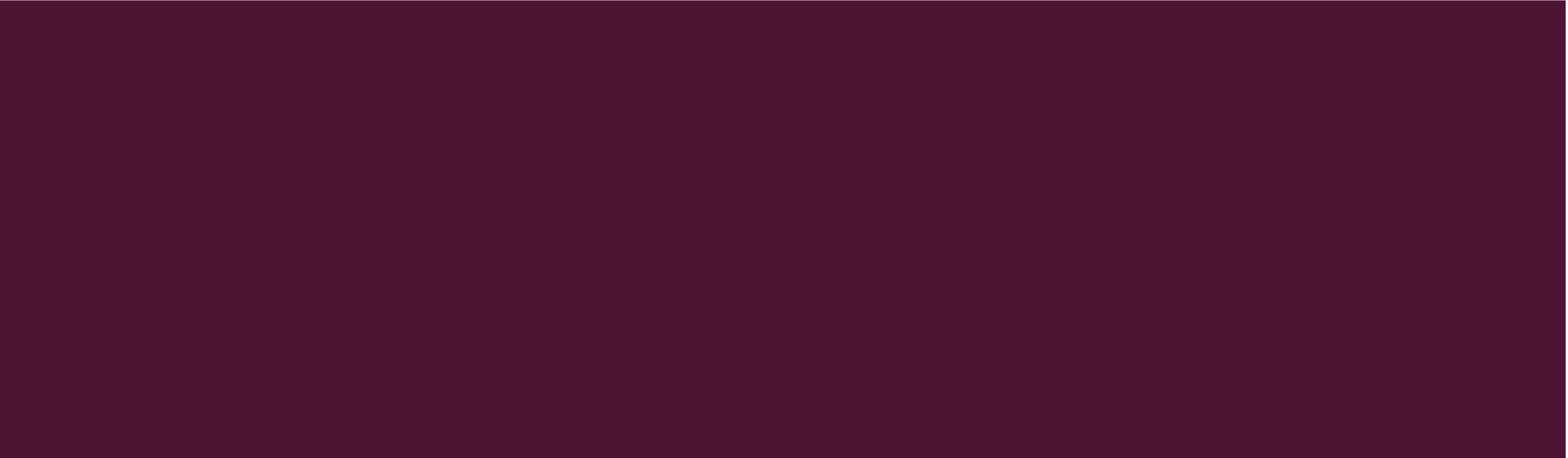

第四章 聚变反应堆功率平衡



主要内容

- 4.0 引言
- 4.1 功率平衡关系
- 4.2 反应堆功率平衡
- 4.3 劳逊判据

主要内容

- **4.0 引言**
- **4.1 功率平衡关系**
- **4.2 反应堆功率平衡**
- **4.3 劳逊判据**

4.0 引言

- 功率平衡是设计磁约束聚变反应堆的必要准备。
- 聚变堆功率平衡模型的建立和分析需要将所有对聚变反应堆总体功率平衡有贡献的源和汇集合在一起。
 - 目标是确定对压强、密度、温度以及对D-T燃料的能量约束的定量要求，以便使反应堆达到有利的总体功率平衡，即 $P_{\text{out}} \gg P_{\text{in}}$ 。
- 功率平衡分析决定了磁约束聚变作为电力来源是否可行？难易程度？
 - 要产生一定程度上稳态的聚变功率，需要在开始或不间断地由外部提供多少动力？输入功率相对于输出必须要足够低才能保证有大的净功率输出——动力反应堆基本要求。
- 磁约束聚变反应堆的基本功率平衡涉及对流体动力学零维形式能量守恒律的分析。
 - 零维能量方程的一般推导过程及详细分析，导出关于压强、温度、密度和实现良好功率平衡时能量约束所必须满足的定量条件。

4.0 引言

■ 零维能量守恒关系

- 解释聚变等离子体物理行为的方法是基于三维流体模型分析，包括质量、动量和能量的守恒以及麦克斯韦方程组 → 一组非线性、耦合的偏微分方程，而且流体方程要求每个不同的种类（如电子、离子、 α 粒子等）单独有一套方程组，非常复杂。
- 某些聚变现象的准确描述还需要用到确定实际粒子分布函数这样更复杂的微观物理，完整的三维流体模型的复杂性。
- 针对聚变能只需要简单模型就够了，由此给出对聚变反应堆总体功率平衡的概述 → 零维的能量守恒律，可以基本确定聚变所需的压强、温度、密度和能量约束等参数区间。

4.0 引言

- 零维模型是通过对完整的三维流体方程进行一系列简化和近似得到：
 - 首先，假定燃料由50%-50%的DT混合物组成， α 粒子的含量小到可以忽略不计，即 $2n_D = 2n_T = n_e \equiv n$ ， $n_\alpha \ll n$ ， n_j 是第j种粒子的数密度；
 - 第二，假设每种燃料成分均是同一温度，即 $T_D = T_T = T_e \equiv T$ 。虽然 α 粒子的数密度小，但其能量密度($n_\alpha E_\alpha$)通常并不小，因为 $E_\alpha \gg T$ ；
 - 第三，假定燃料处于接近热力学平衡的完全电离的气态等离子体状态，有相应的麦克斯韦分布函数。这时，等离子体内部的能量密度以及相应的每个j成分的粒子压强分别由 $U_j = (3/2)n_j T_j$ 和 $p_j = n_j T_j$ 给定。燃料的内部总能量密度和压强很容易计算出来： $U = U_D + U_T + U_e = 3nT$ ， $p = p_D + p_T + p_e = 2nT$ 。注意， $U = (3/2)p$ 。这些假设在聚变反应堆里是充分满足的，可将复杂的多成分模型简化为单一成分模型。

4.0 引言

- 考察流体力学能量守恒关系，选择几种标准形式中目前用起来比较方便的形式：

$$\frac{3}{2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{3}{2} \nabla \cdot p \mathbf{v} + p \nabla \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot \mathbf{q} = S$$

- 左边：对于实验室参照系下的一个小的固定体积，
 - 第一项代表该体积内的内部能量密度的时间变化率；
 - 第二项描述因对流引起的流出该体积的能量密度净通量；
 - 第三项表示由于流体膨胀引起的能量密度损失（相当于热力学中的“ $p dV$ ”项）；
 - 第四项代表由于扩散引起的能量密度损失。最常见的是热传导 $\mathbf{q} = -\kappa \nabla T$ 。

4.0 引言

- 右边的 S 描述不同的功率密度的源和汇对能源平衡的贡献。重要的三项：

$$S = S_f - S_B + S_h$$

- S_f 是核反应产生的聚变加热功率密度；
- S_B 是单位体积内韧致辐射引起的辐射损失；
- S_h 是供给系统的外部加热功率密度（例如，欧姆加热功率或外部射频加热功率等）。
- 需要认真考察的是 S_f ，如 α 粒子功率和中子功率都会对聚变反应堆的功率平衡有影响。

4.0 引言

- 就目前的而言，各源项都是已知的。
- 零维功率平衡关系的推导：即对流体力学能量守恒关系进行整个等离子体体积积分，然后除以等离子体体积 V 。
- 故零维功率平衡关系：

$$\frac{1}{V} \int \left[\frac{3}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot p \mathbf{v} \right) + p \nabla \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot \mathbf{q} - S \right] d\mathbf{r} = 0$$

- 还需要对这个方程进行进一步简化和分析。

主要内容

- 4.0 引言
- 4.1 功率平衡关系
- 4.2 反应堆功率平衡
- 4.3 劳逊判据

4.1 功率平衡关系

- 考察功率平衡关系：
 - 首先，通过对一般零维功率平衡关系的简化，导出直接适用于磁约束聚变反应堆的一个明确形式；
 - 其次，对等离子体本身内部的功率平衡进行进一步分析，具体来说就是要确定实现等离子体自持的稳态平衡条件；
 - 第三，研究总体功率，一旦等离子体处于稳定的平衡状态，如何保证反应堆的总发电量大大超过维持这个反应堆所需的电力投入；
 - 第四，在这个平衡关系中的等离子体动力学行为。

4.1 功率平衡关系

- 功率平衡关系中的两个重点问题：热稳定性和达到稳态所需的最小外部功率。
 - 热稳定性，假定所需的稳态反应堆的运行参数已经达到。重要的是要证明这个工作点是稳定的，能够避免热损失。
 - 达到稳态所需的最小外部功率，即最低外部加热功率问题，即便是对于完全点燃的、已稳态运行时且无需外部功率的反应堆，这个问题仍然存在。因为在启动的瞬态阶段，需要通过外部加热功率将等离子体从最初的低温状态加热到理想的点火温度。这种功率对反应堆稳态运行的成本没有影响，但它影响到总的资本投入。整个运行过程中的动态现象所导致的每一种相应约束都可以对反应堆设计产生重要影响。

4.1 功率平衡关系

稳态零维功率平衡

- 从一般的零维等离子体的功率平衡关系开始分析：

$$\frac{1}{V} \int \left[\frac{3}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot p \mathbf{v} \right) + p \nabla \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot \mathbf{q} - S \right] d\mathbf{r} = 0$$

- 近似处理：

- 磁约束聚变反应堆几乎可以肯定是一个能流损失很小或可忽略不计的稳态系统，因此时间导数项为零，对流和压缩项可以忽略不计。
- 简化源项，仅考察等离子体内各源项。 α 粒子能量必须包括，带电粒子，受磁场约束，留在等离子体中并提供热源。中子不带电，离开等离子体，包层的主要热源，发电输出，对等离子体内部功率平衡无贡献。因此对聚变功率的贡献变为 $S_f \rightarrow S_\alpha$ ，

$$S_\alpha = \frac{1}{4} E_\alpha n^2 \langle \sigma v \rangle$$

- 其中， $E_\alpha = 3.5 \text{ MeV}$ 。

4.1 功率平衡关系

—— 稳态零维功率平衡

- 燃料是50%-50%的D和T的混合物，二者的密度均为 $n/2$ ，已假定所有成分的温度都相等，因此可以将 S_α 写成 $S_\alpha = S_\alpha(n, T)$ 。
- 但从物理上说，将 S_α 写成 $S_\alpha = S_\alpha(p, T)$ 更有意义。理由是仅通过简单地向系统内注入更多的气体就能够提高 n ，事实上是不物理的，因为密度的提高会造成一定程度的温度下降，从而减少了聚变反应的次数。这说明起基本作用的不是数密度，而是能量密度，而后者正比于压强。
- 因此在 S_α 的表达式中对功率平衡有贡献的各项处理如下：量 p 和 T 被视为基本变量。总压强 $p = 2nT$ ，因此可将 S_α 改写为：

$$S_\alpha = \frac{1}{16} E_\alpha p^2 \frac{\langle \sigma v \rangle}{T^2}$$

4.1 功率平衡关系

—— 稳态零维功率平衡

- 韧致辐射项 S_B 的贡献很容易用 p 和 T 来表达：

$$S_B = C_B Z_{\text{eff}} n^2 T^{1/2} = \frac{1}{4} C_B Z_{\text{eff}} \frac{p^2}{T^{3/2}}$$

- 为简单起见，假设等离子体的纯度很高，这意味着 $Z_{\text{eff}}=1$ 。

4.1 功率平衡关系

稳态零维功率平衡

- 外部加热项 S_h 对 S 的贡献一般包括欧姆加热和微波加热等的辅助加热：
 - 欧姆加热项是温度、电流和几何尺寸的函数。这一项只对最初的瞬态有影响，在稳态阶段的贡献为零，原因是欧姆等离子体电流是变压器的次级电流，物理上不可能存在直流变压器。
 - 辅助加热功率则在瞬态和稳态均起作用。它是主要的外部加热功率源，假定它在等离子体中的沉积分布是已知的，独立于 p 和 T 。因此，加热功率可以写为：

$$S_h = S_h(r, t)$$

- 除了热通量待定之外，功率平衡关系中所有各项至此已经确定。热通量需要对等离子体体积进行积分，故待定。
- p 和 T 分布可能的近似方法：一般来说，压强和温度的分布呈单调递减但始终为正（即没有负值区域，否则积分时将导致相互抵消），因此，定性和半定量的近似是假设 p 和 T 的整个分布是一常数，大小等于其平均值。

4.1 功率平衡关系 —— 稳态零维功率平衡

- p 和 T 分布的简单近似可以将多维模型转换成有用的零维模型。
- 作法如下：

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{V} \int G(p, T) d\mathbf{r} &\approx \frac{1}{V} \int G(\bar{p}, \bar{T}) d\mathbf{r} = G[\bar{p}(t), \bar{T}(t)] \\ \frac{1}{V} \int S(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} &= \bar{S}(t) \end{aligned} \right\}$$

- 其中量 \bar{p} 、 \bar{T} 和 \bar{S} 分别是对空间的平均值。方便起见，将省略掉字符头上的横线“-”。

4.1 功率平衡关系 —— 稳态零维功率平衡

- 因此零维功率平衡关系简化为：

$$\left(\frac{E_\alpha}{16}\right) p^2 \frac{\langle \sigma v \rangle}{T^2} - \left(\frac{C_B}{4}\right) \frac{p^2}{T^{3/2}} + S_h - \frac{1}{V} \int_A \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

- 热通量是由散度定理得到的，其中面积分是对等离子体表面积进行
- 热通量的简化：考虑一个半径为 a 的圆截面等离子体柱，其中热通量由傅里叶定律给定，即 $\mathbf{q} = -\kappa \nabla T$ ，其中 κ 是导热率。故热通量的贡献简化为：

$$\frac{1}{V} \int_A \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} = -2 \frac{\kappa}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=a}$$

4.1 功率平衡关系

—— 稳态零维功率平衡

- 热通量简化中的等离子体边缘区温度梯度的处理：
 - 温度 T 的均匀分布假设显然是行不通的。
 - 更为复杂的是 κ 不是精确已知的。热导率通常明显高于经典碰撞理论的计算值。原因是大多数情形下等离子体呈现为各种小尺度的湍流，这种湍流导致运输系数变得异常大。
- 因此通常是通过定义一个零维的能量约束时间 τ_E 来绕过这个问题，具体做法：

$$\frac{1}{V} \int_A \mathbf{q} \cdot d\mathbf{A} \equiv \frac{3}{2} \frac{p}{\tau_E}$$

- 其中，量 τ_E 代表着等离子体能量由于热传导下降到 $1/e$ 的弛豫时间，可以通过对不同装置上等离子体放电的大型实验数据库数据进行回归分析确定。
- 假设 τ_E 是已知量。一般来说， $\tau_E = \tau_E(p, T)$ ，但为了简化，此处暂看成独立于 p 和 T 。

4.1 功率平衡关系 —— 稳态零维功率平衡

- 将 τ_E 代入简化后的热通量贡献项的表达式里，即得到要求的磁约束聚变反应堆的零维稳态功率平衡关系：

$$\left. \begin{aligned} S_\alpha + S_h &= S_B + S_\kappa \\ \left(\frac{E_\alpha}{16}\right) p^2 \frac{\langle\sigma v\rangle}{T^2} + S_h &= \left(\frac{C_B}{4}\right) \frac{p^2}{T^{3/2}} + \frac{3}{2} \frac{p}{\tau_E} \end{aligned} \right\}$$

- 分析此公式以便确定取得所需功率平衡的 p 、 T 和 τ_E 的条件。

4.1 功率平衡关系——等离子体内的功率平衡

- 首先确定维持等离子体稳态功率平衡的条件：
 - “理想点火条件”，它将设定等离子体工作温度的下限；
 - “点火条件”，由此得到在更实际的条件下实现等离子体稳态平衡所需的对 p 、 τ_E 和 T 的约束。

4.1 功率平衡关系——等离子体内的功率平衡

■ 1. 理想点火条件

- 理想点火条件相当于不考虑热传导损失，也没有外部加热情形下等离子体达到稳态功率平衡的条件。换句话说，聚变产生的 α 功率必须大到足以克服不可避免的轫辐射损失：

$$S_{\alpha} = S_B$$

- 代入 S_{α} 和 S_B 的表达式，即得到待求的条件。这个条件只与等离子体温度有关，对 P 的依赖关系相互抵消了：

$$\frac{\langle \sigma v \rangle}{T_k^{1/2}} = \frac{4C_B}{E_{\alpha}} = 3.8 \times 10^{-24} \quad \left(\frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{keV}^{1/2}} \right)$$

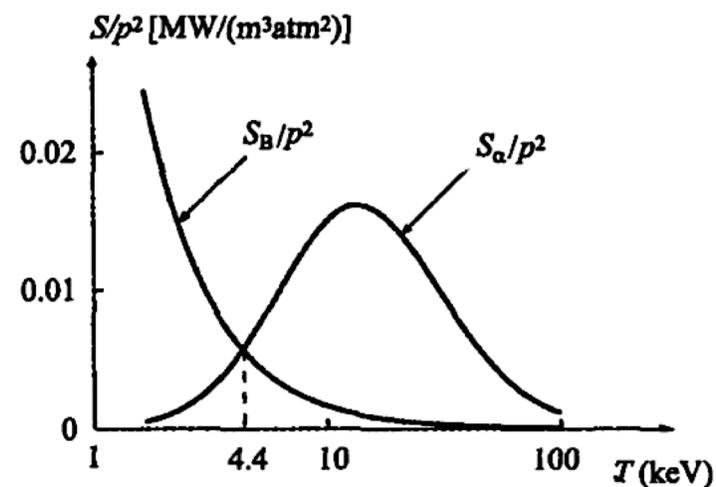
4.1 功率平衡关系

等离子体内的功率平衡

- 这一关系如右图所示，满足理想点火条件的等离子体的温度必须满足：

$$T \geq 4.4 \text{ (keV)}$$

- 设定了磁约束聚变反应堆等离子体温度的下限。对于D-D反应，相应的温度值要高得多，约为30keV。
- 一旦温度超出理想点火条件， α 功率的增速将远远大于轫致辐射损失的速度。例如，在 $T = 10\text{keV}$ 时，对D-T反应，有 $S_{\alpha}/S_B \approx 8$ 。



α 加热功率和轫致辐射作为温度的函数，交汇点相当于理想点火条件

4.1 功率平衡关系——等离子体内的功率平衡

■ 2. 点火条件

- 点火条件代表一种更为现实的功率平衡状况。假定在稳态时 α 加热功率大到足以平衡韧致辐射损失和热传导损失，因而无需外部加热功率：

$$S_{\alpha} = S_{\text{B}} + S_{\text{K}}$$

4.1 功率平衡关系

等离子体内的功率平衡

- 还是一种非常理想的功率平衡条件，但可为 p 、 T 和 τ_E 设置极限。等离子体点火成功后，将无需外部功率来维持，等离子体就可实现所需的稳态聚变功率输出。

- 此处各种功率密度表示如下：

$$\left. \begin{aligned} S_\alpha &= \frac{E_\alpha \langle \sigma v \rangle}{16 T^2} p^2 = K_\alpha \frac{\langle \sigma v \rangle}{T_k^2} p^2 \quad (\text{MW/m}^3) \\ S_B &= \frac{C_B p^2}{4 T^{3/2}} = K_B \frac{p^2}{T_k^{3/2}} \quad (\text{MW/m}^3) \\ S_\kappa &= \frac{3 p}{2 \tau_E} = K_\kappa \frac{p}{\tau_E} \quad (\text{MW/m}^3) \end{aligned} \right\}$$

- 其中， $K_\alpha = 1.37$ ； $K_B = 0.052$ ； $K_\kappa = 0.15$ 。各物理量的单位分别 $T_k(\text{keV})$ 、 $\tau_E(\text{s})$ 、 $\langle \sigma v \rangle (10^{-22} \text{m}^3/\text{s})$ 、 $p(10^5 \text{Pa})$ 。压强单位这么选择是因为 $10^5 \text{Pa} = 1 \text{bar} \approx 1$ 个大气压。

4.1 功率平衡关系——等离子体内的功率平衡

- 将这些功率密度定义代入点火功率平衡条件，经过简单的代数运算即可得到作为 T 的函数的 $p\tau_E$ 乘积条件：

$$p\tau_E \geq \frac{K_\kappa T_k^2}{K_\alpha \langle \sigma v \rangle - K_B T_k^{1/2}} \approx K_I \frac{T_k^2}{\langle \sigma v \rangle} \quad (\text{atm s})$$

- $p\tau_E = 2T(n\tau_E)$ ，其中 $n\tau_E$ 是著名的劳森参数。在忽略韧致辐射损失的假定下，即可得到这一近似。在这种情况下， $K_I = K_\kappa / K_\alpha = 0.11$ 。

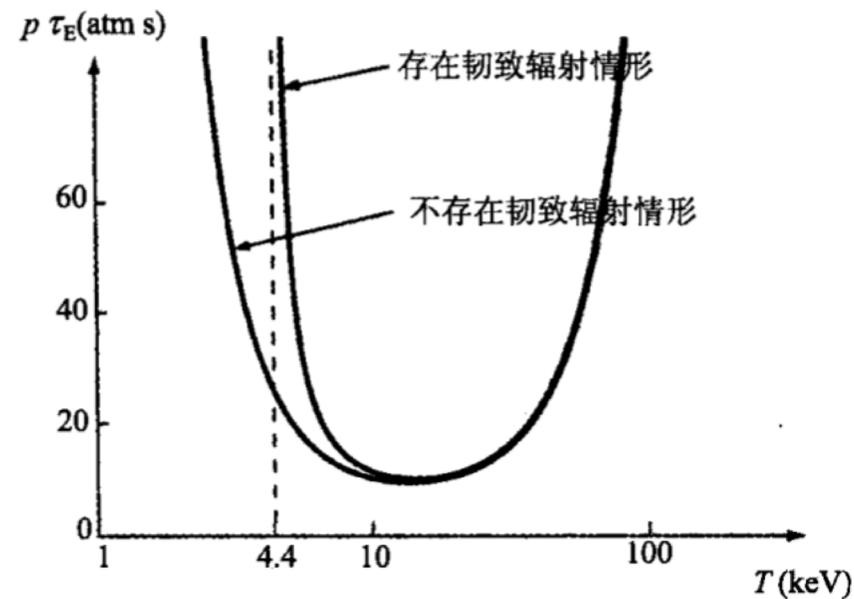
4.1 功率平衡关系

等离子体内的功率平衡

- 上式的准确形式和近似形式的曲线如右图所示。为使 $p\tau_E$ 为正， T 必须大于理想点火温度，同时， $p\tau_E$ 必须大于某个最小值，点火才可能发生。 T 的最小值和相应的 $p\tau_E$ 值为：

$$\left. \begin{aligned} T_{min} &= 15 \quad (\text{keV}) \\ (p\tau_E)_{min} &= 8.3 \quad (\text{atm s}) \end{aligned} \right\}$$

- 对于 $p\tau_E < (p\tau_E)_{min}$ ，点火是不可能的；对于 $p\tau_E > (p\tau_E)_{min}$ ，可能存在两个解，它们分别对应于两种不同的温度，与系统的热稳定性有关。
- 对于15keV的等离子体，点火条件要求能量约束时间为1s，压强约为8个大气压。也就是说，这样才能通过聚变 α 粒子的自我加热来维持。



点火条件中作为温度函数的临界 $p\tau_E$ 值

4.1 功率平衡关系

等离子体内的功率平衡

- 存在最小的 $p\tau_E$ 值这一点具有非常重要的实际意义。一般来说， p 或 τ_E 的增加要求要么是装置体积增大，要么是磁场增强，两者都导致反应堆成本的上升。因此，满足上式的难易程度对区分各种磁约束聚变位形（如托卡马克、仿星器等）具有重要意义。
- 考虑非零外部加热源在等离子体功率平衡上的作用，有两种情况下外部加热功率是必需的：
 - 首先，在现有的D-T燃烧聚变装置上， $p\tau_E$ 判据无法满足，因为这些装置要不就尺寸太小，要不就磁场太弱。必须要用额外的外部加热功率才能弥补等离子体的热传导损失。
 - 即使是大的、反应堆规模的装置，外加功率很可能也是需要的，原因是许多磁约束聚变装置需要有环向电流来维持等离子体平衡。在稳态运行时，这种电流是直接由中性束或微波功率等外部功率源来驱动的。驱动这种电流的功率必不可少地对加热功率有贡献，并由此设定了 S_h 的下限。

4.1 功率平衡关系

等离子体内的功率平衡

- 外部加热功率对于反应堆的整体功率平衡是非常重要的。当 $S_h > 0$ 时，等离子体处于亚点火状态，反应堆成了功率放大器，既有有利的一面，也有不利的一面：
 - 优点：外部功率的投入降低了对 $p\tau_E$ 的要求，这时较小的 α 功率就可以维持等离子体。
 - 缺点：过大的外部功率降低了反应堆的总增益。极端的例子：一个完全由外部功率来加热的装置，这时 $p\tau_E = 0$ ，可以维持低温等离子体，但生产的聚变功率为零。外部加热功率的定量影响需要评估。
- 等离子体功率平衡的处理：假设有一定量的外部加热功率，考察这一功率对维持等离子体稳态平衡所需的最小 $p\tau_E$ 值的影响，以及相应的增益降低。引入外部加热功率的方便作法是假设 α 功率只提供了总加热功率的一小部分 f_α ：

$$f_\alpha \equiv \frac{S_\alpha}{S_\alpha + S_h}$$

- $f_\alpha = 1$ ：点火； $f_\alpha = 1/2$ ： α 功率和外加功率各占一半； $f_\alpha = 0$ ： α 功率为零。

4.1 功率平衡关系

等离子体内的功率平衡

- 用 S_α 和 f_α 来表示 S_h :

$$S_h = \frac{1 - f_\alpha}{f_\alpha} S_\alpha$$

- 将这一关系代入全稳态功率平衡关系:

$$S_\alpha + S_h = S_\kappa + S_B$$

- 适当计算后即得到修正后的 $p\tau_E$ 条件:

$$p\tau_E \geq \frac{K_\kappa T_k^2}{\left(\frac{1}{f_\alpha}\right) K_\alpha \langle \sigma v \rangle - K_B T_k^2} \approx f_\alpha K_I \frac{T_k^2}{\langle \sigma v \rangle} \quad (\text{atm s})$$

- 外部加热的投入降低了对维持等离子体所需的 α 加热的要求。具体来说就是稳态功率平衡的最小 $p\tau_E$ 值减小了一个 f_α 因子。但过多的外部加热功率对反应堆的整体功率平衡将产生不利影响。

主要内容

- 4.0 引言
- 4.1 功率平衡关系
- 4.2 反应堆功率平衡
- 4.3 劳逊判据

4.2 反应堆功率平衡

- 假设 α 加热功率和外部加热功率组合能在约 $15keV$ 的温度水平上维持等离子体的稳态平衡。于是问题的关键变成计算输出功率与输入功率的比值（即增益），以确定在何种条件下这种动力反应堆确实是有意义的。
- 考察这个问题，引入两个无量纲“增益参数”：
 - 第一个参数 Q 主要是基于物理学的考虑；
 - 第二个参数 Q_E 更为实际，它试图以简单的方式将工程上的一些基本限制也包括进来。
- 目标是确定在 $p\tau_E$ 小于点火值的情形下， Q 和 Q_E 对 $p\tau_E$ 值的依赖关系。

4.2 反应堆功率平衡——物理增益因子 Q

- 根据各种功率密度的源和汇来仔细定义 Q 。可以将 Q 定义成 $Q = Q(p\tau_E, T)$ 。

- 物理增益因子 Q 的定义如下：

$$Q = \frac{\text{净热功率输出}}{\text{加热功率输入}} = \frac{\text{总热功率输出} - \text{加热功率输入}}{\text{加热功率输入}} = \frac{P_{\text{out}} - P_{\text{in}}}{P_{\text{in}}}$$

- 从根本上说,反应堆电力是由等离子体的总热能产生的。从热功率输出的净增益来说, 总的热功率输出必须超过维持等离子体所需的加热功率输入。有两个极端:
 - 在没有聚变反应发生的极限情形下, 所有输入的热功率都转换为热传导和辐射功率等形式损失掉了, 也就是说, $P_{\text{out}} = P_{\text{in}}$, 故 $Q = 0$ 。
 - 无需外部加热功率来维持等离子体 ($P_{\text{in}} = 0$), 加热由 α 粒子去完成了。在此极限情形下, $Q = \infty$ 。
- 结论: 稳态动力反应堆的范围规定为 $0 < Q < \infty$ 。

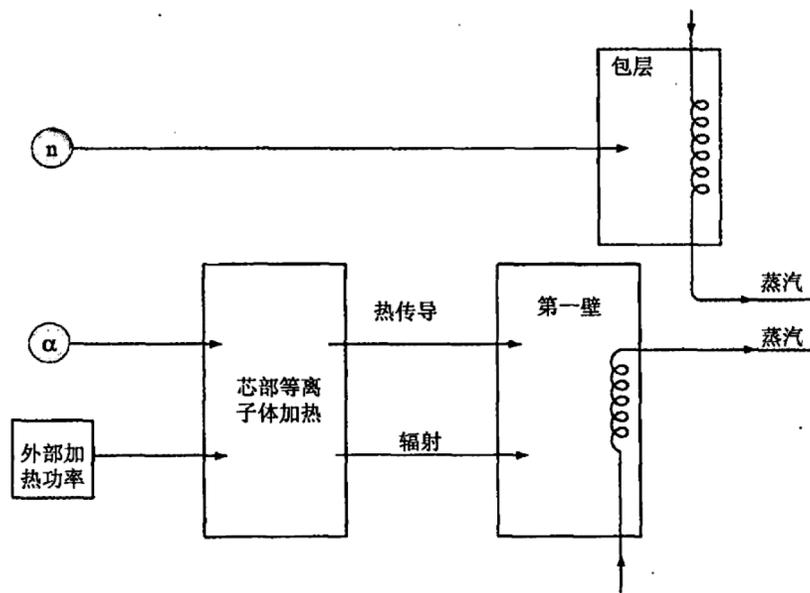
4.2 反应堆功率平衡——物理增益因子 Q

- 将对总的热功率输出和加热功率输入有适当贡献的各项代入上式，推导出物理增益因子 $Q = Q(p\tau_E, T)$ 的一种更简单明确的形式：
 - 首先，注意到输入功率为 $P_{in} = S_h V$ ，其中 V 是等离子体体积。等离子体必须不断吸收这种外部功率，才能持续加热到合适的温度，而且也正是靠这种外部功率才能驱动所需的稳态环向电流。

4.2 反应堆功率平衡

物理增益因子 Q

- 物理增益因子简单明确的形式：
- 总的输出热功率：反应堆输出的电力，是由热转换系统先将等离子体产生的热量转换成蒸汽，然后再发电，如图所示，故总输出功率应包括所有离开等离子体并可用于热转换的热源，共三个：
 - 1. 从等离子体里逃逸出来的 14.1MeV 的聚变中子是主要热源。这种热通过周围的包层转换成蒸汽。
 - 2. 逃逸出等离子体的韧致辐射，热沉积在第一壁。为了防止辐射引起第一壁材料熔化，必须对壁进行冷却。冷却液带走的热量也可以转换为蒸汽。
 - 3. 等离子体能量不断通过热传导传递到第一壁，同2。
- 至于 α 粒子，假定扩散出等离子体之前已将热量传递等离子体，最终是以辐射和热传导形式出现。



聚变反应堆中能流示意图 (图中显示了聚变中子、聚变 α 粒子和外部加热功率等输入源最终是如何转化为发电用蒸汽的)

4.2 反应堆功率平衡——物理增益因子 Q

- 基于这一推理，输出功率可写为 $P_{\text{out}} = (S_n + S_B + S_\kappa)V$ ，其中， $S_n = (E_n/E_\alpha)S_\alpha = 4S_\alpha$ 。将这些结果综合起来即得到如下 Q 的定义：

$$Q = \frac{4S_\alpha + S_B + S_\kappa - S_h}{S_h}$$

- 将从式 $S_\alpha + S_h = S_\kappa + S_B$ 得到的 S_h 代入上式，即可得到的简化形式：

$$Q = \frac{S_f}{S_h}$$

- 其中 $S_f = S_n + S_\alpha = 5S_\alpha$ 。上式表明， Q 其实就是聚变产生的总功率对输入功率的比值。

4.2 反应堆功率平衡——物理增益因子 Q

- 再利用式 $S_\alpha + S_h = S_k + S_B$ 从上式里消去 S_h ，并代入各贡献项，即可得到所需的 $Q = Q(p\tau_E, T)$ 。为了简单起见，忽略韧致辐射贡献，经过简单计算可得如下 Q 的表达式：

$$\left. \begin{aligned} Q &= 5 \frac{p\tau_E}{(p\tau_E)_I - p\tau_E} \\ (p\tau_E)_I &= K_I \frac{T_k^2}{\langle \sigma v \rangle} (\text{atm s}) \end{aligned} \right\}$$

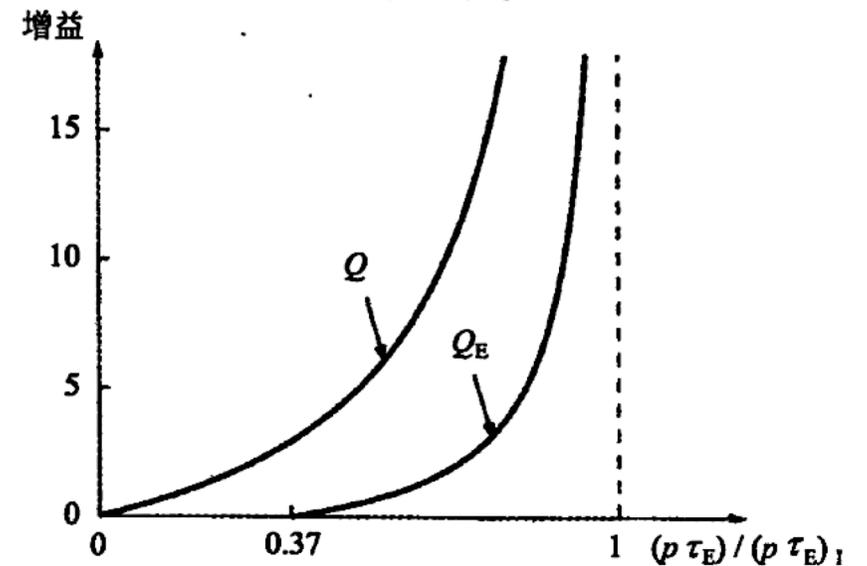
4.2 反应堆功率平衡 物理增益因子 Q

- $(p\tau_E)_I$ 表示点火所需的值，如右图所示。当 $p\tau_E = (p\tau_E)_I$ 时， $Q = \infty$ 。当投入外部加热功率后， $p\tau_E < (p\tau_E)_I$ ，增益 Q 降低。如聚变功率是输入功率的10倍（即 $Q = 10$ ），则 $p\tau_E$ 要比纯点火时的值小一个 $2/3$ 的因子。

- 比较式 $p\tau_E \geq \frac{K_k T_k^2}{(\frac{1}{f_\alpha}) K_\alpha \langle \sigma v \rangle - K_B T_k^2} \approx f_\alpha K_I \frac{T_k^2}{\langle \sigma v \rangle}$ (atm s) 和上式， f_α 和 Q 有以下关系：

$$f_\alpha = \frac{Q}{5 + Q}$$

- 若“燃烧等离子体区间”规定为 α 功率正好等于外部功率时等离子体的功率平衡，相当于 $f_\alpha = \frac{1}{2}$ ，或 $Q = 5$ 。



物理增益因子 Q 和工程增益因子 Q_E 作为 $(p\tau_E)/(p\tau_E)_I$ 的函数

4.2 反应堆功率平衡——工程增益因子 Q_E

- 从物理学角度来看，物理增益因子 Q 提供了对功率平衡有贡献的各种功率源和汇的合理统计和分析。但事实上，从对 Q 的不同贡献由不同类型的功率来计算这一点来说，各项之间的比对和对工程的要求并不明晰。例如， S_n 和 S_k 都是热功率密度，而 S_h 却是微波功率密度。这些功率里没有一个是实际的电功率密度。
- 工程增益因子 Q_E 通过引入适当的功率转换系数将各种功率转换成电功率密度，从而弥补了这一不足。 Q_E 的优点是更切合实际，其定义如下：

$$Q = \frac{\text{净电功率输出}}{\text{电功率输入}} = \frac{\text{总电功率输出} - \text{电功率输入}}{\text{电功率输入}} = \frac{P_{\text{out}}^{(E)} - P_{\text{in}}^{(E)}}{P_{\text{in}}^{(E)}}$$

4.2 反应堆功率平衡——工程增益因子 Q_E

$$Q = \frac{P_{\text{out}}^{(E)} - P_{\text{in}}^{(E)}}{P_{\text{in}}^{(E)}}$$

- $P_{\text{in}}^{(E)}$ 是驱动外部加热源所需的实际电功率。这种功率乘上一个因子 η_e 即转换成适用于等离子体加热的形式（例如，微波功率）。由于等离子体本身仅吸收一小部分(用 η_a 表征)微波功率，其余的被反射回去。因此，输入的电功率变为等离子体吸收的功率的总体转换系数由这两个因子的乘积 $\eta_e\eta_a$ 给定，即

$$P_{\text{in}}^{(E)} = S_h V / \eta_e \eta_a$$

- 通常情况下， $\eta_e \approx 0.7$ ； $\eta_a \approx 0.7$ 。

4.2 反应堆功率平衡——工程增益因子 Q_E

- 考虑电力输出：关于实际产热与定义 Q 时的类似，但有两点例外：
 - 应当将锂包层里增殖氚时每个聚变中子产生的热量包括进来。因此，中子除了 14.1MeV 的贡献外，还有 $E_{\text{Li}} = 4.8\text{MeV}$ 的能量应计入。
 - 被等离子体反射的微波功率会被壁吸收产生热，它也应包括在内。这方面的贡献是 $(1 - \eta_a)\eta_e P_{\text{in}}^{(\text{E})}$ 。
- 将所有这些贡献加起来，得到总的输出功率表达式：

$$P_{\text{out}} = (S_n + S_{\text{Li}} + S_B + S_{\kappa})V + (1 - \eta_a)\eta_e P_{\text{in}}^{(\text{E})}$$

- 其中

$$S_n + S_{\text{Li}} = [(E_n + E_{\text{Li}})/E_{\alpha}]S_{\alpha} = 5.4S_{\alpha}$$

4.2 反应堆功率平衡——工程增益因子 Q_E

$$Q = \frac{P_{\text{out}}^{(E)} - P_{\text{in}}^{(E)}}{P_{\text{in}}^{(E)}}$$

- 假定这部分热通过蒸汽循环和汽轮机转换为电能，转换效率因子为 η_t ，通常 $\eta_t \approx 0.4$ 。因此，输出的电功率可以写成：

$$P_{\text{out}}^{(E)} = \eta_t \left[5.4S_\alpha + S_B + S_\kappa + \frac{(1 - \eta_a)}{\eta_a} S_h \right] V$$

- 因此工程功率增益因子 Q_E 的表达式为：

$$Q_E = \frac{\eta_t \eta_e \eta_a (5.4S_\alpha + S_B + S_\kappa) - [1 - (1 - \eta_a)\eta_t \eta_e] S_h}{S_h}$$

4.2 反应堆功率平衡——工程增益因子 Q_E

- 代入不同的源和汇，忽略韧致辐射效应， Q_E 的表达式：

$$Q_E = \frac{(6.4\eta_t\eta_e\eta_a + 1 - \eta_t\eta_e)p\tau - (1 - \eta_t\eta_e)(p\tau)_I}{(p\tau)_I - p\tau} \approx 2.0 \frac{p\tau - 0.37(p\tau)_I}{(p\tau)_I - p\tau}$$

- Q_E 对 $p\tau_E$ 的曲线如上图所示。可以看到，与 Q 一样，当 $p\tau_E = (p\tau_E)_I$ 时， Q_E 的值趋向无穷， $Q_E = \infty$ 。同样，当使用外部加热时， $p\tau_E$ 也较完全点火时的值要小，但减小的幅度不是很大。
- Q 和 Q_E 之间的关系为：

$$Q = \frac{E_n + E_\alpha}{E_n + E_\alpha + E_{Li}} \frac{Q_E + 1 - \eta_t\eta_e}{\eta_t\eta_e\eta_a} = 4.0(Q_E + 0.72)$$

4.2 反应堆功率平衡——工程增益因子 Q_E

- 感兴趣的数值：
 - 对于电力输入输出平衡 ($P_{\text{out}}^{(E)} = P_{\text{in}}^{(E)}$) , $Q_E = 0$, $p\tau_E / (p\tau_E)_I = 0.37$, $Q = 2.9$ 。
 - $Q_E = 10$, 则 $p\tau_E = 0.90(p\tau_E)_I$, $Q \approx 43$ 。 $Q = 10$ 相当于工程增益因子 $Q_E = 1.8$ 。
- 结论：
 - 完全自持点火 ($Q = Q_E = \infty$) 要求 $p\tau_E = 8.3 \text{ atm s}$, $T = 15 \text{ keV}$;
 - 采用外部加热手段, $p\tau_E$ 的值可以适当减小, 因为外部功率减轻了 α 粒子加热的负担;
 - 对于合理 η_e 、 η_a 、 η_t , $p\tau_E$ 减小得不多, 如 $Q_E = 10$, $p\tau_E$ 值大约只降低到原先的 0.9 倍;
 - 即使电力得失相当 ($Q_E = 0$) , $p\tau_E$ 值也约等于点火值的 0.4 倍;
 - 一个 $Q_E = 10$ 的聚变反应堆, 如果以总加热系数 $\eta_e \eta_a \approx 0.5$ 生产 1000 MW 电力, 这意味着外部加热和电流驱动所需的微波功率不超过 50 MW。

主要内容

- 4.0 引言
- 4.1 功率平衡关系
- 4.2 反应堆功率平衡
- 4.3 劳逊判据

4.3 劳逊判据

- 对实际反应堆来说，最大的能量损失是通过热传导和对流方式的损失。这一功率损失可以唯象地用一个能量约束时间来描述。等离子体的热能密度为 $3n_e T$ ，所以相应于热传导损失的功率密度为 $\frac{3n_e T}{\tau_E}$ 。
- 原则上，这里的物理量都要对有关体积积分。简单起见，把有关物理量理解为某种平均值。假定从聚变堆中逸出的总功率，即聚变功率加辐射功率加热传导功率为外部集热器所收集，然后以一定的转化因子转化为电功率，利用这个电功率来维持聚变堆中的等离子体功率损失，由此得到一个条件，这个条件称为劳逊判据：

$$\eta \left(\frac{1}{4} n_e^2 \langle \sigma v \rangle E_{\text{fus}} + p_{\text{brem}} + \frac{3n_e T}{\tau_E} \right) \geq \frac{3n_e T}{\tau_E} + p_{\text{brem}}$$

4.3 劳逊判据

- 上式取等号并解出 $n_e\tau_E$ ，得

$$n_e\tau_E = \frac{3T(1 - \eta)}{\eta \left[\frac{1}{4} \langle \sigma v \rangle E_{\text{fus}} + c\sqrt{T} \right] - c\sqrt{T}}$$

- 上式右边仅为温度的函数，若温度以keV计，则上面公式中的 E_{fus} 应乘以 10^{13} 。例如，对氘氚反应， $E_{DT} = 1.76 \times 10^{15}$ ，而韧致辐射功率项中的相应常数 $c=0.3$ 。对不同的聚变反应，可以得出 $n_e\tau_E$ 值与温度的不同曲线。

4.3 劳逊判据——辐射损失

- 等离子体中的辐射损失包括轫致辐射、杂质谱线的线辐射、复合辐射及磁约束情况电子的回旋辐射。这里仅考虑轫致辐射。这是一种因电子和离子及电子间相互作用时，电子发生变速而引起的辐射。由于电子间相互作用的贡献很小，可以忽略，主要考虑电子离子的作用就行了。等离子体中的电子是处于自由能级上的，电子-离子作用中电子连续释放出光子，但仍处在自由能级，因此，这是自由-自由状态跃迁。对于单纯由离子及电子组成的纯等离子体，假设没有任何杂质离子混合其中，如电子的温度与离子相等，则电子运动引起的轫致辐射损失功率密度可以通过电动力学公式算出。最常用的公式是 Bethe-Heitler 公式，它适用于聚变堆中电子温区 8~20 keV，表达式为

$$p_{\text{brem}} = \frac{32}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} Z^2 n_e n_i \frac{e^2}{hc} \left(\frac{e^2}{m_e c^2 c^2} \right)^2 m_e c^2 \sqrt{\frac{kT_e}{m_e c^2}}$$

- 代入有关物理常数，粒子密度以 10^{14} cm^{-3} 计算，得

$$p_{\text{brem}} = 4.81 \times 10^{-3} Z n_0^2 T_t^{1/2}. \text{ W} \cdot \text{cm}^{-3}$$

- 式中电子温度keV为单位。

4.3 劳逊判据——辐射损失

- 在实际等离子体中，不可避免地会混入相当数量的杂质离子（即非燃料离子）。一方面，这是由于高温等离子体与周围的固体材料要产生很强的相互作用，材料中吸附的气体及组成材料的物质的离子会不断进入等离子体中；另一方面，聚变反应的产物，如氘氘反应产生的氦离子也是一种杂质。所以，实际的辐射损失功率密度要比上式算出的大。如果杂质离子的外层电子被完全剥离，则相应的辐射损失可以通过在上面的辐射损失功率密度表示式中乘一个等效的电荷值来表示：

$$Z_{\text{eff}} = \frac{1}{n_e} \sum Z_i n_i^2$$

- 各种杂质引起的辐射功率是温度的复杂的函数。D.P. Post 对主要的元素的辐射冷却率在日冕模型下作出了辐射曲线及插值函数。



谢谢!