

中国科学技术大学

2010—2011学年 第2学期考试试卷

考试科目: 数值计算方法 得分: _____

学生所在系: _____ 姓名: _____ 学号: _____

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将所在系、姓名、学号等填写清楚。
2. 本试卷为闭卷考试。共 9 道试题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟。
3. 计算结果保留4位小数。

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

一、填空题

1. (6分) 设 $f(x) = 2x^7 + x^3 + 1$, 则 $f[2^0, 2^1] = \underline{\hspace{2cm}}$, $f[2^0, 2^1, \dots, 2^7] = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $f[2^0, 2^1, \dots, 2^8] = \underline{\hspace{2cm}}$;
2. (6分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, 则 $\|A\|_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, $\|A\|_\infty = \underline{\hspace{2cm}}$, $\rho(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. (6分) 做Dolittle分解 $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \underline{\hspace{1cm}} & 1 & 0 \\ \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} \\ 0 & \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} \\ 0 & 0 & \underline{\hspace{1cm}} \end{pmatrix}$

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

二、解答题

4. (10分) 试对如下数据作出 $y(x) = ax^3 + b$ 形式的拟合函数:

| | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 1.0 | 2.0 | 3.0 | 4.0 |
| y_i | 2.0 | 4.0 | 3.2 | 5.0 |

线此过超要时不题答

5. (10分) 设 $f(x) = x^5 + x + 1$, 试构造一个最低阶的插值多项式 $q(x)$ 满足条件
 $q(-1) = f(-1)$, $q(0) = f(0)$, $q(1) = f(1)$, $q'(0) = f'(0)$, 并写出误差表达式。

6. (12分) 用幂法求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 9 & -29 & 13 \\ -2 & 6 & -2 \\ -10 & 34 & -14 \end{pmatrix}$ 的特征值, 以某初值开始, 若干步后, 得到如下结果, 试分析矩阵 A 的按模最大特征值和相应的特征向量。

| k | X_k |
|-----|------------------------------------|
| .. | ... |
| 6 | (-12.8014, 6.9905, 19.7919) |
| 7 | (-60.6427, 27.962, 88.6047) |
| 8 | (-204.8219, 111.8481, 316.6699) |
| 9 | (-970.2823, 447.3923, 1417.6747) |
| 10 | (-3277.1495, 1789.5697, 5066.7192) |

7. (14分) 用牛顿迭代求如下的非线性方程组的根, 要求误差 $\epsilon < 10^{-5}$, 取初值为 $(2.006, -2.003)^T$,

$$\begin{cases} x^2 + y^3 + 2x = 0 \\ x^3 + y^2 + 5y = 2 \end{cases}$$

8. (18分)

(1) 讨论用Jacobi迭代和Gauss-Seidel迭代解 $Ax=b$ 时的收敛性, 如果收敛, 比较那种方法收

敛较快, 其中 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$;

(2) 用Gauss-Seidel迭代解方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -5 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 10x_3 = 10 \end{cases}$$

取初值为 $x^{(0)} = (1, 1, 1)^T$, 迭代2步。

9. (18分) 对于常微分方程初值问题:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y), a \leq x \leq b \\ y(a) = y_0 \end{cases}$$

其等价形式为: $y(x_{n+1}) = y(x_{n-p}) + \int_{x_{n-p}}^{x_{n+1}} f(x, y) dx$ 。

(1) 对于下列情形, 分别推导出该常微分方程的线性多步法格式,

(A) $p = 0$, 积分点取 x_n, x_{n-1} ;

(B) $p = 1$, 积分点取 x_{n+1}, x_n, x_{n-1} ;

(2) 分析(1)中格式(A)的局部截断误差;

(3) 试构造该常微分方程的一种预估-校正式。