光学复习

2023 秋　光学 A 助教　施耀炜[1]

1　几何光学

1.1　基本定律与费马原理

折射定律：$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

全反射：$i_c = \arcsin \dfrac{n_2}{n_1}$，从 n_1 射入 n_2，$n_1 > n_2$

棱镜的折射：$n = \dfrac{\sin \frac{\delta_m+\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$，$\delta_m$ 为最小偏向角，α 为棱镜顶角；$\alpha \to 0$ 时，$\delta = (n-1)\alpha$

费曼原理：$L = \displaystyle\int_A^B n \ \mathrm{d}s \Longrightarrow \delta L = \delta \int_A^B n \ \mathrm{d}s$，即光程取极值

1.2　光学成像

ϕ 光焦度　$f = \dfrac{n}{\phi}$　$f' = \dfrac{n'}{\phi}$

单球面折射：$\underbrace{\dfrac{n'}{s'} + \dfrac{n}{s} = \dfrac{n'-n}{r}}$，物方焦点 $f = \dfrac{n}{n'-n} r$，像方焦点 $f' = \dfrac{n'}{n'-n} r$

高斯公式：$\dfrac{f'}{s'} + \dfrac{f}{s} = 1$

牛顿公式：$xx' = ff'$，$x = s - f$，$x' = s' - f'$

横向放大率：$V = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{ns'}{n's}$

薄透镜成像：$\dfrac{n'}{s'} + \dfrac{n}{s} = \overset{\phi \,=}{\dfrac{n_L - n}{r_1} + \dfrac{n' - n_L}{r_2}}$，空气中 $\dfrac{f'}{s'} + \dfrac{f}{s} = 1$　$f = \dfrac{n}{\phi}$，$f' = \dfrac{n'}{\phi}$

磨镜者公式：$f' = f = \dfrac{1}{(n_L - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$

空气中密接透镜：$\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2}$

单球面反射：$\dfrac{1}{s'} + \dfrac{1}{s} = -\dfrac{2}{r}$，焦距 $f = f' = -\dfrac{r}{2}$

1.3　光学仪器

眼睛：明视距离 $S_0 = 25$ cm，眼最小分辨角 $\delta\theta_e = 1' = 60''$

[1] 才疏学浅，疏漏难免，如发现错误，请联系shiyaowei040126@mail.ustc.edu.cn　最后更新时间：2024 年 7 月 3 日

放大镜：物在焦点附近，视角放大率 $M=\frac{\text{像所张的角}}{\text{物体在明视距离处所张的角}}=\frac{S_0}{f}$.

望远镜：视角放大率 $M=-\frac{f_0}{f_E}$

显微镜：视角放大率 $M=V_0M_E=-\frac{S_0\Delta}{f_0f_E}$，$\Delta$ 为光学筒长

光程差、相位差关系：$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\delta$

沿波的传播方向，位相依次落后

2 光的干涉与衍射

$E_1=E_{01}\cos(\omega t-\varphi_1(P))$，$E_2=E_{02}\cos(\omega t-\varphi_2(P))$

$E=E_1+E_2=E_0\cos(\omega t-\varphi(P))$

$E_0^2=E_{01}^2+E_{02}^2+2E_{01}E_{02}\cos(\varphi_2-\varphi_1)$

$\tan\varphi=\frac{E_{01}\sin\varphi_1+E_{02}\sin\varphi_2}{E_{01}\cos\varphi_1+E_{02}\cos\varphi_2}$

2.1 光的干涉

$=A(P)e^{-i(\omega t-k_ix_i-\varphi_0)}$

$\lambda\sim(\lambda+\Delta\lambda)$ 非单色光

波动表达：$u(\tilde{P},t)=\tilde{u}e^{-i\omega t}$ $\tilde{u}=A(P)e^{i\varphi(p)}$ $\varphi(P)=\vec{k}\cdot\vec{r}=k_ix_i+\varphi_0$

干涉 j' 后无法分辨

相干条件：同频、有平行的振动分量，相位差稳定

$\delta=(2j+1)\lambda$ 干涉相消 暗纹

$\delta=2j\lambda$ 干涉相长 亮纹

两束光干涉：$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta$，$\delta$ 为相位差

$j=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

衬比度：$\gamma=\frac{I_M-I_m}{I_M+I_m}\xrightarrow{\text{理想相干点源}}\gamma=\frac{2A_1/A_2}{1+(A_1/A_2)^2}$ $I=I_0(1+\gamma\cos\Delta\varphi)$

移动 δs 光源

平行光干涉：$I=(A_1^2+A_2^2)\{1+\gamma\cos[k(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)x+k(\cos\beta_1-\cos\beta_2)y+\varphi_{10}-\varphi_{20}]\}$

$\delta x=-\frac{l}{R}\delta s$

方向向量 $(\alpha_1,\beta_1,\gamma_1)$、$(\alpha_2,\beta_2,\gamma_2)$

菲涅耳双面镜

考虑 $x-y$ 平面，空间频率 $f_x=\frac{1}{\Delta x}=\frac{\cos\alpha_1-\cos\alpha_2}{\lambda}$，$f_y=\frac{1}{\Delta y}=\frac{\cos\beta_1-\cos\beta_2}{\lambda}$ $(L>D>\Delta x>\lambda)$

$\Delta x=\frac{L}{D}\lambda$

杨氏双缝实验：条纹间距 $\Delta x=\frac{L\lambda}{D}$，$L$ 为狭缝到屏的距离，D 为狭缝间隔，λ 为波长 $\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{L}{nD}$

$D=2r\sin\varepsilon$ $L=L_0+r\cos\varepsilon$

菲涅尔透镜：条纹间距 $\Delta x=\frac{B+C}{2(n-1)\alpha B}\lambda$，$\alpha$ 为棱镜底角，B 为点光源到棱镜距离，C 为棱镜到屏距离

ε：镜夹角 r：光源到镜交界处距离。

薄膜干涉/等倾干涉：光程差 $\Delta L=2nh\cos i+\delta$，$i$ 为光线在薄膜内的折射角，$=\begin{cases}j\lambda & \text{长}\\(2j+1)\frac{\lambda}{2} & \text{消}\end{cases}$

第N条亮纹 同心圆环 $i_{1N}=\frac{1}{n_1}\sqrt{\frac{n_2N\lambda}{h}}$

角半径 $i_{1N}=\frac{1}{n_1}\sqrt{\frac{n_2N\lambda}{h}}$ $\delta=\frac{\pi}{2}$ 当且仅当只有一个半波损

$r_N=i_{1N}f$ **楔形干涉/等厚干涉**：条纹间距 $\Delta=\frac{\lambda}{2n'\alpha}$，$n'$ 是楔形间介质折射率 $\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{1}{2n'\alpha}$

牛顿环：暗纹 $r_k=\sqrt{kR\lambda}$，亮纹 $r_k=\sqrt{(k-\frac{1}{2})R\lambda}$，曲率半径 $R=\frac{r_{i+m}^2-r_i^2}{m\lambda}$ $r_{i+m}=\sqrt{(k+m)R\lambda}$

迈克尔逊干涉仪：$\delta\Delta L=2n\Delta h=N\lambda$，即 M_1 或 M_2 移动 Δh，视场中心吞吐 N 个亮环

M_2 在分光棱镜的成像 M_2' 和 M_1 的距离 d 变小则吞亮环，d 变大则吐亮环

光程差 $\Delta L=2nh\cos\theta$，θ 为倾角，中心倾角 0

测折射率：吞吐 N个亮纹：$(2nd-2d)=N\lambda$

多光束干涉：透射光强 $I_T=\dfrac{I_0}{1+\dfrac{4R\sin^2(\delta/2)}{(1-R)^2}}$，反射光强 $I_R=I_0-I_T=\dfrac{I_0}{1+\dfrac{4R\sin^2(\delta/2)}{(1-R)^2}}$

光程差 $\delta=\dfrac{4\pi nh\cos}{\lambda}$，$i$ 为薄膜内干涉角，$R=r^2$ 为光强反射率，n 为介质折射率

F-P 干涉仪：色分辨本领 $\dfrac{\lambda}{\delta\lambda}=\pi k\dfrac{\sqrt{R}}{1-R}$，角色散本领 $\dfrac{\delta i_k}{\delta\lambda_k}=\dfrac{k}{2nh\sin i_k}$，精细度 $F=\dfrac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$

单模线宽 $\Delta\lambda_k=\dfrac{\lambda}{\pi k}\dfrac{1-R}{\sqrt{R}}$，$\Delta\nu_k=\dfrac{c\Delta\lambda_k}{\lambda^2}=\dfrac{c}{\pi k\lambda}\dfrac{1-R}{\sqrt{R}}$，模式频率 $\nu_k=k\dfrac{c}{2nh}$

第 k 级亮纹角宽 $\Delta i_k=\dfrac{\lambda}{2\pi nh\sin i_k}\dfrac{1-R}{\sqrt{R}}$，条纹可见度 $\gamma=\dfrac{2R}{1+R^2}$

时空相干性：光源极限宽度 $b=\dfrac{R\lambda}{d}$，$\Delta\theta=\dfrac{d}{R}$ 为相干范围的孔径角

时间相干 $L_c=\dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda}=c\tau$，$\Delta\lambda$ 为线宽，反比关系 $\Delta\nu\cdot\tau=1$，$\Delta\nu=\dfrac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda$

2.2 光的衍射

惠更斯原理：波阵面的每个点可各看做是一个产生球面子波的次级波源

圆孔衍射：半波带法得振幅 $A(P)=A_1(P)-A_2(P)+A_3(P)+\cdots+(-1)^{n+1}A_n(P)=\dfrac{1}{2}(A_1+(-1)^{n+1}A_n)$

波带方程

$\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{r_0}=\dfrac{n\lambda}{\rho^2}=\dfrac{1}{f}$

$f=\dfrac{\rho_1^2}{\lambda}$

$A\xlongequal{n\to\infty}\dfrac{1}{2}A_1$，$E(P)\xlongequal{n=2k+1}\dfrac{1}{2}(A_1+A_n)$ 为亮点，$E(P)\xlongequal{n=2k}\dfrac{1}{2}(A_1-A_n)$ 为暗点

圆孔半径满足 $\rho^2=r_n^2-(b+h)^2=R^2-(R-h)^2$，$h=\dfrac{nb\lambda}{2(R+b)}$，$\rho_n=\sqrt{\dfrac{Rb}{R+b}n\lambda}$

主焦距 $f=\dfrac{\rho_1^2}{\lambda}$，次焦距 $f'=\dfrac{f}{2k+1}$

圆屏衍射 $E(p)=\frac{1}{2}A_{n+1}$

单缝衍射：$A_\theta=A_0\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}$，$I_\theta=I_0(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha})^2$，$\alpha=\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

次极强 $\alpha=\tan\alpha$，$\alpha=\pm1.43\dfrac{\lambda}{a}$、$\pm2.46\dfrac{\lambda}{a}$、$\pm3.47\dfrac{\lambda}{a}\cdots$

暗纹 $\alpha=k\pi$，$\sin\theta=\dfrac{k\lambda}{a}$，亮纹半角宽 $\Delta\theta=\dfrac{\lambda}{a}$

瑞利判据：
两光斑角距离恰等于一个光斑半角宽度．分辨极限．
$\delta\theta_m=\Delta\theta_0=1.22\frac{\lambda}{D}$

矩孔衍射：$I(\alpha,\beta)=I_0(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha})^2(\dfrac{\sin\beta}{\beta})^2$，$\alpha=\dfrac{\pi a\sin\theta_1}{\lambda}$，$\beta=\dfrac{\pi b\sin\theta_2}{\lambda}$，$a$、$b$ 为矩孔的长宽

多缝衍射：$I_\theta=I_0(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha})^2(\dfrac{\sin(N\beta)}{\sin\beta})^2$，$\alpha=\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$，$\beta=\dfrac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$，$a$ 为缝宽，d 为光栅常数

主级强 $\beta=k\pi$，$\sin\theta=k\dfrac{\lambda}{d}$；零点 $N\beta=m\pi$ 且 $\beta\neq k\pi$，$\sin\theta=(k+\dfrac{m}{N})\dfrac{\lambda}{d}$

主级强半角宽 $\Delta\theta=\dfrac{\lambda}{Nd\cos\theta}$，缺级 $k=\dfrac{k'd}{a}$

干涉极大 + 衍射极小

$d\sin\theta=k\lambda$　　$a\sin\theta=k'\lambda$

$\therefore \frac{k}{d}=\frac{k'}{a}$

光栅：$\sin\theta=k\dfrac{\lambda}{d}$　两边微分

角色散本领 $D_\theta=\dfrac{\delta\theta}{\delta\lambda}=\dfrac{k}{d\cos\theta_k}$，线色散本领 $D_l=\dfrac{\delta l}{\delta\lambda}=fD_\theta$

光栅方程：$d(\sin\theta\pm\sin\theta_0)=k\lambda$

同正异负

闪耀光栅：闪耀角 θ_b，垂直反射面入射 $2d\sin\theta_b = k\lambda$，垂直光栅平面入射 $d\sin 2\theta_b = k\lambda$

~~**晶体光栅**~~：布拉格公式 $2d\sin\theta = k\lambda$，θ 为掠射角，d 为晶格间隔

圆孔衍射：光强 $I(\theta) = I_0\left(\dfrac{2J_1(u)}{u}\right)^2$

Airy 班角半径 $\Delta\theta = 0.61\dfrac{\lambda}{a} = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$ 即最小分辨角，线半径 $r = 0.61\dfrac{\lambda f}{a} = 1.22\dfrac{\lambda f}{D}$

3 光的偏振

3.1 光的偏振态

反射光中S分量占优势、折射光中P分量占优势。

光的偏振：s 光和 p 光，互相垂直，s 光与入射反射平面垂直，p 光与入射反射平面平行

反射率和透射率：

$$r_s = \frac{E'_{1s}}{E_{1s}} = \frac{n_1\cos i_1 - n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1 + n_2\cos i_2} = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}$$

$$t_s = \frac{E_{2s}}{E_{1s}} = \frac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_1 + n_2\cos i_2} = \frac{2\cos i_1\sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)}$$

$$r_p = \frac{E'_{1p}}{E_{1p}} = \frac{n_2\cos i_1 - n_1\cos i_2}{n_2\cos i_1 + n_1\cos i_2} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)}$$

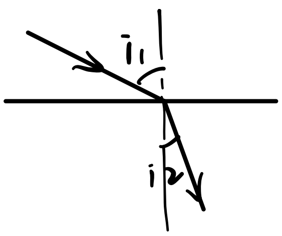
$$t_p = \frac{E_{2p}}{E_{1p}} = \frac{2n_1\cos i_1}{n_2\cos i_1 + n_1\cos i_2} = \frac{2\cos i_1\sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)\cos(i_1 - i_2)}$$

$n_1\sin i_1 = n_2\sin i_2$
$= n_2\cos i_1$
$\tan i_1 = \dfrac{n_2}{n_1}$

$$R_p = \frac{I'_{1p}}{I_{1p}} = |r_p|^2,\ \mathscr{R}_p = \frac{W'_{1p}}{W_{1p}} = R_p$$

$$T_p = \frac{I_{2p}}{I_{1p}} = \frac{n_2}{n_1}|t_p|^2,\ \mathscr{T}_p = \frac{W_{2p}}{W_{1p}} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1}T_p$$

$$R_s = \frac{I'_{1s}}{I_{1s}} = |r_s|^2,\ \mathscr{R}_s = \frac{W'_{1s}}{W_{1s}} = R_s$$



$$T_s = \frac{I_{2s}}{I_{1s}} = \frac{n_2}{n_1}|t_s|^2,\ \mathscr{T}_s = \frac{W_{2s}}{W_{1s}} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1}T_s$$

由能量守恒，$\mathscr{R}_p + \mathscr{T}_p = \mathscr{R}_s + \mathscr{T}_s = 1$

线偏光　　消光
部分偏振光　转动偏振片　强弱
圆偏振光　　无变化
椭圆偏振光　　强弱

Stokes 倒逆关系：$r^2 + tt' = 1$，$r' + r = 0$，对 p、s 分量分别适用

反射光中只有S分量、透射光S分量较弱

布儒斯特角：$i_B = i_1 = \arctan\dfrac{n_2}{n_1}$，此时 $r_p = 0$

马吕斯定律：线偏光经过与偏振方向夹角为 α 的偏振片后，光强 $I = I_0\cos^2\alpha$

正交叠加：对于 $E_x = E_{x0}\cos(\omega t)$、$E_y = E_{y0}\cos(\omega t - \delta)$

有 $\dfrac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \dfrac{E_y^2}{E_{y0}^2} - 2\dfrac{E_xE_y}{E_{x0}E)_{y0}}\cos\delta = \sin^2\delta$

用消光比来衡量起偏效果：消光比 $= \dfrac{\text{最小透射光强}}{\text{最大透射光强}}$

椭偏光偏振度：$P = \dfrac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$ $= \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$

3.2 晶体中的双折射

负晶体：$V_o - V_e < 0$，$n_o > n_e$，e光超前

正晶体：$V_o - V_e > 0$，$n_e > n_o$，o光超前

光轴：光沿该方向传播不发生双折射

主截面：入射界面法线与晶体光轴组成的平面

o **光与** e **光**：o 光振动方向与主平面垂直，e 光振动方向在主平面内

一般情况的双折射：$\cot\theta = \dfrac{n_\mathrm{o}^2}{n_\mathrm{e}^2}\cot\xi$，其中 θ 为 o 光和光轴的夹角，ξ 为 e 光和光轴的夹角

$n_e^2 \cdot \cot\theta = n_o^2 \cot\xi$

e 光的折射率 $n^2(\theta) = \dfrac{n_\mathrm{o}^2 n_\mathrm{e}^2}{n_\mathrm{o}^2\sin^2\theta + n_\mathrm{e}^2\cos^2\theta}$

波晶片：相位差 $\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda}(n_\mathrm{o} - n_\mathrm{e})d$，1/4 波片 $d = (2m+1)\dfrac{\lambda}{4|n_\mathrm{o} - n_\mathrm{e}|}$，半波片 $d = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2|n_\mathrm{o} - n_\mathrm{e}|}$

应力光学定律：$n_\mathrm{o} - n_\mathrm{e} = KP$，$\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda}KPd$，$K$ 为应力光学常数，P 为作用应力

克尔效应：$n_\mathrm{o} - n_\mathrm{e} = \lambda_o K_r E^2$，$K_r$ 为克尔系数，半波电压 $V_{\lambda/2} = \dfrac{h}{\sqrt{2dk_r}}$

科顿-穆顿效应：$n_\mathrm{o} - n_\mathrm{e} = \lambda_0 C H^2$，$C$ 为磁光系数

晶体旋光：$\theta = \alpha d = \dfrac{\pi}{\lambda}(n_L - n_R)d = VBl$，$\theta$ 为偏振旋转角度，α 为晶体旋光率，V 为韦尔代常数

4 光的其他性质

4.1 光的吸收、色散、散射

光的吸收和散射：$I = I_0 e^{-(\alpha+\alpha_s t}$，散射系数 α_s

柯西色散公式：$n = A + \dfrac{B}{\lambda^2} + \dfrac{C}{\lambda^4}$

色散率：$\dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} < 0$ 为正常色散，$\dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} > 0$ 为反常色散

瑞利散射：$I_s(\lambda) \propto \dfrac{f(\lambda)}{\lambda^4}$，微粒尺度 $a < \lambda$

4.2 光的量子性

普朗克能量子：$\epsilon_0 = h\nu$

截止电压

光电效应：$\frac{1}{2}mv_m^2 = \underline{eV_0} = eK(\nu - \nu_0) = h\nu - A$，截止频率 $\nu_0 = \frac{A}{h}$

逸出功 $W = h\nu_0$

$U_0 = \frac{h}{e}(\nu - \nu_0)$

康普顿散射：$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}$，$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$

光的波粒二象性：$E = h\nu$，$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

斯特藩-玻尔兹曼定律：$R_T = \lambda T^4$

维恩位移定律：$\lambda_M T = b$，$b = 0.288\text{cm}\cdot\text{K}$

普朗克公式：$r_0(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1}$

圆孔衍射：$\frac{1}{2}(A_1+(-1)^{n+1}A_n)$

$$f=\frac{\rho_1^2}{\lambda}$$

圆屏衍射：$\sum_{n+1} A_{n+1}=\frac{1}{2}A_{n+1}$

单缝衍射：$I=I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2$ $\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$ $\Delta\theta=\frac{\lambda}{a}$.

次极强：$\tan\alpha=\alpha$ 暗纹：$\alpha=k\pi$

多缝衍射：$I=I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta})^2$. $\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$ $\beta=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$

主极强：$\beta=k\pi$. 暗纹：$N\beta=m\pi$. $\beta\neq k\pi$ $\Delta\theta=\frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$.