## 空间探测仪器原理与方法作业 2022.9.16

PB20000018 徐小航

1. 请根据对心碰撞，推导入射离子正对靶电子入射过程中，电子获得最大能量的表达式（入射离子质量$M\gg $电子质量$m\_{e}$，入射离子速度为$V$）。

解：对心碰撞情形下，电子获得能量最大。相对论情形下，入射粒子初始能量为：

$$E\_{M}=\frac{M}{\sqrt{1-\frac{V^{2}}{c^{2}}}}c^{2}$$

电子初始能量为$E\_{e}=m\_{e}c^{2}$。由于$E^{2}=p^{2}c^{2}+m\_{0}^{2}c^{4}$，可得入射粒子的初始动量满足：

$$\frac{M^{2}}{1-\frac{V^{2}}{c^{2}}}c^{2}=p\_{M}^{2}+M^{2}c^{2}⟹p\_{M}=Mc\sqrt{\frac{V^{2}}{c^{2}-V^{2}}}$$

电子初始动量为$p\_{e}=0$。故根据能量、动量守恒，有：

$$\frac{M}{\sqrt{1-\frac{V^{2}}{c^{2}}}}c^{2}+m\_{e}c^{2}=E\_{M}+E\_{e}=E\_{M}^{'}+E\_{e}^{'}=\frac{M}{\sqrt{1-\frac{v\_{M}^{2}}{c^{2}}}}c^{2}+\frac{m\_{e}}{\sqrt{1-\frac{v\_{e}^{2}}{c^{2}}}}c^{2}$$

$$Mc\sqrt{\frac{V^{2}}{c^{2}-V^{2}}}=p\_{M}+p\_{e}=p\_{M}^{'}+p\_{e}^{'}= Mc\sqrt{\frac{v\_{M}^{2}}{c^{2}-v\_{M}^{2}}}+ m\_{e}c\sqrt{\frac{v\_{e}^{2}}{c^{2}-v\_{e}^{2}}}$$

由于$M\gg m\_{e}$，$V-v\_{m}$为一阶小量。带入以上两式：

$$\frac{m\_{e}}{\sqrt{1-\frac{v\_{e}^{2}}{c^{2}}}}=\frac{MV}{c^{2}}\left（1-\frac{V^{2}}{c^{2}}\right）^{-\frac{3}{2}}\left(V-v\_{m}\right)$$

$$m\_{e}\sqrt{\frac{v\_{e}^{2}}{c^{2}-v\_{e}^{2}}}=M\left(\frac{c^{2}-V^{2}}{V^{2}}\right)^{-\frac{3}{2}}\frac{c^{2}}{V^{3}}\left(V-v\_{m}\right)$$

故：

$$\frac{v\_{e}}{c}=\sqrt{\frac{v\_{e}^{2}}{c^{2}-v\_{e}^{2}}}\sqrt{1-\frac{v\_{e}^{2}}{c^{2}}}=\left(\frac{c^{2}-V^{2}}{V^{2}}\right)^{-\frac{3}{2}}\frac{c^{2}}{V^{3}}\left（1-\frac{V^{2}}{c^{2}}\right）^{\frac{3}{2}}\frac{c^{2}}{V}⟹v\_{e}=\frac{V^{2}}{c}$$

电子获得能量为：

$$E\_{e}^{'}-E\_{e}=mc^{2}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^{4}}{c^{4}}}}-1\right)$$

非相对论情形下，电子获得速度与动能为：

$$v\_{e}=\frac{MV}{M+m\_{e}}=V⟹T=\frac{1}{2}m\_{e}v\_{e}^{2}=\frac{1}{2}m\_{e}V^{2}$$

2.卢瑟福alpha粒子实验可以观测到几种现象：

（1）大部分$α$粒子直线穿过铝箔

（2）一部分$α$粒子发生偏转

（3）少量$α$粒子被反射

请思考：这和我们介绍电离、辐射过程入射离子与介质的相互作用之间有什么联系？

解：在$α$粒子入射的过程中，若发生偏转或反弹，则$α$粒子的能量与动量会传递到靶电子上，从而对$α$粒子产生电离损失。而大多数$α$粒子直接穿过铝箔，这说明原子中多数区域密度较低，质量都集中在体积极小的原子核处，这说明在电离、辐射过程中，工作介质的使用距离与原子核半径之间的大小关系是至关重要的。