能量信号 / 功率信号 { 相关运算

$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t+\tau)y^*(t)dt$ (功率信号)

Ch2

信号の基本运算：

- 数乘 $y(t)=cx(t)$
- 相加 $y(t)=x_1(t)+x_2(t)$
- 相乘 $y(t)=x_1(t)x_2(t)$
- 微分 $y(t)=x'(t)=\frac{dx(t)}{dt}$
- 差分 (后) $y[n]=\Delta x[n]=x[n]-x[n-1]$
  (前) $\nabla x[n]=-x[n+1]+x[n]$
- 积分 $x_{(k)}(t)=$
  $x_{(1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$
- 累加 $\sum_{k=-\infty}^{n}x[k]$ $=\int_0^{\infty}x(t-\tau)d\tau$
- 取模 $|x(t)|=\sqrt{x(t)x^*(t)}$

自变量变换 时移(-右+左) $x(t-t_0)$

反转 $x(-t-t_0)$

展宽 $x(-\frac{t}{2}-t_0)$，压缩 $x(2t-t_0)$

插零 $x_{(3)}[n]$ 抽取 $x[3n]$

$u(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t<0\end{cases}$ $u[n]=\begin{cases}1 & n\ge 0\\ 0 & n<0\end{cases}$

$\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1\\ \delta(t)=0, t\neq 0\end{cases}$ $\delta[n]=\begin{cases}1, & n=0\\ 0, & n\neq 0\end{cases}$

$x[n]\delta[n-n_0]=x[n_0]\delta[n-n_0]$

$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t-t_0)dt=x(t_0)$ $\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[k]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[n-k]=1$

$\begin{cases}u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau\\ \delta(t)=\frac{d}{dt}u(t)\end{cases}$ $\begin{cases}u[n]=\sum_{k=0}^{\infty}\delta[n-k]=\sum_{k=-\infty}^{n}\delta[k]\\ \delta[n]=u[n]-u[n-1]\end{cases}$ $n=1$, $\delta[n]=0$

(复)正弦信号 $e^{j\omega t}$ $e^{j\Omega n}$ $\Omega+2k\pi$ 都是

$T=\frac{2\pi}{|\omega|}$ $\frac{\Omega}{2\pi}=\frac{m}{N}\Rightarrow T=N$ 相同的

基波周期-min $\tilde{x}(t)=\sum_{l=-\infty}^{\infty}x_0(t-lT)$

$x_e[n]=\frac{x[n]+x[-n]}{2}$ $x_o[n]=\frac{x[n]-x[-n]}{2}$

$x_r[n]=\frac{x[n]+x^*[n]}{2}$ $x_i[n]=\frac{x[n]-x^*[n]}{2j}$

一般复指数信号 ≠1 就无周期性了

$x(t)=Ce^{st}=|C|e^{\sigma t}[\cos(\omega t+\varphi)+j\sin(\omega t+\varphi)]$

$\|x(t)\|_1=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|x(t)|dt$
$=\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|dt$

模方可积

$\|x(t)\|_2=\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^2dt}\Rightarrow E_x=(\|x(t)\|_2)^2$ 能量信号

$P_x=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|x(t)|^2dt=\|_T x(t)\|_2^2$ 功率信号

非模方可积 但极限存在

相关系数 $\rho_{12}=\frac{\int_{t_1}^{t_2}x_1x_2^*dt}{\sqrt{\int_{t_1}^{t_2}|x_1|^2\int_{t_1}^{t_2}|x_2|^2}}$

完全线性相关 $\rho_{12}=\pm 1$

无 0

等比数列求和 $\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

互相关 $R_{xy}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t+\tau)y^*(t)dt=x(\tau)*y^*(-\tau)$

(能量信号) $\int_{-\infty}^{\infty}x(t)y^*(t-\tau)dt=x(t)*y^*(-t)$

自相关 $R_x(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)x^*(t-\tau)dt$ & $\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}$ —

$\tilde{R}_x(\tau)=\frac{1}{T}\int_{\langle T\rangle}\tilde{x}(t+\tau)\tilde{x}^*(t)dt$ (周期信号)

$R_{xy}[m]=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}x[n+m]y^*[n]$ $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n+m]y^*[n]$

$=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}x[n]y^*[n-m]$

- 记忆 同一时刻 $y(t)=f(x(t))$ 无记忆
- 因果 当前&从前 $y(t)=f\{x(t-\tau),\tau\ge 0\}$ 非因果 找 $x(k(t))$ $k(t)>t$
- 稳定 $x[n]$有界 $\Rightarrow y[n]$有界
- 可逆 不同x，不同y 非可逆 不同x对应同一y
- 时不变 先时移=后时移 $x_1\to y_1$, $x_2\to y_2$, $cx_1\to cy_1$
- 线性 可加&齐次 $0\to 0$ $(x_1+x_2)\to(y_1+y_2)$

Ch3

$x[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]\delta[n-k]=x[n]*\delta[n]$

$y[n]=x[n]*h[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]h[n-k]$

$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$

$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau$

直接计算 图解&解析 { 积分表达式; 积分上下限 }

性质 交换 分配 结合 $x*h=x'*\int_{-\infty}^{t}h$

$x(t-t_0)=x(t)*\delta(t-t_0)$

$x(t-t_0)*h(t)=x(t)*h(t-t_0)=y(t-t_0)$

微分 $(x*h)'=x'*h=x*h'$

积分 $\int_{-\infty}^{t}x*h\,d\tau=x*\int_{-\infty}^{t}h\,d\tau$
$=\int_{-\infty}^{t}x\,d\tau*h$

$y(t)=x(t)*f(t)\Rightarrow$ LTI系统，$f(t)=h(t)$

- 记忆：$t\neq 0$，$h(t)=0$ 无记忆
- 因果：$t<0$，$h(t)=0$
- 稳定：$\int_{-\infty}^{\infty}|h(t)|dt$，$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h[n]|<\infty$
- 可逆：$h_{inv}(t)*h(t)=\delta(t)$，求$h_{inv}$ 找个号凑一凑

级联 $h(t)=h_1(t)*h_2(t)$ 并联 $h_1(t)+h_2(t)$

阶跃：$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x'(\tau)u(t-\tau)d\tau$ $y(t)=x'(t)*s(t)$

$x[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}(x[k]-x[k-1])u[n-k]$

$y[n]=\Delta x[n]*s[n]$

$h[n]$&$s[n]$ $s(t)=u(t)*h(t)$

$y(t)=x'(t)*s(t)=x(t)*s'(t)$
$=x(t)*h(t)\Rightarrow h(t)=s'(t)$

$$\begin{cases}\sum_{k=0}^{N} a_k y_{zi}[n-k]=0 \\ y_{zi}[-k]=C_k \\ k=1,2,\cdots,N\end{cases}$$

1° 特征方程
特征根
齐次解 y_H
2° 输入和入关系
特解形式
代入方程解系数
3° y_p+y_H
代入边界条件

微分方程 $\sum_{k=0}^{N} a_k y^{(k)}(t)=\sum_{k=0}^{M} b_k x^{(k)}(t)$

差分方程 $\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k]=\sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$

① **LODE解法**：附加条件 $y^{(k)}(t_0)=C_k$

特解：$x(t)\to y_p(t)$ 形式 t到重数

齐次解：特征方程，(Step 1)

对 σ_i 重根 λ_i，$A_{i1}e^{\lambda_i t}+A_{i2}te^{\lambda_i t}+\cdots+A_{i\sigma_i}t^{\sigma_i-1}e^{\lambda_i t}$

t到重数-1

分段考虑

代入LODE解系数

$e^{\alpha t}$ $\quad \sum_{m=0}^{\sigma_i} P_m t^m e^{\alpha t}$

$\sum_{k=0}^{L} E_k t^k e^{\alpha t}$ $\quad \sum_{m=0}^{L+\sigma_i} P_m t^m e^{\alpha t}$

$\alpha=\lambda_i$ 为 σ_i 重根

(离散：递推伪装)

后推：$y[n]=\frac{1}{a_0}\left(\sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]-\sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k]\right)$ 求给定条件之后的

前推：$y[n-N]=\frac{1}{a_N}\left(\sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]-\sum_{k=0}^{N-1} a_k y[n-k]\right)$ 求给定条件之前的

② **zs+zi解法**：初始条件 $y^{(k)}(0^+)=C_k$，$y[k]=C_k$，$k=0,1,\cdots,N-1]$

1° $\begin{cases}\sum_{k=0}^{N} a_k y_{zi}^{(k)}(t)=0 \\ y_{zi}^{(k)}(0_-)=C_k\end{cases}$ 起始条件 2° $\begin{cases}\sum_{k=0}^{N} a_k y_{zs}^{(k)}(t)=\sum_{k=0}^{M} b_k x^{(k)}(t) \\ y_{zs}^{(k)}(0_-)=0\end{cases}$ 零起始条件

y_{zi} 直接解特征方程√

$y_{zs}(t)=x(t)*h(t)$

给起始条件导数阶数 0~(N-1) 方程中y导数的最高阶

N为y导数的最高阶数

$$\begin{cases}h_2[0]=\frac{1}{a_0},\ h_2[-k]=0 \\ k=1,2,\cdots,N-1 \\ \sum_{k=0}^{N} a_k h_2[n-k]=0,\ n>0\end{cases}$$

注意 $h_2[n]$ 有 $u[n]$

！在最开始就把方程最高次写成 $y[n]$

2° $h_1(t)=\sum_{k=0}^{M} b_k\delta^{(k)}(t)$

$$\begin{cases}\sum_{k=0}^{N} a_k h_2^{(k)}(t)=\delta(t) \\ h_2^{(k)}(0_-)=0,\ k=0,1,\cdots,N-1\end{cases}$$

$\Rightarrow h_2^{(N-1)}(0^+)=\frac{1}{a_N},\ h_2^{(k)}(0^+)=0,\ k=0,1,\cdots,N-2$ 换为初始条件

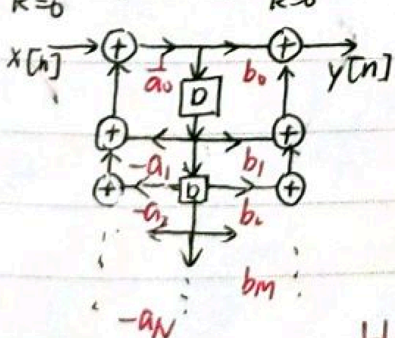
$\sum_{k=0}^{N} a_k h_2^{(k)}(t)=0,\ t>0$

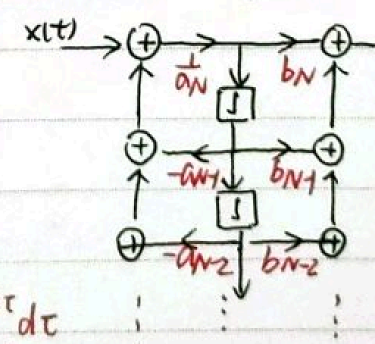
(N-1)阶导数才非0

最大一个 $h_2[0]$ 才非0

③ **框图**

$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k]=\sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$ $\qquad$ $\sum_{k=0}^{N} a_k y^{(k)}(t)=\sum_{k=0}^{M} b_k x^{(k)}(t)$





$-a_0$ $\quad b_0$

△在卷积式里把输入信号以外的提出来

$H(z)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z^{-k}$

$H(e^{j\Omega})=\sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]e^{-j\Omega k}$

$H(s)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-s\tau}d\tau$

$H(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$

$x(t)=e^{st}\to y(t)=H(s)e^{st}$

系统函数 特征值

$x[n]=z^n\to y[n]=H(z)z^n$

特征函数 线性变换后不变

$x(t)$ $\quad e^{j\omega t}\longrightarrow H(j\omega)e^{j\omega t}$

$x[n]$ $\quad e^{j\Omega n}\longrightarrow H(e^{j\Omega})e^{j\Omega n}$

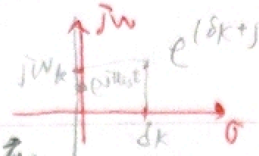
$x(t)=\sum_k a_k e^{s_k t}$，$x[n]=\sum_k a_k z_k^n$

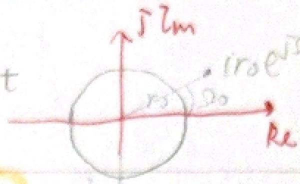
$y(t)=\sum_k a_k H(s_k)e^{s_k t}$，$y[n]=\sum_k a_k H(z_k)z_k^n$

$H(z)\times H_I(z)=1$ 逆系统的系统函数间关系

求特征值 $h(t)*\varphi_i(t)=A\varphi_i(t)$

Ch5 6 7 8





$Sa(x)=\frac{\sin x}{x}$

$Sad(x,m)=\frac{\sin mx}{\sin x}$

频域表示法

1. 对复指数信号的响应

$e^{st}*h(t)=e^{st}H(s)$

系统函数 $H(s)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(\tau)e^{-s\tau}d\tau$ (Lap)

$e^{j\omega t}*h(t)=e^{j\omega t}H(\omega)$

频率响应 $H(j\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$ (F)

完备正交基 $e^{s_k t}$，$e^{j\omega_k t}$，z^n，$e^{j\Omega n}$

$z^n*h[n]=z^nH(z)$ $\sum_{k=-\infty}^{+\infty}h(k)z^{-k}$ (Z)

$e^{j\Omega n}*h[n]=e^{j\Omega n}\tilde H(\Omega)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}h(k)e^{-j\Omega k}$ 周期为 2π

2. CFS & DFS 周期函数 频→时 正

1° Def.

CFS: $\tilde x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_k e^{jk\frac{2\pi}{T}t}$，$\omega_0=\frac{2\pi}{T}$ 无穷

$F_k=\frac{1}{T}\int_{\langle T\rangle}\tilde x(t)e^{-jk\frac{2\pi}{T}t}dt$

DFS: $\tilde x[n]=\sum_{k\in\langle N\rangle}\tilde F_k e^{jk\omega_0 n}$，$\omega_0=\frac{2\pi}{N}$ N个

$\tilde F_k=\frac{1}{N}\sum_{n\in\langle N\rangle}\tilde x[n]e^{-jk\omega_0 n}$ 只有N个e一是独立的

条件：C 满足模可积，有限极值，有限不连续

D：$\tilde x[n]$ 在 $\langle N\rangle$ 内模可积

2° eg.

$\tilde x(t)=\sum_{l=-\infty}^{+\infty}r_\tau(t-lT)$ 周期长T，宽度 τ

$F_k=\frac{\tau}{T}Sa\left(\frac{k\omega_0\tau}{2}\right)$ τ/T 占空比 $\frac{\sin x}{x}$

$\tilde x[n]=\sum_{l=-\infty}^{+\infty}r_{2N_1+1}[n-lN]$ 周期N，宽度 $2N_1+1$

$\tilde F_k=\frac{1}{N}Sad\left(\frac{k\Omega_0}{2},2N_1+1\right)$ $-N$ $-N_1$ 0 N_1 N $\frac{\sin mx}{\sin x}$

3° 频谱 | 模函数 / 相位 间隔 ω_0/Ω_0 $k\omega_0=\omega$ $k\Omega_0=\Omega$

周期信号离散

C 无穷累合不相同 间隔为 ω_0/Ω_0

D 2π 为周期 以 ω/Ω 为横轴

4° steps

① Fourier 展开 $\tilde x(t)=\sum F_k e^{j\omega_0 kt}$，$\tilde x[n]=\sum_{k\in\langle N\rangle}\tilde F_k e^{j\Omega_0 kn}$

② 不同谐波分量乘不同倍数 $H(k\omega_0)/\tilde H(k\Omega_0)$

③ 线性整合 $\tilde y(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_kH(k\omega_0)e^{jk\omega_0 t}$，$\tilde y[n]=\sum_{k\in\langle N\rangle}\tilde F_k\tilde H(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n}$

LTI 系统对周期信号的响应

频域上离散 ← 时域上周期 CFS DFS

时域上离散 → 频域上周期 DFS DTFT

实信号 | 幅频响应偶 / 相频响应奇 $F_k=|F_k|e^{j\theta_k}$ F_0

直流 ⇒ 频域上 $\omega/\Omega=0$ / $2k\pi$

3. CFT & DTFT 非周期函数 ⇒ 模可积 C / 和 D

1° Def.

周期延拓 $\tilde f(t)=\sum_{l=-\infty}^{+\infty}f(t-lT)$，$T\to\infty$ 即得

$F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt$

$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)e^{j\omega t}d\omega$ CFT

$\tilde F(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f[n]e^{-j\Omega n}$ 周期 2π

$f[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{\langle 2\pi\rangle}\tilde F(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$ DTFT

2° eg

$e^{-at}u(t)\longleftrightarrow\frac{1}{a+j\omega}$，$Re\{a\}>0$

$a^nu[n]\longleftrightarrow\frac{1}{1-ae^{-j\Omega}}$，$0<|a|<1$

$r_\tau(t)=\begin{cases}1, & |t|<\tau/2\\ 0, & |t|\ge\tau/2\end{cases}\longleftrightarrow\tau Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$ $\omega\Rightarrow k\omega_0$

$r_{2N_1+1}[n]=\begin{cases}1, & |n|\le N_1\\ 0, & |n|>N_1\end{cases}\longleftrightarrow\begin{cases}Sad\left(\frac{\Omega}{2},2N_1+1\right), & \Omega\ne 2\lambda l\\ 2N_1+1, & \Omega=2\lambda l\end{cases}$

$\delta(t)\longleftrightarrow 1$ $\delta[n]\longleftrightarrow 1$ 频率响应

3° 频谱 连续 序列周期 2π

3° $y(t)=x(t)*h(t)$ $Y(j\omega)=X(j\omega)H(j\omega)$ $|H(j\omega)|$ 幅频

$y[n]=x[n]*h[n]$ $\tilde Y(\Omega)=\tilde X(\Omega)\tilde H(\Omega)$ (以 2π 为周期)

4. ① 频域冲激函数 $1\longrightarrow 2\pi\delta(\omega)$

$1\longrightarrow 2\pi\tilde\delta_{2\pi}(\Omega)$

$e^{j\omega_0 t}\longleftrightarrow 2\pi\delta(\omega-\omega_0)$

$e^{j\Omega_0 n}\longleftrightarrow 2\pi\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\delta(\Omega-\Omega_0-2m\pi)$

② 周期函数的 Fourier 变换 三角函数 拆出来 ⇔ δ

1° 求 CFS / DFS 系数 $F_k/\tilde F_k$

2° $F\{\tilde x(t)\}=F\{\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_ke^{jk\omega_0 t}\}=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_kF\{e^{jk\omega_0 t}\}$

$=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_k\delta(\omega-k\omega_0)$

$F\{\tilde x[n]\}=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\tilde F_k\delta(\Omega-k\Omega_0)$

〈把原本的 e 换成 $2\pi\delta$〉 频谱线变成冲激 箭头

③ 典型 $h(t)$ $h[n]$ 奇异函数

$\delta'(t)$ 高通滤波 $u(t)$

$\Delta\delta[n]$ $u[n]$ 低通滤波

$\delta^{(k)}(t)\longleftrightarrow(j\omega)^k$ $\delta[n-k]\to e^{-j\Omega k}$

$\Delta_k\delta[n]\longleftrightarrow(1-e^{-j\Omega})^k$ $\delta(t-t_0)\leftrightarrow e^{-j\omega t_0}$

$u(t)\longleftrightarrow\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}$

$u[n]\longleftrightarrow\frac{1}{1-e^{-j\Omega}}+\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\Omega-2k\pi)$

$\tilde\delta_T(t)\to\omega_0\tilde\delta_{\omega_0}(\omega)$

$\tilde\delta_N[n]\to\Omega_0\tilde\delta_{\Omega_0}(\Omega)$

$h[n]=\frac{W}{\pi}Sa(Wn)$ $\tilde H(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|\le W\\ 0, & |\omega|>W\end{cases}$ 周期 2π

$h(t)=\frac{?}{2}Sa\left(\frac{?\pi t}{2}\right)=\frac{1}{2\pi}\int_{-W}^{W}e^{j\omega t}dt=\frac{W}{\pi}Sa(Wt)$

$H(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|\le W\\ 0, & |\omega|>W\end{cases}$ 低通滤波

5. Laplace变换 Z变换

$F(s)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-st}dt$. $s\in R_F$

$F(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f[n]z^{-n}$. $z\in R_F$

DFT: $F_k=\sum_{n=0}^{N-1} f[n]e^{-jk\Omega_0 n}$ 离散的

$\Omega_0=\frac{2\pi}{N}$ $f[n]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{jk\Omega_0 n}$ N点序列

2°与Fourier变换的关系 ① $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-st}dt\Big|_{s=j\omega}=F\{f(t)\}$

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f[n]z^{-n}\Big|_{z=e^{j\Omega}}=F\{f[n]\}$

② $s=\sigma+j\omega$

$L\{f(t)\}=F\{f(t)e^{-\sigma t}\}$

$Z\{f[n]\}=F\{f[n]r^{-n}\}$

$u(t)\leftrightarrow\frac{1}{s}$, $Re\{s\}>0$ $u[n]\overset{Z}{\leftrightarrow}\frac{1}{1-z^{-1}}$, $|z|>1$

$\delta(t)\leftrightarrow 1$, 全s平面 $\delta[n]\overset{Z}{\leftrightarrow}1$, 全z平面

$y(t)=x(t)*h(t)$ $x(t)h(t)\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}[X(\omega)*H(\omega)]$

$Y(\omega)=X(\omega)Y(\omega)$ $x(t)*h(t)\leftrightarrow X(\omega)H(\omega)$

$x(t)$ $x[n]$

$X(s)$ $X(z)$ 复频域表示

$e^{-at}u(t)\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{1}{s+a}$, $Re(a+s)>0$, $Re\{s\}>Re\{-a\}$

$a^n u[n]\overset{Z}{\leftrightarrow}\frac{1}{1-az^{-1}}$, $\left|\frac{a}{z}\right|<1$, $|z|>|a|$

$-e^{-at}u(-t)\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{1}{s+a}$, $Re(s+a)<0$, $Re\{s\}<Re\{-a\}$

$-a^n u[-n-1]\overset{Z}{\leftrightarrow}\frac{1}{1-az^{-1}}$, $\left|\frac{z}{a}\right|<1$, $|z|<|a|$

系统函数H(s)零点 ⇒ 零输出

ROC有零点 ⇒ 系统不可逆

1° 零 $\lim_{s\to s_i}F(s)=0=\lim_{z\to z_i}F(z)$ ○ ◎

极 $\lim_{s\to p_i}F(s)=\infty=\lim_{z\to p_i}F(z)$ × ✳

阶数 性质 { 共轭性

×0 平衡(含∞)

充分性 f(t)模可积 和

三角形式的FS

$\hat{x}(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}[a_k\cos k\frac{2\pi}{T}t+b_k\sin k\frac{2\pi}{T}t]$

C { $a_0=\frac{1}{T}\int_{\langle T\rangle}\hat{x}(t)dt$, $\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\hat{x}[n]$

$a_k=\frac{2}{T}\int_{\langle T\rangle}\hat{x}(t)\cos k\frac{2\pi}{T}t\,dt$

$b_k=\frac{2}{T}\int_{\langle T\rangle}\hat{x}(t)\sin(k\frac{2\pi}{T}t)\,dt$

$\tilde{a}_0+\sum_{k=1}^{(N-1)/2}[\tilde{a}_k\cos k\frac{2\pi}{N}n+\tilde{b}_k\sin k\frac{2\pi}{N}n]$

$\frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}[n]\cos k\frac{2\pi}{N}n$

sin

2° 收敛域性质 ROC 存在Fourier变换

① 单连通 { S 带状域 / Z 圆环域

② 不含极点

③ 有限持续期,有界 { 不含∞的S 有限S平面 ($s\neq\infty$) / 不含∞与原点的Z ($0<|z|<\infty$) 有限Z平面 至少

④ 右边 圆外 / 因果(模可积) → 含∞

左边 圆内 / 反因果(模可积) → 含原点

两边 不超只极点为止

Z变换一定含单位圆 / L变换一定含虚轴 ⇒ 有F变换

① { $s=j\omega$ 在ROC内 / $z=e^{j\Omega}$

② 不好求ROC时 $a^nf[n]$, $e^{at}f(t)$

$\int_{-\infty}^{+\infty}e^{at}|f(t)|dt=F(-a)$

$\sum a^nf[n]=F(+a)$

→ 收敛

6 (FT&LT)性质:

① 线性

LT: $ROC\supseteq(R_1\cap R_2)$

② 卷积 { 时域:

FT: $x(t)*h(t)\overset{CFT}{\leftrightarrow}X(\omega)H(\omega)$

$x[n]*h[n]\overset{DTFT}{\leftrightarrow}X(\Omega)H(\Omega)$

LT: $x(t)*h(t)\leftrightarrow X(s)H(s)$

$x[n]*h[n]\overset{Z}{\leftrightarrow}X(z)H(z)$

~~$ROC\supseteq(R_x\cap R_h)$~~

频域:

FT: $x(t)p(t)\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}X(\omega)*P(\omega)$

$x[n]p[n]\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}\tilde{X}(\Omega)\circledast\tilde{P}(\Omega)$

可能有零极点相消

5☆ 反Laplace与反Z变换

① 公式 $f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-\infty j}^{\sigma+\infty j}F(s)e^{st}ds$

$f[n]=\frac{1}{2\pi j}\oint F(z)\cdot z^{n-1}dz$

② 部分分式 $\frac{A_i}{s-p_i}\xrightarrow{L^{-1}}\begin{cases}A_ie^{p_it}u(t)\\-A_ie^{p_it}u(-t)\end{cases}$

$\frac{B_i}{1-p_iz^{-1}}\xrightarrow{Z^{-1}}\begin{cases}B_i(p_i)^nu[n]\\-B_i(p_i)^nu[-n-1]\end{cases}$

③ 反Z的幂级数展开

1° Taylor $-jtf(t)\overset{L}{\to}F'(j\omega)$

2° ~~多项式长除~~ $-jnf[n]\to\tilde{F}'(\Omega)$

z^{-N} $e^{-j\Omega N}$ $(n-N)$

e^{-st_0} $e^{-j\omega t_0}$ $(t-t_0)$

③ 时移

$f(t-t_0)\xrightarrow{CFT}F(\omega)e^{-j\omega t_0}$

$f[n-n_0]\xrightarrow{DTFT}\tilde{F}(\Omega)e^{-j\Omega n_0}$

$f(t-t_0)\xrightarrow{L}F(s)e^{-st_0}$, R_f

$f[n-n_0]\xrightarrow{Z}F(z)z^{-n_0}$, $R_f\cap(0<|z|<\infty)$

频移

$e^{j\omega_0t}f(t)\xrightarrow{CFT}F(\omega-\omega_0)$

$e^{j\Omega_0n}f[n]\xrightarrow{DTFT}\tilde{F}(\Omega-\Omega_0)$

$e^{s_0t}f(t)\xrightarrow{L}F(s-s_0)$

$ROC=R_f+Re\{s_0\}$

$z_0^nf[n]\xrightarrow{Z}F(\frac{z}{z_0})$

$ROC=R_f\cdot|z_0|$

④ 时域微/差分

$f'(t)\xrightarrow{CFT}j\omega F(\omega)$

$\Delta f[n]\xrightarrow{DTFT}(1-e^{-j\Omega})\tilde{F}(\Omega)$

$f'(t)\xrightarrow{L}sF(s)$

$\Delta f[n]\xrightarrow{Z}(1-z^{-1})F(z)$

$-tf(t)\xrightarrow{L}F'(s)$

$-nf[n]\to zF'(z)$

时域积分/累加

$\sin(\omega_0t)u(t)\leftrightarrow\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$

$\cos(\omega_0t)u(t)\leftrightarrow\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$

$\cos\omega_0t\leftrightarrow\pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$

$\sin\omega_0t\leftrightarrow j\pi[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)]$

⑤抽样定理：$x(t)$ 为带限于 ω_M 的信号

(C) 抽样间隔 $T_s \le \frac{\pi}{\omega_M}$，$\omega_s \ge 2\omega_M$ 时

$x(t)$ 可由 $x_p(t)$ 无失真恢复

$X(\omega)=0,\ |\omega|>\omega_M$　　欠抽样

△ 不混叠 ⇒ 临界&过抽样 ⇒ $\omega_s \ge 2\omega_M$

△ 恢复原信号：$X_r(\omega)=X_p(\omega)H_L(\omega)$　　$T_s \le T_M/2$

$x_r(t)=x_p(t)*h_L(t)=\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_s)\delta(t-nT_s)\right)*T_s\frac{\omega_c}{\pi}Sa(\omega_c t)$

$H_L(\omega)=\begin{cases}T_s, & |\omega|<\omega_c\\ 0, & |\omega|>\omega_c\end{cases}$　　$\omega_M<\omega_c<\omega_s-\omega_M$

$\frac{\omega_s}{2}\rightarrow x_r(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x(nT_s)Sa\left[\frac{\pi}{T_s}(t-nT_s)\right]$

(D) $x[n]$ 带限于 Ω_M，$\tilde{X}(\Omega)=0,\ 2m\pi+\Omega_M<|\Omega|<2\pi(m+1)-\Omega_M$

$N_s \le \frac{\pi}{\Omega_M}$，$\Omega_s \ge 2\Omega_M$，$(\Omega_M \le \frac{\pi}{2})$，$N_s \le N_M/2)$

6. 对称

FT：$f(t)$ 反转 → 反转　$F(-\omega)$

$f(t)$ 共轭 ↦ 共轭反转 $F^*(-\omega)$

$f^*(-t)$ 共轭反 ↦ 共轭　$F^*(\omega)$

D 也是

LT：$f(-t)\xrightarrow{\mathcal{L}}F(-s)$，$-\delta_2<Re\{s\}<-\delta_1$

$*(t)$	$*(s^*)$	δ_1	δ_2
$x^*(-t)$	$*(-s^*)$	$-\delta_2$	$-\delta_1$

$f[-n]\xrightarrow{Z}F(\frac{1}{z})$，$\frac{1}{r_2}<|z|<\frac{1}{r_1}$

$*[n]$	$*(z^*)$	r_1	r_2
$*[-n]$	$*(1/z^*)$	$\frac{1}{r_2}$	$\frac{1}{r_1}$

① 时域上奇偶对称

ROC & 零极点 → s、z 平面上也是

$\frac{1}{r}<|z|<r$　$(z_i,1/z_i)\ (p_i,1/p_i)$　成对出现　圆环

$-\delta<Re\{s\}<\delta$　$(p_i,-p_i)\ (z_i,-z_i)$　条带

② 时域上共轭对称，频域 & 复频域上也是　(0x 共轭成对)

实 ↦ 模偶 相奇

③ 双重对称　L

RE $\xrightarrow{F}$ RE

RO $\xrightarrow{F}$ IO

L：$(z_i,-z_i,z_i^*,-z_i^*)$ 成对

Z：$(z_i,\frac{1}{z_i},z_i^*,\frac{1}{z_i^*})$ 成对

实奇 $f(t)$ ⇒ $F(s=0)=0$，双边

④ $f_e(t)\xrightarrow{F}R(\omega)$

$f_o(t)\xrightarrow{F}jI(\omega)$

7. 尺度变换　$T_e B_e=2\pi$

$f(at)\xrightarrow{CFT}\frac{1}{|a|}F(\frac{\omega}{a})$　(D) 不考

等效时宽 T_e：$f(0)T_e=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)dt$

∴ 频 - B_e：$F(0)B_e=\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)d\omega$

$f(at)\xrightarrow{\mathcal{L}}\frac{1}{|a|}F(\frac{s}{a})$，$a\delta_1<Re\{s\}<a\delta_2$

az_i, ap_i 为 $F(\frac{s}{a})$ 零极点

8. 相关定理

能量信号：$R_{xv}(t)=x(t)*v^*(-t)\xrightarrow{F}X(\omega)V^*(\omega)$

$R_x(t)\xrightarrow{F}|X(\omega)|^2$　D 同

$R_x[n]\rightarrow|X(\Omega)|^2$　$R_x(t)$ 的傅 $\Psi_x(\omega)$　信号的能量谱

$\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(\omega)|^2d\omega$　帕什瓦尔定理　$\Psi_x(\omega)$

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|^2=\frac{1}{2\pi}\int_{\langle 2\pi\rangle}|\tilde{X}(\Omega)|^2d\Omega$

能谱密度：$\Psi_x(\Omega)$

功率信号：模不可积/和

$R_{xv}(t)=\lim_{T\to+\infty}\frac{1}{2T}x_{2T}(t)*v_{2T}^*(-t)$　功率谱

$=\lim_{T\to+\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(\tau)v^*(\tau-t)d\tau$

$\xrightarrow{F}\lim_{T\to+\infty}\frac{1}{2T}X_{2T}(\omega)V_{2T}^*(\omega)$　$\Phi_x(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}|X_{2T}(\omega)|^2$

$\lim_{T\to+\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|x(t)|^2dt$　(C)

$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}|X_{2T}(\omega)|^2d\omega$

(D) $\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x[n]|^2=\frac{1}{2\pi}\int_{\langle 2\pi\rangle}\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}|X_{2N+1}(\Omega)|^2d\Omega$

$\Phi_x(\Omega)$

9. 对偶性质

① $f(t)\xrightarrow{CFT}g(\omega)$

$g(t)\xrightarrow{CFT}2\pi f(-\omega)$

② $\tilde{x}[n]\xrightarrow{DFS}\tilde{g}_k$

$\tilde{g}[n]\xrightarrow{DFS}\frac{1}{N}\tilde{x}_{-k}$

③ $f[n]\xrightarrow{DTFT}\tilde{F}(\Omega)$

以 2π 为周期　$\tilde{F}(t)\xrightarrow{CFS}f_{-k}$

$\tilde{F}(\frac{2\pi}{T}t)\xrightarrow{CFS}f_{-k}$

10. 初值定理：

① $f(t)=0,\ t<0$ 且 $t=0$ 无冲激

$f(t)\xrightarrow{\mathcal{L}}F(s)$，$\lim_{t\to0^+}f(t)=\lim_{s\to\infty}sF(s)$

② $f[n]=0,\ n<0$，

$f[n]\xrightarrow{Z}F(z)$，$f[0]=\lim_{z\to\infty}F(z)$

终值定理：

① $f(t)=0,\ t<0$ 且 $t=0$ 无冲激

$\lim_{t\to+\infty}f(t)=\lim_{s\to0}sF(s)$

因果 ……

② ……　$\lim_{n\to\infty}f[n]=\lim_{z\to1}(z-1)F(z)$

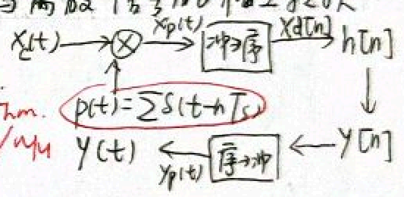
$r_\tau(t)\longleftrightarrow\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})$

$\frac{W}{2\pi}Sa(\frac{Wt}{2})\longleftrightarrow r_W(\omega)$

$r_\tau(t)=\begin{cases}1 & |t|<\frac{\tau}{2}\\ 0 & |t|\ge\frac{\tau}{2}\end{cases}$

滤波器

△ 连续与离散信号的相互转换



抽样 由抽样 Thm. $T_s\le\pi/\omega_M$

$X_p(\omega)=\frac{1}{T_s}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}X_c(\omega-k\omega_s)$ ……①

$x_p(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x_c(nT_s)\delta(t-nT_s)$

⇒ $X_p(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x_c(nT_s)e^{-j\omega nT_s}$ ……②

①=②　　$x_c(nT_s)=x_d[n]$

$\tilde{X}_d(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x_d[n]e^{-j\Omega n}$　(类比②)

$=\sum x_c(nT_s)e^{-j(\omega T_s)n}$　$(\omega=\frac{\Omega}{T_s})$

$=\frac{1}{T_s}\sum X_c(\frac{\Omega-2k\pi}{T_s})$

C/D 转换器

$x(t)e^{j\omega_0 t}\longleftrightarrow X(\omega-\omega_0)$　频移

△. 调制：

复正弦：$y(t)=x(t)\cdot e^{j\omega_0 t}$　$Y(\omega)=X(\omega-\omega_0)$

正弦：$y(t)=x(t)\cos\omega_0 t$，$Y(\omega)=\frac{1}{2}X(\omega-\omega_0)+\frac{1}{2}X(\omega+\omega_0)$

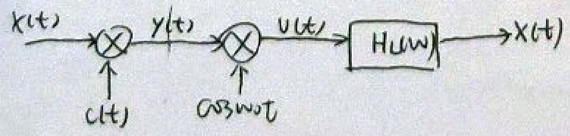
相干解调：

① $v(t)=y(t)\cos\omega_0 t=x(t)\frac{1+\cos2\omega_0 t}{2}$

$V(\omega)=\frac{1}{2}X(\omega)+\frac{1}{4}X(\omega-2\omega_0)+\frac{1}{4}X(\omega+2\omega_0)$

② 再通过理想低通滤波器 $H(\omega)=\begin{cases}2, & |\omega|<\omega_c\\ 0, & |\omega|>\omega_c\end{cases}$

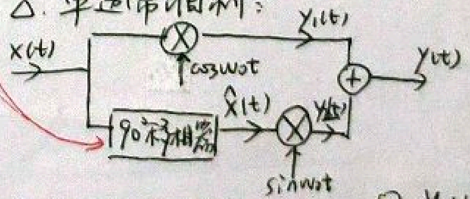
$V(\omega)H(\omega)=X(\omega)$　$\omega_M<\omega_c<2\omega_0-\omega_M$



$h(t)=\begin{cases}\frac{1}{\pi t}, & t\ne0\\ 0, & t=0\end{cases}$

$H(\omega)=-j\,sgn(\omega)$

△. 单边带调制：



① $y_1(t)=x(t)\cos\omega_0 t$

$Y_1(\omega)=\frac{1}{2}X(\omega-\omega_0)+\frac{1}{2}X(\omega+\omega_0)$

② $y_2(t)=\hat{x}(t)\sin\omega_0 t$

$Y_2(\omega)=\frac{j}{2}[\hat{X}(\omega+\omega_0)-\hat{X}(\omega-\omega_0)]$

Ch8 系统的变换域分析

1. LTI系统

LT & FT 卷积性质，$R_y \supset (R_x \cap R_h)$

$Y(s) = X(s)H(s)$

① 方程描述，(起始松弛)

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{N} a_k y^{(k)}(t) = \sum_{k=0}^{M} b_k x^{(k)}(t) \\ y^{(k)}(0_-) = 0,\ k=0,1,\cdots,N-1 \\ \sum a_k s^k Y(s) = \sum b_k s^k X(s) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] \\ y[-k] = 0,\ k=1,2,\cdots,N \\ \sum a_k z^{-k} Y(z) = \sum b_k z^{-k} X(z) \end{cases}$$

① 求系统函数 $H(s)/H(z)$
② 求 $h(t)/h[n]$
③ $y(t) = x(t) * h(t)$

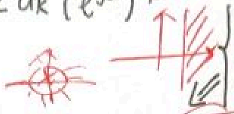
② $H(s)|_{s=j\omega} = H(\omega) = \dfrac{\sum b_k (j\omega)^k}{\sum a_k (j\omega)^k}$ 频率响应

$\tilde{H}(\Omega) = \dfrac{\sum b_k (e^{j\Omega})^{-k}}{\sum a_k (e^{j\Omega})^{-k}}$

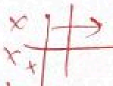
③ 有理函数反变换的部分分式展开法

$\delta(t) \to 1$

$1 \quad 2\pi\delta(-\omega)$



极点都在 S左半平面 / Z单位圆内



$x^{(k)}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}_u} s^k X_u(s)$，$\mathcal{L}_u$: $y(t) \to Y_u(s)$ 　$y'(t) \longrightarrow sY_u(s) - y(0^-)$

$x[n-k] \xrightarrow{Z_u} z^{-k} X_u(z)$ 　$y''(t) = s^2 Y_u(s) - s\,y(0^-) - y'(0^-)$

Z_u: $y[n-1] \to z^{-1} Y_u(z) + y[-1]$

$y[n-2] \to z^{-2} Y_u(z) + y[-1]z^{-1} + y[-2]$

$Y_u(\overset{s}{z}) = \boxed{\quad} X_u(\overset{s}{z}) + \boxed{\quad}$

$y_{zs}(t), [n]$ (含 X_u) 　$y_{zi}(t), [n]$

$Y_{zs}(s,z)$ 　(部分分式) 　$Y_{zi}(s,z)$

2. 微分/差分方程描述的因果系统 方程同上

$y^{(k)}(0^-) = C_k$，$y[-k] = C_k$，C_k 不全为0 附加条件

$y = y_{zi} + y_{zs}$

① 单边 $\mathcal{L}$ / Z 变换

$X_u(s) = \int_{0_-}^{+\infty} x(t) e^{-st} dt = \mathcal{L}\{x(t) u_0(-t)\}$

$X_u(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x[n] z^{-n} = Z\{x[n]u[n]\}$

ROC: 右边区域

3. $H(s,z)$, $H(\omega)$ & $\tilde{H}(\Omega)$ 表述LTI的性质

① 记忆性 　$h[n] = C\delta[n]$，$H(z) = C$，$H(\omega) = C$，R_f = 整个z平面

② 因果性 　$h[n] = 0, n<0$ (右边) 　ROC: $r_0 < |z| \le \infty$ 　$Re\{s\} > \delta$，含∞ $h(t)$不含冲激

③ 稳定性 　模可积/和 $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt < +\infty$ 　$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[n]| < +\infty$

1° ∃F变换

2° LT: ROC含虚轴，ZT: ROC含单位圆

④ 可逆性 　$H(s)$, $H(z)$ 的ROC中不含零点

△ 级联 $H(s) = H_1(s) H_2(s)$；并联 $H(s) = H_1(s) + H_2(s)$

4. $H(s)/H(z)$ 与时域的关系

① 零极点 & 收敛域 → 奇偶、共轭

② 极点决定 $h(t)$, $h[n]$ 形式

③ 系统极点 p_i $Y(s) = H(s) X(s)$ 源极点 q_i

自由响应 z_i 　z_s 强迫响应

$\sum \dfrac{A_{Hi}}{s-p_i} + \sum \dfrac{A_{Xi}}{s-q_i}$ 　e.g. $X_u(s) = \frac{1}{s}$ 源极点 $s=0$ 　$u(t)$

④ 暂态响应 $\lim_{t\to\infty} y_T(t) = 0$ 反之稳态

⑤ 由 z_i, p_i 分布求 $H(\omega)$, $\tilde{H}(\Omega)$ 几何求值法

5. 连续时间 & 离散时间一阶、二阶系统

$H(\omega)$
$\tilde{H}(\Omega)$ $= H_0 \dfrac{\prod_{i=1}^{M} \vec{z_i}}{\prod_{i=1}^{N} \vec{p_i}} = |H_0| \dfrac{\prod z_i}{\prod p_i} e^{j(\sum_{i=0}^{M} \psi_i - \sum_{i=1}^{N} \theta_i)}$ 　(z零 p极)

幅频响应 $|H(\omega)| = |H_0| \dfrac{\prod_{i=1}^{M} z_i}{\prod_{i=1}^{N} p_i}$ 　取一个具体的 ω/Ω，在 s/z 平面上

相频响应 $\varphi(\omega) = \sum_{i=0}^{M} \psi_i - \sum_{i=1}^{N} \theta_i$ 　$\begin{cases} \psi_i \text{ 零点向量} \\ \theta_i \text{ 极点向量} \end{cases}$ 对应角度

② 对于离散时间 $H(z) = H_0 \dfrac{\prod_{i=1}^{M} (1 - z_i z^{-1})}{\prod_{i=1}^{N} (1 - p_i z^{-1})}$ 　$\dfrac{z - z_i}{z - p_i}$

起点: $z_i e^{-j\Omega}$，$p_i e^{-j\Omega}$

沿圆周旋转

终点: $z = 1$

$|H(j\Omega)|$ 若仅有 $z=0$ 一个零点 5零点阶数无关

$(1)^n = 1$

$k\theta_1 - \theta_2$

一阶 (C) $\dfrac{1}{s-p}$，$\dfrac{s}{s-p}$

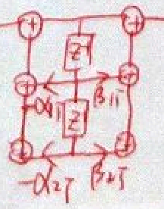
1个零点/极点 (D) $1 - bz^{-1}$，$\dfrac{1}{1-az^{-1}}$

二阶 (C) 全极点 $\begin{cases} \text{两实} & \dfrac{1}{(s-p_1)(s-p_2)} \quad p_2 < p_1 < 0 \\ \text{共轭} & p_1 = \delta + j\omega_1,\ p_2 = \delta - j\omega_1 \end{cases}$

2个零点/极点 (D) 全极点 $\begin{cases} \text{实} \times 2 \\ \text{共轭} \end{cases}$

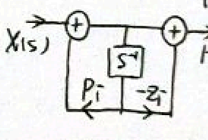
左分母右分子

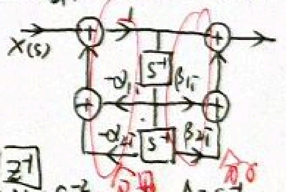
$\dfrac{1 + \beta_{1i} z^{-1} + \beta_{2i} z^{-2}}{1 + \alpha_{1i} z^{-1} + \alpha_{2i} z^{-2}}$



7. 并联级联实现结构 拆成一阶和二阶

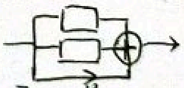
级联 (C) 连乘 $H_0 \prod_{i=1} \dfrac{1 + \beta_{1i} s^{-1} + \beta_{2i} s^{-2}}{1 + \alpha_{1i} s^{-1} + \alpha_{2i} s^{-2}} \prod_{i=2k+1}^{N} \dfrac{1 - z_i s^{-1}}{1 - p_i s^{-1}}$

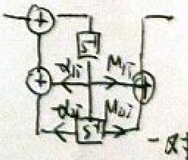




(D) 把 $\boxed{s^{-1}}$ 换成 $\boxed{z^{-1}}$

并联 (C) 连和 $C_0 + \sum \dfrac{\mu_{1i} s^{-1} + \mu_{2i} s^{-2}}{1 + \alpha_{1i} s^{-1} + \alpha_{2i} s^{-2}} + \sum \dfrac{A_j s^{-1}}{1 - p_j s^{-1}}$ 　合四 合0





一对实zp

两对共轭zp

6. 全通系统 & 最小相移系统

全通 (C) z_i, p_i 关于虚轴对称

$|H(\omega)| = |H_0|$，$\varphi(\omega)$:

(D) z_i, p_i 关于单位圆对称 $e^{j\Omega}$

$|\tilde{H}(\Omega)| = $ const. 　$\varphi(\Omega)$

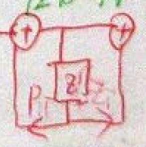
最小相移 (C) z_i, p_i 都在虚轴左侧

(D) …… 单位圆内部

$\dfrac{s^2 - 4}{s^2 + 5s + 6}$ 　$\dfrac{(s+1)^2}{(s+2)(s+5)}$

相位变化最慢

$\dfrac{1 - z_i z^{-1}}{1 - p_i z^{-1}}$



左分母和右分子符号相反

右分子