1. 螺旋测微器的允差应该是 0.004mm，而不是 0.005mm。
2. 温馨提示：钢卷尺的允差是 0.12cm，不是 0.05cm。估计误差也要算。
3. 线性拟合的不确定度实际上只算了 A 类，B 类不知道怎么算，问老师屁用没有。显然不影响得分。
4. 砝码可能不一样重，伸长量忽大忽小，数据是当场修改过的。
5. 表名在表的上面，我交了四份报告才知道（吐血）

实 验 报 告

PB21XXXXXX W L Y

2022 年 3 月 31 日

实验项目：拉伸法测量钢丝的杨氏模量

实验目的：理解杨氏模量的物理意义及定义，理解光杠杆的放大原理，初步了解杨氏模量实验仪实验装置的工作原理，掌握作图法和最小二乘法，利用拉伸法测量钢丝的杨氏模量。

实验器材：钢卷尺（允差 0.12 cm）、螺旋测微器（允差为 0.005 mm）、水平尺、七个质量相同（每个 500 g）的砝码、杨氏模量测量仪（含望远镜、标尺、有夹具的支架、钢丝、砝码托、光杠杆等）。

实验原理

在材料弹性限度内，应力 F/S 和应变 $\Delta L/L$ 之比是一个常数，称为杨氏模量，即

$$E=\frac{F/S}{\Delta L/L}=\frac{FL}{S\Delta L}$$

根据上式可以计算得到物体的杨氏模量 E。因为刚性材料在外力拉伸下伸长量 ΔL 一般很小，不易测量，所以采用光杠杆放大法。

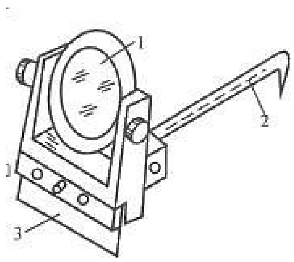

图 1 光杠杆示意图

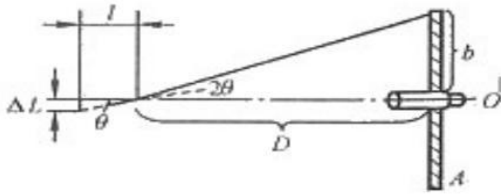

图 2 光杠杆原理图

如图 1，光杠杆是一个带有可旋转的平面镜的支架，平面镜的镜面与三个足尖决定的平面垂直，其后足即杠杆的支脚与被测物接触。固定光杠杆的前足，当其后足下降微小距离 ΔL 时，光杠杆转过的角度 $\theta\approx\frac{\Delta L}{l}$，其中 l 为光杠杆的臂长。据此可间接测量 ΔL。

如图 2，当钢丝在拉力作用下发生微小伸长 ΔL 时，光杠杆转过小角度 θ，其反射光转动的角度为 $2\theta\approx\frac{b}{D}$。式中 D 为镜面到标尺的距离，b 为拉力 F 作用下标尺读数的改变。由此可得 $\frac{b}{D}=\frac{2\Delta L}{l}$，故 $E=\frac{FL}{S\Delta L}=\frac{2DFL}{Slb}=\frac{8DLmg}{\pi d^2 l}\frac{N}{b}$。其中 N 为放置的砝码个数，m 为单个砝码质量，d 为钢丝直径。测出一系列数据后对 b 和 n 的关系进行线性拟合，即可求出杨氏模量。

实验步骤

1.调节仪器

（1）调节支架底部螺丝，并使用水平尺在不同方向测量水平性，确保平台的水平；调节平台的上下位置，使管制器顶部与平台的上表面共面；

（2）适当调整光杠杆的后足，使其正常工作；调整平面镜至竖直。

（3）调节望远镜、竖尺和光杠杆三者之间的相对位置，按先粗调后细调的原则调节望远镜，先利用望远镜上的准星粗调，再细调目镜及调焦手轮，直至目镜中能看见清晰的叉丝和标尺像。

2.测量

（1）记录望远镜中标尺的读数b_0作为钢丝的起始长度；

（2）在砝码托上逐次加相同质量的砝码，每增加一个砝码后，记录望远镜中标尺上的读数b_i，然后再将砝码逐次减去，记下对应的读数b_i'，取相同砝码的两组数据的平均值$\overline{b_i}$。加减砝码时要注意防止光杠杆的刀口、望远镜、竖尺的位置变化。

（3）用钢卷尺测量钢丝的长度L、平面镜与标尺之间的距离D以及光杠杆的臂长l各三次，用螺旋测微器测量钢丝三个不同位置（上、中、下）的直径d。

3.数据处理与分析。

测量记录

测量次数	1	2	3
钢丝直径/mm	0.289	0.293	0.291
光杠杆臂长/cm	7.03	7.02	7.04
钢丝长度/cm	97.25	97.13	97.19
镜尺距离/cm	151.80	151.92	151.84

表 1 钢丝直径、光杠杆臂长、钢丝长度、镜尺距离原始数据

（注：螺旋测微器零误差为 0.000mm）

砝码个数	0	1	2	3	4	5	6	7
去程读数/cm	0.00	1.50	2.99	4.50	6.02	7.53	9.02	10.54
回程读数/cm	0.00	1.51	3.01	4.53	6.08	7.61	9.08	10.54
平均/cm	0.000	1.505	2.000	4.515	6.050	7.570	9.050	10.540

表 2 标尺读数原始数据

数据处理

本实验取置信概率$p=0.95$。

（1）钢丝直径d：$\overline{d}=\dfrac{0.289+0.293+0.291}{3}\,\mathrm{mm}=0.2910\,\mathrm{mm}$（中间结果多保留一位），

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{(0.289-0.2910)^2+(0.293-0.2910)^2+(0.291-0.2910)^2}{3-1}}\ \text{mm} = 0.002\ \text{mm}，$$

估计误差较小，故$\Delta_{dB} = 0.005\ \text{mm}$。

展伸不确定度为

$$u_d = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{dB}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.30\times\frac{0.002}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96\times\frac{0.005}{3}\right)^2}\ \text{mm} = 5.94\times10^{-3}\ \text{mm}。$$

（2）光杠杆臂长l：$\bar{l} = \dfrac{7.03+7.02+7.04}{3}\ \text{cm} = 7.030\ \text{cm}$，

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{(7.03-7.030)^2+(7.02-7.030)^2+(7.04-7.030)^2}{3-1}}\ \text{cm} = 0.01\ \text{cm}，$$

估计误差较小，故$\Delta_{lB} = 0.12\ \text{cm}$。

展伸不确定度为

$$u_l = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{lB}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.30\times\frac{0.01}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96\times\frac{0.12}{3}\right)^2}\ \text{cm} = 0.08\ \text{cm}。$$

（3）钢丝长度L：$\overline{L} = \dfrac{97.25+97.13+97.19}{3}\ \text{cm} = 97.190\ \text{cm}$，

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{(97.25-97.190)^2+(97.13-97.190)^2+(97.19-97.190)^2}{3-1}}\ \text{cm} = 0.06\ \text{cm}，$$

钢卷尺允差为$0.12\ \text{cm}$，估计误差取为0.2cm，故$\Delta_{LB} = \sqrt{0.12^2+0.2^2}\ \text{cm} = 0.23\ \text{cm}$。

展伸不确定度为

$$u_L = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_L}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{LB}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.30\times\frac{0.06}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96\times\frac{0.23}{3}\right)^2}\ \text{cm} = 0.21\ \text{cm}。$$

（4）镜尺距离D：$\overline{D} = \dfrac{151.80+151.92+151.84}{3}\ \text{cm} = 151.853\ \text{cm}$，

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{(151.80-151.853)^2+(151.92-151.853)^2+(151.84-151.853)^2}{3-1}}\ \text{cm} = 0.09\ \text{cm}，$$

钢卷尺允差为$0.12\ \text{cm}$，估计误差取为0.3cm，故$\Delta_{DB} = \sqrt{0.12^2+0.3^2}\ \text{cm} = 0.32\ \text{cm}$。

展伸不确定度为

$$u_D=\sqrt{\left(t_p\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}\right)^2+\left(k_p\frac{\Delta_{DB}}{C}\right)^2}=\sqrt{\left(4.30\times\frac{0.09}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(1.96\times\frac{0.32}{3}\right)^2}\ \mathrm{cm}=0.31\,\mathrm{cm}。$$

（5）再给出标尺平均读数与砝码个数的关系。

砝码个数	0	1	2	3	4	5	6	7
平均读数/cm	0.000	1.505	3.000	4.515	6.050	7.570	9.050	10.540

表 3 标尺平均读数与砝码个数的关系

依前述讨论结果，$b=\dfrac{8DLmg}{\pi d^2 lE}N\ (+b_0)$。作线性拟合 $\hat{b}=\hat{b}_0+\hat{k}N$，结果如下：

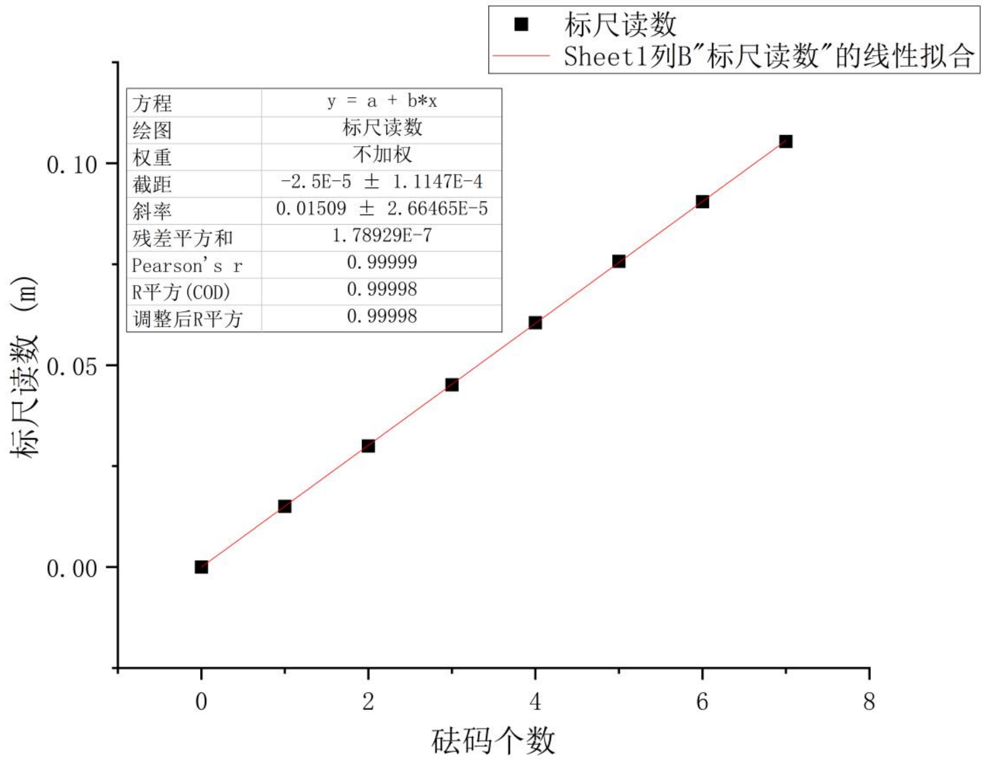

图 1 使用 Origin 2021b 进行线性拟合的结果

拟合得到 $\hat{k}=0.01509\ \mathrm{m}^{-1}$，相关系数 $r=0.9999906447$，故斜率的标准差及展伸不确定度为 $s_k=\hat{k}\sqrt{\left(\dfrac{1}{r^2}-1\right)\Big/(n-2)}=2.665\times10^{-5}\ \mathrm{m}^{-1}$，$u_k=t_p s_k=6.53\times10^{-5}\ \mathrm{m}^{-1}$。这里取自由度 $\nu=8-2=6$，$t_p=2.45$。

依前述讨论结果，$b=\dfrac{8DLmg}{\pi d^2 lE}N\ (+b_0)$。故杨氏模量测量值为

$$\overline{E}=\frac{8\overline{D}\overline{L}mg}{\pi\left(\overline{d}\right)^2\overline{l}\hat{k}}=\frac{8\times151.85\times10^{-2}\times97.19\times10^{-2}\times0.5\times9.8}{3.14\times\left(0.291\times10^{-3}\right)^2\times7.03\times10^{-2}\times0.0151}\ \text{Pa}=2.050\times10^{11}\ \text{Pa}\text{。}$$

展伸不确定度：$\dfrac{u_E}{\overline{E}}=\sqrt{\left(\dfrac{u_D}{\overline{D}}\right)^2+\left(\dfrac{u_L}{\overline{L}}\right)^2+\left(2\dfrac{u_d}{\overline{d}}\right)^2+\left(\dfrac{u_l}{\overline{l}}\right)^2+\left(\dfrac{u_k}{\hat{k}}\right)^2}$

$$=\sqrt{\left(\frac{0.31}{151.85}\right)^2+\left(\frac{0.21}{97.19}\right)^2+\left(2\times\frac{5.94\times10^{-3}}{0.291}\right)^2+\left(\frac{0.08}{7.03}\right)^2+\left(\frac{6.53\times10^{-5}}{0.0151}\right)^2}=0.043\text{，}$$

$u_E=0.043\times2.050\times10^{11}\ \text{Pa}=0.088\times10^{11}\ \text{Pa}$ 。

最终结果为：$E=\overline{E}\pm u_E=(2.05\pm0.09)\times10^{11}\ \text{Pa}\ \ (p=0.95)$ 。

讨论

本实验中光学仪器的调整较为困难，应遵循先粗调后细调的原则以加快实验进程。应注意调节完成后光杠杆的刀口、望远镜、竖尺的位置不能再变化。本实验中，钢丝长度、镜尺距离的测量难度较大，光杠杆的臂长相对不确定度较大。此外，读数时钢丝可能没有完全伸长，光杠杆易受外界影响，这些都可能造成误差。

思考题

1. 利用光杠杆把测微小长度ΔL变成测b，光杠杆的放大率为$\dfrac{2D}{l}$，根据此式能否以增加D减小l来提高放大率，这样做有无好处？有无限度？应怎样考虑这个问题？

答：可以通过增加D减小l减小放大率，但不宜过度，理由如下：

(1) 不宜过度减小l，因为如过度减小l，对l的测量的误差会变得更大，且实验用到了近似$\theta\approx\dfrac{\Delta L}{l}$，$2\theta\approx\dfrac{b}{D}$，过度减小$l$会使$\theta$过大，从而近似公式偏差增大，测量误差增大。

(2) 理论上增大D可以提高放大率，且不影响近似公式精确度。但若过度增大D，那么在调整仪器过程中找到标尺的像会更加困难，测量D的难度也会增加。

(3) 如果放大率过大，标尺读数变化太大，砝码加到一定数量后b会超过标尺量程，实验无法完成。此外，现有条件下的放大率已经足够，且由于实验条件的限制，标尺读数已经不是主要的误差来源，进一步提高放大率对减小误差作用不大。综合来看，放大率应在一个合理的范围内，过小会导致放大效果不佳，过大则会造成实际操作的困难。

因此，实验中应选择合适的D和l，尽量在保证精度的同时减小操作难度。

2. 实验中，各个长度量用不同的仪器来测量是怎样考虑的，为什么？

待测量的大致范围决定了仪器需要的量程；实际情况则限制了测量方法，进而限制了仪器的种类。由误差均分原理知，不同待测量需要的绝对误差不同，因此对于仪器的精度要求不同。综合考虑以上几点，可以选择合适的仪器，提升实验精度，提升实验效率。

本实验用螺旋测微器测量钢丝直径，用钢卷尺测量钢丝长度、镜面到标尺的距离、光杠杆的臂长。使用钢卷尺是因为钢卷尺价格低、量程大且误差在接受的范围内；使用螺旋测微器是因为钢丝的直径较小，且呈细长圆柱形，需要使用精密度高、能够夹持钢丝进行直径测量的螺旋测微器。