

《光学 A》 知识点整理

2021 秋季学期 授课教师：项国勇老师 整理者：徐小航

简介：

《光学 A》是物、核、地空专业同学必修的基础课程。在这份《知识点整理》之前，我能找到的光学复习资料只有适用于《光学 B》的《光学复习指导》、《光学提纲》与《光学公式 2016 秋》，它们在知识点上有所欠缺，且概念讲解欠缺。因此，我在复习光学期末考试的同时整理了《知识点整理》，总结了考点知识点、必要的概念讲解，忽略了一些繁琐的推导，希望能对大家复习光学 A 的考试与做作业有所帮助。本文档的第四、七章对学习《光学 B》的同学也适用。

本文档中，标红色表示这些内容对期末考试非常重要，几乎必考；标灰色意味着这些内容不需要掌握，不过掌握它们对于理解有关概念或写作业是有帮助的；标黑色的内容则是需要掌握，但并不是必考点的内容。期末考试的重要（不是全部）考点罗列如下，它们基本覆盖期末卷面 90% 的分值：

第二章第 6 节，务必将半波带法、振动矢量图法、菲涅尔半波带的来龙去脉弄清楚并学会应用，理解艾里斑的作用；

第二章第 7 节，背熟单缝与矩孔夫琅禾费衍射的强度分布公式，并懂得如何用强度分布公式推导实验现象；

第二章第 10 节，背熟菲涅尔折射反射公式与各种折射率反射率的定义和计算公式；背熟布鲁斯特角公式，了解半波损问题、反射折射时的偏振现象；

第三章不打*章节都需要背熟公式与实验现象，尤其是迈克尔逊干涉仪与法布里珀罗干涉仪；

第四章第 1.2 节，务必背熟多缝夫琅禾费衍射的强度分布公式，并懂得如何用强度分布公式推导实验现象，理解缝间干涉因子与单缝衍射因子的作用；掌握光栅强度分布，背熟其色散、色分辨、量程、自由光谱范围；打*部分、复振幅计算、黑白/正弦/闪耀光栅不用掌握。

第七章全章不打*章节需要掌握。尤其要掌握双折射有关的各种概念、波晶片/晶体偏振器/旋光的原理与有关公式、各种偏振光的获得与检验方法与流程。往年第四章、第七章总共均占期末考试 60% 以上的分值。

第八章第 4 节需要掌握瑞利散射定律，往年基本每次都会考一道相关填空题。

由于第五、六章与带*章节均不需要掌握，第一、九章考察极少，因此这些内容本文档基本未整理。另外，本文档整理时较为仓促，难免有错误之处，如果有发现请立即联系我的 QQ: 1370520469 指出，我会校对并改正，谢谢！

20 级 少转地空 徐小航

2022.2.5

ВРИНТ

第二章 波动光学基本原理

1. 定态波场（各点频率相同、振幅不变）的描述：

$$U(P, t) = A(P) \cos(\varphi(P) - \omega t)$$

P 代表场点， A 代表振幅的空间分布， φ 反映位相的空间分布，都与时间无关。 $U(P, t)$ 为波函数。定态波长的复振幅描述为：

$$\tilde{U}(P) = A(P)e^{i(\varphi(P) - \omega t)} = A(P)e^{i\varphi(P)}e^{-i\omega t}$$

$e^{-i\omega t}$ 在空间各点相同，常常略去不写。需要注意， $\varphi(P)$ 为正， $-\omega t$ 为负。

2. 平面波的复振幅：

$$A(P) = A, \varphi(P) = \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0 = k_x x + k_y y + k_z z + \varphi_0 \Rightarrow$$

$$\tilde{U}(P) = A \exp\left(i(k_x x + k_y y + k_z z + \varphi_0)\right)$$

波矢方向与大小为：

$$\cos \alpha = \frac{k_x}{k}, \cos \beta = \frac{k_y}{k}, \cos \gamma = \frac{k_z}{k}, k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

球面波的复振幅：

$$A(P) = \frac{a}{r}, \varphi(P) = kr + \varphi_0 \Rightarrow$$

$$\tilde{U}(P) = \frac{a}{r} \exp(i(kr + \varphi_0)), r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

强度的复振幅表示： $I(P) = (A(P))^2 = \tilde{U}^*(P)\tilde{U}(P)$

3. 轴上物点的傍轴条件（使得波前上接收的振幅分布近似于平面波，但不保证相位）：

$$z^2 \ll \rho^2$$

z 为球面波波源与波前距离， ρ 为波前上所分析点与波前光轴交点的距离。

轴上物点的远场条件（使得波前上位相分布近似于平面波，不保证振幅）

$$z \gg \frac{\rho^2}{\lambda}$$

光学中通常远场条件蕴涵傍轴条件。

4. 物点与场点都满足傍轴条件时的场点波前：

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{z} \exp\left(ik\left(r'_0 + \frac{x'^2 + y'^2}{2z}\right)\right) \exp\left(-\frac{ik}{z}(xx' + yy')\right)$$

其中 (x, y) 是物点在物面上的坐标， (x', y') 是场点在波前上的坐标， r'_0 是场点离光轴的距离。

场点物点均傍轴，且场点远场时的场点波前：

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{z} \exp(ikr'_0) \exp\left(-\frac{ik}{z}(xx' + yy')\right)$$

5. 因波的叠加引起强度重新（稳定）分布的现象，叫做波的干涉。（干涉项的概念）

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \cos \delta(P)$$

波的相干条件：两束光

- (1) 频率相同
- (2) 存在相互平行的振动分量
- (3) 位相差 $\delta(P)$ 稳定

在 $\delta(P)$ 完全无规的情况下， $\overline{\cos \delta(P)} = 0$ ，此时 $I(P) = I_1(P) + I_2(P)$ ，两者非相干。微观上普通光源一次持续发光不无规跃变的时间即光扰动时间为 $\tau_0 \approx 10^{-8}$ s。

6. 干涉条纹的反衬度：

$$\gamma \triangleq \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$$

γ 是干涉条纹的反衬度， I_M, I_m 分别是干涉场中光强极大极小值。

$$\gamma = \frac{2(A_1/A_2)}{1 + (A_1/A_2)^2}, I = I_0(1 + \gamma \cos \delta)$$

7. 在两点源干涉中，位相差为：

$$\delta(P) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) \propto \Delta L \triangleq r_1 - r_2$$

波长中强度 $I(P)$ 极大极小条件：

$$\Delta L = k\lambda, \text{ 极大}; \Delta L = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda, \text{ 极小}$$

8. 在杨氏干涉中，干涉条纹是一组与缝平行的直线，强度随与缝垂直方向作周期性变化。干涉条纹间距为：

$$\Delta x = \frac{\lambda D}{d}$$

其中 D 为屏幕与双缝距离， d 为双缝间距。双缝对屏幕所张角距为 $\Delta\theta = d/D$ 。

9. 两束平行光在波前的干涉场是一组平行直线，其空间频率为：

$$f_x = \frac{1}{\Delta x} = \frac{\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2}{\lambda}, \Delta y = \frac{\cos \beta_1 - \cos \beta_2}{\lambda}$$

两列光波长均为 λ ，方向分别是 $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1), (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ ，波前默认为 xy 平面。

10. 光的衍射指的是光波遇到障碍物后偏离直线传播的现象。

11. 惠更斯-菲涅尔原理：波前 Σ 上的每一个面元 $d\Sigma$ 都可以看成新的振动中心，它们发出次波，在空间某一点 P 的振动是所有这些次波在该点的相干叠加。即：

$$\tilde{U}(P) = \iint_{(\Sigma)} d\tilde{U}(P)$$

假设：

$$d\tilde{U}(P) \propto d\Sigma, \tilde{U}_0(Q), \frac{e^{ikr}}{r}, F(\theta_0, \theta)$$

其中 θ_0, θ 分别是源点 S 和场点 P 相对于 $d\Sigma$ 的方位角, F 是与前两者相关的倾斜因子。它表明面元发射的次波不是各向同性的, 则:

$$\tilde{U}(P) = K \iint_{(\Sigma)} \tilde{U}_0(Q) \frac{e^{ikr}}{r} F(\theta_0, \theta) d\Sigma$$

其中:

$$F(\theta_0, \theta) = \frac{1}{2}(\cos \theta_0 + \cos \theta), K = \frac{-i}{\lambda}$$

菲涅尔-惠更斯原理是标量波的原理, 对于光波, 振动矢量近于平行时可标量处理, 傍轴自然光满足该条件。

菲涅尔-基尔霍夫衍射公式:

$$\tilde{U}(P) = \frac{-i}{2\lambda} \iint_{(\Sigma_0)} (\cos \theta_0 + \cos \theta) \tilde{U}_0(Q) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma$$

若 Σ 取衍射屏, 则对于光屏部分 Σ_1 , $\tilde{U}_0(Q) = 0$, 这成为基尔霍夫边界条件。在光孔与接受范围满足傍轴条件时, 上式简化为:

$$\tilde{U}(P) = \frac{-i}{\lambda r_0} \iint \tilde{U}_0(Q) e^{ikr_0} d\Sigma$$

12. 巴俾涅原理: 对于互补两屏, 造成的衍射场中复振幅之和等于自由波场(无衍射屏)情况下的复振幅。

由于巴俾涅原理, 在成像平面上, 除了像点处处自由波场为 0, 因此互补屏引起的衍射条纹一致。

13. 光源与接收屏幕都距离衍射屏有限远的衍射过程称为菲涅尔衍射; 光源与接收屏幕都距离衍射屏无穷远的衍射过程称为夫琅禾费衍射。

14. 半波带法: 用较粗糙的分割代替菲涅尔-惠更斯原理中要求的无限分割, 从而将菲涅尔-基尔霍夫公式变为有限项求和。该法可以得出衍射图样的某些定性特征。

操作:

1° 取波前 Σ 为点源为中心的球面, 若其半径为 R , 顶点 O 与场点 P_0 的距离为 b , 以 P_0 为中心, 分别以 $b + \lambda n/2, n \in \mathbb{N}$ 为半径作球面, 即可把波前分割为一系列环形带。

2° 每个环形带边缘点到 P_0 的光程都逐个相差半个波长, 相邻半波带贡献振幅相差 π 。因此场点总振幅为:

$$A(P_0) = |\tilde{U}(P_0)| = \left| \sum_{k=1}^n \Delta \tilde{U}_k(P_0) \right| = \sum_{k=1}^n (-1)^{n+1} A_n(P_0)$$

3° 根据菲涅尔-惠更斯原理:

$$A_k \propto f(\theta_k) \frac{\Delta \Sigma_k}{r_k} = f(\theta_k) \frac{\pi R \lambda}{R + b} \propto f(\theta_k)$$

$f(\theta_k) \rightarrow 0$, 通过差分方法合成振幅:

$$A(P_0) = \sum_{k=1}^n (-1)^{n+1} A_n(P_0) = \frac{1}{2}(A_1 + (-1)^{n+1} A_n)$$

在自由传播情形下, 整个波前裸露, $A_n \rightarrow 0$, 故:

$$A(P_0) = \frac{1}{2} A_1(P_0)$$

即自由传播下整个波前在 P_0 产生的振幅是第一个半波带效果之半。

对圆孔衍射，圆孔包含奇数个半波带时，中心是亮点；孔中包含偶数个半波带时，中心是暗点。

对圆屏衍射，若圆屏遮住了前 k 个半波带，则：

$$A(P_0) = \frac{1}{2} A_{k+1}(P_0)$$

由此，无论 k 是奇是偶，中心总是亮的。

矢量图解法（半波带法的延伸）：每个半波带相当于振动矢量转半圈，由于倾斜因子的影响，所有半波带的振动矢量图是一个螺旋线，在自由传播的情况下螺旋线半径趋于0。衍射孔在振动矢量图上对应曲线两端的距离就是在 P_0 产生的振幅。

15. 菲涅尔波带片：在透明板中把偶数或奇数的半波带涂黑。它可使轴上一定距离的场点光强增加很多倍。各个半波带半径为：

$$\rho_k = \sqrt{\frac{Rb}{R+b} k\lambda} = \sqrt{k} \rho_1, \rho_1 = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}}, k = 1, 2, 3 \dots$$

易知 $R \rightarrow \infty \Rightarrow \rho_1 = (b\lambda)^{0.5}$ 。遮住哪些半波带，场点就是剩余半波带产生振幅的相加。在估算菲涅尔半波带场点的合振幅时可直接认为所有半波带产生振幅近似相等。

16. 对单缝夫琅禾费衍射，衍射条纹是一维的，与缝垂直。若缝宽为 a ，则光程差为 $\Delta L = a \sin \theta$ ，强度分布公式为：

$$I_\theta = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2, \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

其中 I_0 是中央光强， θ 是场点与中央对透镜所张的角，也就是平行光的方向。主极强对应零级衍射斑，其中心就是几何光学的像点，次极强对应高级衍射斑，其位置与零级亮斑的角宽度分别为：

$$\sin \theta = \pm \frac{n\lambda}{a}, \Delta\theta = \frac{\lambda}{a}$$

矩孔夫琅禾费衍射强度分布公式：

$$I(P) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$$

其衍射条纹特征与单缝同理。对线光源的单缝夫琅禾费衍射，条纹是点光源情况下条纹向缝方向的无限延伸。

17. 圆孔夫琅禾费衍射的强度分布公式：

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{2J_1(x)}{x} \right)^2, x = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

J_1 是一阶贝塞尔函数。圆孔夫琅禾费衍射的主极强宽度/第一暗环角半径/艾里斑半径为：

$$\Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

这说明截面有限但绝对平行的光束是不可能存在的！以上公式也是望远镜的最小分辨角公式。设计望远镜以及其他助视光学仪器时，最好其放大率满足仪器最小分辨角与人眼所能分

辨最小角度相当，即：

$$M = \frac{\delta\theta_e}{\delta\theta_m}$$

M 是放大率， $\delta\theta_e$ 是眼最小分辨角， $\delta\theta_m$ 是仪器最小分辨角。

17. 显微镜的分辨本领：

$$\delta y_m = \frac{0.61\lambda}{n \sin u}$$

u 是物镜对物点所张角的一半， δy_m 是张角 u 下能分辨物品的最小高度， n 是物方折射率。定义数值孔径 $N.A. \triangleq n \sin u$ ，则：

$$\delta y_m = \frac{0.61\lambda}{N.A.}$$

显微镜的最低有效放大率需要满足：

$$V_m = \frac{\delta y_e}{\delta y_m}, \delta y_e = s_0 \delta\theta_e$$

其中 δy_e 是明视距离下人眼分辨最小距离。

18. 部分偏振光的偏振度：

$$P \triangleq \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$$

I_M, I_m 分别是部分偏振光透过偏振方向不同的偏振片时透过的最大与最小光强。 $P = 0$ 时称为非偏振光， $P = 1$ 时称为全偏振光，即线偏振光。

19. 圆偏振光的合成：对于两束线偏振光：

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos \omega t \\ E_y = A_y \cos(\omega t + \delta) \end{cases}$$

迎着光的传播方向看去，偏振方向逆时针转动为左旋，反之为右旋。在 $0 < |\delta| < \pi$ 时， $\delta > 0$ 对应于右旋偏振光， $\delta < 0$ 对应于左旋偏振光。若 $\delta = \pm\pi/2$ 且 $A_x = A_y$ 则该椭圆偏振光退化为圆偏振光。

20. 菲涅尔反射折射公式：若 s 代表垂直折射平面向里的偏振方向， p 代表折射平面内光线向左的偏振方向，1代表入射光，1'代表反射光，2代表折射光，则：

$$E'_{1p} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} E_{1p}, E'_{1s} = \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_1 + i_2)} E_{1s}$$

$$E_{2p} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} E_{1p}, E_{2s} = \frac{2 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)} E_{1s}$$

其中 i_1, i_2 分别为入射角、折射角。

21. 反射率与透射率：

	p 分量	s 分量
振幅反射率	$r_p = E'_{1p}/E_{1p}$	$r_s = E'_{1s}/E_{1s}$
光强反射率	$R_p = I'_{1p}/I_{1p} = r_p^2$	$R_s = I'_{1s}/I_{1s} = r_s^2$
能流反射率	$\mathcal{R}_p = W'_{1p}/W_{1p} = R_p$	$\mathcal{R}_s = W'_{1s} = W_{1s} = R_s$
振幅透射率	$t_p = E_{2p}/E_{1p}$	$t = E_{2s}/E_{1s}$

光强透射率	$T_p = I_{2p}/I_{1p} = t_p^2 n_1/n_2$	$T_s = I_{2s}/I_{1s} = t_s^2 n_2/n_1$
能流透射率	$\mathcal{T}_p = W_{2p}/W_{1p} = T_p \cos i_2 / \cos i_1$	$\mathcal{T}_s = W_{2s}/W_{1s} = T_s \cos i_2 / \cos i_1$

由于能量守恒, 有 $\mathcal{T}_i + \mathcal{R}_i = 1$, 由此可以推得光强、振幅透射率与反射率的关系。

辅助记忆公式:

$$I = \frac{n}{2c\mu_0} |E|^2 \propto n|E|^2$$

22. 斯托克斯倒逆关系:

$$\begin{cases} r^2 + tt' = 1 \\ r' = -r \end{cases}$$

r, t 分别是 1 射向 2 时的振幅反射、折射率, r', t' 分别是 2 射向 1 时的振幅反射、折射率。该公式对 p, s 分别适用。

23. 当光线以特殊角度入射界面时, 反射率变为 0, 该角度被称为布鲁斯特角:

$$i_B = \arctan \frac{n_2}{n_1}$$

当光线以布鲁斯特角入射, 反射光只有 s 分量, 永远是线偏振的, 而反射光的偏振度也达到最高。由于单片玻璃反射光过弱, 可以使用多片玻璃叠加制作起偏器, 这样透射光可以近似于线偏振光。

24. 由于菲涅尔公式中的 E 可以理解为复振幅, $-\arg r$ 是 E_1' 与 E_1 的位相差, $-\arg t$ 是 E_2 与 E_1 的位相差。因此可以得到:

- (1) 透射光与入射光是同位相的。
- (2) 光疏物质入射光密物质时, 反射光与入射光的 δ_p 在 i_B 从 0 突变到 π , δ_s 始终为 π 。
- (3) 光密物质入射光疏物质时, 反射光与入射光的 δ_p 在 i_B 从 π 突变到 0, 又从 i_c 开始逐步增加到 π ; δ_s 起初是 0, 从 i_c 开始逐步增加到 π 。

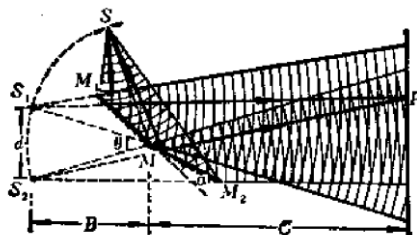
第三章 干涉装置与光场的时空相干性

1. 为得到稳定可观测的干涉场, 有两种分解波列方法:

- (1) 分波前法: 将点光源的波前分割为两部分, 再叠加起来。如杨氏双缝。
- (2) 分振幅法: 将一束光投射到两种透明介质的分界面上, 光能一部分反射、一部分透射。最简单的分振幅干涉装置是薄膜, 另一种是迈克尔逊干涉仪, 它是近代各种分振幅干涉仪的原型。

2. 常见分波前干涉装置: 用 $\Delta x = \lambda D/d$ 计算条纹间距

(1) 菲涅尔双面镜:



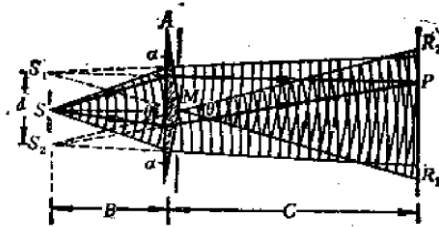
条纹基本均匀，两侧暗，中间亮度较均匀。

$$\Delta x = \frac{(B+C)\lambda}{2\alpha B}$$

$$(D = B + C, d = \theta B = 2\alpha B)$$

(2) 菲涅尔双棱镜:

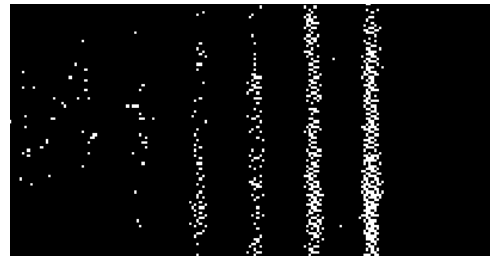
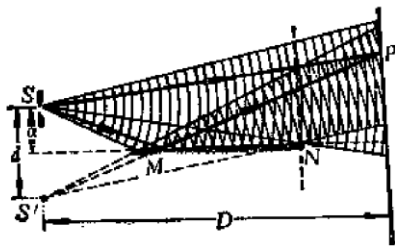
$$\Delta x = \frac{(B+C)\lambda}{2(n-1)\alpha B}$$



条纹均匀，两侧亮中间暗。

$$(D = B + C, d = 2(n-1)\alpha B)$$

(3) 洛埃镜:



$$\Delta x = \frac{D\lambda}{2a}$$

$$(d = 2a)$$

3. 产生干涉条纹的极限光源宽度:

$$b_1 = \frac{R}{a} \lambda$$

d 是缝宽, R 是光源与衍射屏距离。超过这个宽度, 条纹反衬度会降为 0, 此时波前 S_1, S_2 的子波完全不相干。

空间相干性的反比公式:

$$d \approx \frac{R\lambda}{b} \Rightarrow b\Delta\theta_0 = \lambda$$

d 是光场中相干范围的横向线度, b 是光源宽度, R 是场点距离光源的距离, $\Delta\theta_0$ 为相干范围孔径角。这个公式描述了光场中的相干范围, 可用于计算光场中某面上的相干面积。

空间相干性的一个应用是迈克尔逊测星干涉仪, 它通过测量以星体的两个像为两端的面光源产生的干涉条纹什么时候消失得到星体角直径。

4. 等厚条纹指的是厚度不均匀薄膜表面的条纹。平行光入射后, 薄膜两面反射光的光程差为 $\Delta L(P) \approx 2nh \cos i$, h 是膜厚, n 是膜折射率, i 是光在第二个面的入射角, 也就是在第一个面的折射角。干涉条纹的极大和极小分别位于:

$$\begin{cases} \Delta L = k\lambda \Rightarrow h = \frac{k\lambda}{2n \cos i} \\ \Delta L = (k + 0.5)\lambda \Rightarrow h = \frac{(k + 0.5)\lambda}{2n \cos i} \end{cases}$$

在正入射时, $\cos i = 1$, $\Delta L = 2nh$, $\Delta h = \lambda/2n$ 。

对于楔形薄膜, 条纹间隔 Δx 与楔的顶角 α 的关系为:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha}$$

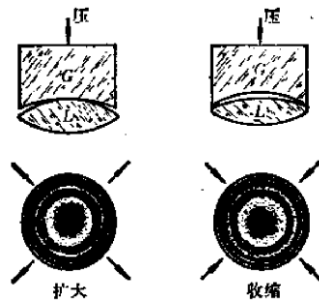
可以利用楔形薄膜测量细丝直径或者两物体高度差。若楔形薄膜两界面发生相对平移, 则同一级条纹会移动到薄膜上厚度相同的位置, 它的一个应用是干涉膨胀计。

5. 牛顿圈是一个平凸透镜凸面至于玻璃板上, 在其上形成等厚条纹。其中央为暗斑, 第 k 级暗纹的位置为:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}, k = 0, 1, 2, \dots$$

其中 R 为凸透镜曲率半径。可以根据上式计算 R 。

利用牛顿圈可以检测透镜曲率, 在凸透镜上加一个平凹透镜, 凹面紧贴凸透镜凸面, 下压后条纹会向厚度相同的方向移动, 从而判断出两者曲率半径之间的关系。



6. 当增透膜/消反射层的折射率满足 $n = \sqrt{n_1 n_2}$, 可以达到完全消反射, 但实际上比较少能找到这种完美的材料。 $n > n_2$ 称为高膜, $n < n_1$ 称为低膜。低膜可用于增透, 增透膜厚度要使得两面反射光干涉相消, 即 $n\lambda = \lambda/4, 3\lambda/4, \dots$ 。增反膜则为高膜, 厚度条件相同。增透膜/增反膜反射率可以先利用菲涅尔公式计算两面反射光振幅, 再相减得到总振幅得到。

7. 等倾条纹是厚度均匀的膜在无穷远处产生的条纹, 常常使用凸透镜汇聚成像。一个点光源照射入均匀薄膜后, $\Delta L = 2nh \cos i$, 因此条纹位置只受入射光倾角 i 影响。第 k 级亮纹对应的位置为:

$$\Delta L = k\lambda \Rightarrow \cos i_k = \frac{k\lambda}{2nh}$$

由此可知: $r_{k+1} < r_k$; 膜越厚等倾条纹越密; 当膜的厚度 h 连续变化时, h 每改变 $\lambda/2n$, 中心斑点半数改变 1, 当 h 不断增大, 条纹外扩, 同时从中心不断出现新的斑点。

8. 迈克尔逊干涉仪:

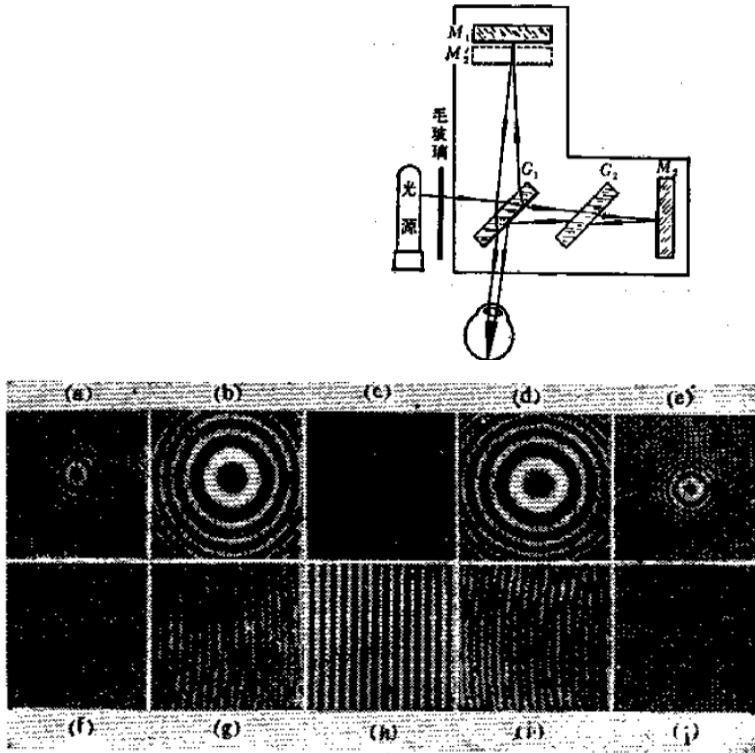


图 4-3 迈克尔逊干涉仪产生的各种干涉条纹

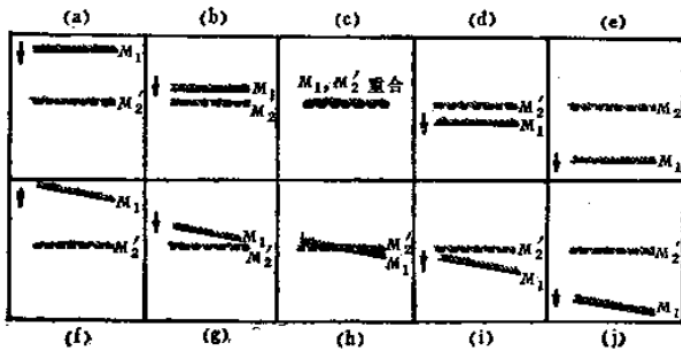


图 4-4 产生图 4-3 中各种条纹时 M_1 和 M_2 的相应位置

若 M_1 与 M_2 平行（两者夹角是可调的），产生等倾干涉条纹，如图所示。情况(c)是等倾条纹中央暗斑扩大到整个视场。

若 M_1 与 M_2 有夹角，条纹会凸向 M_1 与 M_2 的交线。情况(f),(i)中反衬度趋于 0；情况(h)中是完全的均匀等厚条纹。条纹在这个过程中与交线同方向移动。

如果照射白光，并且添加补偿板 G_2 使得光程一致，则在(h)情况会出现一条无色散的、纯黑的 0 级干涉条纹，其他部分是明暗不同的彩色条纹。0 级暗纹位置就是干涉两臂间无光程差的位置。

9. 在迈克尔逊干涉仪中，由于光源总是有线宽的，条纹的反衬度会有影响。对两条差距很小且为 $\Delta\lambda$ 的光，两束光的波长约为 λ ，则每经过：

$$N_1 = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda}$$

根条纹移动，两套条纹的峰与峰、谷与谷重新重合一次，反衬度完全恢复。反衬度空间周期为 $2N_1\lambda$ 。

此外，由于线宽影响，随着 M_1 与 M_2 变远，条纹反衬度会单调下降。 ΔL 由 0 增加至最大光程差：

$$\Delta L = \frac{\lambda^2}{|\Delta\lambda|}$$

时，条纹反衬度会降为 0。

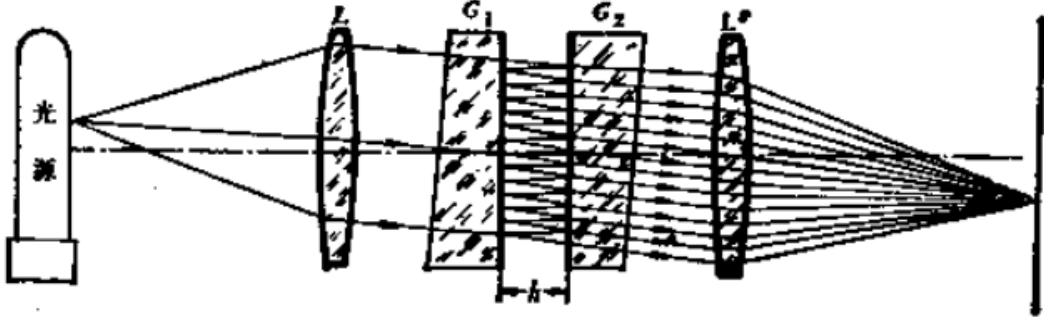
10. 迈克尔逊干涉仪等厚干涉时， M_1 镜每移动 $\lambda/2$ ，视场中有一个条纹经过。由此可以精密测长，精度为 $\lambda/20$ 。条纹反衬度限制了干涉测长的量程： $l_M \leq 0.5\Delta L_M = \lambda^2/2\Delta\lambda$ 。

11. 时间相干性的反比公式:

$$L_0 \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow \tau_0 \Delta\nu \approx 1$$

τ_0 是相干时间 (波列持续时间), L_0 是相干长度 (波列长度), $\Delta\lambda, \Delta\nu$ 是谱线宽度。

12. 法布里-珀罗干涉仪:



在屏上形成等倾条纹, 但远比迈克尔逊干涉仪的条纹细锐。条纹的半值宽度(倾角)为:

$$\varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

若以单色扩展光入射, k 级亮纹角宽度为:

$$\Delta i_k = \frac{\lambda \varepsilon}{4\pi n h \sin i_k}$$

若以非单色平行光入射, k 级纵模宽:

$$\Delta\lambda_k = \frac{\lambda \varepsilon}{2\pi k}, (2nh = k\lambda_k)$$

法-珀腔能将非单色光选择为一系列等频率间隔的纵模谱线, 从而能够挑选波长、压缩线宽、提高单色性。

法-珀腔分光仪的色分辨本领:

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\pi k \sqrt{R}}{1-R} \quad (\delta\lambda = \Delta\lambda_k)$$

第四章 衍射光栅

1. 多缝夫琅禾费衍射的特征:

- (1) 与单缝衍射花样相比, 多缝衍射条纹出现了一系列新的极大与极小;
- (2) 主极大的位置与缝数 N 无关, 但宽度随 N 减小;
- (3) 相邻主极大间有 $N-1$ 条暗纹与 $N-2$ 条次极大。
- (4) 强度分布中都保留了单缝衍射的痕迹, 即曲线的包络与单缝衍射强度曲线的形状一样。

多缝夫琅禾费衍射公式:

$$I_\theta = a_0^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2, \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta, \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

其中 a 为缝宽, d 为光栅常数, θ 为衍射角。第二项为单缝衍射因子, 第三项为缝间干涉因子。

主极大峰值上衍射角满足条件:

$$\sin \theta = \frac{k\lambda}{d}$$

主极大的位置与 N 无关。

零点位置:

$$\sin \theta = \left(k + \frac{m}{N}\right) \frac{\lambda}{d}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad m = 1, \dots, N - 1$$

主极强半角宽度为

$$\Delta \theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_k} \quad \Delta \theta|_{\theta \rightarrow 0} = \frac{\lambda}{Nd}$$

单缝衍射因子的作用是影响强度在主极强上的分配。

2. 光栅公式:

$$\sin \theta = \frac{k\lambda}{d}, d \sin \theta = k\lambda$$

光栅性能主要有色散本领与色分辨本领, 都说明能被仪器接收的最小波长间隔 $\delta\lambda$ 的值。色散本领指对一定波长差 $\delta\lambda$ 的两条谱线, 其角间隔 $\delta\theta$ 或屏幕上距离 δl 有多大, 即:

$$D_\theta \triangleq \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta_k}, D_l \triangleq \frac{\delta l}{\delta\lambda} = \frac{kf}{d \cos \theta_k}$$

线色散本领与角色散本领关系:

$$\delta l = f\delta\theta \Rightarrow D_l = fD_\theta$$

f 是光栅后聚焦物镜焦距。可以发现, 色散本领与 d 成反比, 与 k 成正比, 与焦距 f 成正比, 与 N 无关。色散本领反映的是不同波长的主极强中心分离程度, 不能说明两谱线是否重叠。

瑞利判据: $\Delta\theta = \delta\theta$, 即双峰距离等于双峰半值宽度, 为两谱线刚好能分辨的极限。

色分辨本领:

$$R \triangleq \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN$$

由于衍射角不超过 90° , 最大待测波长的限制为 $\lambda_M < d$; 由于邻级光谱重叠, 一级光谱的自由光谱范围要求 $\lambda_m > \lambda_M/2$ 。

3. 由于透射光栅的光能分散在各个主极强内, 我们需要闪耀光栅使光能集中在我们需要的主极强。闪耀光栅的闪耀角 θ_b 指光栅平面与槽面之间的夹角, 闪耀光栅中 $a \approx d$ 。

入射光沿槽面法线入射时, 相邻槽面光程差为 $\Delta L = 2d \sin \theta_b \Rightarrow 2d \sin \theta_b = \lambda_{1b}$, 这是 1 级闪耀波长, 光能集中在 1 级谱线。2 级闪耀波长满足 $2d \sin \theta_b = 2\lambda_{2b}$ 。

第七章 光在晶体中的传播

1. 双折射分为 o 光和 e 光。光轴指使得 o 光 e 光无法分开的方向。主截面是光线入射界面法线与光轴组成的平面, 当入射线在主截面内, 两折射光都在主截面内, e 光否则可能不在。双折射光都是线偏振光, 振动方向互相垂直。

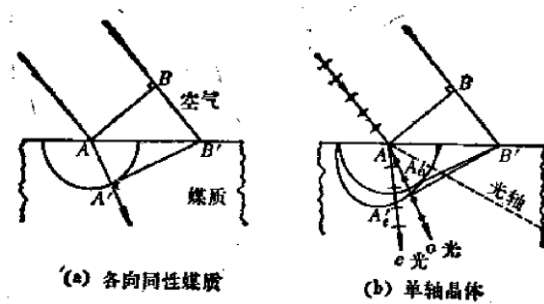
只有一个光轴方向的叫做单轴晶体, 有两个光轴方向的称为双轴晶体。o 光传播速度 v_o 各项同性, 而 e 光在光轴方向传播速度与 o 光相同, 垂直于光轴方向速度则是不同的 v_e , 波面是一个椭球。单轴晶体分为两类, $v_o < v_e, n_e < n_o$ 称为负晶体, e 光波面是扁椭球, 以冰洲石为代表; $v_o > v_e, n_e > n_o$ 为正晶体, e 光波面是长椭球, 以石英为代表。 n_o, n_e 合称晶体的主折射率。

主平面是晶体中某光线与晶体光轴构成的平面。o 光电矢量振动方向与主平面垂直, e 光与主平面平行。

2. 惠更斯作图法:

- 1° 画出平行的入射光束, 令两变远光线与界面交点分别 A, B' 。
- 2° 由先到界面的 A 点作另一边缘入射线的垂线 AB , 它便是入射线的波面, 求出 B 到 B' 的时间 $t = BB'/c$ 。
- 3° 以 A 为中心, vt 为半径, 在折射介质内作半圆, 这就是另一边缘入射线到达 B' 时由 A 点发出的次波面。
- 4° 通过 B' 作上述半圆的切线 (切面), 这就是折射线的波面。
- 5° 从 A 到 A' 即折射线方向。

以上作图方法是针对各向同性介质的。对双折射/各向异性介质而言, 把 3° 中的次波面换成所求情况的次波面即可。

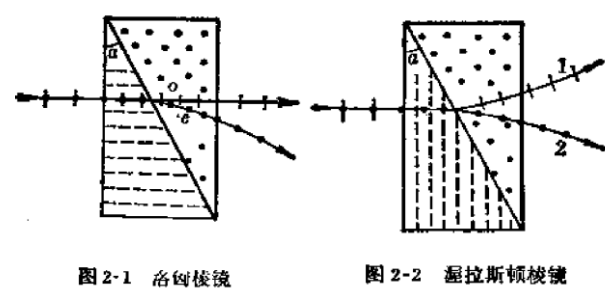


几个特例:

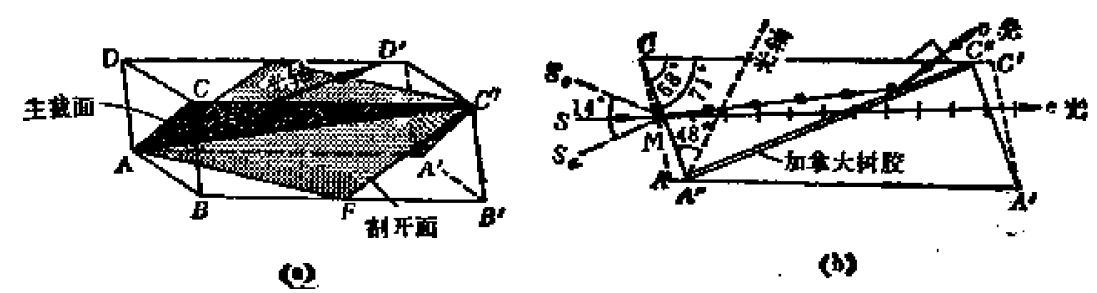
- (1) 光轴垂直于界面, 光线正入射: 没有发生双折射。
- (2) 光轴平行于界面, 光线正入射: 两折射线传播方向不变, 但波速不同。
- (3) 光线斜入射, 光轴垂直于入射面: 此时两折射线都服从普通的折射定律, 不过折射率分别为 n_o, n_e 。

3. 常见晶体偏振器:

- (1) 洛匈棱镜与渥拉斯顿棱镜: 由两块冰洲石拼成, 可以分离光的两个振动方向。



- (2) 尼科耳棱镜: 最广泛的双折射偏振器。



棱角 $\angle A''CC'' = 68^\circ$, 光轴与 CA'' 夹角为 48° , 且 $A''CC''A'$ 是主截面。

选用加拿大树胶的原因：折射率介于冰洲石的 n_o, n_e 之间。由于加拿大树胶吸收紫外线，该波段需要使用洛匈棱镜或渥拉斯顿棱镜。

尼科耳棱镜的入射光线会聚顶角不能超过 14° ，否则 o 光在加拿大树胶处将不发生全反射，使得两束偏振光混杂。

4. 波晶片：平行光正入射表面与光轴平行的晶体时，由于光速减慢，o 光 e 光都有延迟，但出射后 o 光比 e 光多延迟了：

$$\Delta \triangleq \varphi_o - \varphi_e = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$$

这样可以通过选择厚度 d 使得两光束产生任意数值的相对位相延迟，这称为波晶片/位相延迟片。实际上最为常用的波晶片是 $\lambda/4$ 片($\Delta = \pm\pi/2$)和 $\lambda/2$ 片($\Delta = \pm\pi$)。

在这里我们约定，以 e 振动方向为横轴，o 振动方向为纵轴取一直角坐标系，沿任何方向振动的光正入射到波晶片表面时，振动都按此坐标系氛围 o 与 e 分量。

5. 两垂直振动合成的轨迹方程：

$$\frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - \frac{2E_xE_y}{A_xA_y} \cos \delta = \sin^2 \delta$$

6. 一束线偏振光进入波晶片后，分解为 E_e, E_o 两个振动，穿过晶片时产生相位差，在射出晶片后，两束光速度恢复一样，合成在一起得到旋转偏振光。如果要得到圆偏振光，必须选用 $\lambda/4$ 片，且 $A_o = A_e$ ，即入射光振动方向与主截面成 45° 。

7. 各种偏振光经过 $\lambda/4$ 片后偏振态的变化：

入射光	$\lambda/4$ 片位置	出射光
线偏振光	e/o 轴与偏振方向一致	线偏振光
	e/o 轴与偏振方向成 45°	圆偏振光
	其它位置	椭圆偏振光
圆偏振光	任何位置	线偏振光
椭圆偏振光	e/o 轴与椭圆主轴一致	线偏振光
	其它位置	椭圆偏振光

偏振光检验流程：

第一步	令入射光通过偏振片，旋转偏振片观察透射光强度变化				
现象	有消光	强度无变化	强度有变化，但无消光		
结论	线偏振光	自然光或圆偏振光	部分偏振光或椭圆偏振光		
第二步	无需第二步	令入射光依次通过 $\lambda/4$ 片和偏振片，旋转偏振片，观察透射光强度变化。		让 $\lambda/4$ 片光轴方向与第一个偏振片产生的强度极值方向重合，其余同左。	
现象		有消光	无消光	有消光	无消光
结论		圆偏振光	自然光	椭圆偏振光	部分偏振光

8. 在两平行偏振器间插入一平行波晶片，有：

- (1) 波晶片厚度均匀时，单色光入射，幕上照度均匀，转动任何元件幕上强度变化。
- (2) 白光入射时，幕上出现彩色，转动任何元件，幕上颜色变化。(显色偏振)
- (3) 波晶片厚度不均匀时，幕上出现干涉条纹，白光照射时条纹带彩色。

(4) 用透明塑料代替波晶片，可能有干涉条纹也可能没有，但加应力后出现干涉条纹，条纹随应力改变。可以用于测量应力。

9. 克尔效应：物质（如硝基苯液体）在强电场下变为双折射物质。有：

$$\frac{\Delta}{2\pi} = \frac{(n_e - n_o)d}{\lambda} \equiv \frac{BE^2d}{\lambda}$$

B 为物质的克尔常数。

泡克尔斯效应/线性电光效应：单轴晶体（如 KDP）在电场作用下变为双轴晶体。

10. 线偏振光平行于光轴正入射晶体后，出射的线偏振光会旋转一个角度，这称为旋光效应。分为左旋与右旋两种。振动面旋转角度 ψ 正比于晶体厚度，有 $\psi = \alpha d$ ， α 称为旋光率。旋光性的解释：线偏振光可以分解为左、右旋偏振光，进入晶体后，两者传播速度不同，因此两者的位相滞后（圆偏振光的位相是电矢量角位移，位相滞后是角度倒转）不同：

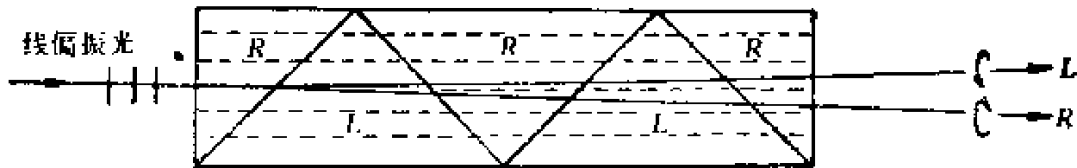
$$\varphi_L = \frac{2\pi}{\lambda} n_L d, \varphi_R = \frac{2\pi}{\lambda} n_R d$$

需要注意，此时 R 光左旋，L 光右旋。两束光重新合成得到：

$$\psi = \frac{1}{2}(\varphi_R - \varphi_L) = \frac{\pi}{\lambda}(n_R - n_L)d$$

$\psi > 0$ ，晶体左旋； $\psi < 0$ ，晶体右旋。

通过菲涅尔复合棱镜，可以将线偏振光分为左右旋光。



11. 量糖术：对糖溶液，振动面转角与管长 l 和溶液浓度 N 成正比：

$$\psi = \langle \alpha \rangle N l$$

$\langle \alpha \rangle$ 是比旋光率。

12. 法拉第旋转效应/磁致旋光：对物质加强磁场，会产生旋光性。有规律：

$$\psi = V l B$$

V 是维尔德常数。光传播方向反转时，法拉第旋转左右方向互旋，这与自然旋光物质不同。如果光由于反射一正一反两次通过磁光介质，振动面会转过 2ψ ，由此可制只允许光从一个方向通过的光隔离器。

第八章 光的吸收、色散、散射

1. 布格尔-朗伯定律： $I = I_0 e^{-\alpha l}$ ， α 为吸收系数。

2. 复数折射率 $\tilde{n} = n(1 + i\kappa)$ 的虚部表示吸收， κ 被称为衰减系数，有：

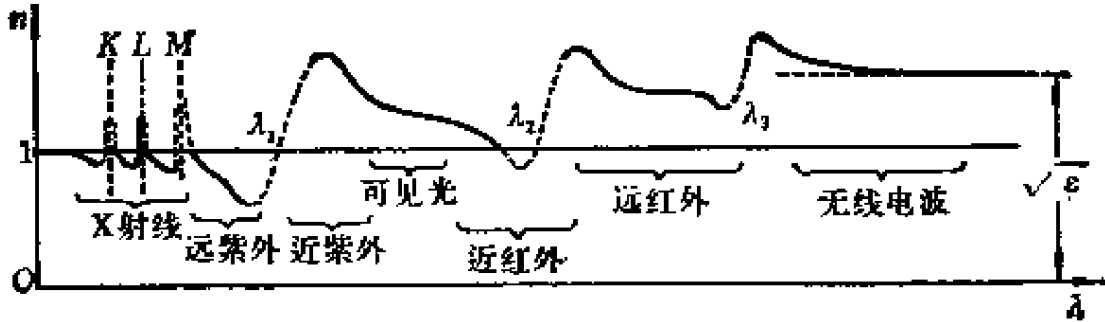
$$\alpha = \frac{4\pi n\kappa}{\lambda}$$

3. 普遍吸收、选择吸收、大气窗口、吸收光谱、夫琅禾费谱线。

4. 色散、正常色散、反常色散。科希公式：

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

λ 变化不大时，可以略去最后一项。该公式适用于正常色散。 $\lambda \rightarrow 0$ 时，任何物质折射率为 1，随着 λ 增加， n 增大。全部色散曲线示例如图：



5. 波包、相速、群速。群速计算：

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}, v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}, v_g = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)$$

相速可能大于光速，但这不破坏相对论，因为信号速度是群速。

6. 瑞利定律：当散射体尺度小于光的波长，散射光强 $\propto \lambda^{-4}$ 。

第九章 光的量子性、激光

1. 设 t 时刻 \vec{r} 处单位体积辐射场中，在频段 $d\nu$ 在 \hat{s} 方向立体角 $d\Omega$ 内的能量为 $f(\nu, \hat{s}, \vec{r}, t) d\nu d\Omega$ 能量密度（及其谱密度）：单位体积内的辐射能。

$$U(\vec{r}, t) = \int u(\nu, \vec{r}, t) d\nu, u(\nu, \vec{r}, t) = 4\pi f(\nu, \vec{r}, t)$$

亮度：光源某方向上单位立体角内辐射能流密度

$$B(\hat{s}, \vec{r}, t) = \int b(\nu, \hat{s}, \vec{r}, t) d\nu, b(\nu, \hat{s}, \vec{r}, t) = c f(\nu, \hat{s}, \vec{r}, t)$$

辐射通量：

$$\Delta\Psi(\vec{r}, t) = \int \Delta\psi(\nu, \vec{r}, t) d\nu, \Delta\psi(\nu, \vec{r}, t) = \pi c f(\nu, \vec{r}, t) \Delta S$$

辐射本领：物体单位表面积发出的辐射通量

$$R = \int r(\nu) d\nu, r(\nu) = \frac{d\psi(\nu)}{dS}$$

辐射照度：照射在物体表面单位面积上的辐射通量

$$E = \int e(\nu) d\nu, e(\nu) = \frac{d\psi'(\nu)}{dS} = \frac{c}{4} u(\nu)$$

吸收本领：物体对照射辐射的吸收率

$$\alpha(\nu) = \frac{d\psi''(\nu)}{d\psi'(\nu)}$$

2. 基尔霍夫热辐射定律:

$$\frac{r(\nu, T)}{\alpha(\nu, T)} = F(\nu, T) = \frac{c}{4} u_T(\nu)$$

3. 斯特藩-玻尔兹曼定律: $R_T = \sigma T^4$ 。

维恩位移定律: $\lambda_M T = b$, $b = 0.288 \text{ cm} \cdot \text{K}$

普朗克公式:

$$r_0(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

4. 爱因斯坦公式:

$$h\nu = \frac{1}{2} m v_0^2 + A = eV_0 + A$$