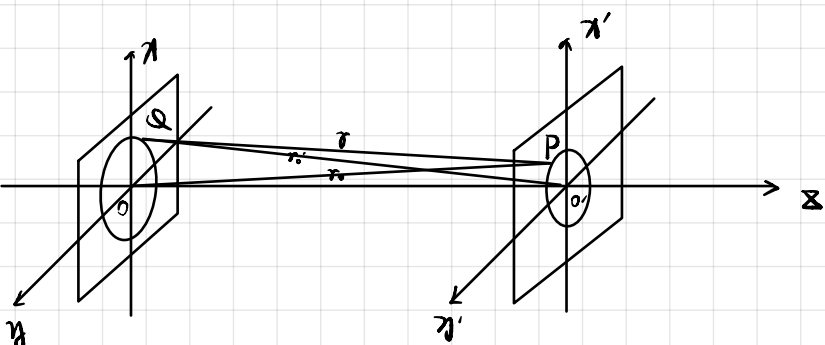
$$\varphi(P) = k\sqrt{z^2 + \rho^2} = kz \sqrt{1 + (\frac{\rho}{z})^2} \approx kz (1 + \frac{1}{2}(\frac{\rho}{z})^2)$$

$$\Rightarrow \hat{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\frac{\rho}{z})^2} e^{ikz (1 + \frac{1}{2}(\frac{\rho}{z})^2)}$$

傍轴条件 $\rho^2 \ll z^2 \Rightarrow \hat{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} e^{ik(z + \frac{\rho^2}{2z})}$ 振幅近似于平面波

远场条件 $k\rho^2/2z \ll \pi \Rightarrow \hat{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\frac{\rho}{z})^2} e^{ikz}$ 相位近似于平面波

轴外点



$$\hat{U}(x', y') = \frac{a}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}} e^{ik\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}}$$

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}$$

$$= z \sqrt{1 + (\frac{x-x'}{z})^2 + (\frac{y-y'}{z})^2}$$

$$\approx z + \frac{1}{2}(\frac{x-x'}{z})^2 + \frac{1}{2}(\frac{y-y'}{z})^2$$

$$= r_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{x x' + y y'}{z}$$

$$r_0 \approx z + \frac{x^2 + y^2}{2z}$$

$$= r_0' + \frac{x'^2 + y'^2}{2z} - \frac{x x' + y y'}{z}$$

$$r_0' \approx z + \frac{x'^2 + y'^2}{2z}$$

光的偏振

偏振：振动方向相对于传播方向的不对称性

光的五种偏振态

(1) 自然光

(2) 线偏振光

$$\delta = 0 \text{ 或 } \pi$$

(3) 部分偏振光

$$\text{偏振度 } P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

(4) 圆偏振光

$$A_x = A_y = A, \delta = \pm \frac{\pi}{2}$$

(5) 椭圆偏振光

$$E_x = A_x \cos \omega t$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t + \delta)$$

判断左旋、右旋 留画草图推一推吧。

马吕斯定律

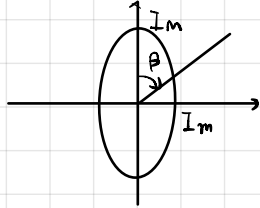
$$I_0 = I_0 \cos^2 \theta$$

对于线偏振光而言，

自然光经过偏振器，变为偏振光，光强变为 $\frac{1}{2}$ (部分偏振)

部分偏振光

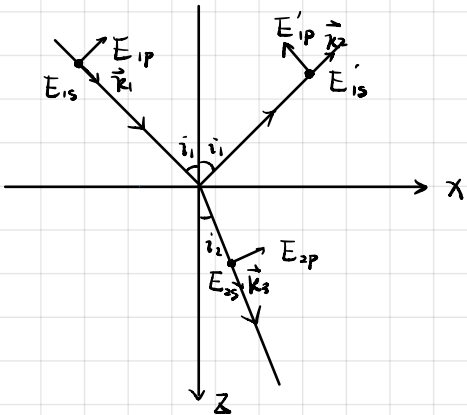
$$I_p = I_m \sin^2 \beta + I_n \cos^2 \beta = I_m + (I_n - I_m) \cos^2 \beta$$



\downarrow $2I_m$ 的自然光

\downarrow $I_n - I_m$ 的线偏振光

光在电介质表面的反射折射



菲涅耳反射公式

$$\tilde{r}_s = \frac{E'_{is}}{E_{is}} = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} = -\frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_1 + i_2)}$$

$$\tilde{r}_p = \frac{E'_{ip}}{E_{ip}} = \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)}$$

当 $i_1 + i_2 = \frac{\pi}{2}$, $\tilde{r}_p = 0$. 反射光只有 s 分量

菲涅耳折射公式

$$\tilde{t}_s = \frac{E_{ts}}{E_{is}} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} = \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2)}$$

$$\tilde{t}_p = \frac{E_{tp}}{E_{ip}} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} = \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2) \cos(i_1 - i_2)}$$

正入射时

$$\tilde{r}_p = -\tilde{r}_s = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

$$\tilde{t}_p = \tilde{t}_s = \frac{2n_1}{n_2 + n_1}$$

反射

振幅

r_s

r_p

强度

$$R_s = r_s^2 \quad R_p = r_p^2$$

能量

$$R_s = R_s \quad R_p = R_p$$

透射

振幅

振幅

t_s

t_p

强度

$$T_s = \frac{n_2}{n_1} t_s^2 \quad T_p = \frac{n_2}{n_1} t_p^2$$

能量

$$T_s = T_s \quad T_p = T_p$$

$$T_s = T_s \frac{\cos i_2}{\cos i_1} \quad T_p = T_p \frac{\cos i_2}{\cos i_1}$$

$$(I \propto n|E|^2)$$

斯托克斯倒逆关系

可用菲涅尔反射、折射公式证明、推导

$$\begin{cases} r^2 + t t' = 1 \\ r' = -r \end{cases}$$

r, t 分别为1射向2时两板幅反射、折射

r', t' 2射向1时两板幅反射、折射

位相关系与半波损

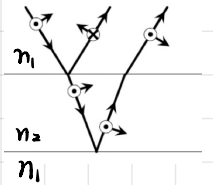
菲涅尔公式中的E可视作振幅, $-\arg r$ 是 E_1' 与 E_1 的位相差, $-\arg t$ 是 E_2 与 E_1 的位相差

- (1) 透射光与入射光同位相
- (2) 光疏入光密, 反射光与入射光的 δ_p 在 i_0 从0突变到 π , δ_s 始终为 π
- (3) 光密入光疏, 反射光与入射光的 δ_p 在 i_0 从 π 突变到0, 又从此开始逐步增加到 π , δ_s 起初是0, 从此开始逐步增加到 π

半波损

半波损不是相位变化 π , 而是要s.p方向与原入射方向都相反

- (1) 光疏到光密正入射, 反射光振动方向与入射光相反,
- (2) 掠入射, 反射光振动方向与入射光相反,
- (3) 斜入射, 经同一分界面内外反射所得反射光之间一定存在半波损



光的干涉

干涉

$$\begin{cases} \tilde{U}_1(P,t) = \vec{A}_1(P) e^{-i[\omega_1 t - \varphi_1(P)]} \\ \tilde{U}_2(P,t) = \vec{A}_2(P) e^{-i[\omega_2 t - \varphi_2(P)]} \end{cases} \Rightarrow \tilde{U}(P,t) = \tilde{U}_1(P,t) + \tilde{U}_2(P,t)$$

$$\Rightarrow I(P) = \vec{U}(P,t) \cdot \vec{U}^*(P,t) = I_1(P) + I_2(P) + 2 \vec{A}_1(P) \cdot \vec{A}_2(P) \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - \delta(P)]$$

相干条件 (1) $\omega_1 = \omega_2$

干涉项

(2) 存在平行的振幅分量

$$I(P) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \delta$$

(3) 存在稳定的位相差 $\delta(P)$

反衬度

$$\gamma = \frac{I_m - I_m}{I_m + I_m}$$

es.p. 两束光干涉

$$\gamma = \frac{2 \frac{A_1}{A_2}}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2}$$

$$I = I_0 (1 + \gamma \cos \delta)$$

两点源干涉

$$\delta(P) = \frac{2\pi}{\lambda} (nr_2 - nr_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

$$\Delta L = k\lambda \text{ 极大} \quad \Delta L = (k + \frac{1}{2})\lambda \text{ 极小}$$

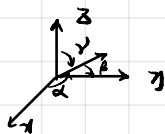
杨氏干涉

干涉条纹间距

$$\Delta x = \frac{\lambda D}{d} = \frac{\lambda}{\Delta \theta}$$

双缝对轴点张角

$$\Delta x \Delta \theta = \lambda$$



两束平行光干涉

两列波波长均为 λ , 方向分别为 $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$, 彼前默认为 $x'y'$ 平面

$$\delta(x', y') = kx' (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) + ky' (\cos \beta_1 - \cos \beta_2) \quad \text{帮助记忆}$$

形成平行直纹, 斜率为

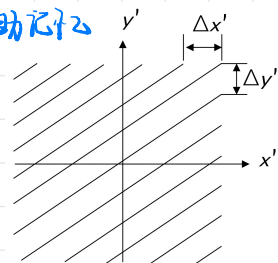
$$-\frac{\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2}{\cos \beta_1 - \cos \beta_2}$$

$$\Delta x' = \frac{\lambda}{\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2}$$

$$f_{x'} = \frac{1}{\Delta x'}$$

$$\Delta y' = \frac{\lambda}{\cos \beta_1 - \cos \beta_2}$$

$$f_{y'} = \frac{1}{\Delta y'}$$



分波前干涉

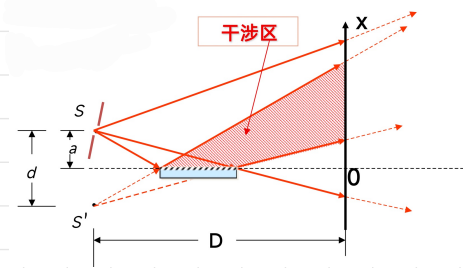
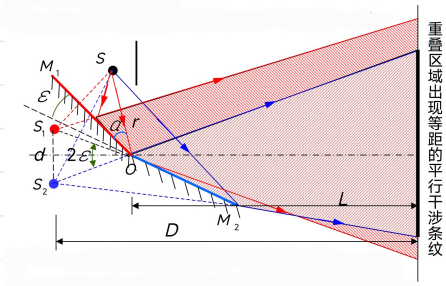
将波前分割为两部分，再叠加

常见分波前干涉装置

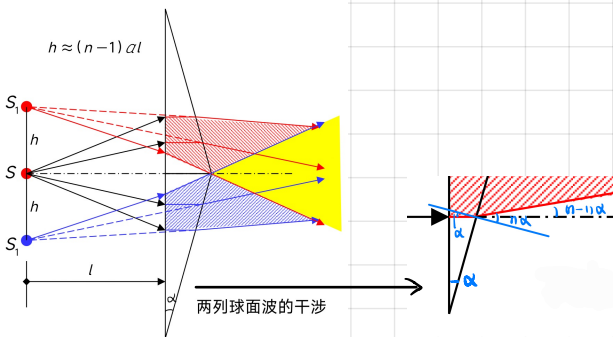
基本公式 $\Delta r = \frac{D\lambda}{d}$

(1) 菲涅耳双面镜

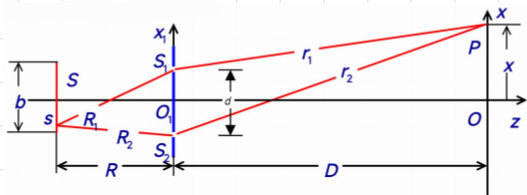
(2) 洛埃镜



(3) 菲涅耳双棱镜



光源、光场的空间相干性

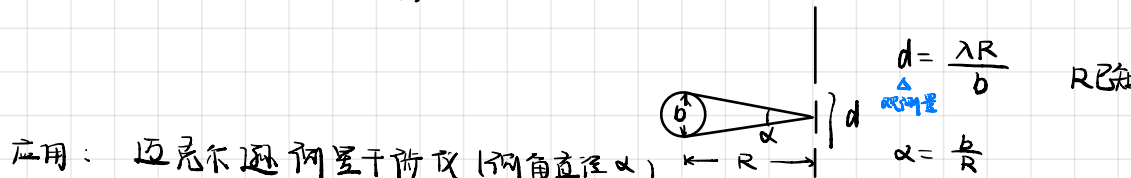


光源的空间相干性：产生干涉条纹的极限光源宽度

光源与衍射屏的距离
 $b_0 = \frac{R}{d} \lambda$ 对比公式 $\Delta r = \frac{D}{d} \lambda$
 发现 $b \leftrightarrow \Delta r$ $R \leftrightarrow D$
 随它

光场的空间相干性

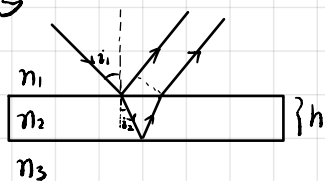
空间相干性的反比公式 $d = \frac{R\lambda}{b}$ \Rightarrow $b \Delta \theta_0 = \lambda$
 光源与衍射屏距离
 随它
 光场中相干范围的横向宽度
 对于 $\Delta \theta_0 = \lambda$
 $b \leftrightarrow \Delta r$
 $\Delta \theta_0 \leftrightarrow \Delta \theta$
 相干光圆锥角
 $\frac{d}{R}$



分振幅干涉

将光射到透明介质分界面上，光能一部分反射一部分透射，再分别通过光具组发生交叠

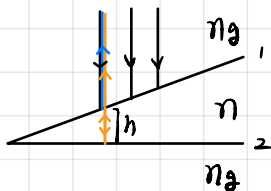
薄膜干涉



$$\Delta L = 2n_2 h \cos i_2 \left(\pm \frac{\lambda}{2} \right)$$

半波损失 $n_1 < n_2 > n_3$
 $n_1 > n_2 < n_3$

等厚干涉 (平行光入射)

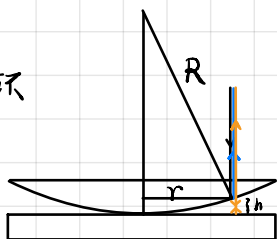


$$\Delta L = 2nh \cos i_2 + \frac{\lambda}{2}$$

相对于第二个面的入射角，
第一个面的折射角

应用：测微小的长度

牛顿环



$$\Delta L = 2h + \frac{\lambda}{2}$$

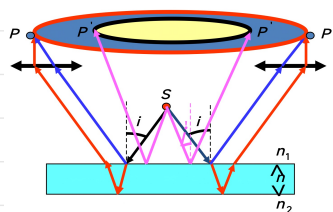
$$\approx \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} \quad \text{牛顿环}$$

特征：(1) 形成等厚条纹，中央为暗斑，第k级暗纹位置为 $r_k = \sqrt{kR\lambda}$ ，内疏外密

(2) 提升，圆环向中心收缩
 降低，圆环从中心生出

条纹间距保持不变

等倾干涉 (点光源)



$$\Delta L = 2nh \cos i_2 + \frac{\lambda}{2} = 2h \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

特征：(1) 亮点在中心，条纹级数越高，内疏外密

(2) 膜越厚等倾条纹越密

(3) h每改变 $\frac{\lambda}{2n}$ ，中心级数级数改变1。

n↑，条纹外扩，中心冒出新的条纹

(4) 扩展光源会增加条纹的反衬度 (只要同方向就汇聚一点)

增透膜与增反膜

干涉相长 $\Delta L = k\lambda$

干涉相消 $\Delta L = (k + \frac{1}{2})\lambda$

增透 $n_1 < n < n_2$ 无半波损

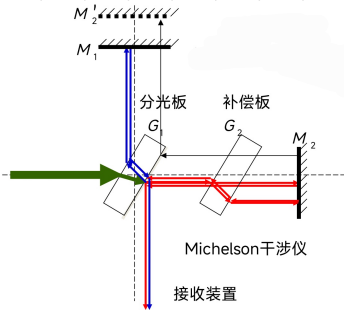
满足 $\Delta L = (k + \frac{1}{2})\lambda$

p.s. $n = \sqrt{n_1 n_2}$ 完全消反射

增反 $n_1 < n > n_2$ 有半波损

满足 $\Delta L = k\lambda$

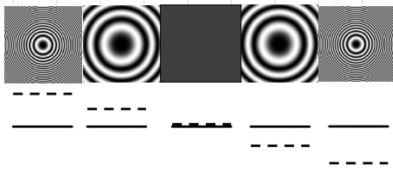
迈克耳孙干涉仪



$$\Delta L = 2h \cos i_2 \pm \frac{\lambda}{2}$$

单色光照明

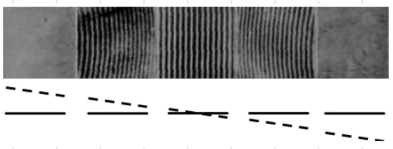
等倾条纹



h 较大: 条纹密而弱, 中心斑区较小
小 疏 强 大

$h=0$: 中心斑区扩大到整个视场

等厚条纹



h 较大: 几乎看不到条纹
小 弯曲的条纹

$h=0$ 直条纹

p.s. 白光照明并添加补偿板, 中心暗纹即 $h=0$ 位置

↓
不散, 保持光程一致

光源非单色性对干涉条纹影响

双缝实验

两缝间距很小且为 ΔL 的光, 波长约为 λ

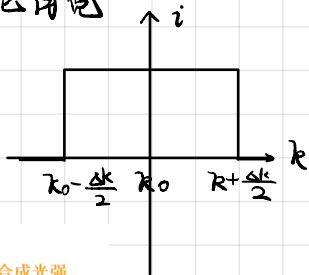
$$I(\Delta L) = I_1(\Delta L) + I_2(\Delta L) = 2I_0 [1 + \cos(\frac{\Delta k \Delta L}{2}) \cos(k \Delta L)]$$

$$\Rightarrow \gamma(\Delta L) = \left| \cos\left(\frac{\Delta k \Delta L}{2}\right) \right| \quad \Delta k = k_1 - k_2 \quad \gamma \text{ 随 } \Delta L \text{ 作周期为 } \frac{2\pi}{\Delta k} \text{ 的振动}$$

周期: $\frac{2\pi}{\Delta k}$ 空间频率 $\nu = \frac{\Delta k}{2\pi} = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2}$

一个周期内 ΔL 内条纹数 $N = \frac{2\pi}{\Delta k \lambda} = \frac{1}{\Delta \lambda}$

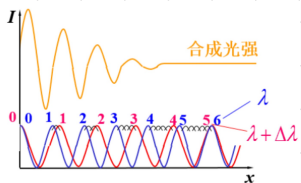
单色光源



$$I(\Delta L) = I_0 \left[1 + \frac{1}{\Delta k} \int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} \cos(k\Delta L) dk \right]$$

$$= I_0 \left[1 + \frac{\sin \frac{\Delta k \Delta L}{2}}{\frac{\Delta k \Delta L}{2}} \cos(k_0 \Delta L) \right]$$

$$\gamma(\Delta L) = \left| \frac{\sin(\Delta k \Delta L / 2)}{\Delta k \Delta L / 2} \right|$$



最大允许光程差 $\Delta L_m = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$

光源的时间相干性

时间相干性反比公式

$$L_0 = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} \Rightarrow \tau_0 = \frac{L_0}{c} \propto \frac{1}{\Delta \nu}$$

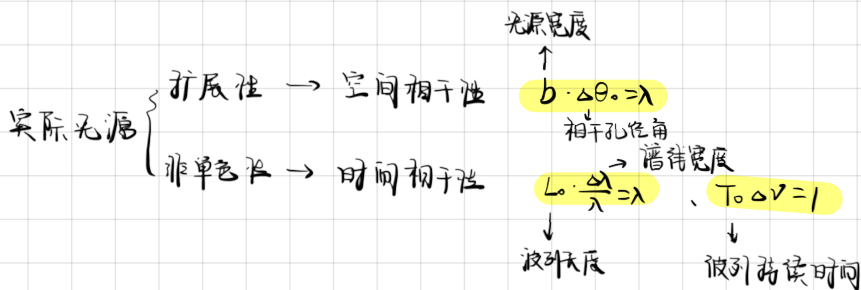
即 $\tau_0 \Delta \nu = 1$

↓
波列长度
(相干长度)

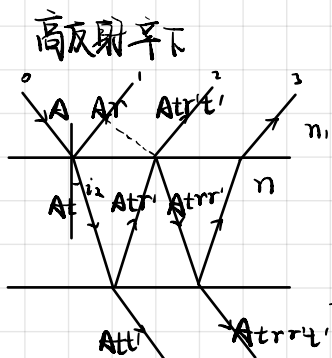
↓
波列持续时间
(相干时间)

物理意义： $\Delta \lambda$ 越窄，即单色性越好
波包的有效长度就越长

光源时空相干性



多光束干涉 / FP干涉仪 (不知为何, 似乎这里与光源区别?)



$$\Delta L = 2n\eta \cos i_2$$

$$\Delta \phi = \frac{4\pi n \eta \cos i_2}{\lambda}$$

若 $n_1 = n_2$, 0, 1 之间有半波损
1, 2, 3... 之间无半波损

$$T_T = \frac{Att}{1 - r^2 e^{i2\phi}}$$

其实好像可以不用记

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \frac{4R \sin^2(\frac{\phi}{2})}{(1-R)^2}} \quad I_R = 1 - I_T \quad (R=r^2)$$

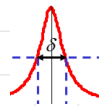
$$\Delta L = \lambda$$

当 $\Delta \phi_m = 2m\pi$ 时, I_T 达最大值 I_0 (m 级亮条纹)

当 $\Delta \phi = 2m\pi + \delta$, 使 I_T 变成最大值 I_0 的 δ 为半角宽

①
 $2n\eta \cos i = m\lambda$

半角宽 $\delta = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$



$\Delta\varphi = \frac{4\pi n h \cos i_2}{\lambda}$

i_2 变 半值角宽度 $\Delta i = \frac{\lambda}{2\pi n h \sin i_m} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$

i_m 对应于 m 级亮条纹

λ 有展宽 狭缝半值宽度 $\Delta\lambda = \frac{\lambda i}{j\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$

$\Delta\lambda$ 与级数无关

色分辨率

波长差为 $\delta\lambda$ 的 j 级亮条纹间角间隔 $\begin{cases} 2nh \cos i_j = j\lambda \\ 2nh \cos [i_j + \delta i] = j(\lambda + \delta\lambda) \end{cases} \Rightarrow \delta i = \frac{j}{2nh \sin i_j} \delta\lambda$

瑞利判据 $\Delta i = \delta i$ 半角宽 = 相邻亮条纹角间隔

$\Rightarrow \delta\lambda = \frac{\lambda}{j\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$ 可分辨的最小波长

$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{j\pi \sqrt{R}}{1-R}$ 色分辨率

自由光谱范围

$j\lambda_m = (j+1)\lambda_m \Rightarrow \lambda_m - \lambda_m = \frac{\lambda}{j}$
 $j = \frac{2nh}{\lambda}$ $\Rightarrow \Delta\lambda_{free} = \lambda_m - \lambda_j = \frac{\lambda^2}{2nh}$

$\Delta L = 2nh \cos i_2$

$\Delta\varphi = \Delta L \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{4\pi n h \cos i_2}{\lambda}$

半角宽 $\delta = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$

$j\lambda_m = (j+1)\lambda_m$

极大 $2nh \cos i_2 = m\lambda$

$2nh \sin i_2 \delta i = m\delta\lambda$

$\Delta i_2 = \frac{\lambda}{2\pi n h \sin i_2} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$

$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi n h \cos i_2} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$
 $= \frac{\lambda}{m\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$

自由光谱范围

$\lambda_m - \lambda_m = \frac{\lambda_m}{j} = \frac{\lambda^2}{2nh}$
 i_2 很小

瑞利判据 $\delta i_2 = \Delta i_2$

$\delta\lambda = \frac{\lambda}{m\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$

这两个公式形式上是一样的

色分辨率 $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{m\pi \sqrt{R}}{1-R}$

光的衍射

惠更斯-菲涅耳原理

$$\tilde{U}(P) = \iint_{(\Sigma)} d\tilde{U}(P) \rightarrow \iint_{\Sigma_a} d\tilde{U} + \iint_{\Sigma_b} d\tilde{U} = \iint_{\Sigma_a + \Sigma_b} d\tilde{U} \quad \text{巴比涅原理}$$

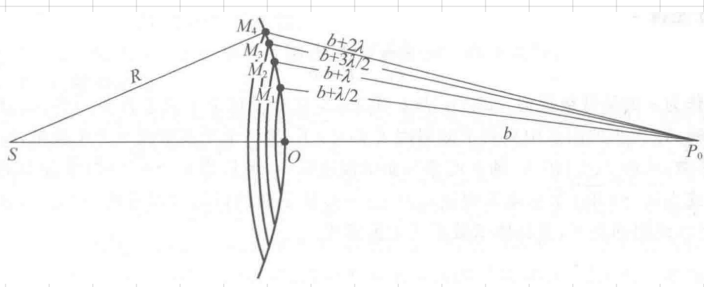
惠更斯-基尔霍夫积分公式

$$\tilde{U}(P) = -\frac{i}{2\lambda} \iint_{\Sigma_0} (\cos\theta_0 + \cos\theta) \tilde{U}_0(Q) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma$$

无孔与接收范围傍轴 : $\tilde{U}(P) = -\frac{i}{\lambda r_0} \iint_{\Sigma_0} \tilde{U}_0(Q) e^{ikr} d\Sigma$

菲涅耳圆孔衍射与圆屏衍射

半波带法



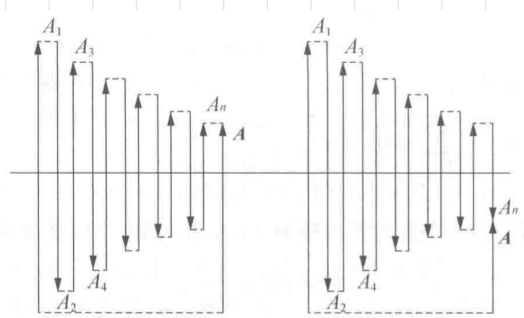
$$\Delta \tilde{U}_1(P_0) = A_1(P_0) e^{i\phi_1}$$

$$\Delta \tilde{U}_2(P_0) = A_2(P_0) e^{i(\phi_1 + \pi)}$$

$$\Delta \tilde{U}_3(P_0) = A_3(P_0) e^{i(\phi_1 + 2\pi)}$$

$$\Rightarrow A(P_0) = \left| \sum_{k=1}^n \Delta \tilde{U}_k(P_0) \right|$$

$$= A_1(P_0) - A_2(P_0) + A_3(P_0) - \dots + (-1)^{n+1} A_n(P_0)$$



(a) n为奇数

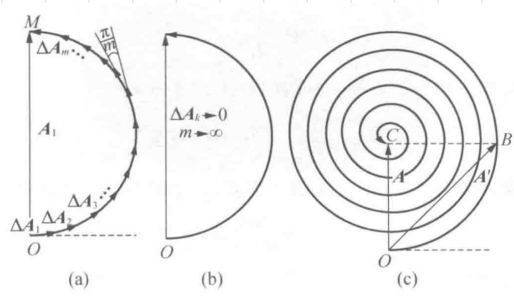
(b) n为偶数

自由传播 $A_n \rightarrow 0 \quad A(P_0) = \frac{1}{2} A_1(P_0)$

圆孔衍射 奇个半波带 明 偶... 暗

圆屏衍射 中心点未为亮点

矢量图法



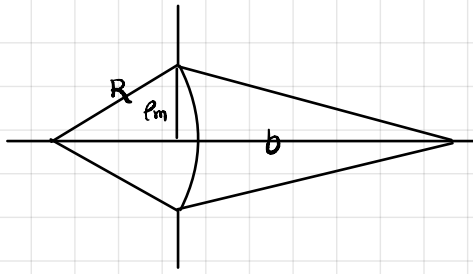
(a)

(b)

(c)

菲涅尔波带片

用半波带将波面分割，只让奇数半波带透光。



各半波带半径

$$r_k = \sqrt{\frac{Rb}{Rb}} k\lambda = \sqrt{k} r_1$$

半波带方程

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{R^2} = \frac{\lambda}{R^2} \quad f = \frac{R^2}{\lambda} \stackrel{R \rightarrow \infty}{=} \frac{1}{b}$$

次焦点

$$m = \frac{P_m^2}{\lambda} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{R} \right) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} m = \frac{P_m^2}{\lambda} \frac{1}{b}$$

$R \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{P_m^2}$$

$$\frac{1}{b'} = \frac{mn\lambda}{P_{mn}^2}$$

将一个半波带分为 n 个

$$P_{mn} = P_m$$

$$mn = \frac{P_{mn}^2}{\lambda} \frac{1}{b/n}$$

$$f' = \frac{f}{n}$$

将 n 个半波带看成 1 个

$$P'_{mn} = P_m$$

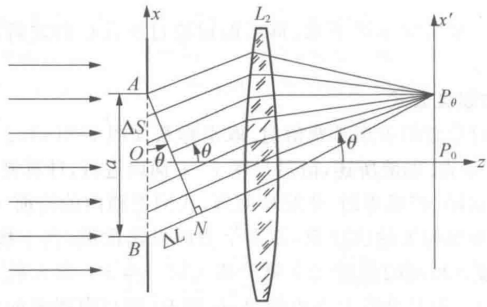
$$\frac{m}{n} = \frac{P'_{mn}{}^2}{\lambda} \frac{1}{nb}$$

$$f' = nf$$

夫琅禾费衍射

单缝衍射

衍射条纹一准，与缝垂直，强度分布公式为



$$I_\theta = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

主极大 $\alpha = 0$

$$\text{次极大} \quad \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) = 0$$

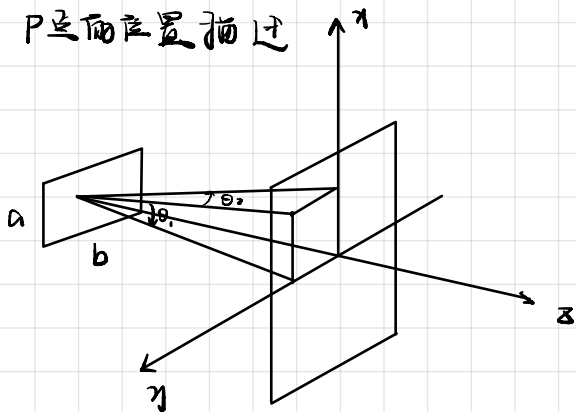
暗纹

$$\sin \alpha = 0 \quad \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha = \pm k\pi \quad k \neq 0$$

(半角定：角定的一半，**中央半角定 = 2 其他级半角定 = $\frac{\lambda}{a}$**)

矩形衍射

P点的位置描述



$$I(P) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta_1, \quad \beta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta_2$$

角定
半角定

$$\Delta \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

$$\Delta \theta_2 = \frac{\lambda}{b}$$

圆屏衍射

圆孔的屏衍射称为艾里斑

半角 $\Delta\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

↓ ↓

圆孔半径 圆孔直径

$$\delta\theta_m = \Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

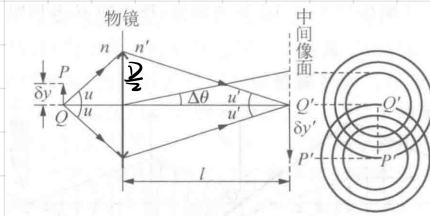
* 应用 望远镜分辨本领

$$\delta\theta_m = \Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

视角放大率 $M = \frac{\delta\theta_e}{\delta\theta_m}$ $\delta\theta_e = 1'$

显微镜分辨本领

$$\delta r_m = \frac{0.61\lambda}{n \sin u}$$



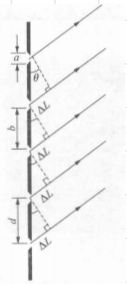
有效放大率 $V_m = \frac{\delta y_e}{\delta r_m}$

$$\delta y_e = S_0 \delta\theta_e \quad S_0 = 25 \text{ cm}$$

$$= 0.075 \text{ mm}$$

多缝夫琅禾费衍射

N个光栅



$$I_\theta = I_0^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

↓ ↓

单缝衍射因子 缝间干涉因子

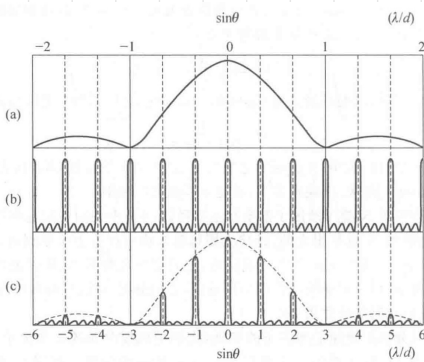
(1) 主极大峰

$$\beta = k\pi \Rightarrow \sin \theta_k = k \frac{\lambda}{d} \quad |k| < \frac{d}{\lambda}$$

(2) 暗点

$$\beta = (k + \frac{m}{N})\pi \quad m = 1, \dots, N-1 \Rightarrow \sin \theta = (k + \frac{m}{N}) \frac{\lambda}{d}$$

相邻主极大之间 N-1条暗纹
N-2个次极大



(3) 半角宽度 (主极大)

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_k}$$

光栅光谱仪

光栅公式

$$\sin \theta = \frac{k\lambda}{d} \quad d \sin \theta = k\lambda$$

$$\Rightarrow d \cos \theta \delta\theta = j\lambda \quad \text{色散}$$

角色散率

$$D_\theta = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{j}{d \cos \theta}$$

线色散率

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda} = \frac{f \delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{jf}{d \cos \theta}$$

色分辨率

由瑞利判据

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \sin\theta} = \delta\theta$$

$$\Rightarrow \delta\lambda = \frac{\lambda}{jN}$$

色分辨率 $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = jN$

光栅量程

$$\lambda \leq d$$

自由光倍范围

$$\lambda_m > \lambda_m / 2$$

闪耀光栅

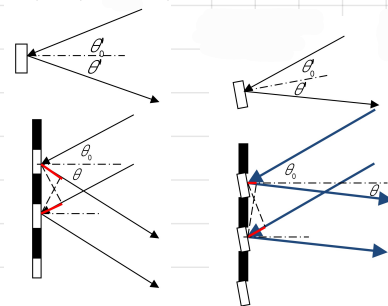
作用: 解决透射光栅单色衍射与缝间干涉角位置重叠导致光能利用率低的问题

原理: 单色衍射与缝间干涉 独立.

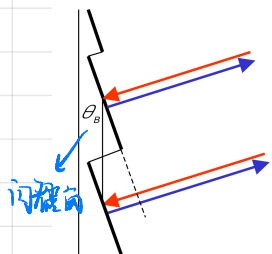
$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} a (\sin\theta' \pm \sin\theta_0) \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} d (\sin\theta \pm \sin\theta_0)$$

相对于反射面法线角度 ... 光栅平面 ...



两种照明方式

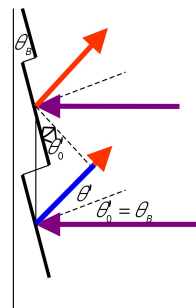


$$\theta' = \theta_0' = 0$$

$$\Delta L = 2d \sin\theta_0$$

干涉极大条件 $2d \sin\theta_B = j\lambda$

一级闪耀波长 $\lambda_B = 2d \sin\theta_B$



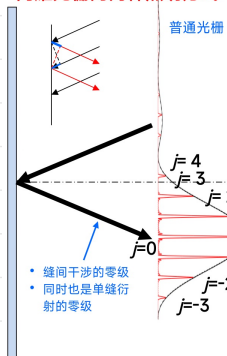
$$\theta' = \theta_0' = \theta_B$$

$$\Delta L = d \sin 2\theta_B$$

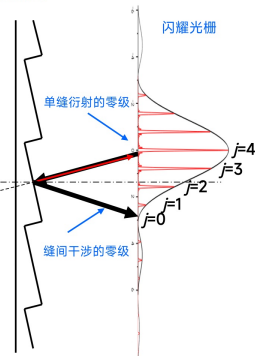
干涉极大条件 $d \sin 2\theta_B = j\lambda$

一级闪耀波长 $\lambda_B = d \sin 2\theta_B$

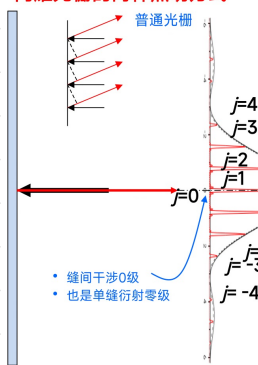
闪耀光栅的两种照明方式



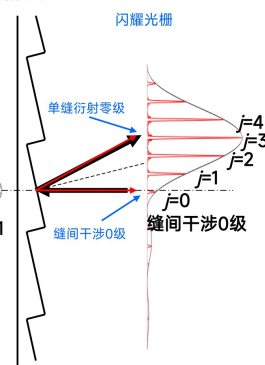
照明方式一



闪耀光栅的两种照明方式



照明方式二



光在晶体中的传播

双折射

双折射分为o光和e光，都是线偏振光，振动方向垂直

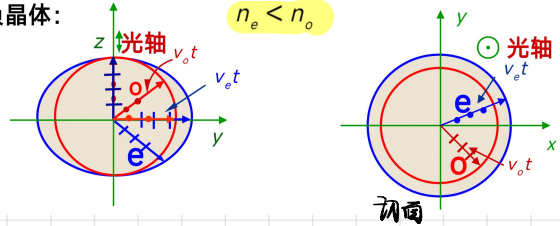
o光 振动方向垂直于o光主平面，传播速度各向同性

e光 振动方向平行于e光主平面，在光轴方向传播速度与o光相同，垂直于光轴方向速度为 v_e

⊖ (负晶) ⊙ (正晶)

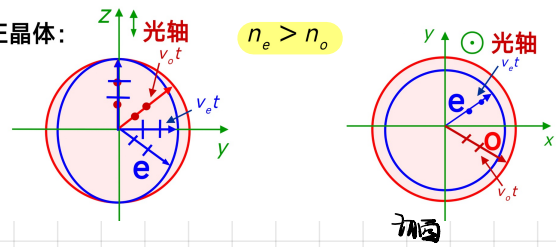
负晶体:

$n_e < n_o$



正晶体:

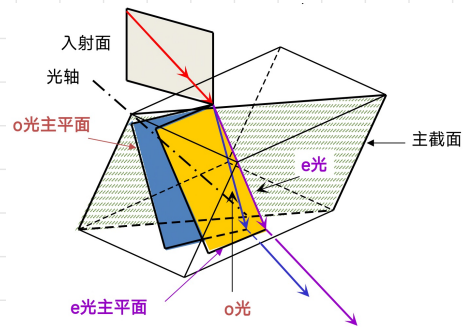
$n_e > n_o$



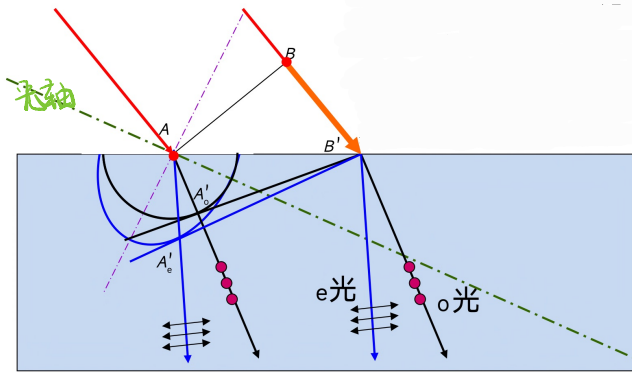
光轴: 使得o光e光无法分开的方向

主截面: 光射入射界面法线与光轴组成的平面

主平面: 光线与光轴所形成的平面



惠更斯作图法

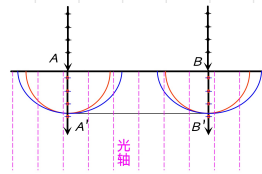


- 1° 画出平行的入射光束，令两变远光线与界面交点分别A, B'。
 - 2° 由先到界面的A点作另一边入射线的垂线AB，它便是入射线的波面，求出B到B'的时间 $t = BB'/c$ 。
 - 3° 以A为中心，vt为半径，在折射介质内作半圆，这就是另一边入射线到达B'时由A点发出的次波面。
 - 4° 通过B'作上述半圆的切线（切面），这就是折射线的波面。
 - 5° 从A到A'即折射线方向。
- 以上作图方法是针对各向同性介质的。对双折射/各向异性介质而言，把3°中的次波面换成所求情况的次波面即可。

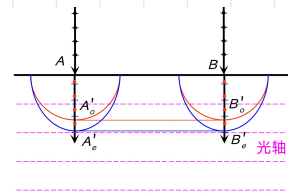
几种情况

① 光轴垂直于界面，光射正入射: 无双折射

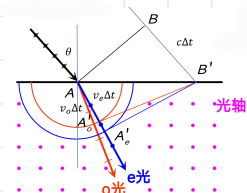
只有这两种情况 o光与e光不分开



② 光轴平行于界面，光射正入射: 两折射光传播方向不变，但速度不同



③ 光轴垂直于入射面，光射斜入射: 两折射都服从普通的折射定律，但折射率分别为 n_o, n_e



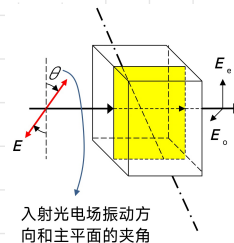
波晶片

平行光正入射表面与光轴平行的晶体时，由于折射率不同，o光比e光延迟了 $\Delta L = L_e - L_o = (n_e - n_o)d$
 圆偏振光与椭圆偏振光的获得

6. 一束线偏振光进入波晶片后，分解为 E_e, E_o 两个振动，穿过晶片时产生相位差，在射出晶片后，两束光速度恢复一样，合成在一起得到旋转偏振光。如果要得到圆偏振光，必须选用 $\lambda/4$ 片，且 $A_o = A_e$ ，即入射光振动方向与主截面成 45° 。

7. 各种偏振光经过 $\lambda/4$ 片后偏振态的变化：

入射光	$\lambda/4$ 片位置	出射光
线偏振光	e/o 轴与偏振方向一致	线偏振光
	e/o 轴与偏振方向成 45°	圆偏振光
	其它位置	椭圆偏振光
圆偏振光	任何位置	线偏振光
椭圆偏振光	e/o 轴与椭圆主轴一致	线偏振光
	其它位置	椭圆偏振光



波晶片：表面与晶体光轴平行

$\Delta L = (n_o - n_e)d$. 相位差 $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L + \delta_0$.
 附加相位差 $\pm \frac{\pi}{2}, \pm \pi, 2\pi$ 对应 $\lambda/4$ 波片, $\lambda/2$ 波片, 全波片.

通过 $\lambda/4$ 波片：线偏振光 \rightarrow 圆偏振光；圆偏振光 \rightarrow 线偏振光

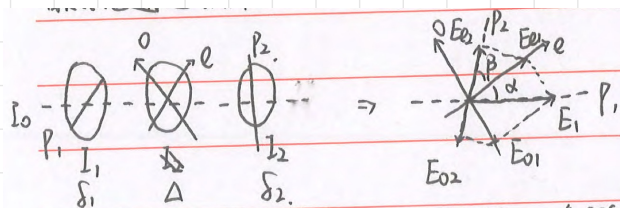
通过 $\lambda/2$ 波片：线偏振光 \rightarrow 关于y轴对称的线偏振光.

圆偏振光 \rightarrow 左右旋反转的圆偏振光

偏振光的检验

偏振光检验流程：

第一步	令入射光通过偏振片，旋转偏振片观察透射光强度变化		
现象	有消光	强度无变化	强度有变化，但无消光
结论	线偏振光	自然光或圆偏振光	部分偏振光或椭圆偏振光
第二步	无需第二步		令入射光依次通过 $\lambda/4$ 片和偏振片，旋转偏振片，观察透射光强度变化。
现象	有消光	无消光	有消光
结论	圆偏振光	自然光	椭圆偏振光



以自然光入射， $I_1 = \frac{1}{2} I_0$.

$$\begin{cases} A_{e1} = A_1 \cos \alpha \\ A_{o1} = A_1 \sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} A_{e2} = A_1 \cos \alpha \cos \beta \\ A_{o2} = A_1 \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

$$\delta = \delta_1 + \Delta + \delta_2, \quad \delta_1 = \begin{cases} 0, & \text{在 I, III} \\ \pi, & \text{在 II, IV} \end{cases}; \quad \delta_2 = \begin{cases} 0 & \text{在 I, III} \\ \pi & \text{在 II, IV} \end{cases}, \quad \Delta = (2\pi/\lambda)(n_o - n_e)d.$$

δ_1, δ_2 即对轴投影时带来的相差.

$$I_2 = A_{e2}^2 + A_{o2}^2 + 2A_{e2}A_{o2} \cos \delta.$$

9. 克尔效应：物质（如硝基苯液体）在强电场下变为双折射物质。有：

$$\frac{\Delta}{2\pi} = \frac{(n_e - n_o)d}{\lambda} \equiv \frac{BE^2d}{\lambda}$$

B 为物质的克尔常数。

泡克尔斯效应/线性电光效应：单轴晶体（如KDP）在电场作用下变为双轴晶体。

10. 线偏振光平行于光轴正入射晶体后，出射的线偏振光会旋转一个角度，这称为旋光效应。

分为左旋与右旋两种。振动面旋转角度 ψ 正比于晶体厚度，有 $\psi = \alpha d$ ， α 称为旋光率。

旋光性的解释：线偏振光可以分解为左、右旋偏振光，进入晶体后，两者传播速度不同，因此两者的位相滞后（圆偏振光的位相是电矢量角位移，位相滞后是角度倒转）不同：

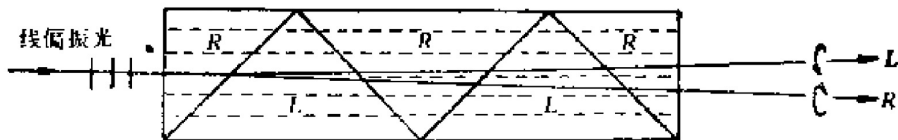
$$\varphi_L = \frac{2\pi}{\lambda} n_L d, \varphi_R = \frac{2\pi}{\lambda} n_R d$$

需要注意，此时R光左旋，L光右旋。两束光重新合成得到：

$$\psi = \frac{1}{2}(\varphi_R - \varphi_L) = \frac{\pi}{\lambda}(n_R - n_L)d$$

$\psi > 0$ ，晶体左旋； $\psi < 0$ ，晶体右旋。

通过菲涅尔复合棱镜，可以将线偏振光分为左右旋光。



11. 量糖术：对糖溶液，振动面转角与管长 l 和溶液浓度 N 成正比：

$$\psi = \langle \alpha \rangle N l$$

$\langle \alpha \rangle$ 是比旋光率。

12. 法拉第旋转效应/磁致旋光：对物质加强磁场，会产生旋光性。有规律：

$$\psi = V l B$$

V 是维尔德常数。光传播方向反转时，法拉第旋转左右方向互旋，这与自然旋光物质不同。

如果光由于反射一正一反两次通过磁光介质，振动面会转过 2ψ ，由此可制只允许光从一个方向通过的光隔离器。