光学复习指导

Review Guide for Optics

Yixuan CHE

2020 Fall Edition
University of Science and Technology of China

使用说明

本复习指导覆盖化院 2 学分光学课的基本内容，包括每章基本要求、专题分类与相关例题、作业习题与解答，与老师上课的 PPT 配合，旨在帮助各位同学更好的理解光学课程的主要内容.

在每章的开篇都有这一章需要同学们掌握的最基本的内容，以及这一章的重难点. 重点是在考试中经常出现的知识点，而难点则是较难理解，容易出错的地方. 同学们可以通过基本要求在复习时列出一个提纲，同时有侧重的复习.

其次是每章的专题分类，在每专题的开始列有本专题的主要内容，之后附有部分与本专题相关的例题，其中打星号的内容为超出本课程范围的内容或难度过大的内容，供学有余力的同学自行学习. 所有例题均与课程评分无关，不做强制要求.

每一章的最后一部分是作业习题与答案，这一部分是这门课程必会的内容，有关的知识点都是考试重点考核的内容，同时涉及同学们的平时成绩，同学们要更重视一些.

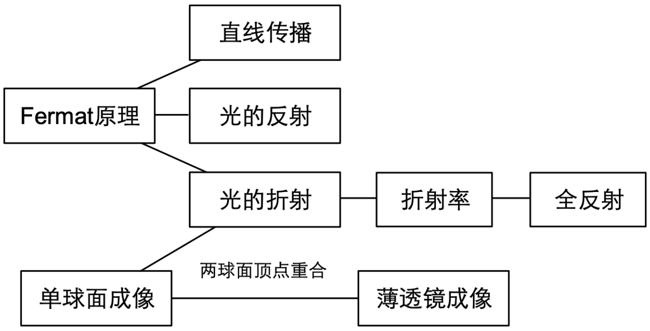
在考试前的复习中，建议同学们以老师上课的 PPT 为主，尤其是标有颜色的部分. 化院光学课的考核范围不会跳脱于 PPT 而选择教材中边边角角的部分，但是在复习的时候也尽可能保证细致.

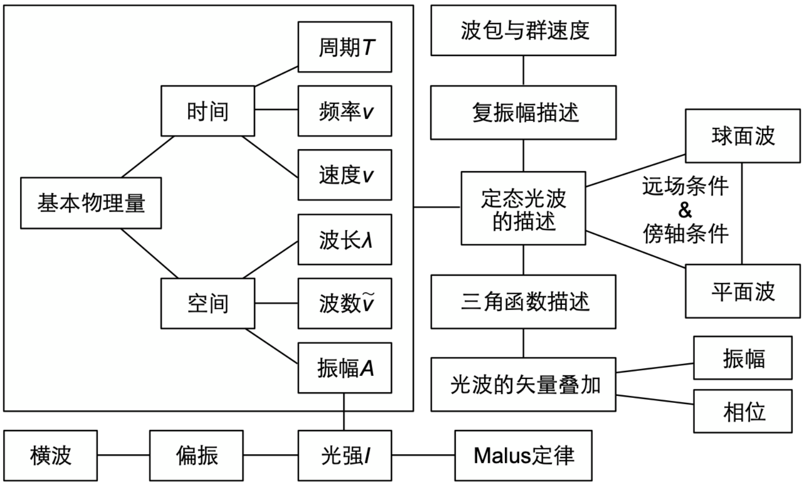
此外，在整个指导的结尾附加上了一套供期末复习的模拟试卷和参考答案，考查内容包括第四至七章的内容，为考前最后一次习题课的内容，参考答案中的附分标准与考试标准大致相同.

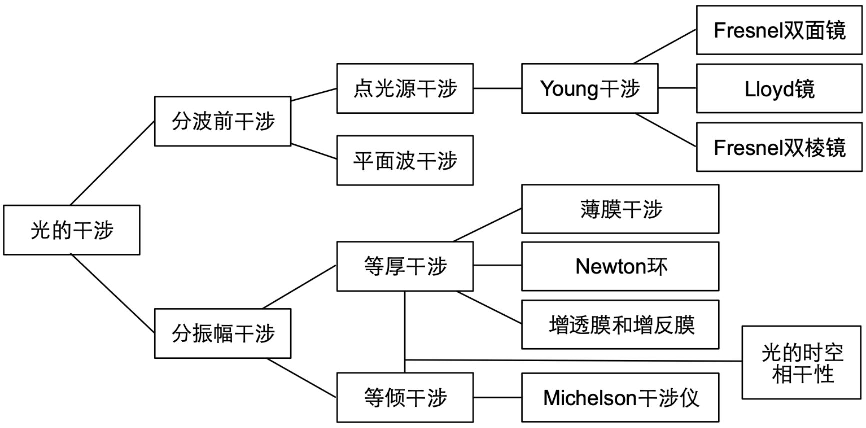
如果在使用过程中发现有笔误或纰漏，或者对本指导有任何好的意见和建议，都可以通过邮件来联系我，邮箱地址为 zz0312@mail.ustc.edu.cn.

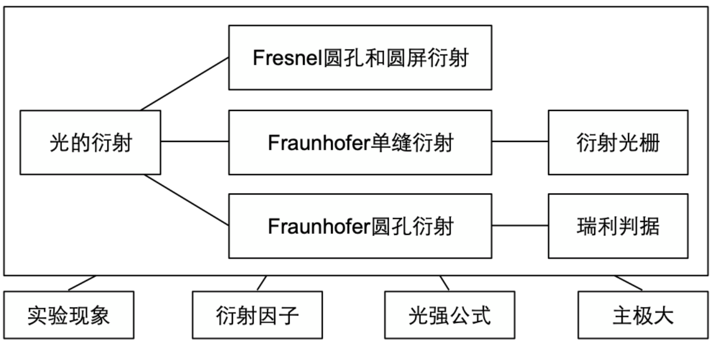
2020 年秋季学期

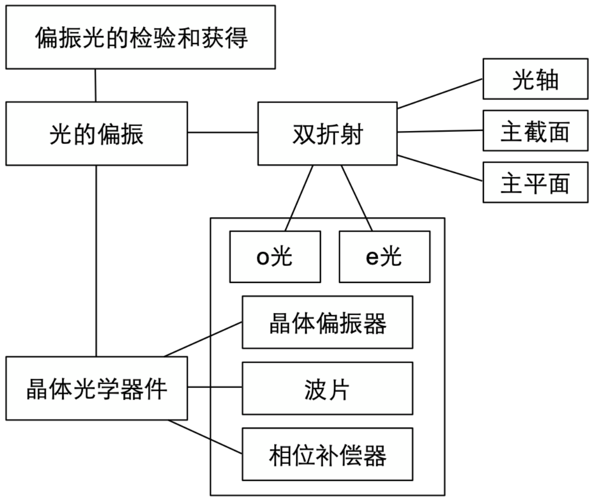
目　录

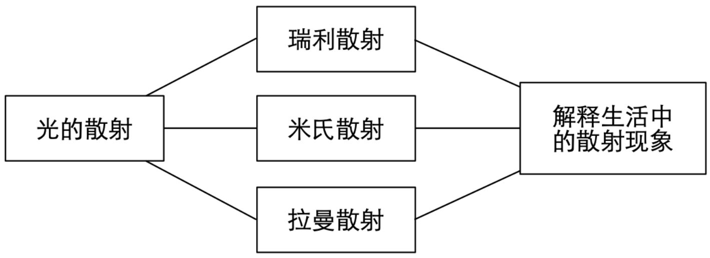

直线传播
Fermat原理
光的反射
光的折射
折射率
全反射
单球面成像
两球面顶点重合
薄透镜成像

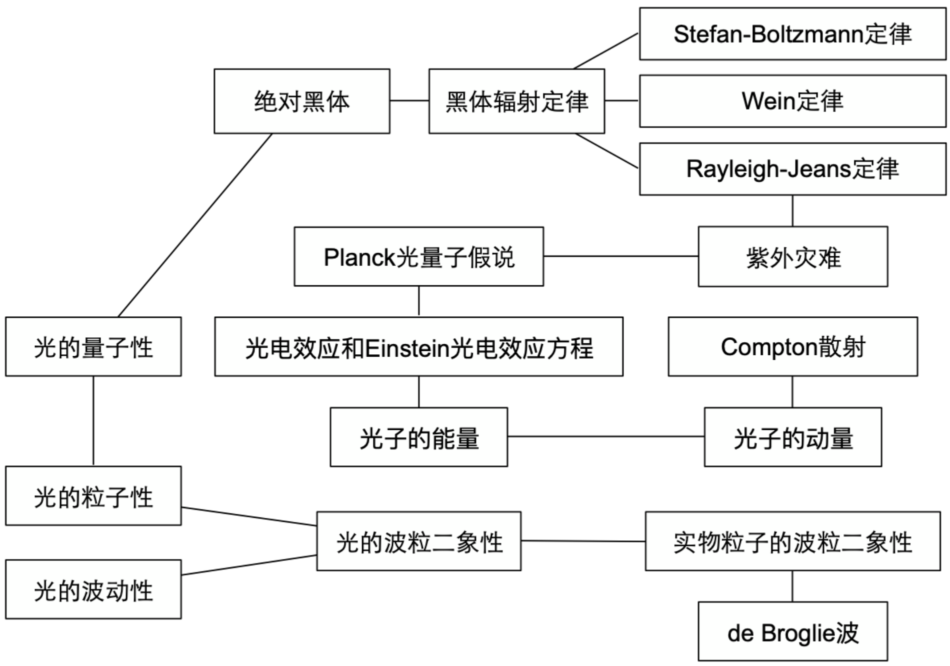

基本物理量
时间
周期T
频率ν
速度v
空间
波长λ
波数$\tilde{\nu}$
振幅A
波包与群速度
复振幅描述
定态光波的描述
球面波
远场条件
&
傍轴条件
平面波
三角函数描述
光波的矢量叠加
振幅
相位
横波
偏振
光强I
Malus定律


光的干涉
分波前干涉
点光源干涉
平面波干涉
Young干涉
Fresnel双面镜
Lloyd镜
Fresnel双棱镜
分振幅干涉
等厚干涉
薄膜干涉
Newton环
增透膜和增反膜
等倾干涉
Michelson干涉仪
光的时空相干性


光的衍射
Fresnel圆孔和圆屏衍射
Fraunhofer单缝衍射
衍射光栅
Fraunhofer圆孔衍射
瑞利判据
实验现象
衍射因子
光强公式
主极大


偏振光的检验和获得
光的偏振
双折射
光轴
主截面
主平面
o光
e光
晶体偏振器
晶体光学器件
波片
相位补偿器


瑞利散射
光的散射
米氏散射
解释生活中的散射现象
拉曼散射


Stefan-Boltzmann定律
绝对黑体
黑体辐射定律
Wein定律
Rayleigh-Jeans定律
Planck光量子假说
紫外灾难
光的量子性
光电效应和Einstein光电效应方程
Compton散射
光子的能量
光子的动量
光的粒子性
光的波粒二象性
实物粒子的波粒二象性
光的波动性
de Broglie波

第一章　几何光学

本章基本要求

1. 熟练掌握光的折射、反射定律，能用折射定律进行计算.
2. 掌握折射率的概念，能正确辨析绝对折射率和相对折射率之间的关系.
3. 掌握 Fermat 原理，能用 Fermat 原理推导简单的光学定律.
4. 熟练掌握全反射的概念和能形成全反射的条件，掌握计算临界角的方法.
5. (重难点) 熟练掌握轴上和轴外单球面成像的基本概念和计算公式，熟悉单球面成像的推导方法，能清除辨析物方和像方的概念.
6. (难点) 了解几何光学的符号约定规则并在实际应用中能准确使用正负号，同时能在符号约定下推导出基本光学定律.
7. 掌握用折射球面物像公式推导反射球面物像公式的基本方法.
8. 掌握符号约定下像的横向放大率的概念，掌握多次横向放大率的计算方法.
9. (重难点) 熟练掌握用逐次成像法确定厚透镜物像具体位置的方法.
10. (重点) 熟练掌握薄透镜成像的计算公式，熟练掌握 Gauss 物像公式.
11. 掌握薄透镜作图方法，能通过作图确定像的基本位置.
12. (重点) 熟练掌握用逐次成像法确定透镜组物像具体位置的方法，并能通过逐次成像法准确判断像的虚实性.
13. 了解生活中常见的简单光学仪器.

专题 1.1　光的反射　全反射

- 反射定律
- 全反射的条件和临界角的计算
- 多次反射的一般计算方法
- $*$ 锥形管内多次反射的等效处理方法

例 1.1　如图 1.1 所示，一光线射入镜面间并反射 n 次，最后沿入射时的光路返回，求：初始入射角 θ_i 与 α 之间的关系.

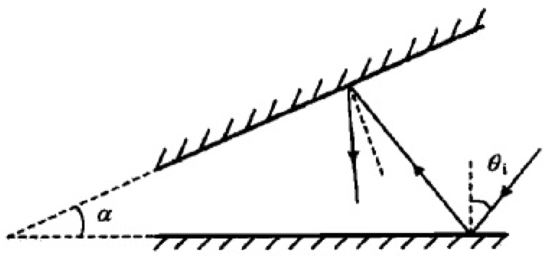


图 1.1　光线在两镜面之间反射

例 1.2 * 如图 1.2 所示为一两端开口的圆锥形管，孔径为 R_1 和 R_2，锥的顶角为 2δ，光在其内壁可以发生连续反射. 现一光线从大口的一端射入，与轴线间的夹角为 θ. 求：

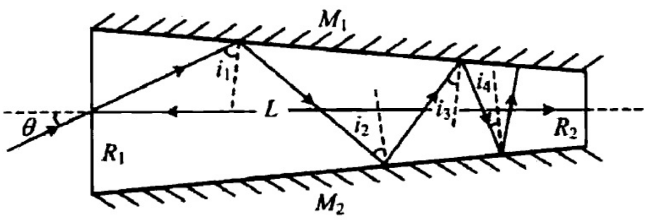


图 1.2　锥形管的剖面

(1) 光线在管内壁经过 m 次反射后，入射角变为多少？
(2) 能够从小口出射的光线其 θ 角的范围是多少？
(3) 光线在管内共经历了多少次反射？
提　示　可使用等效处理的方法求解.

例 1.3　光从塑料棒的一端射入，若要保证摄入的光总是在棒内全反射传播，塑料的折射率至少是多大？

专题 1.2 光的折射

- 折射定律
- 折射率的计算
- 多次折射的一般计算方法
- * 变折射率媒介中光线弯曲的问题

例 1.4 一玻璃毛细管，外径远大于内径. 内径看起来为 2.66mm，求管的实际内径. 设玻璃的折射率为 1.55.

提 示 可使用折射定律或 Gauss 成像公式求解.

例 1.5 在圆形木塞中心垂直插入一大头针，然后将其倒置在水面上，调节大头针露出的长度，使观察者从水面上无论从何种角度都恰好看不到水下的大头针，如果测得大头针露出的长度为 h，木塞直径为 d，求水的折射率.

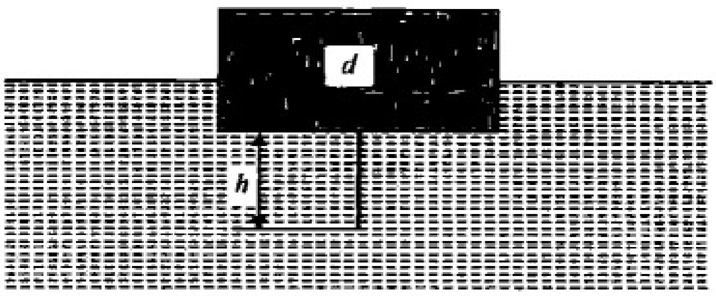


图 1.3 水面上插有大头针的木塞

例 1.6 * 如果一条光线再介质中传播的路径是抛物线，试讨论介质折射率分布的特征及光线的入射方式. 如果是圆弧，结论又是什么？

专题 1.3 光学成像

- 单球面成像
- 薄透镜成像
- 物和像的相对关系
- 光学成像的符号约定
- 光学元件的成像公式

例 1.7 结合 PPT 自行推导和整理各种情况下的光学成像符号规律.

例 1.8 一发光物点位于一透明球的后表面，从球的前表面出射的近轴光线恰好为平行光，求此透明材料的折射率？

例 1.9 一凸球面镜浸没在折射率为 1.33 的水中，高为 1cm 的物体在凸面镜前 40cm 处，像在镜后 8cm 处. 求像的大小、正倒、虚实以及凸面镜的曲率半径和光焦度.

例 1.10 沿直线移动的点光源经 $f = 30\text{cm}$ 的凸透镜成像，该点光源以与光轴成 $60°$ 角穿过光轴，像以 $30°$ 角穿过光轴，求这一瞬间光源到透镜的距离.

例 1.11 * 用 Fermat 原理证明：空气中的薄透镜，若中间厚、边缘薄，一定是正透镜；反之，若中间薄、边缘厚，一定是负透镜.

专题 1.4 光具组成像 光学作图

- 逐次成像法
- 光具组移动问题
- 光学作图

例 1.12（教材 P374-习题 2.34） 如图所示为一个等腰直角三棱镜（$n = 1.5$）和两个薄透镜所组成的光学系统. 求图中物体最后成像的位置和像的大小. 设物体长为 1cm.

提 示 本题中三棱镜可以等效成什么，为什么可以做这样的等效?

例 1.13（教材 P375-习题 2.41） 两薄透镜共轴，一个为会聚透镜，焦距为 $f_1 = 10\text{cm}$；另一个为发散透镜，$f_2 = -15\text{cm}$，两者相距 5cm. 若将一物体放在会聚透镜左侧 10cm 处，试求透镜组的焦点、主点的位置，以及像的位置、大小、虚实和正倒.

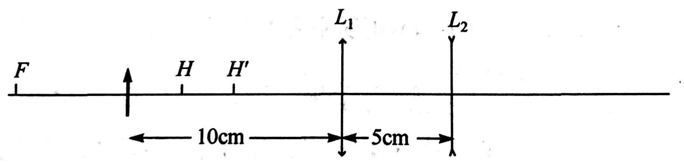


图 1.4

注 这道题纯属给大家练手，重点落在像的位置、大小、虚实、正倒. 透镜组的逐次成像法是计算题必考的考点，一定不要算错数，不要按错计算器，不要弄错正负号，一定要把这个问题弄熟练，同时注意过程的书写一定要规范，按照原始公式 + 带入数据 + 得出结果三步进行，这样即使算错数也有方程的分数不至于全部扣掉.

例 1.14 用作图法求出图中的像.

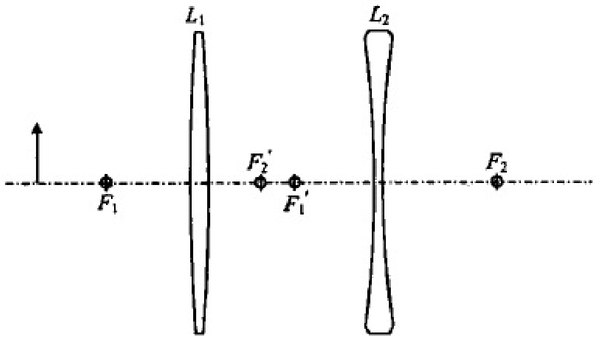
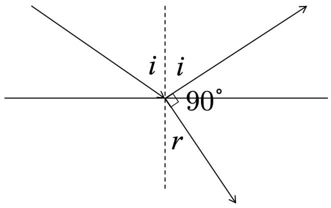


图 1.5

作业习题与解答

作业 1.1（教材 P369-2.1）　光线以入射角 i 射到折射率为 n 的物体上，设反射光与折射光线成直角，问入射角与折射角这间的关系如何？



作业 1.1 图

解　已知折射定律

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

由几何关系可得

$$90° - i + 90° - r = 180° - i - r = 90°$$

$$i + r = 90°$$

代入折射定律，得

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\sin(90° - i)} = \frac{\sin i}{\cos i} = \tan i$$

答案　$\tan i = n$　□

作业 1.2（教材 P369-2.2）　把一片两侧表面互相平行的玻璃板放在装满水的玻璃杯上，从空气射入玻璃的光线能否在另一侧面发生全反射？从水射入玻璃的光线能否在另一侧面发生全反射？已知玻璃的折射率为 1.50，水的折射率为 1.33.

解　已知在折射中有

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

规定 a—air，g—glass，w—water.

首先计算光线由玻璃和水的临界角

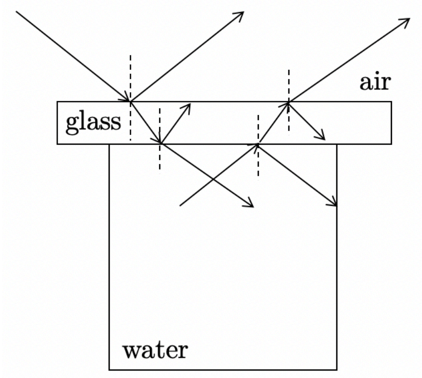
$$i_{C,g} = \arcsin \frac{1}{1.50} = 41.81°$$

$$i_{C,w} = \arcsin \frac{1}{1.33} = 48.75°$$

当光线 由光密介质射入光疏介质，同时入射角大于等于临界角时能发生全反射.

（1）从空气射入玻璃

$$n_a \sin i_a = n_g \sin i_g$$



作业 1.2 图

$$\sin i_{a,max} = 1, \quad 即 \quad i_{a,max} = 90^\circ$$

又因为 $n_a = 1$，则有

$$\sin i_{g,max} = \frac{1}{n_g} = \frac{1}{1.50} = 0.6667$$

$$i_{g,max} = \arcsin 0.6667 = 41.81^\circ$$

$$n_g \sin i_g = n_w \sin i_w$$

假设能发生全反射，$i_w = 90^\circ$，此时

$$\sin i_g = \frac{n_w}{n_g} \sin i_w = \frac{1.33}{1.50} = 0.8889$$

$$i_g = \arcsin 0.8889 = 62.73^\circ > i_{g,max}$$

即从玻璃射入水的入射角要大于等于 62.73° 才可以发生全反射，而从水射入玻璃的光线角度最大只能达到 41.81°，因此不能发生全反射.

（2）从水射入玻璃

$$n_w \sin i_w = n_g \sin i_g$$

$$\sin i_{w,max} = 1, \quad 即 \quad i_{w,max} = 90^\circ$$

$$\sin i_{g,max} = \frac{n_w}{n_g} = \frac{1.33}{1.50} = 0.8889$$

$$i_{g,max} = 62.73^\circ$$

因为玻璃的临界角为 41.81°，$i_{g,max} > i_{C,g}$，故可以发生全反射.

答案　由空气射入不能发生全反射，由水射入可以发生全反射. □

作业 1.3（教材 P369-2.3）　红光和紫光对同种玻璃的折射率分别是 1.51 和 1.53. 当这些光线射到玻璃和空气的分界面上时，全反射的最小角度是多少？当白光以 41° 的角射入到玻璃和空气的界面上时，将会有什么现象发生？

解　由临界角计算公式

$$\frac{1}{n} = \sin i_C$$

$$i_C^{Red} = \arcsin \frac{1}{1.51} = 41.47^\circ$$

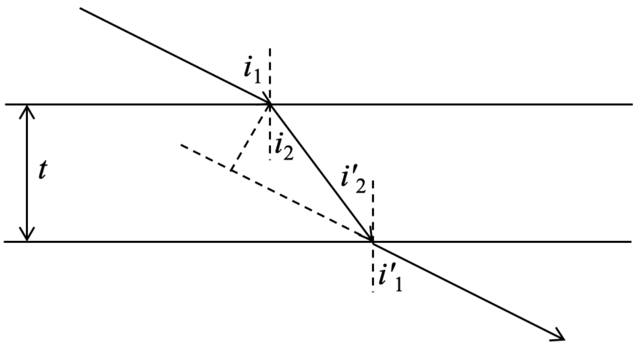
$$i_C^{Violent} = \arcsin \frac{1}{1.51} = 40.81°$$

当入射角为 $i = 41°$ 时，由于 $i_C^{Violent} < i < i_C^{Red}$，因此玻璃的另一侧能看到一束彩色的光，这束光由可见光刨除临界角小于等于 41° 部分的光构成，粗略来看这一束光由可见光抛出紫光剩余部分的复色光组成.

答案　$i_C^{Red} = 41.47°$，$i_C^{Violent} = 40.81°$，将看到一束彩色光从玻璃的另一侧射出.　□

作业 1.4 (教材 P370-2.5)　证明：当一条光线通过平板玻璃时，出射光线方向不变，只产生侧向平移. 当入射角 i_1 很小时，位移 $\Delta x = \dfrac{n-1}{n} i_1 t$. 其中，$n$ 为玻璃的折射率，t 为玻璃板的厚度.

证明　如图所示，作出射光线的反向延长线.



作业 1.4 图

由折射定律

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

$$n_2 \sin i'_2 = n_1 \sin i'_1$$

由于两直线平行，内错角相等，即 $i_2 = i'_2$，故 $i_1 = i'_1$，因此出射光线与入射光线平行，只发生侧向平移.

由几何关系，光线在玻璃内通过的光程为 $d = \dfrac{t}{\cos i_2}$，再从第一个折射点向出射光线反向延长线作垂线，则侧向位移为

$$\Delta x = d \sin(i_1 - i_2) = \frac{t \sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2} = t \frac{\sin i_1 \cos i_2 - \cos i_1 \sin i_2}{\cos i_2} = t(\sin i_1 - \cos i_1 \tan i_2)$$

因为 i_1 很小，所以 i_2 也很小，故存在近似 $\sin x \approx \tan x \approx x$，$\cos x \approx 1$，故有

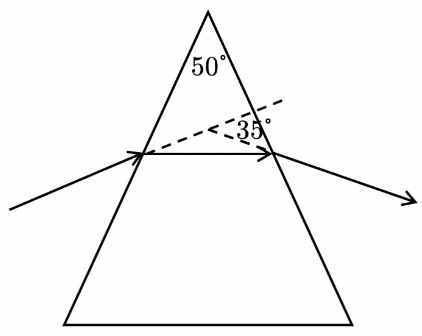
$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} \approx \frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin i_2 = \frac{\sin i_1}{n}$$

$$\Delta x = t(i_1 - \frac{i_1}{n}) = \frac{n-1}{n} i_1 t$$

得证.　□

作业 1.5 (教材 P370-2.7)　顶角为 50° 的棱镜的 $\delta_m = 35°$，如果浸入水中，最小偏向角等于多少？水的折射率为 1.33.



作业 1.5 图

解 先计算棱镜的折射率

$$n_g = \frac{\sin\dfrac{\alpha+\delta_m}{2}}{\sin\dfrac{\alpha}{2}} = 1.5986$$

则将棱镜浸入水中后的相对折射率为

$$n = \frac{n_g}{n_w} = \frac{1.5986}{1.33} = 1.2019$$

$$n = \frac{\sin\dfrac{\alpha+\delta'_m}{2}}{\sin\dfrac{\alpha}{2}}$$

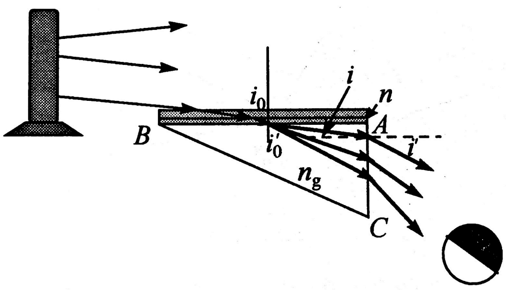
$$\sin\frac{\alpha+\delta'_m}{2} = n\sin\frac{\alpha}{2} = 0.5080$$

$$\frac{\alpha+\delta'_m}{2} = \arcsin 0.5080 = 30.53^\circ$$

$$\delta_m = 11.06^\circ$$

答案 11.06°（11.1°） □

作业 1.6（教材 P370-2.10） 极限法测液体折射率的装置如下图所示，ABC 是直角棱镜，其折射率 n_g 已知，将待测液体涂一薄层于其上表面 AB，再覆盖一块毛玻璃．用扩展光源在掠入射的方向上照明．从棱镜的 AC 面出射的光线的折射角将有一个下限 i'．如用望远镜观察，则在视场中出现有明显分界线的半明半暗区．证明待测液体的折射率可以有下式算出：$n=\sqrt{n_g^2-\sin^2 i'}$．用这种方法测量液体的折射率，测量范围受什么限制？



作业 1.6 图

证明　由于是掠入射，可将入射角视为 90°，由折射定律

$$n \sin i_0 = n_g \sin i_0'$$

$$\sin i' = n_g \cos i_0'$$

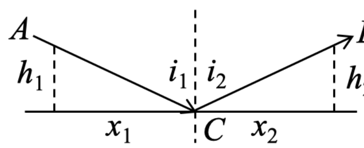
$$\sin^2 i' = n_g^2 \cos^2 i_0' = n_g^2(1 - \sin^2 i_0') = n_g^2 - n_g^2 \sin^2 i_0' = n_g^2 - n^2 \sin^2 i_0$$

明暗交界处有 $i_0 = 90°$，故有

$$n = \sqrt{n_g^2 - \sin^2 i'}$$

可见，要求液体的折射率 $n < n_g$. □

作业 1.7 (补充习题)　用 Fermat 定理证明反射定律.



作业 1.7 图

证明　如图所示，从 A 点经过 C 点最后到 B 点的光程为

$$(ACB) = nAC + nBC = n\sqrt{h_1^2 + x_1^2} + n\sqrt{h_2^2 + x_2^2}$$

由 Fermat 原理要求光程最短，则

$$\frac{d}{dx}(ACB) = \frac{nx_1}{\sqrt{h_1^2 + x_1^2}} + \frac{nx_2}{\sqrt{h_2^2 + x_2^2}} = n \sin i_1 - n \sin i_2 = 0$$

$$\sin i_1 = \sin i_2$$

$$i_1 = i_2$$

反射定律得证. □

作业 1.8 (教材 P371-2.15)　一玻璃杯，底部为凸球面，球面下嵌一画，空杯看去，与普通酒杯无异；注入酒后，则底部呈现美丽画面，请解释.

答案　未加入酒时，底部为一凸透镜，画在一倍焦距和二倍焦距之间，在很远处形成正立放大的实像，故看不到画. 加入酒后，相当于在底部加上一个凹透镜，形成一个虚像，同时这个虚像的位置发生改变，成像在距离较近处，所以人能看到画面.

解释　这道题有如下要点，首先是形成凸透镜和凹透镜分别成实像和虚像，但是注意，成实像或者虚像不是观察者能不能看到的关键，关键取决于像的位置在不在观察者视野范围内，所以除了成像的虚实还要说明未加酒时像的位置观察者看不到，而加了酒观察者能看到，这样这道题的回答才能落脚到看到与看不到上，否则会答非所问. □

作业 1.9 (教材 P371-2.16)　一球面反射镜将平行光汇聚在 $x_0 = 20\text{cm}$ 处；将水（折射率约为 4/3）注满球面，光通过一张白纸片上的针孔射向反射镜，距离 x 为多少时在纸片上成清晰的像？

解 （方法一）由题意，无水时 $f = x_0 = 20\text{cm}$，$r = 2f = 40cm$. 注水后，有

$$f' = \frac{f}{n} = 15cm$$

由题意，为了能成清晰的像，物距应等于像距离，故

$$x = 2f' = 30cm$$

（方法二）给出一个可行的思路. 将整个物理过程分为三部分:

STEP 1 通过水第一次成像；

STEP 2 经过反射镜第二次成像；

STEP 3 通过水第三次成像.

列出三次成像的物像方程，根据物距等于像距联立求出 x. □

答案 $x = 30\text{cm}$

作业 1.10 (教材 P372-2.25) 一凸面镜浸没在折射率为 1.33 的水中，高为 1cm 的物体在凸面镜 40cm 处，像在镜后 8cm. 求像的大小、正倒、虚实以及凸面镜的曲率半径和光焦度.

解 成正立的虚像，由放大率的定义

$$r = -\frac{s'}{s} = -\frac{-8cm}{40cm} = \frac{1}{5}$$

则像的大小为 $1 \times \dfrac{1}{5} = 0.2\text{cm}$.

由物像关系

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = -\frac{2}{r}$$
$$\frac{1}{40} - \frac{1}{8} = -\frac{2}{r}$$

解得 $r = 20cm$.

由光焦度公式得

$$\Phi = \frac{-2n}{r} = -\frac{-2 \times 1.33}{0.2} = -13.3/m$$

则光焦度为-13.3/m. □

答案 虚像，0.2cm，正立，光焦度 $-13.3/\text{m}$.

作业 1.11 (教材 P372-2.26) 实物放在凹面镜前什么位置能成倒立放大的像？为什么？是实像还是虚像？

解 当实物放在凹面镜的左侧时，$\beta = -\dfrac{s'}{s}$，要成倒立放大的像，要求 $|\beta| > 1$，又由物像关系

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{r}$$

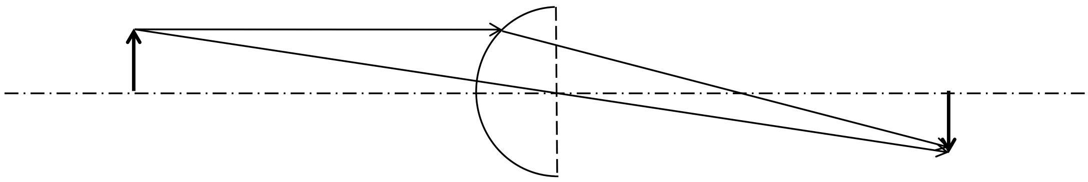
因此，$-r < s < \dfrac{-r}{2}$，同理当实物放在凹面镜的右侧时（即放在凹面镜前物距 s 也是可以 <0 的)，$\dfrac{r}{2} < s < r$. 综上所述，$\dfrac{|r|}{2} < s < |r|$.

解释 这道题也可以直接带绝对值计算，结果是一样的，但是要注意计算的准确度. □

答案 $\dfrac{|r|}{2} < s < |r|$.

作业 1.12（教材 P372-2.28）　直径 $\Phi = 4\text{cm}$ 的长玻璃棒的一段磨成曲率半径为 $R = 2\text{cm}$ 的半球形，长为 0.1cm 的物垂直于棒的轴线，距球面顶点 8cm 处．求像的位置、大小并作图．

解　由物像关系，得



作业 1.12 图

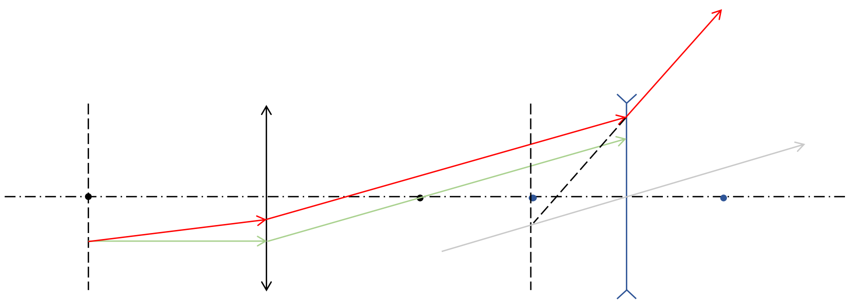
$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n'-n}{R}$$
$$\frac{1}{8} + \frac{1.5}{s'} = \frac{1.5-1}{2}$$

解得 $s' = 12\text{cm}$，因此横向放大率 $\beta = -\dfrac{ns'}{n's} = -1$，所以成倒立、等大的实像，像的大小为 $y' = -1\text{cm}$. □

答案　$s' = 12\text{cm}$，$y' = -1\text{cm}$.

作业 1.13（教材 P373-2.30）　用作图法求共轭光线．

解　红色为光路图，其他颜色为必要的辅助光线．



作业 1.13 图

□

作业 1.14（教材 P373-2.32）　透过焦距为 9cm 的会聚透镜，观察在平静水面下 1.2m 处的一条小鱼，若透镜位于水面上方 0.6m，看到的小鱼位于何处？（假设鱼在透镜光轴上，$n_{air} = 1$，$n_{water} = 4/3$）

解　由物像关系

$$\frac{n_{water}}{s_1} + \frac{n_{air}}{s_1'} = 0$$
$$\frac{4/3}{1.2} + \frac{1}{s_1'} = 0$$

解得 $s_1'=-0.9\text{m}$，因此凸透镜成像的物距 $s_2=0.6+0.9=1.5\text{m}$.

$$\frac{1}{s_2}+\frac{1}{s_2'}=\frac{1}{f}$$

解得 $s_2'=1.8\text{m}$，小鱼仍在原处. □

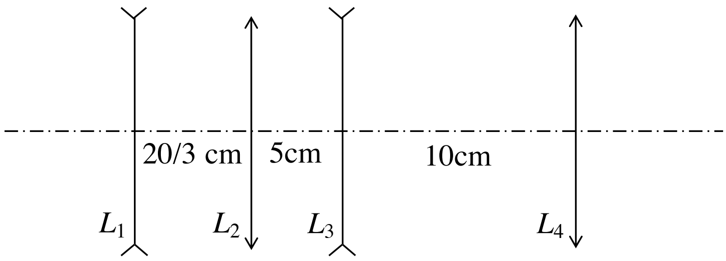
答案 $s_2'=1.8\text{m}$，小鱼仍在原处.

作业 1.15 (教材 P374-2.36) 如图所示的透镜组，物处于最左端透镜的左方 10cm 处，是用逐次成像法求最后的成像位置. 已知四个薄透镜均处于空气中，像方焦距分别为 $f_1'=f_3'=-5\text{cm}$，$f_2'=f_4'=5\text{cm}$.

解 连续使用物像关系，即

$$\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{f_1'}\qquad \frac{1}{s_2}+\frac{1}{s_2'}=\frac{1}{f_2'}$$
$$\frac{1}{s_3}+\frac{1}{s_3'}=\frac{1}{f_3'}\qquad \frac{1}{s_4}+\frac{1}{s_4'}=\frac{1}{f_4'}$$

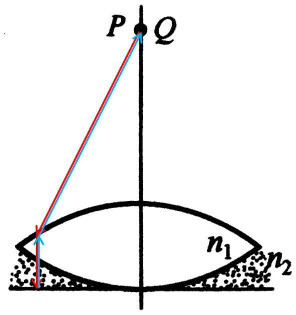
其中，$s_1=10\text{cm}$，解得 $s_1'=-\dfrac{10}{3}\text{cm}$，因此 $s_2=6\dfrac{2}{3}+\dfrac{10}{3}=10\text{cm}$，解得 $s_2'=10\text{cm}$，因此 $s_3=5-10=-5\text{cm}$，解得 $s_3'=\infty$，因此最后一次成像的像点应在 L_4 得像方焦点上，即 L_4 右侧 5cm 处. □



作业 1.15 图

答案 最后成像的位置在 L_4 右侧 5cm 处，即 L_4 的像方焦点上.

作业 1.16 (教材 P374-2.38) 如图所示，把曲率半径为 r 的对称薄双凸透镜放在水平镜面上，透镜上方为空气，透镜和平面镜之间加入折射率为 n_2 的液体，透镜的折射率为 n_1. 设透镜上方距离 l 处物像重合，试求 n_1n_2 和 r 之间的关系.



作业 1.16 图

解　如图所示要想物像重合，光路应满足红线和蓝线.

$$f = \frac{1}{\Phi}$$

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{n_1 - 1}{r} + \frac{n_2 - n_1}{-r}$$

$$f = l = \frac{r}{2n_1 - n_2 - 1}$$

当然本题也可以用逐次成像的方法分步计算，但是计算量会增大. □

答案　$f = l = \dfrac{r}{2n_1 - n_2 - 1}$

第二章　波动光学基础

本章基本要求

1. 掌握光波的基本物理量，如频率、波长、波数等.
2. 了解定态光波的基本性质和描述方法.
3. 了解定态光波的复振幅叠加法，熟练掌握振幅和相位的叠加公式.
4. (重点) 熟练掌握光的相干条件.
5. 了解非定态光波的相关性质.
6. 掌握波包和群速度的概念.
7. (重难点) 熟练掌握光的横波性和光的偏振现象.
8. (重难点) 熟练掌握光的五种偏振态的各种性质和判别方法.
9. (重难点) 熟练掌握起偏和检偏.
10. (重难点) 熟练掌握 Malus 定律，能用 Malus 定律准确计算偏振光强.

专题 2.1　光波　光波的叠加

- 光的时间周期性和空间周期性
- 光的波动性概念及其关系
- 远场条件、近轴条件和傍轴条件
- 波的相位与光程
- 定态光波叠加的振幅和相位
- 光的相干条件
- 波包与群速度

例 2.1　一列波长为 λ_0 的单色波在折射率为 n 的介质中由 A 点传播到 B 点，其相位改变了 2π，则光程改变了多少？从 A 到 B 的距离是多少？

提　示　考虑相位差和光程差、路程之间的关系.

例 2.2　频率为 $6\times10^{14}\text{Hz}$，相速度为 $3\times10^{8}\text{m/s}$ 的光波，在传播方向相位差为 60° 的任意两点之间的最短距离是多少？

例 2.3　用振幅矢量法证明

$$3\cos(kz-\omega t)+4\sin(kz-\omega t)=5\cos(kz-\omega t+\varphi)$$

并确定 φ 的值.

例 2.4　求两列波

$$E_1=A\cos(kz-\omega t)$$
$$E_2=-A\cos(kz+\omega t)$$

叠加后的振动.

提　示　用三角函数的和差化积公式, 但相信大家应该几乎都忘了和差化积是什么, 所以就自已用 $\sin(a\pm b)$ 和 $\cos(a\pm b)$ 推导一下，考试真的用到了也是现场推就可以.

例 2.5　对于光波，证明

$$\frac{1}{\nu_g}=\frac{n}{c}+\frac{\omega}{c}\cdot\frac{dn}{d\omega}$$

其中，n 为介质的折射率，ν_g 为群速度.

专题 2.2　光的横波性　偏振

- 横波和纵波
- 光的偏振
- 五种偏振态及其性质、对比和判定
- 起偏与检偏
- Malus 定律

例 2.6　一束自然光连续通过两个理想偏振片，设最大投射光强为 I_0，若使出射光强分别为 $0.8I_0$，$0.6I_0$，$0.4I_0$，$0.2I_0$，0，则两偏振片透振方向之间的夹角 θ 应分别是多少？

例 2.7　一束平面偏振光和自然光混合，使其通过一理想偏振片．发现在偏振片旋转的过程中出射光强可以变化 5 倍．求：
(1) 混合光中两种成分的百分比 (和作业是一样的)；
(2) 如果偏振片从出射光强极大的位置转过 60°，则出射光强将减小多少？

例 2.8　自然光投射到互相重叠的两个偏振片上，如果透射光的强度为：(1) 透射光束最大强度的 1/3；(2) 入射光束强度的 1/3，则这两个偏振片的透振方向之间夹角是多大？假定偏振片是理想的，它把自然光的强度严格减少一半．

例 2.9　利用中学的程序框图知识，绘制一张检验未知光源具体是哪一种偏振光的检测流程．

作业习题与解答

作业 2.1（教材 P365-1.3） 一平面波的波函数为 $E(P,t)=A\cos[5t-(2x-3y+4z)]$，式中 x,y,z 的单位为 m，t 的单位为 s. 试求：

（1）时间频率；

（2）波长；

（3）波矢的大小和方向；

（4）在 $z=0$ 和 $z=1$ 波前上的相位分布.

解 与平面波波函数的形式比较

$$E(x,y,z,t)=A\cos(\omega t-(k_x x+k_y y+k_z z)+\varphi_0)$$

（1）$\nu=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{5}{2\pi}=0.796\text{Hz}$

（2）$\lambda=\dfrac{2\pi}{k}=\dfrac{2\pi}{\sqrt{k_x^2+k_y^2+k_z^2}}=\dfrac{2\pi}{\sqrt{2^2+(-3)^2+4^2}}=1.17\text{cm}$

（3）大小：$k=\dfrac{2\pi}{\lambda}=5.39\text{cm}^{-1}$

若用向量表示，则该波矢的单位向量为

$$\hat{\boldsymbol{k}}=\frac{\boldsymbol{k}}{|\boldsymbol{k}|}=\frac{1}{\sqrt{2^2+(-3)^2+4^2}}(2\boldsymbol{e}_x-3\boldsymbol{e}_y+4\boldsymbol{e}_z)=\frac{1}{\sqrt{29}}(2\boldsymbol{e}_x-3\boldsymbol{e}_y+4\boldsymbol{e}_z)$$

$\hat{\boldsymbol{k}}$ 可以表示波矢的方向.

（4）$\varphi|_{z=0}=(2x-3y+4z)|_{z=0}=2x-3y$，$\varphi|_{z=1}=(2x-3y+4z)|_{z=1}=2x-3y+4$

答案 （1）0.796Hz；（2）1.17cm；（3）5.39cm^{-1}，$\dfrac{1}{\sqrt{29}}(2\boldsymbol{e}_x-3\boldsymbol{e}_y+4\boldsymbol{e}_z)$；（4）$2x-3y$，$2x-3y+4$. □

作业 2.2（教材 P366-1.5） 一平面简谐波沿 x 方向传播，波长为 $lambda$，设 $x=0$ 的点的相位 $\varphi_0=0$. 写出沿 x 轴、y 轴、$\boldsymbol{r}$ 方向的相位分布.

解 平面波相位表达式

$$\varphi(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}$$

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$$

沿 x 轴，$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_x$

$$\varphi(x)=k\boldsymbol{e}_x\cdot(x\boldsymbol{e}_x)=kx$$

沿 y 轴，$\boldsymbol{r}=y\boldsymbol{e}_y$

$$\varphi(y)=k\boldsymbol{e}_x\cdot(y\boldsymbol{e}_y)=0$$

沿 $\boldsymbol{r}$ 方向，$\boldsymbol{r} = r(\cos\theta\boldsymbol{e}_x + \sin\theta\boldsymbol{e}_y + 0\boldsymbol{e}_z)$

$$\varphi(r) = k\boldsymbol{e}_x \cdot r(\cos\theta\boldsymbol{e}_x + \sin\theta\boldsymbol{e}_y + 0\boldsymbol{e}_z) = kr\cos\theta$$

答案 $\varphi(x) = kx$，$\varphi(y) = 0$，$\varphi(r) = kr\cos\theta$. □

作业 2.3 (教材 P366-1.6) 一平面简谐波沿 $\boldsymbol{r}$ 方向传播，波长为 λ，设 $r = 0$ 的点的相位 φ_0. 写出沿 $\boldsymbol{r}$ 方向、x 轴、y 轴的相位分布.

解 由于是平面波

$$\boldsymbol{r} = r(\cos\theta\boldsymbol{e}_x + \sin\theta\boldsymbol{e}_y)$$

$$\boldsymbol{k} = k(\cos\theta\boldsymbol{e}_x + \sin\theta\boldsymbol{e}_y)$$

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} + \varphi_0$$

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y + z\boldsymbol{e}_z$$

沿 $\boldsymbol{r}$ 方向，$\boldsymbol{r} = r(\cos\theta\boldsymbol{e}_x + \sin\theta\boldsymbol{e}_y + 0\boldsymbol{e}_z)$

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} + \varphi_0 = k\boldsymbol{e}_x \cdot r(\cos\theta\boldsymbol{e}_x + \sin\theta\boldsymbol{e}_y + 0\boldsymbol{e}_z)$$

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = kr(\cos^2\theta + \sin^2\theta) + \varphi_0 = kr + \varphi_0$$

或者

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = k(x\cos\theta + y\sin\theta) + \varphi_0$$

沿 x 轴，$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x$

$$\varphi(x) = kx\cos\theta + \varphi_0$$

沿 y 轴，$\boldsymbol{r} = y\boldsymbol{e}_y$

$$\varphi(y) = ky\sin\theta + \varphi_0$$

答案 $\varphi(\boldsymbol{r}) = k(x\cos\theta + y\sin\theta) + \varphi_0$，$\varphi(x) = kx\cos\theta + \varphi_0$，$\varphi(y) = ky\sin\theta + \varphi_0$. □

作业 2.4 (教材 P366-1.17) 在玻璃中 z 方向上传播的单色平面波的波函数为

$$E(z,t) = 10^2\exp\left\{-i\left[\pi \times 10^{15}\left(t - \frac{z}{0.65c}\right)\right]\right\}$$

式中，c 为真空中的光速，时间以 s 为单位，电场强度以 V/m 为单位，距离以 m 为单位. 试求：

(1) 光波的振幅的时间频率；

(2) 玻璃的折射率；

(3) z 方向的空间频率；

(4) 在 xz 平面内与 x 轴成 $45°$ 角方向上的空间频率.

解 波的复数表达形式

$$\widetilde{U}(P,t) = A\exp\left[i\omega\left(\frac{z}{\nu} - t\right)\right]$$

(1) $A = 10^2\mathrm{V/m}$，频率

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 5 \times 10^{14}Hz$$

（2）折射率

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{0.65c} = 1.54$$

（3）平面波沿 z 方向传播，所以 z 方向的空间周期即为波长 λ，z 的空间频率

$$f_z = \frac{1}{\lambda} = \frac{k}{2\pi} = \frac{\omega/\nu}{2\pi} = 2.564 \times 10^6 m^{-1}$$

（4）空间周期为 $\lambda/\sin\theta$，空间频率

$$f_{\pi/4} = \frac{1}{\lambda/\sin\theta} = f_z \sin\theta = f_z \sin\frac{\pi}{4} = 1.813 \times 10^6 m^{-1}$$

答案　（1）$A = 10^2\mathrm{V/m}$，$\nu = 5\times10^{14}Hz$；（2）$n = 1.54$；（3）$f_z = 2.564\times10^6 m^{-1}$；（4）$f_{\pi/4} = 1.813\times10^6 m^{-1}$. □

作业 2.5（教材 P368-1.18）　（1）从太阳上的一点发出的球面光波到达地球，估算在地面上一个多大的范围内，可以作为平面波处理．已知太阳距地球 1.8×10^8km，对于其所发出的可见光为中心波长 550nm 的光波．

（2）月亮上一点发出的球面波到地球上，估算在地面上一个多大的范围内，可以作为平面波处理．已知月亮距地球 3.8×10^5km，对于其所发出的可见光为中心波长 550nm 的光波．

解　根据教材 26 页的叙述，取 100 倍进行计算.

$$|z|\lambda = 100\rho_{\max}^2$$

$$\rho_{\max} = \frac{1}{10} \times \sqrt{1.8\times10^{11}\times550\times10^{-9}} = \frac{1}{10}\times314.64 = 31.464m$$

$$\rho'_{\max} = \frac{1}{10} \times \sqrt{3.8\times10^{8}\times550\times10^{-9}} = \frac{1}{10}\times14.46 = 1.446m$$

答案　31.464m，1.446m. □

作业 2.6（教材 P377-3.2）　设两列单色光波在空间某一点的振动分别为 $E_1 = 4\cos(2\pi\times10^{15}t)$ 和 $E_2 = 6\cos(2\pi\times10^{15}t+\pi/6)$，求该点的合振动.

解　观察到两个振动的频率相同，相位不同，故合振动的振幅

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1) = 4^2+6^2+2\times4\times6\times\cos(\pi/6) = 93.57$$

解得 $A = 9.67$，合振动的相位

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = 0.326$$

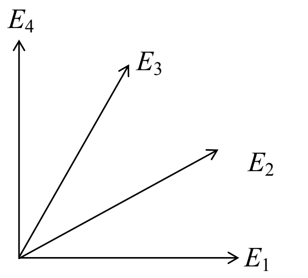
解得 $\varphi = 18.07^\circ \approx 0.1\pi$，故该点的合振动为 $E = 9.67\cos(2\pi\times10^{15}t + 0.1\pi)$.

本题也可以直接将两个方程相加，利用两角和差的三角函数公式计算，但容易出错，建议使用上面的方法分别计算振幅和相位.

答案　$E = 9.67\cos(2\pi\times10^{15}t+0.1\pi)$ □

作业 2.7（教材 P377-3.3）　四列同方向振动的单色波在 P 点的振动分别为 $E_1 = 5\cos(2\pi\times10^{14}t)$，$E_2 = 5\cos(2\pi\times10^{14}t+\pi/6)$，$E_3 = 5\cos(2\pi\times10^{14}t+\pi/3)$，$E_4 = 5\cos(2\pi\times10^{14}t+\pi/2)$，计算该点的合振动振幅及初相位.

解 观察到四个振动的频率相同，只是相位不同，使用作图法



作业 2.7 图

四个振动均间隔 30°，E_1 和 E_4、E_2 和 E_3 均关于 45° 方向对称，故合振动相位为 $\pi/4$，E_1 和 E_4 合成

$$A_1 = \sqrt{2}A_0 = 5\sqrt{2}$$

E_2 和 E_3 合成

$$A_2 = 2\cos 15^\circ \times A_0 = 10\cos 15^\circ$$

故总的合振幅为 $A = A_1 + A_2 = 16.73$.

本题也可以直接将四个方程相加，利用两角和差的三角函数公式计算，但容易出错，同时没有上述方法直接和简便，注意 E_2 和 E_3 合成时的夹角为 30°，不要直接乘 $\sqrt{3}$.

答案 $A = 16.73$，$\varphi = \pi/4$. □

作业 2.8 (教材 P378-3.9) 真空中沿 z 方向传播的两列单色波 $E_1 = A\cos 2\pi(\nu t - z/\lambda)$，$E_2 = A\cos 2\pi[(\nu+\Delta\nu)t - z/(\lambda-\Delta\lambda)]$，其中 $\Delta\mu = 3\times 10^8\text{Hz}$. 试求这两列波叠加所形成的波的振幅、强度变化的空间周期.

解 由叠加原理

$$E = E_1 + E_2 = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{z}{\lambda}) + A\cos 2\pi\left[(\nu+\Delta\nu)t - \frac{z}{\lambda-\Delta\lambda}\right]$$

由和差化积公式

$$E = 2A\cos 2\pi\left[\frac{\nu}{2}t + \frac{\Delta\lambda}{2\lambda(\lambda-\Delta\lambda)}z\right]\cos 2\pi\left[\frac{2\nu+\Delta\nu}{2}t - \frac{2\lambda-\Delta\lambda}{2\lambda(\lambda-\Delta\lambda)}z\right]$$

振幅的空间变化周期

$$\lambda' = \frac{2\lambda(\lambda-\Delta\lambda)}{\Delta\lambda}$$

真空中 $\lambda\mu = c$，其中 c 为光速，故 $\lambda = c/\nu$.

$$\Delta\lambda = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu+\Delta\nu}$$

$$\lambda - \Delta\lambda = \frac{c}{\nu+\Delta\nu}$$

$$\lambda' = \frac{\dfrac{2c}{\nu}\dfrac{c}{\nu+\Delta\nu}}{\dfrac{c}{\nu} - \dfrac{c}{\nu+\Delta\nu}} = \frac{\dfrac{2c}{\nu}\dfrac{c}{\nu+\Delta\nu}}{\dfrac{c\Delta\nu}{\nu(\nu+\Delta\nu)}} = \frac{2c}{\Delta\nu} = 2m$$

这是将振幅视为有正有负的结果，即认为 A 处为振幅，$-A$ 处不是，但事实上振幅指的是振动的最大幅度，为一绝对值，因此振幅的变化周期更严格地说应该为 1m.

将 $2A\cos 2\pi\left[\frac{\nu}{2}t+\frac{\Delta\lambda}{2\lambda(\lambda-\Delta\lambda)}z\right]$ 视为合成后的约化振幅，由于光强 $I\propto A^2$

$$A^2=4A^2\cos^2 2\pi\left[\frac{\nu}{2}t+\frac{\Delta\lambda}{2\lambda(\lambda-\Delta\lambda)}z\right]=2A^2\left(1+\cos 4\pi\left[\frac{\nu}{2}t+\frac{\Delta\lambda}{2\lambda(\lambda-\Delta\lambda)}z\right]\right)$$

$$k''=\frac{4\pi\Delta\lambda}{2\lambda(\lambda-\Delta\lambda)}$$

$$\lambda''=\frac{2\pi}{k''}=\frac{2\lambda(\lambda-\Delta\lambda)}{2\Delta\lambda}=\frac{\lambda'}{2}=1m$$

因此光强的变化周期为 1m.

答案 振幅和光强的变化周期均为 1m. □

第三章　光的干涉

本章基本要求

1. 掌握光发生干涉的条件，了解相干光源和非相干光源的概念.
2. 掌握两个点光源干涉的基本性质.
3. (重难点) 熟练掌握 Young 双缝干涉的原理、过程、结果和性质，能计算出干涉条纹的各种参数.
4. 掌握平面波干涉的原理、过程、结果和性质.
5. (重难点) 熟练掌握分波前干涉装置的基本原理, 能够熟练掌握 Fresnel 双面镜、Lloyd 镜和 Fresnel 双棱镜的基本结构和干涉原理，会计算分波前干涉装置的光学参数.
6. 掌握两类最基本的分振幅干涉：等厚干涉和等倾条纹，能区分和判别两种分振幅干涉的异同.
7. (重难点) 熟练掌握薄膜表面的等厚干涉，能对其进行熟练计算并判断表面凸凹程度.
8. (重难点) 熟练掌握牛顿环的基本结构和干涉原理，能熟练计算其光学参数.
9. (重难点) 熟练掌握薄膜干涉的基本原理，能够区分增透膜和增反膜的异同.
10. 掌握等倾干涉的基本原理、过程、图样等，能够区分白光干涉等倾条纹和牛顿环条纹的异同.
11. (重难点) 熟练掌握 Michelson 干涉仪的基本结构和工作原理，了解利用 Michelson 干涉仪测量光速和折射率的方法.
12. 了解光场的空间相干性和时间相干性.

专题 3.1　分波前干涉

- 干涉的条件
- 点光源干涉
- 杨氏双缝干涉
- 平面波的干涉
- Fresnel 双面镜、Lloyd 镜和 Fresnel 双棱镜

例 3.1　波长 λ 为 0.5μm 的平行单色光垂直入射到双孔平面上，已知双孔间距 $d=0.5$mm，双孔屏另一侧 5cm 远处，正放置一枚像方焦距 f' 为 5cm 的理想薄透镜 L，并在 L 的像方焦平面处放置接收屏．求：(1) 干涉条纹的间距？(2) 将透镜往左移近双孔 2cm，接收屏上干涉条纹的间距？

例 3.2　在做菲涅耳双棱镜实验时、测得以下数据：狭缝 S 所在平面与观察屏 P 之间的距离 $l=676$mm，屏上 $N=20$ 条干涉纹的总宽度 $\Delta x'=4.158$mm．为了测出两虚光源间距 d，可在屏与棱镜间放一薄凸透镜，使其焦距 $f'\leq l/4$，当透镜位于图中 I 位置时，在屏上得到两虚光源的放大像．两者间距 $d_1=2.166$mm；当透镜位于 II 位置时，在屏上得到两虚光源的缩小像间距 $d_2 1.437$mm．试利用上述数据推算光源的波长．

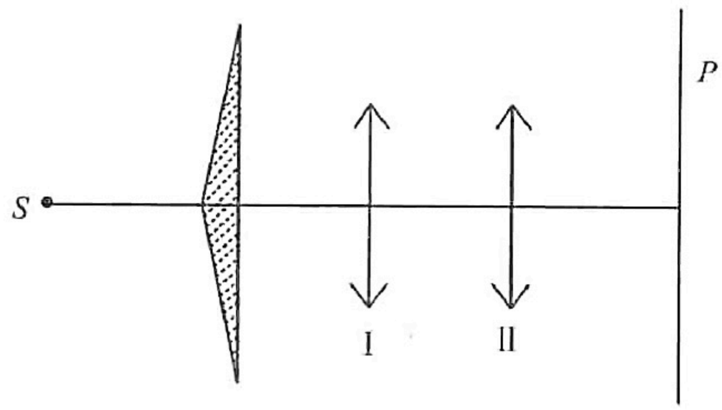


图 3.1

例 3.3　如图 3.2 所示的菲涅耳双棱镜干涉装置，参数已在图中标出．若上下两棱镜的折射率不相等，分别为 n_1 和 n_1，求：(1) 接收屏上零级亮纹的位置；(2) 接收屏上相邻亮纹的间隔．

例 3.4　如图 3.3 所示，劳埃德镜的镜长为 $l=5.0$cm，屏幕距镜的前端 $l_1=3.0$m，缝光源距镜后端 $l_2=20$cm，距镜面高度 $h=0.5$cm，光波长 $\lambda 589.3$nm．求：(1) 屏幕上条纹的间距；(2) 出现的干涉条纹的数目．

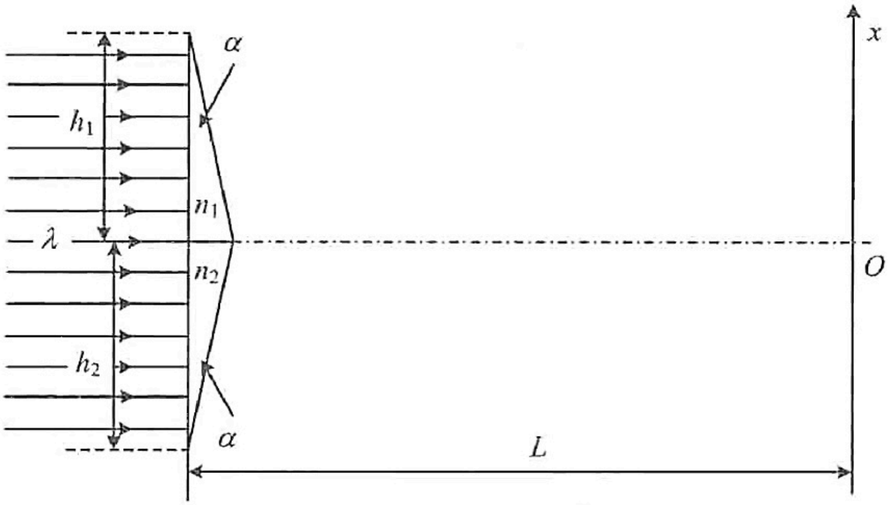


图 3.2

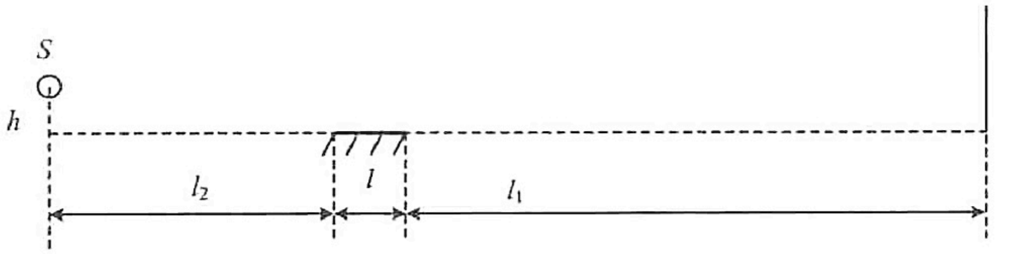


图 3.3

专题 3.2　分振幅干涉

- 等厚干涉和等倾干涉
- 牛顿环
- 薄膜干涉
- 增透膜和增反膜
- Michelson 干涉仪

例 3.5　一束白光垂直照射厚度为 0.4μm 的玻璃片，玻璃的折射率为 1.5，在可见光谱范围内（$\lambda = 400.0 \sim 700.0$ nm），反射光的哪些波长成分将被加强？

例 3.6　沿着与肥皂膜的法线成 35° 角的方向观察是，膜呈绿色（$\lambda = 500.0$nm），设肥皂水的折射率为 1.33．求：（1）薄膜的厚度；（2）若垂直注视，观察到的膜呈何种颜色？

例 3.7　用钠光的 589.3nm 谱线观察迈克尔逊干涉条纹，先看到干涉场中有 16 个亮环（包括中心亮斑），且中心是亮的；移动平面镜 M_1 后，看到中心吞（吐）了 20 环、干涉场中心还剩 6 个亮环（包括中心亮斑），中心仍是亮的．试求：（1）M_1 移动的距离；（2）开始时中心亮斑的干涉级；（3）M_1 移动后，干涉场中最外亮环的干涉级.

例 3.8　如图 3.4 所示的是牛顿环的干涉装置，平凸透镜球面的曲率半径 $R = 1.00$m，折射率 $n_1 = 1.50$，平板玻璃由左右两部分组成，折射率分别是 $n_3 = 1.50$ 和 $n_4 = 1.75$，平凸透镜的顶点在这两部分玻璃的分界处，中间充以折射率 $n_2 = 1.62$ 的二硫化碳液体，若用单色光垂直照射，在反射光中测得右边 j 级明条纹的半径 $r_1 = 4$mm，$j + 5$ 级明条纹的半径 r_{j+5} =6mm，试求：（1）入射光的波长；（2）观察到的干涉图样.

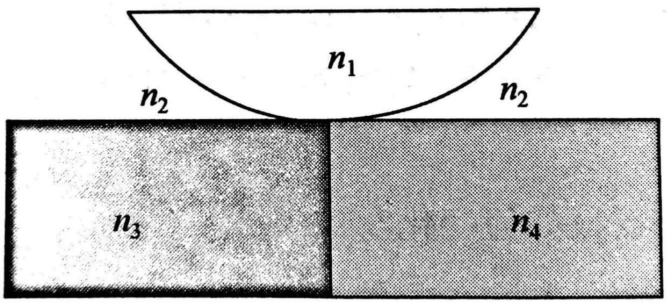


图 3.4

例 3.9 将一个平凸透镜放在玻璃平板上构成牛顿环，以 600.0nm 的平面单色光正入射，观察到反射光形成一组同心圆环形干涉条纹．问：

（1）中心处是暗纹还是亮纹？为什么？

（2）通过显微镜观察．测得其中一根亮环的半径为 2.35mm，从该根亮环向外数第 10 根亮环的半径为 2.65mm．则透镜球面的半径是多少？

（3）从中心数起第 100 根暗环的半径是多少？

例 3.10（教材 P386-习题 4.13） 一个迈克尔逊干涉仪被调节，当用波长 $\lambda = 500.0$nm 扩展光源照明时会出现同心圆环形条纹，若要移动其中一臂而使圆环中心处相继出现 1000 根条纹．则该臂要移动多少？若中心是亮的，计算第一个暗环的角半径．(要求用两臂的路径距离差和波长表示)

注 这道题是 2019 年的第 7 次作业题之一，但是在 2020 年没有布置.

专题 3.3　光的时空相干性

- 光的时间相干性
- 光的空间相干性

例 3.11　在杨氏双缝干涉实验装置中，双缝间隔为 0.5mm，接收屏距双缝 1m，点光源距离双缝 30cm，发射出 $\lambda = 500$nm 的单色光，试求：

（1）屏上干涉条纹的间隔；

（2）若点光源由光轴向下平移 2mm，则屏上的干涉条纹向什么方向移动？移动距离为多少？

（3）若点光源发射出的光波为 500ś2.5nm 范围内的准单色光，求屏上能够看到的干涉极大的最高级次；

（4）若光源有一定的宽度，屏上干涉条纹消失时，它的临界宽度是多少？

作业习题与解答

作业 3.1（教材 P378-3.17） 在杨氏双缝干涉实验中，若单色光源的波长 $\lambda = 500.0\text{nm}$，$d = 0.33\text{cm}$，$r_0 = 3\text{m}$，试求：(1) 条纹间隔；(2) 若在 S_2 后面放置一块厚度为 $h = 0.01\text{mm}$ 的平行平面玻璃片，试确定条纹移动方向和计算位移的公式；假设一直条纹的位移为 4.73mm，试计算玻璃的折射率.

解 （1）由杨式干涉的公式

$$\Delta x = \frac{r_0}{d}\lambda = 0.45mm$$

（2）由于下方插入玻璃片后下方光线的光程增大，故 0 级条纹向下移动，所有条纹也相应移动.

由于 P 点的光程差为

$$\delta = r_2 + (n-1)h - r_1 = x\frac{d}{r_0} + (n-1)h$$

j 级亮条纹满足

$$x\frac{d}{r_0} + (n-1)h = j\lambda$$

j 级亮条纹的位置为

$$x_j' = j\frac{\lambda r_0}{d} - (n-1)h\frac{r_0}{d}$$

移动的距离

$$\Delta = -(n-1)h\frac{r_0}{d}$$

$$n = 1 - \Delta(\frac{d}{hr_0}) = 1 + \frac{4.73\times 3.3}{0.01\times 3\times 10^3} = 1.52$$

答案 （1）0.45mm；（2）条纹向下移动；$x_j' = j\frac{\lambda r_0}{d} - (n-1)h\frac{r_0}{d}$； 1.5 □

作业 3.2（教材 P379-3.18） 用很薄的云母片（$n = 1.58$）覆盖在双缝装置中的一条缝上，这时，光屏上的中心为原来的第 7 级亮纹所占据，若 $\lambda = 550.0\text{nm}$，则云母片有多厚？

解 设云母片的厚度为 h，插入云母片之后，对于接收屏上的一点而言，与插入前比较，两条路径的光程差改变了

$$\delta = (n-1)h$$

对于杨氏从缝干涉，$j = 0$ 的亮纹，光程差为 0；$j = 1$ 的亮纹，光程差为 λ；第 j 级亮纹，两条路径的光程差为 $j\lambda$，即光程差每改变一个波长，亮纹就移过一个间隔. 于是插入云母片之后，接收屏上的每一根条纹移过的间隔数目为

$$\Delta j = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{(n-1)h}{\lambda}$$

移过的距离为

$$\Delta = \Delta j \Delta x = \frac{(n-1)h}{\lambda} \cdot r_0 \lambda d = (n-1)h\frac{r_0}{d}$$

按题中条件，$\Delta j = 7$，于是

$$h = \frac{\Delta j \lambda}{n-1} = 6.64\mu m$$

答案　6.64μm　□

作业 3.3（教材 P380-3.23）　利用干涉现象测定气体折射率．在 S_1 后面放置一长度为 l 的透明容器．当待测气体注入容器而将空气排出的过程中幕上的下涉条纹会移动，由移过条纹的根数即可推知气体的射率．试求：

（1）设待测气体的折射率大于空气的折射率、干涉条纹如何移动？

（2）设 $l = 4.0$cm，条纹移过 20 根，光波长 589.3nm，空气折射率为 1.000276，求待测气体（氯气）的折射率．

解　（1）充气过程中，上光源 S_1 所发出的到达屏上的光波经历的光程逐渐增大．因此产生第 j 级条纹的下光源 S_2 所发出的到达屏上的光波经历的光程也必须相应增大，则只有该级次条纹上移．所以，所有条纹都将整体向上移动．

（2）实验过程中，接收屏上任一点 P 光程差的改变满足以下关系

$$\delta = (n - n_0)l = \Delta j \lambda$$

待测氯气的折射率为

$$n = \frac{\Delta j \lambda}{l} + n_0 = 1.0008653$$

答案　1.0008653　□

作业 3.4（教材 P384-4.1）　菲涅耳双面镜的夹角 $\varepsilon = 10^{-3}$rad，有一单色狭缝光源 S 与两镜相交处 C 的距离 r 为 0.500m，单色波的波长 $\lambda = 500.0$nm．在距两镜相交处的距离为 $L = 1.5$m 的屏幕 Σ 上出现明暗交错的干涉条纹．

（1）屏幕 Σ 上两相邻明条纹之间的距离；

（2）屏幕 Σ 上最多可以看到多少明条纹？

解　（1）光源 S 发出的光分别经两反射镜 M_1 和 M_2 反射后到达接收屏 Σ，这两列光波等效于是从 S 分别经 M_1 和 M_2 的像 S_1 和 S_2 发出的，而 S_1 和 S_2 是相干的，因而这等效于一个杨氏双缝干涉装置．

像光源 S_1 和 S_2 对反射镜交线 C 的张角为

$$\beta = 2(\alpha + \varepsilon) - 2\alpha = 2\varepsilon$$

则两者间距

$$d = 2r\sin\varepsilon \approx 2r\varepsilon$$

到屏的距离

$$D = r\cos\varepsilon + L \approx r + L$$

则 Σ 上干涉条纹的间距为

$$\Delta x=\frac{D\lambda}{d}=\frac{(r+L)\lambda}{2r\varepsilon}=1.00mm$$

（2）由于两光源的重叠照射区域宽度为

$$\overline{AB}=2L\tan\varepsilon\approx 2L\varepsilon$$

$$\Delta j=\frac{\overline{AB}}{\Delta x}=\frac{2L\varepsilon}{\Delta x}=3$$

因此有 3 个间隔，最极限可以看到 4 条条纹（-1, 0, 1, 2），也可能看到 3 条条纹.

答案 最极限可以看到 4 条条纹（-1, 0, 1, 2），也可能看到 3 条条纹. □

作业 3.5（教材 P384-4.5） 一劳埃德镜面宽度为 4.0cm，一光源在其左侧，离镜边缘 2.0cm，高出镜面 0.5mm，接受屏在镜右侧，距其边缘 300cm，入射光波长 589nm，求：

（1）屏上条纹间距以及出现的条纹数；

（2）若缝光源上平移以改变其到镜面的高度，屏上条纹将如何变化？

解 (1)与杨氏双缝干涉的公式类似，设 $l_0=4.0\text{cm}, h=0.5\text{cm}, l_1=300\text{cm}, l_2=2.0\text{cm}$，$\lambda=589\text{nm}$，则有

$$D=l_0+l_1+l_2=306cm$$

$$d=2h=0.1cm$$

$$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda=\frac{306}{0.1}\times 589\times 10^{-6}=1.802mm$$

$$x_1=\frac{l_0+l_1}{l_2}h=76mm$$

$$x_2=\frac{l_1}{l_0+l_2}h=25mm$$

$$N=\frac{x_1}{\Delta x}-\frac{x_2}{\Delta x}=28.3$$

因此有 28.3 个间隔，可以看到 29 条条纹.

（2）若光源向上平移，条纹间隔减小，条纹数增加；若向下平移，条纹间隔增多，条纹数减少.

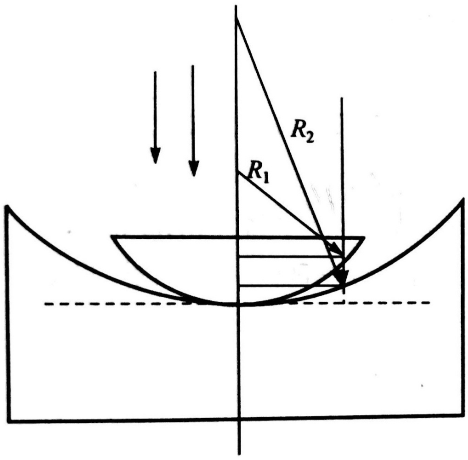
答案 （1）1.802mm，29 条；（2）若光源向上平移，条纹间隔减小，条纹数增加；若向下平移，条纹间隔增多，条纹数减少. □

作业 3.6（教材 P385-4.9） 如图所示为一观察干涉条纹的实验装置. R_1 为透镜 L_1 下表面的曲率半径，R_2 为透镜 L_2 的上表面的曲率半径，今用一束波长 $\lambda=589.3\text{nm}$ 的单色平行钠光垂直照射，由反射光测得第 20 级暗条纹半径 r 为 2.5cm，又已知 $R_2=200\text{cm}$，试求：（1）干涉图样的形状和特性；（2）透镜下表面的曲率半径 R_1 是多少？

解 （1）因为两球面以光轴为对称轴，所以两球面的反射光相干叠加所得到的干涉图样为同心圆环干涉条纹.

从与两球面顶点相切的平面算起，半径为 r 的圆环到球面上反射点的距离分别为

$$\Delta h_1=\frac{r^2}{2R_1}$$



作业 3.6 图

$$\Delta h_2 = \frac{r^2}{2R_2}$$

则空气膜的厚度为

$$\Delta h = \Delta h_1 - \Delta h_2 = r^2\left(\frac{1}{2R_1} - \frac{1}{2R_2}\right)$$

计入半波损失，则亮条纹满足条件

$$2\Delta h = \frac{(2j+1)\lambda}{2}$$

$$\Delta h = \Delta h_1 - \Delta h_2 = r^2\left(\frac{1}{2R_1} - \frac{1}{2R_2}\right) = \frac{(2j+1)\lambda}{4}$$

$$r^2 = \frac{(2j+1)\lambda}{2\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)} = \frac{(2j+1)\lambda R_1 R_2}{2(R_2 - R_1)}$$

第 j 级亮条纹的半径为

$$r_j = \sqrt{\frac{(2j+1)\lambda R_1 R_2}{2(R_2 - R_1)}}$$

第 j 级暗条纹的半径为

$$r_j' = \sqrt{\frac{j\lambda R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$

中心为暗条纹.

（2）代入题干数据和第 j 级暗条纹的半径，得

$$R_1 = \left(\frac{j\lambda}{r_j^2} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = 192.73cm$$

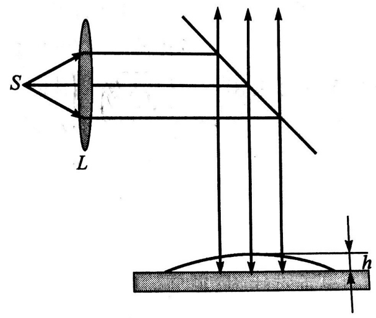
答案　（1）第 j 级亮条纹的半径为 $r_j = \sqrt{\dfrac{(2j+1)\lambda R_1 R_2}{2(R_2 - R_1)}}$，第 j 级暗条纹的半径为 $r_j' = \sqrt{\dfrac{j\lambda R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$；（2）192.73cm.

注　这道题的第（2）问如果用教材上的数据计算，最后的结果为 2.487cm.　□

作业 3.7（教材 P385-4.10） 如图所示的实验装置，在一洁净的玻璃片的上表面上放一滴油，当油滴展开成油膜时在波长 $\lambda = 600.0\text{nm}$ 的单色光垂直照射下，从反射光中观察到油膜所形成的干涉条纹．实验中，是由读数显微镜向下观察油膜所形成的干涉条纹．如果油膜的折射率 $n = 1.20$，玻璃的折射率 $n' = 1.50$ ，试求：

（1）当油膜中心的最高点与玻璃片的上表面相距 $h = 1.20\mu\text{m}$ 时，描述所观察到的条纹的形状，即可以观察到几条亮条纹，亮条纹所在处油膜的厚度是多少？中心点的明暗程度又如何？

（2）当油膜逐渐扩展时，所看到的条纹将如何变化？



作业 3.7 图

解 油膜上表面和油膜与玻璃的分界面的反射光相干叠加，此时无半波损失.

（1）光程差为 $2nh_1$，其中 n 为油膜的折射率，h_1 为反射点处油膜的厚度，则亮条纹满足条件 $2nh_1 = j\lambda$.

$$j = \frac{2nh_1}{\lambda}$$

$h_1 = h$ 时，$j_{\max} = 4.8$，因此可见 5 条亮纹，$j = 0, 1, 2, 3, 4$.

亮条纹处油膜的厚度分别为

$$h_1 = j\frac{\lambda}{2n} = 0, 250mm, 500mm, 750mm, 1000mm$$

而暗条纹满足

$$j' = \frac{2nh_1}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

中心点 $j' = -\dfrac{1}{2}$，介于明暗之间.

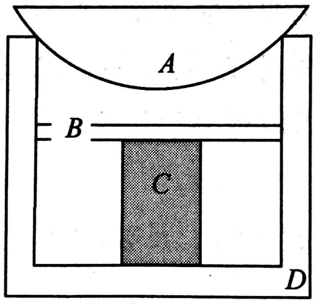
（2）油膜扩展，膜厚 h 减小，$j_{\max}$ 减小，看见亮条纹向中心收缩并消失，同时可见油膜新扩展的区域有新的条纹出现.

答案 （1）5 条，$h_1 = j\lambda/2n$，中心点 $j' = -1/2$，介于明暗之间；（2）油膜扩展，看见亮条纹向中心收缩并消失，同时可见油膜新扩展的区域有新的条纹出现. □

作业 3.8（教材 P386-4.12） 如图所示，A 为平凸透镜，B 为平板玻璃，C 为金属柱，D 为框架，A、B 之间留有气隙，而 A 被固结在框架的边缘上．温度变化时，C 发生伸缩，而假设 A、B、D 都没有伸缩．现用波长为 $\lambda = 634.8\text{nm}$ 的激光垂直照射，试求：

（1）在反射光中观察时，看到牛顿环的条纹都移向中央，这表明金属柱 C 的长度是增加还是缩短？

（2）如果观察到有 10 个明条纹移到中央而消失，C 的长度变化了多少毫米？



作业 3.8 图

解　在平凸透镜 A 和平板玻璃 B 之间是空气膜，这是牛顿环干涉装置.

（1）条纹向中间移动，即第 j 级干涉环的半径减小，由于这是等厚干涉，即某一级条纹，例如 j 级，总是处在相同的膜厚，所以可以判断膜厚增大了，说明气隙增加，即金属柱 C 缩短.

（2）由牛顿环干涉公式

$$2nh = \frac{nr_j^2}{R} = \left(j + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

可得 $2n\Delta h = \Delta_j \lambda$，即

$$\Delta_h = \frac{\Delta_j \lambda}{2n} = 3164nm = 3.164\mu m$$

答案　（1）缩短；（2）3.164μm.　□

作业 3.9（教材 P387-4.18）　用迈克尔逊干涉仪精密测长，以 He-Ne 激光器的 632.8nm 谱线作为光源，谱线宽度为 0.0001nm，对干涉强度信号测量的灵敏度可达 1/8 个条纹，求：（1）这台干涉仪的测长精度是多少？

（2）该测长仪一次测长的量程是多少？

解　（1）两个相邻的条纹对应的光程差改变为一个波长，1/8 个条纹对应的光程差变化为 1/8 个波长.

薄膜干涉的亮条纹条件，即光程差满足

$$\delta = 2n_2 h \cos i_2 = j\lambda$$

对于迈克尔逊干涉仪，$n_2 = 1$，靠近中心处，条纹角位置 $i_2 \approx 0$，$\cos i_2 \approx 1$，所以干涉亮纹满足 $2h \approx j\lambda$.

假设移动 1/8 条纹，对应迈克尔逊干涉仪一臂移动距离为 Δh，则光程差的改变为

$$2(h + \Delta h) = \left(j + \frac{1}{8}\right)\lambda$$

$$\Delta h = \frac{\lambda}{16} = 39.55nm \approx 40nm$$

（2）用有一定波长范围的光波（即有一定带宽的非单色光）光照明，设初始时两静的间距为 0. 使两镜错开，当长波长的 j 级亮（或暗）条纹和短波长的 $j+1$ 级亮（或暗）条纹重合时，干涉区一片明亮，看不到明暗交错的条纹，此时对应的两镜间距（长度）H 即为其一次测长的量程.

j 级的上限和 $j+1$ 的下限相等

$$\frac{1}{2}j(\lambda+\Delta\lambda)=\frac{1}{2}(j+1)\lambda$$

$$\frac{1}{2}j\Delta\lambda=\frac{1}{2}\lambda$$

$$j=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$$\Delta L=\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}=2H$$

$$H=\frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}=\frac{632.8^2}{2\times 0.0001}=2.002m$$

答案 （1）40nm；（2）2m. □

作业 3.10（教材 P387-4.19） 镉灯为准单色光源，其红色谱线的中心波长为 642.8nm，谱线宽度为 0.001nm，求：（1）求其光场的相干长度和相干时间；

（2）求该红色谱线的频宽；

（3）用此灯作为迈克尔逊干涉仪的光源，用镜面移动来观测干涉场输出的光信号曲线，设镜面移动速度为 0.5mm/s，试估算需要多长时间可以获得显示有两个波包形状的信号曲线？

解 （1）非单色光的相干长度为

$$\Delta L=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

此公式的证明如下：

相干长度就是最大相干光程差，即

$$\Delta L_{\max}=j\times\lambda_{\max}=(j+1)\times\lambda_{\min}$$

由此可得

$$j=\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}-\lambda_{\min}}=\frac{\lambda_{\min}}{\Delta\lambda}$$

所以膜厚，即量程为

$$\Delta L_{\max}=j\times\lambda_{\max}=\frac{\lambda_{\max}\lambda_{\min}}{\Delta\lambda}\approx\frac{\overline{\lambda}^2}{\Delta\lambda}$$

当 $\Delta\lambda << \lambda_{\min},\lambda_{\max}$ 时上式近似成立，其中

$$\overline{\lambda}=\frac{\lambda_{\min}+\lambda_{\max}}{2}$$

所以相干长度为

$$\Delta L=\frac{\overline{\lambda}^2}{\Delta\lambda}=\frac{642.8^2}{0.001}\times 10^{-6}=413.2mm$$

相干时间为

$$\tau=\frac{\Delta\lambda}{c}=\frac{413.2}{3\times 10^8}\times 10^{-9}=1.3773ns$$

（2）由于 $\nu=c/\lambda$，因而

$$\Delta\nu=\frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}=3\times 10^8\times\frac{0.001}{642.8^2}=7.26\times 10^8 Hz=726MHz$$

（3）对于非单色光，条纹反衬度会随着两个反射镜之间距离的变化而变化，两反射镜臂长相近时反衬度最高，臂长相差增大时反衬度逐渐下降，直至光程差达到一个相干长度时反衬度为 0，大于 1 个相干长度时，反衬度均为 0.

所以要获得两个波包形状的信号曲线，则此过程产生的光程差应是两个相干长度，即臂长从 $\Delta L_{\max}$ 到 $-\Delta L_{\max}$，即 $2h = 2\Delta L_{\max}$，而 $h = \nu t$，所以可得

$$t = \frac{\Delta L_{\max}}{\nu} = \frac{413.2}{0.5} = 826.4s$$

答案　（1）413.2mm，1.3773×10^{-9}s；（2）726MHz；（3）826.4s. □

第四章　光的衍射

本章基本要求

1. 掌握衍射和衍射条纹的相关概念，能够区分干涉和衍射的区别.
2. 了解 Huygens-Fresnel 原理和次波的概念.
3. 了解 Babinet 原理，知道互补屏衍射场复振幅叠加的结果.
4. 掌握 Fresnel 圆孔衍射和圆屏衍射的实验现象，能比较和区分两种衍射现象的异同.
5. 了解半波带法和 Fresnel 波带片，知道半波带法是一种求解 Fresnel-Kirchhoff 衍射公式的方法.
6. (重难点) 熟练掌握 Fraunhofer 单缝衍射的实验装置和实验现象，了解复振幅矢量法和积分方法求解衍射强度的方法.
7. (难点) 熟练掌握 Fraunhofer 单缝衍射的衍射图样特点，能够准确分析狭缝宽度、狭缝和透镜移动以及斜入射时图像的变化.
8. (重难点) 熟练掌握 Fraunhofer 单缝衍射因子的特点，能够熟练、准确地计算单缝衍射的各种光学物理量.
9. (重难点) 熟练掌握 Fraunhofer 圆孔衍射的实验装置和实验现象，了解复振幅矢量法和积分方法求解衍射强度的方法.
10. (重难点) 熟练掌握 Airy 斑的概念和特点，能够准确计算 Airy 斑的半径和半角宽度.
11. (重难点) 熟练掌握多缝 Fraunhofer 衍射的实验装置和实验现象，熟练掌握缝间干涉因子的特点，掌握缺级的概念.
12. (重难点) 熟练掌握光栅方程，能用准确判别光栅方程中的正负号并计算.
13. 了解光栅光谱仪的工作原理，能进行简单的计算.

专题 4.1 光的衍射 Fresnel 衍射

- 光的衍射
- Huygens-Fresnel 原理和 Babinet 原理
- 衍射的分类
- Fresnel 圆孔衍射和圆屏衍射
- 半波带法和 Fresnel 波带片

半波带方程 若点光源所发出的球面波在圆孔出的球面半径为 R，轴上的场点到球面顶点的距离为 r_0，第 n 个半波带外缘的半径为 ρ_n，光的波长为 λ，则半波带方程为

$$n = \frac{\rho_n^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$$

可见，圆孔所露出的半波带的数目 n 及其奇偶性由 r_0 决定，即 3 在轴上不同的位置看同一个圆孔，其所露出的半波带的数目是不同的.

例 4.1 波长为 $\lambda = 563.3\text{nm}$ 的单色光从远处的光源发出．经过一个直径 $D = 2.6\text{mm}$ 的圆孔，在距孔 1m 处放一屏幕，求：

(1) 屏上正对孔中心的点 P 是亮的还是暗的？

(2) 要使 P 点的明暗变成与 (1) 相反的情况，至少要将屏幕移动多少距离？

(3) 若在衍射屏与接受屏间充以折射率为 2 的介质 (1) 将会有什么变化？

例 4.2 用波长为 500nm 的平面单色光照射一菲涅耳波带片，此波带片最亮的像点在波带片后 1m 处．若只将波带片前 5 个偶数半波带挡住，其余全部开放，求：

(1) 波带片后最亮点的光强与自由传播时的光强之比是多少？

(2) 这个波带片的半径是多大？光强极大值出现在轴上的哪些位置？

专题 4.2　Fraunhofer 衍射

- Fraunhofer 单缝衍射
- Fraunhofer 圆孔衍射

例 4.3　平行白光正入射到宽 0.320mm 的狭缝上，缝后 1m 远处有一小的分光镜的入射缝正对该狭缝，对图样进行分光研究，如果狭缝沿着垂直方向移动 1. 250cm，分光镜中所见如何？

例 4.4 *　用波长为 λ 的平面单色波垂直照射宽度为 a 的单缝衍射屏，若在单缝中央覆盖一宽度为 $a/3$ 的相位型掩膜，使入射光经该掩膜后相对于其余部分产生 $\pi/2$ 的相移. 试求：

（1）该衍射屏的夫琅禾费衍射光强分布公式；

（2）第一次光强为 0 的衍射角；

（3）第一级衍射极大的衍射角.

例 4.5　显微镜是一种常见的光学仪器，可以用它看到许多微小的东西.

（1）用 275.0nm 的紫外光比用 550.0nm 的可见光，显微镜的分辨本领可以增大多少倍？

（2）显微镜的物镜在空气中的数值孔径为 0.9，若用紫外光可以分辨的两条线的最小间距是多少？

（3）用油浸系统时，可分辨的最小间距又是多少（油的折射率为 1.6）？

（4）照相底片上感光微粒的大小约为 0.5mm，问当油浸系统的紫外光显微镜的横向放大率是多少时，底片上恰能分辨？

专题 4.3　衍射光栅

- 多缝 Fraunhofer 衍射
- 光栅方程
- 光栅光谱仪

例 4.6　已知光栅缝宽为 1.5×10^{-4}cm，波长为 600nm 的单色光垂直入射，发现第 4 级缺级，透镜焦距为 1m，试求：

（1）屏幕上第 2 级亮条纹与第 3 级亮条纹的距离；

（2）幕上所呈现的全部亮条纹数.

例 4.7　一光栅宽 5cm，每 1m 有 400 条刻线. 波长为 500 nm 的平行光正入射时，光栅的第 4 级衍射光谱在单缝衍射的第一极小值位置. 试求：

（1）每条缝的宽度；

（2）第二级衍射谱的半角宽度；

（3）第二级可分辨的最小波长差；

（4）若入射光方向与光栅平面的法线成 30° 角，光栅能分辨的最小波长差是多少？

例 4.8　一光栅的光栅常数为 4μm，总宽度为 10cm，波长为 500.0nm 和 500.01nm 的平面波正入射，光栅工作在二级光谱，求这双线分开多大角度？能否分辨？

例 4.9　设可见光谱的两个极限波长选定为 430.0nm 和 680.0nm，现设计一个光栅使第一级光谱的衍射角宽为 20°，问此光栅的光栅常数为多少？若想这一级光谱的低频端的最小可分辨波长差为 2nm，则此光栅的总宽度为多少？

例 4.10　一束激光(波长为 630nm)掠入射于一钢尺上(最小刻度为 1/16in,1in=2.54cm)，反射的光投射到 10m 以外的竖立墙壁上.

（1）推导墙上干涉极大处的角度 θ. 为简单起见，设入射激光束平行于钢尺表面；

（2）墙上 0 级和 1 级干涉图样的垂直分布又如何？

拓　展　使用相同的原理，将钢尺换成没有贴膜的、型号较早的手机屏幕在墙上也可以看到规则排列的光斑（图 4.1），使用掠入射和垂直入射都可以通过测量墙上光斑的距离等物理量计算手机屏的分辨率，感兴趣的可以自己假期试一下.（出自 2020 年春季学期《大学物理—现代技术实验》居家实验部分）

例 4.11　波长 480nm 的平行单色光垂直入射到缝宽 0.4mm 的单缝衍射屏上，缝后透镜焦距为 60cm，计算：当接收屏上一点 P 到缝两端的位相差分别 $\pi/2$ 和 $\pi/6$ 时，该点到透镜焦点的距离分别是多少？

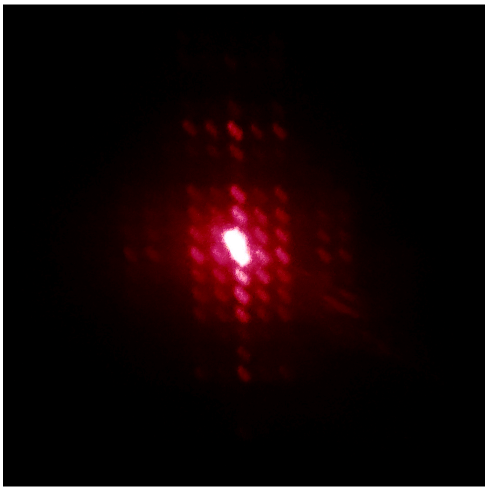


图 4.1

例 4.12 一平面衍射光栅，周期 $d = 2\mu$m，有效宽度 $L = 50.0$mm．求：

（1）钠光谱灯发出的平行光正入射到光栅上对于其中 589.3nm 的 D 线，光栅一级光谱的衍射角是多少？该谱线的半角宽度是多少？

（2）钠原子的 D 线中包含 D_1，D_2 两条谱线．波长分别为 $\lambda_1 = 589.6$nm，$\lambda_2 = 589.0$nm，用该光栅的一级光谱可否分辨上述两谱线？

（3）氢原子发出波长分别为 486.128nm 和 486.129nm 的两条精细结构谱线，能否用此光栅的 2 级光谱分辨？

例 4.13 用白光垂直照射在一光栅上，能在 30° 衍射角方向观察到 600nm 的第二级主极大干涉，并能在该处分辨 600nm 附近波长差 0.5nm 的两条谱线，可是在 30° 的衍射角方向上却难以测到 400nm 的主最大干涉．试问：

（1）光栅相邻两缝间距有多大？

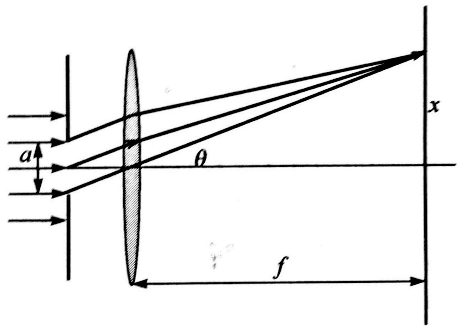
（2）光栅的总宽度是多少？

（3）光栅的每一条透光狭缝有多宽？

（4）若用此光栅观察钠光谱（590.0nm），求当光线垂直入射时，屏上呈现的干涉条纹总数是多少？

作业习题与解答

作业 4.1（教材 P382-3.41）　如图所示，用波长为 632.8nm 的平行光垂直照射宽度为 0.2mm 的单狭缝，缝后有一焦距为 60cm 的透镜，光屏在此透镜的焦平面上，求衍射图样中心到第二条暗纹的距离.



作业 4.1 图

解　零级衍射斑的半角宽度为

$$\Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{a} = \frac{632.8 \times 10^{-6}}{0.2} = 3.164 \times 10^{-3} rad$$

因此第二条暗纹所对应的角宽度为

$$\Delta\theta = 2\Delta\theta_0 = 6.328 \times 10^{-3} rad$$

因此衍射图样中心到第二条暗纹的距离为

$$\Delta x = f \tan \Delta\theta \approx f\Delta\theta = 60 \times 6.328 \times 10^{-3} = 3.80mm$$

答案　3.80mm　□

作业 4.2（教材 P383-3.42）　当缝宽分别是 1λ、5λ 和 10λ 时，单缝夫琅禾费衍射的半强角宽度是多大？(半强角宽度是光强等于中央衍射主极大光强一半处的衍射角宽度)

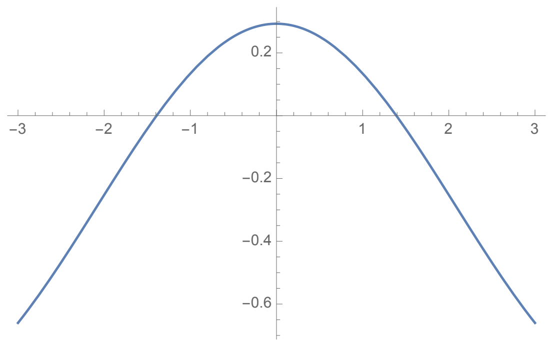
解　由单缝衍射因子的特点和题目条件

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 = \frac{1}{2} I_0$$

$$\frac{\sin u}{u} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

用 Mathematica 做 $y = \dfrac{\sin x}{x} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 的图像，利用下面的程序可以得到图 4.2 和上述方程在 1.5 附近的解.

```
Plot[Sin[x]/x - Sqrt[2]/2, {x, -3, 3}]
FindRoot[Sin[x]/x - Sqrt[2]/2 == 0, {x, 1.5}]
{x -> 1.39156}
```



作业 4.2 图

又因为

$$u=\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta$$

$$\sin\theta=\frac{u\lambda}{\pi a}$$

当 a 分别为 1λ、5λ 和 10λ 时，$\sin\theta$ 分别为 u/π、$u/5\pi$ 和 $u/10\pi$，且 $u=1.39156\text{rad}$，因此可以计算出三个条件下的 $\sin\theta$ 分别为 0.44295、0.088589、0.044295，则 θ 分别为 0.458883rad、0.0887057rad 和 0.0443092rad，即 26.31°、5.08° 和 2.54°，因此半强角宽度为 52.6°、10.2° 和 5.08°.

答案 52.6°；10.2°；5.08°. □

作业 4.3（教材 P384-3.49） 一反射式天文望远镜的通光孔径为 2.5m，求可以分辨的双星的最小夹角. 与人眼相比，分辨本领提高了多少倍？人眼瞳孔的直径约为 2mm，波长为 550nm.

解 根据瑞利判据，望远镜的可分辨最小夹角为

$$\delta\theta_{\min}=1.22\frac{\lambda}{D}=1.22\times\frac{550}{2.5\times10^{9}}=2.684\times10^{-7}$$

与人眼相比，分辨本领提高的倍数为

$$N=\frac{\delta\theta_{\min}}{\delta\theta_{\min,eye}}=\frac{D}{D_{eye}}=\frac{2500}{2}=1250$$

答案 2.684×10^{-7}；1250 倍. □

作业 4.4（教材 P384-3.50） 双星之间的角距离为 1×10^{-6}rad，辐射波长为 577.0nm 和 579.0nm，要分辨此双星，望远镜的孔径至少为多大？

解 根据瑞利判据，

$$\delta\theta_{\min}=1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$D=1.22\frac{\lambda}{\delta\theta_{\min}}$$

要想分辨此双星，应代入辐射波长较大的计算，因此

$$D=1.22\frac{\lambda}{\delta\theta_{\min}}=1.22\times\frac{579.0\times10^{-9}}{1\times10^{-6}}=0.706m$$

答案 0.706m □

作业 4.5（教材 P390-5.8） 为了能分辨第二级纳光谱的双线（波长分别为 589.0nm 和 589.6nm），宽度为 10cm 的平面光栅的常数是多少？

解 由题目条件，有

$$R=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=jN$$

其中，$\lambda=589.0\text{nm}$，$\delta\lambda=589.6-589.0=0.6\text{nm}$，$j=2$，因此

$$N=\frac{\lambda}{j\delta\lambda}=\frac{589.0}{2\times0.6}=490.83=491$$

此处应注意为“进一法”全部向上取整.

因此光栅常数为

$$d=\frac{L}{N}=\frac{100}{491}=0.2041mm\ (=0.20mm)$$

答案 0.20mm □

作业 4.6（教材 P390-5.9） 平行光正入射到宽度为 6cm 的平面透射光栅上，在 30° 的衍射角方向上恰可分辨的两谱线的频率 $\Delta\nu$ 是多少？

解 由频率的定义，有

$$\Delta\nu=\Delta\left(\frac{c}{\lambda}\right)=\frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}$$

再由光栅的性质，有

$$\Delta\nu=\frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}=\frac{c}{\lambda}\frac{1}{R}=\frac{c}{jN\lambda}=\frac{c}{Nd\sin\theta}=\frac{c}{L\sin\theta}$$

$$\Delta\nu=\frac{3\times10^8}{0.06\times\sin30^\circ}=1\times10^{10}Hz$$

答案 1×10^{10}Hz □

作业 4.7（教材 P391-5.13） 绿光波长 500.0nm，正入射在光栅常数为 2.5×10^{-3}mm、宽度为 30mm 的光栅上，聚光镜的焦距为 500mm，求：

（1）第一级光谱的线色散率；

（2）第一级光谱中能分辨的最小波长差；

（3）该光栅最多能看到第几级光谱？

解 （1）由光栅方程 $d\sin\theta=j\lambda$，$j=1$，有

$$\sin\theta_1=\frac{\lambda}{d}=\frac{500.0\times10^{-6}}{2.5\times10^{-3}}=0.2$$

角色散率为

$$D_\theta=\frac{\delta\theta}{\delta\lambda}=\frac{j}{d\cos\theta}$$

线色散率为

$$D_l=fD_\theta=\frac{fj}{d\cos\theta}=\frac{500\times1}{2.5\times10^{-3}\times\sqrt{1-0.2^2}}=2.041\times10^5$$

（2）由题目条件，有

$$N=\frac{L}{d}=\frac{30}{2.5\times10^{-3}}=1.2\times10^4$$

$$jN = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{jN} = \frac{500}{1.2 \times 10^4} = 0.04167nm$$

（3）由光栅方程，有

$$d \sin\theta = j\lambda$$

$$j < \frac{d}{\lambda} = \frac{2.5 \times 10^{-6}}{5.0 \times 10^{-7}} = 5$$

因此最多能看到第 4 条谱线.

答案 （1）2.041×10^5；（2）0.04167nm；（3）4 级. □

第五章　晶体偏振光学

本章基本要求

1. 了解双折射的基本概念和基本现象，掌握 o 光和 e 光的概念.
2. 了解双折射晶体的概念和相关特征参量，能够计算 o 光和 e 光的光强.
3. 了解 o 光和 e 光与晶体光轴的关系.
4. 了解 Huygens 作图法的基本步骤.
5. 掌握晶体偏振器的概念，掌握 Nicol 棱镜、Glan-Thompson 棱镜、Wollaston 棱镜和 Rochon 棱镜四种棱镜.
6. 掌握波片的相位延迟作用，能够计算各光在波片中的光程.
7. 掌握 Babinet 补偿器和 Soleil 补偿器两种补偿器的基本结构和工作原理，能够计算光程差和相位差.
8. (重难点) 熟练掌握和区分五种偏振光的特点和获得方式，能够准确判断各类光经过波片的过程.
9. (重难点) 熟练掌握偏振光的检验途径，熟练掌握光源检测的流程图.

专题 5.1　双折射　晶体光学器件

- 双折射
- o 光和 e 光
- Huygens 作图法
- 晶体偏振器
- Nicol 棱镜、Glan-Thompson 棱镜、Wollaston 棱镜和 Rochon 棱镜
- 波片的相位延迟作用
- Babinet 补偿器和 Soleil 补偿器

例 5.1　使平面偏振光通过一石英薄片来产生一束左旋的椭圆偏振光，要使椭圆偏振光的长轴和短轴在其光轴方向，且长短轴之比为 1:2，问石英片应该如何放置？厚度是多少？(已知对于 $\lambda = 589.3\text{nm}$ 的光波，石英的 $n_o = 1.5442$，$n_e = 1.5533$)

例 5.2　右旋椭圆偏振光，长半轴为 a，短半轴为 b，垂直入射到方解石制成的 $\lambda/4$ 片上，设椭圆长轴与晶体光轴之间的夹角为 θ，求当 $\theta = 0°, 45°$ 和 $90°$ 时出射光的偏振态.

例 5.3　一水晶棱镜的顶角为 $60°$，光轴与棱镜的截面垂直，钠黄光以最小偏向角的方向入射，用焦距为 1m 的透镜聚焦，o 光和 e 光两谱线的间隔是多少？

例 5.4 * 平行光从单轴晶体的表面正入射，为了使晶体中 o 光和 e 光间的偏离角最大，应当如何切割晶体.

专题 5.2　偏振光的获得与检验

- 偏振光的获得
- 偏振光的检验

例 5.5　如图所示，强度为 I_0 的单色平行自然光沿 z 轴入射，P 为线起偏器，C 为 $\lambda/4$ 波片，M 为与光轴垂直的平面镜. 已知波片的快轴沿 y 方向，若 P 的透振方向与 x 轴夹角为 30°.

（1）描述从 $\lambda/4$ 片右侧出射的光的偏振态.

（2）光经平面镜反射后，又经过波片 C，描述经过波片 C 后光的偏振态.

（3）反射光经过偏振片 P 后，强度是多少？

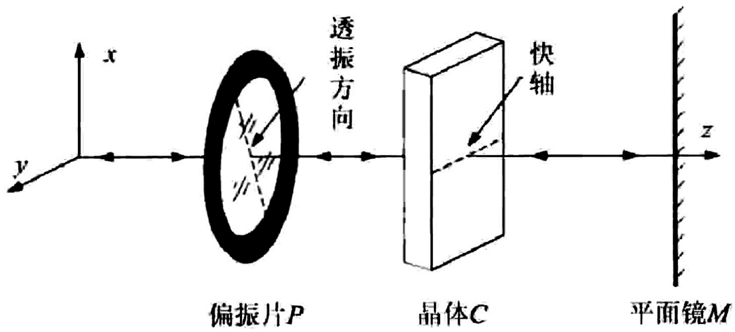


图 5.1

例 5.6　一束左旋圆偏振光正入射到折射率为 1.5 的玻璃的表面，反射光是右旋的还是左旋的？

作业习题与解答

作业 5.1 (教材 P395-7.15) 钠黄光以 $50°$ 角入射到方解石制成的波片上，该波片的光轴平行于晶体表面，且垂直于光的入射面．求两束光在机体内的夹角．若晶片厚 1mm，求出射后两束光间的垂直距离．已知对于钠黄光（波长为 587.0nm），方解石的折射率为 $n_o = 1.658$，$n_e = 1.486$.

解 对于 o 光，$n_o \sin i_o = \sin 50°$，对于 e 光，$n_e \sin i_e = \sin 50°$，因此

$$\Delta i = i_e - i_o = \arcsin\left(\frac{\sin 50°}{1.486}\right) - \arcsin\left(\frac{\sin 50°}{1.658}\right) = 31.03° - 27.52° = 3.51°$$

因此出射后光线间隔

$$\Delta s = d(\tan i_e - \tan i_o)\cos 50° = 0.0518mm$$

答案 0.0518mm □

作业 5.2 (教材 P397-7.23) 用一块 $\lambda/4$ 片和一块偏振片鉴定一束椭圆偏振光，达到消光位置后，$\lambda/4$ 的光轴与偏振片的透振方向相差 $22°$，求椭圆长短轴之比．

解 椭圆的长短轴之比为

$$a : b = \cos\theta : \sin\theta = 1 : \tan\theta = \tan 22° = 1 : 0.404 = 2.475 : 1$$

答案 2.475

注意 椭圆默认长的一根轴为长轴而短的一根轴为短轴，建议问长短轴之比是得到的结果都为大于 1 的值，或者单独说明哪一条轴比上哪一条轴为小于 1 的值. □

作业 5.3 (教材 P397-7.24) 一强度为 I_0 的右旋圆偏振光垂直通过一 $\lambda/4$ 片（快轴沿 y 轴），然后再经过一块主截面相对于 $\lambda/4$ 片的光轴向右旋过 $15°$ 的 Nicol 棱镜，求最后出射的光强．

解 由于是右旋圆偏振光，y 方向比 x 方向相位超前 $\pi/2$，由于波片的快轴沿 y 轴，经过该波片后，y 方向又有一个附加的超前相位 $\pi/2$，总的超前 π，于是成为了一个沿着对角线的线偏光，光强不变，仍为 I_0．因此，再经过 Nicol 棱镜的光强变为

$$I = I_0 \cos^2(45° - 15°) = \frac{3}{4} I_0$$

答案 $\dfrac{3}{4} I_0$ □

作业 5.4 (教材 P397-7.25) 当入射线偏光的光矢量与 $\lambda/4$ 片的快轴成 $30°$ 角时，光线透过这个 $\lambda/4$ 片后的偏振状态如何？

解 经过 $\lambda/4$ 片后，x 轴和 y 轴出现 $\pi/2$ 的相位差，因此变为椭圆偏振光，此时的长短轴之比为

$$\frac{1}{\tan 30°} = \sqrt{3}$$

答案 为椭圆偏振光，长短轴之比为 $\sqrt{3}$. □

作业 5.5（教材 P398-7.31） 两偏振片之间有一个 $\lambda/2$ 片，波片的快轴与 P_1 的透振方向成 38° 角. 设波长为 632.8nm 的光垂直入射到 P_2 上，要使透射光最强，P_2 应如何放置？若晶片的折射率 $n_o = 1.52$，$n_e = 1.48$，计算此晶片的最小厚度.

解 要使透射光最强，应保持与线偏光保持一致，当线偏光经过 $\pi/2$ 片后，慢轴的方向滞后 $\pi/2$，相当于发生镜面对称，因此 P_1 和 P_2 的夹角为 $2 \times 38° = 76°$，又有

$$\Delta L = d\Delta n = d(n_o - n_e) = j\lambda - \frac{\lambda}{2}$$

$$d = \frac{j\lambda - \lambda/2}{n_o - n_e}$$

当 $j = 1$ 时，$d_{\min} = \dfrac{\lambda/2}{0.04} = 7.91 \times 10^{-6}m$.

答案 应使 P_1 和 P_2 的夹角为 76°，晶片最小厚度为 $7.91 \times 10^{-6}m$. □

第六章　光的散射

本章基本要求

1. 掌握散射的概念、条件和分类.
2. (重难点) 熟练掌握瑞利散射、米氏散射和拉曼散射的实验条件和实验现象，能够区分三种散射的异同.
3. (重点) 能够解释生活中常见的散射现象.

- 散射的定义和条件
- 散射的分类
- 瑞利散射
- 米氏散射
- 拉曼散射
- 生活中的散射现象

例 6.1　摄影者知道用橙黄色滤色镜拍摄天空时，可增加蓝天和白云的对比度．设照相机镜头和底片的灵敏度将光谱范围限制在 390～620nm 之间，并设在此光谱范围内太阳辐射的强度可看成是常数，若滤色镜把波长在 550nm 以下的光全部吸收，则天空的散射光被它去掉百分之几？

作业习题与解答

作业 6.1 (教材 P401-8.8)　计算波长为 253.6nm 和 546.1nm 的两条谱线的瑞利散射强度之比.

解　由于瑞利散射的强度与波长的 4 次方成反比，因此两条谱线散射强度之比为

$$\left(\frac{1/253.6}{1/546.1}\right)^4 = 21.50$$

答案　$21.50 : 1$ □

第七章　光的量子性

本章基本要求

1. (重难点) 熟练掌握黑体辐射的特点，掌握绝对黑体的概念，能够准确的地描述黑体辐射实验的结果.
2. (重难点) 熟练掌握黑体辐射的三大定律，即 Stefan-Boltzmann 定律、Wien 位移定律和 Rayleigh-Jeans 定律.
3. 了解 Planck 光量子假说的基本内容.
4. (重难点) 熟练掌握光电效应实验的内容和现象，熟练掌握 Einstein 对光电效应的解释，掌握截止频率、遏止电压、饱和电流、逸出功等概念.
5. (重难点) 熟练掌握 Compton 散射实验的内容和现象，能够计算光子的能量和动量.
6. 掌握光的波粒二象性，能够区分体现波动性和粒子性的现象.
7. 掌握 de Broglie 波的概念，知道实物粒子也具有波动性.

- 黑体辐射实验
- Stefan-Boltzmann 定律、Wien 位移定律和 Rayleigh-Jeans 定律
- Planck 的光量子假说
- 光电效应实验
- Comton 散射实验
- 光子的能量和动量
- 光的波粒二象性
- de Broglie 波

例 7.1 根据太阳辐射特有的光耦成分，认为其接近绝对黑体的辐射，假设太阳光辐射的峰值波长为 480mm，求太阳表面的温度以及太阳由于辐射每秒钟消耗的质量.

例 7.2 假设现在地球的平均温度为 $T = 287\text{K}$，如果太阳到地球的平均距离减少 1%，则地球的平均温度将变为多少？

例 7.3 对某一黑体进行加热，在此过程中，测得此黑体的单色辐射本领最强的波长由开始的 690nm 变为最终的 500nm，试求：

（1）黑体的温度升高了多少？

（2）其总辐射本领增加的倍数.

例 7.4 有两个绝对黑的热辐射源，其中一个的温度为 $T_1 = 2500\text{K}$，如果第二个辐射源的单色辐射本领极大值所对应的波长比第一个辐射体的单色辐射本领极大值所对应的波长大 500nm，求第二个辐射源的温度.

例 7.5 利用守恒定律证明：自由电子不能完全吸收光子.

例 7.6 设一 20keV 的中子束经过一直径为 0.007nm 的小圆孔，试求中子圆孔衍射主极大方向的半角宽度. 已知中子的质量为 1.67×10^{-27}kg.

作业习题与解答

作业 7.1（教材 P401-9.1）　假设太阳光的峰值波长为 475nm，试求太阳表面的温度.

解　由 Wein 位移定律

$$T\lambda_m = b$$

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.8978\times10^{-3}}{475\times10^{-9}} = 6100K$$

答案　6100K　□

作业 7.2（教材 P401-9.2）　人的正常体温是 37°C，求人体辐射的峰值波长.

解　由 Wein 位移定律

$$T\lambda_m = b$$

$$\lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.8978\times10^{-3}}{37+273.15}\times10^6 = 9.343\mu m$$

答案　$9.343\mu m$　□

作业 7.3（教材 P401-9.3）　计算下列波长的光量子能量（以 eV 表示）：

（1）红外线，2.0μm；

（2）紫外线，250nm.

解　由 Planck 公式

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

$$E_{red} = 6.626\times10^{-34}\times\frac{3\times10^8}{2.0\times10^{-6}} = 9.939\times10^{-20}J = 0.621eV$$

$$E_{red} = 6.626\times10^{-34}\times\frac{3\times10^8}{250\times10^{-9}} = 7.951\times10^{-19}J = 4.969eV$$

答案　（1）0.621eV；（2）4.969eV.　□

作业 7.4（教材 P401-9.4）　波长为 400nm 的光照射在功函数（即逸出功）为 2.48eV 的表面上，试求：

（1）该表面发射的电子最大动能；

（2）光的截止波长.

解　由 Einstein 光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W$$

$$h\frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2}mv^2 + W$$

$$\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{\max} = h\frac{c}{\lambda} - W$$

$$\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{\max} = 6.626\times10^{-34}\times\frac{3\times10^8}{400\times10^{-9}\times1.6\times10^{-19}} - 2.48 = 0.626eV$$

当 $\frac{1}{2}mv^2 = 0$ 时，可以计算截止频率

$$\nu = \frac{W}{h} = \frac{2.48\times1.6\times10^{-19}}{6.626\times10^{-34}} = 5.988\times10^{-14}Hz$$

因此截止波长为

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\times10^8}{5.988\times10^{-14}} = 5.009\times10^{-7}m = 500.9nm$$

答案 （1）0.626eV；（2）500.9nm. □

作业 7.5（教材 P401-9.6） 在康普顿散射实验中，证明光子能量损失的比例随着波长的减小而增加，并分别计算波长为 0.0711nm 和 0.0022nm 的光子的能量损失，取散射角分别为 0、90° 和 180°.

解 经过散射后能量损失的比例为

$$\alpha = \frac{E-E'}{E} = \frac{hc/\lambda - hc/\lambda'}{hc/\lambda} = \frac{1/\lambda - 1/\lambda'}{1/\lambda} = \frac{\lambda'-\lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda}$$

由 Compton 散射公式

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta) = \lambda_c(1-\cos\theta)$$

代入，得

$$\alpha = \frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda} = \frac{\lambda_c(1-\cos\theta)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos\theta)}$$

由于 $\lambda_c = 2.43\times10^{-3}$nm，光子能量损失的比例随着波长的减小而增加.

当波长 λ 为 0.0711nm，散射角分别为 0、90° 和 180° 时波长的损失比例分别为

$$\alpha_0 = \frac{\lambda_c(1-\cos0)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos0)} = \frac{\lambda_c(1-\cos0)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos0)} = 0$$

$$\alpha_{90} = \frac{\lambda_c(1-\cos90^\circ)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos90^\circ)} = \frac{\lambda_c(1-\cos90^\circ)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos90^\circ)}\times100\% = 3.30\%$$

$$\alpha_{180} = \frac{\lambda_c(1-\cos180^\circ)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos180^\circ)} = \frac{\lambda_c(1-\cos180^\circ)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos180^\circ)}\times100\% = 6.39\%$$

当波长 λ 为 0.0022nm，散射角分别为 0、90° 和 180° 时波长的损失比例分别为

$$\alpha_0 = \frac{\lambda_c(1-\cos0)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos0)} = \frac{\lambda_c(1-\cos0)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos0)} = 0$$

$$\alpha_{90} = \frac{\lambda_c(1-\cos90^\circ)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos90^\circ)} = \frac{\lambda_c(1-\cos90^\circ)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos90^\circ)}\times100\% = 52.48\%$$

$$\alpha_{180} = \frac{\lambda_c(1-\cos180^\circ)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos180^\circ)} = \frac{\lambda_c(1-\cos180^\circ)}{\lambda+\lambda_c(1-\cos180^\circ)}\times100\% = 68.84\%$$

答案 当波长 λ 为 0.0711nm，散射角分别为 0、90° 和 180° 时波长的损失比例分别为 0、3.30% 和 6.39%；当波长 λ 为 0.0022nm，散射角分别为 0、90° 和 180° 时波长的损失比例分别为 0、52.48% 和 68.85%. □

中国科学技术大学

2020～2021 学年第一学期期末考试模拟试卷

可能用到的常数：$h = 6.626 \times 10^{-34}$J·s、$c = 3.0 \times 10^{8}$m/s、$b = 2.8978 \times 10^{-3}$m·K

一、单项选择题（本题共 10 小题，共 40 分）

1. 下列关于衍射的说法，正确的是（4 分）

(1) 发生明显的衍射要求障碍物的尺度合适，太大会向散射过渡，太小会向直线传播过渡；

(2) 惠更斯指出波的传播过程，就是次波中心不断地衍生出新的次波的过程；

(3) 基尔霍夫指出互补屏衍射场的复振幅之和等于自由传播波场的复振幅；

(4) 根据障碍物到光源和接收屏的距离，可以将衍射分为菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射两种. （　　）

A. (1)(2)　　B. (3)(4)　　C. (1)(3)　　D. (2)(4)

2. 对于费涅耳衍射，图样中心总是亮点的为（4 分） （　　）

A. 圆屏衍射　　B. 圆孔衍射　　C. 二者都是　　D. 二者都不是

3. 单缝夫琅禾费衍射实验中，照明光波长为 550nm，单缝宽度为 10μm，则屏幕上显示的中央主极大的角宽度为（4 分） （　　）

A. 0.55rad　　B. 0.055rad　　C. 0.11rad　　D. 1.1rad

4. 一望远镜的物镜半径为 30cm，则该望远镜对波长 600nm 的光的最小分辨角为（4 分） （　　）

A. 2.44×10^{-6}rad　　B. 1.22×10^{-6}rad　　C. 1.22×10^{-5}rad　　D. 2.44×10^{-5}rad

5. 对某一特定波长的垂直入射光，衍射光栅的屏幕上只能出现零级一级主极大，现欲使屏幕上出现更高级次的主极大，应该（4 分） （　　）

A. 换一个光栅常数更小的光栅　　B. 换一个光栅常数更大的光栅

C. 将光栅向靠近屏幕的方向移动　　D. 将光栅向远离屏幕的方向移动

6. 波长为 587.0nm 的钠黄光以 40° 角入射到方解石制成的波片上，该波片的光轴平行于晶体表面，且垂直于光的入射面. 已知晶片厚 2mm，方解石的折射率为 $n_o = 1.65$，$n_e = 1.50$，则出射后两束光间的垂直距离为（4 分） （　　）

A. 39.19μm　　B. 119.06μm　　C. 59.53μm　　D. 78.38μm

7. 下列有关晶体偏振器的说法正确的是（4 分）

(1) Nicol 棱镜由方解石晶体制成，该晶体每一个平行四边形表面有一对约为 102° 和 78° 的角，光轴通过由 3 个 102° 钝角构成的顶点，并与 3 个表面成相等角度；

(2) Glan-Thompson 棱镜由两块方解石的直角三棱镜组成，对于 o 光直接射出，对于 e 光会发生全反射；

(3) Wollaston 棱镜由两块冰洲石的直角三棱镜粘合而成，第一镜中的 o 光进入第二镜时会变为 e 光，而第一镜中 e 光进入第二镜时会变为 o 光；

(4) Rochon 棱镜由两块冰洲石的直角三棱镜粘合而成，第一镜中无双折射，只有 e 光，而第二镜中有双折射. （　　）

A. (1)(2)　　B. (3)(4)　　C. (1)(3)　　D. (2)(4)

8. 现仅有一个偏振片，则下列四组偏振光无法区分的一组为（4 分） ( )

A. 部分偏振光和椭圆偏振光 B. 部分偏振光和自然光

C. 线偏振光和部分偏振光 D. 圆偏振光和椭圆偏振光

9. 波长为 325.3nm 和 643.2nm 的两条谱线的瑞利散射强度之比为（4 分） ( )

A. 3.91 B. 15.28 C. 0.2258 D. 0.06545

10. 某测温仪测的人体辐射的峰值波长为 9.307μm, 则该人的体温为（4 分） ( )

A. 36.1°C B. 36.8°C C. 37.5°C D. 38.2°C

二、填空题（本题共 3 小题，第 1 小题 8 分，第 2 小题 4 分，第 3 小题 6 分，共 18 分）

1. 康普顿散射实验证明光子具有____________,经过散射后部分波长____________(填“变大”或“变小”或“不变”); 提出实物粒子也有波动性的假设的科学家是____________, 用于验证他的假设的实验是____________.

2. 定性简述黑体辐射实验中黑体辐射本领随温度和波长的变化规律：____.

3. 解释下列生活中的现象.

（1）在白昼可以看见明亮的天空 ____________

（2）人眼看到的云是白色的 ____________

（3）将一块方解石放在试卷上文字出现重影 ____________

三、(10 分)

（1）在单缝夫琅禾费衍射实验中，已知 $\lambda_1 = 450\text{nm}$ 和 $\lambda_2 = 650\text{nm}$ 的两束光垂直入射，单缝宽度为 0.1mm，透镜焦距为 50cm，求两束光第一级衍射亮条纹中心之间的距离.（6 分）

（2）如果使用光栅常数为 0.01mm 的光栅代替单缝，其他条件均不变，此时两束光第一级主极大之间的距离.（4 分）

四、(10 分)

在光电效应实验中，电子从逸出功为 4.08eV 的 Na 表面逸出.

(1) 计算该金属的截止频率和截止波长. (4 分)

(2) 现在分别用波长为 200nm 和 400nm 的的光照射在金属上，判断是否会发生光电效应. 如果能，计算出射电子的初动能；如果不能，请说明理由. (6 分)

五、(8 分)

现有一束自然光和线偏振光组合而成的混合光通过偏振片，实验发现改变偏振片的取向透射光的光强可以变化 7 倍. 试求入射光中两种光的光强占总入射光强的比例.

六、(14 分)

一波长为 600nm 的单色光垂直入射到一衍射光栅上，已知第三级亮条纹出现在 $\sin\theta = 0.30$ 处，第四级发生缺级. 求：

(1) 光栅常数；(4 分)

(2) 光栅上狭缝的最小宽度；(4 分)

(3) 在 (2) 的基础上，$-90^\circ < \theta < 90^\circ$ 的范围内实际能够看到的全部级数. (6 分)

参 考 答 案

一、单项选择题（本题共 10 小题，共 40 分）

1. D

解 析　(1) 发生明显的衍射要求障碍物的尺度合适，太大会向直线传播过渡，太小会向散射过渡；(3) 巴俾涅指出互补屏衍射场的复振幅之和等于自由传播波场的复振幅；故 (2)(4) 正确，选 D.

2. A

解 析　圆孔衍射的中心由具体参数决定，明暗不定；圆屏衍射的中心总是亮点，故选 A.

3. C

解 析　由单缝夫琅禾费衍射的公式，零级主极大的角宽度为

$$\Delta\theta_0 = 2\frac{\lambda}{a} = 2 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{10 \times 10^{-6}} = 0.11 rad$$

故选 C.

4. B

解 析　由圆孔夫琅禾费衍射图样的 Airy 斑公式，最小分辨角为

$$\Delta\theta_m = 1.22\frac{\lambda}{D} = 1.22\frac{\lambda}{2R} = 1.22 \times \frac{600^{-9}}{30 \times 2 \times 10^{-2}} = 1.22 \times 10^{-6} rad$$

故选 B.

5. B

解 析　由光栅方程 $d\sin\theta = j\lambda$，想让 j 变大，在 λ 不变的情况下，应该使 d 变大，即换一个光栅常数更大的光栅，故选 B.

6. D

解 析　对于 o 光，$n_o \sin i_o = \sin 40°$；对于 e 光，$n_e \sin i_e = \sin 40°$，解得 $i_o = 22.93°$，$i_e = 25.37°$；因此出射后光线间隔为

$$\Delta s = d(\tan i_e - \tan i_o)\cos 40° = 0.07838mm = 78.38\mu m$$

故选 D.

7. C

解 析　(2) Glan-Thompson 棱镜由两块方解石的直角三棱镜组成，对于 o 光会发生全反射，对于 e 光直接射出；(4) Rochon 棱镜由两块冰洲石的直角三棱镜粘合而成，第一镜中无双折射，只有 o 光，而第二镜中有双折射；故 (1)(3) 正确，选 C.

8. A

解 析　部分偏振光和自然光、圆偏振光和椭圆偏振光都可以通过观察强度是否有变化来进行判断，线偏振光和部分偏振光可以通过观察是否消光来进行判断，故选 A.

9. B

解 析　由于瑞利散射的强度与波长的 4 次方成反比，因此两条谱线散射强度之比为

$$\left(\frac{1/325.3}{1/643.2}\right)^4 = 15.28$$

故选 B.

10. D

解 析 由 Wein 位移公式，这个人的体温为

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.8978 \times 10^{-3}}{9.307 \times 10^{-6}} - 273.15 = 38.20°C$$

故选 D.

二、填空题（本题共 3 小题，共 18 分）

1. 动量（2 分）；变大（2 分）；德布罗意（2 分）；电子衍射实验（2 分）.

2. 温度越高，黑体的辐射本领越大（2 分），且辐射本领的极大值所对应的波长变小(2 分).

3. 瑞利散射（2 分）；米氏散射（2 分）；晶体的双折射（2 分）.（前两问只写散射的得 1 分）

【计算题给分规则】

计算题步骤中后面括号里的为写到该步骤得到的累积分数，以每一小问为基本单位. 若该小问结果正确，前述步骤基本完整该小问即得满分，步骤不完整酌情扣分；若该小问结果错误，根据步骤完整度给分，当步骤完整时仅扣结果分，步骤不完整按照“找对不找错”的原则给分.

三、(10 分)

（1）由单缝夫琅禾费衍射公式

$$\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta = \frac{2j+1}{2}\pi$$

取 $j=1$，得

$$a\sin\theta_1 = \frac{2j+1}{2}\lambda_1 = \frac{3}{2}\lambda_1$$

$$a\sin\theta_2 = \frac{2j+1}{2}\lambda_2 = \frac{3}{2}\lambda_2 \qquad (2\text{ 分})$$

$$\tan\theta_1 = \frac{x_1}{f} \qquad \tan\theta_2 = \frac{x_2}{f} \qquad (3\text{ 分})$$

由于 θ 很小，因此

$$\sin\theta_1 \approx \tan\theta_1 \qquad \sin\theta_2 \approx \tan\theta_2$$

因此

$$x_1 = \frac{3}{2}\frac{f\lambda_1}{a} \qquad x_2 = \frac{3}{2}\frac{f\lambda_2}{a} \qquad (4\text{ 分})$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{3}{2}\frac{f\Delta\lambda}{a} = \frac{3}{2} \times \frac{50cm \times (650-450)nm}{0.01cm} = 1.5mm \qquad (6\text{ 分})$$

（2）由光栅方程

$$d\sin\theta = j\lambda$$

取 $j=1$，得

$$d\sin\theta_1 = j\lambda_1 = \lambda_1 \qquad d\sin\theta_2 = j\lambda_2 = \lambda_2 \qquad (8\text{ 分})$$

由于 θ 很小，因此

$$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{x}{f}$$

因此

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{f\Delta\lambda}{d} = \frac{50cm \times (650-450)nm}{0.001cm} = 1cm \qquad (10\text{ 分})$$

四、(10 分)

(1) 由 Einstein 光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + W \qquad (2\text{ 分})$$

$v=0$ 时，可计算截止频率和截止波长

$$\nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{4.08 \times 1.6 \times 10^{-19}}{6.626 \times 10^{-34}} = 9.85 \times 10^{14} Hz \qquad (3\text{ 分})$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{9.85 \times 10^{14}} = 3.0457 \times 10^{-7} m = 304.57nm \qquad (4\text{ 分})$$

(2)当入射光的频率大于截止频率时才会发生光电效应,由截止波长 λ_0 为 304.57nm,因此当截止波长小于 λ_0 时才会发生光电效应，因此 400nm 的光照射在金属上不会发生光电效应，200nm 的光照射在金属上会发生光电效应. (7 分)

对 200nm 的光而言，有

$$h\frac{c}{\lambda} = E + W \qquad (8\text{ 分})$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} - W = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} - 4.08 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.411 \times 10^{-19} J = 2.13eV$$

(10 分)

注：结果为 $3.411 \times 10^{-19}J$ 或 $2.13eV$ 都算正确，对 400nm 计算出 $E < 0$ 从而得到不会发生光电效应也算正确.

五、(8 分)

设入射光的光强为 I_0，其中自然光的光强为 I_1，线偏光的光强为 I_2，因此有 $I_0 = I_1 + I_2$. 由马吕斯定律，该光束透过偏振片之后的光强为

$$I = \frac{1}{2}I_1 + I_2 \cos^2\alpha \qquad (2\text{ 分})$$

当 $\alpha = 0$ 时，I 最大，为

$$I_{\max} = \frac{1}{2}I_1 + I_2 \qquad (4\text{ 分})$$

当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时，I 最小，为

$$I_{\min} = \frac{1}{2}I_1 \qquad (6\text{ 分})$$

$$I_{\max} = 7I_{\min}$$

$$\frac{1}{2}I_1 + I_2 = \frac{7}{2}I_1$$

$$I_2 = 3I_1 \qquad (7\text{ 分})$$

因此自然光占比 25%，线偏光占比 75%. (8 分)

六、(14 分)

(1) 由光栅方程

$$d\sin\theta = j\lambda \qquad (2\text{ 分})$$

$$d = \frac{j\lambda}{\sin\theta} = \frac{3\times 600nm}{0.30} = 6000nm = 6\mu m \qquad (4\text{ 分})$$

（2）由于第四级衍射条纹缺级，因此有

$$\begin{cases} d\sin\varphi = 4\lambda \\ a\sin\varphi = 2k\dfrac{\lambda}{2} \end{cases} \qquad (6\text{ 分})$$

$$a = \frac{d}{4}k = 1.5k(\mu m) \qquad (7\text{ 分})$$

因此，当 $k=1$ 时，$a_{\min} = 1.5\mu m.$ (8 分)

（3）由（1），$d\sin\theta = j\lambda$，有

$$j = \frac{d\sin\theta}{\lambda} \qquad (10\text{ 分})$$

当 $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ 时

$$j = \frac{d}{\lambda} = \frac{6\mu m}{600nm} = 10 \qquad (12\text{ 分})$$

因此在 $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ 范围内能看到 $k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm5, \pm6, \pm7, \pm9$，共 15 级条纹.
(14 分)

注：未考虑缺级多写能看到 ±4 和 ±8 级条纹的扣 2 分，除正确答案多写了 ±10 级条纹的扣 1 分，只写正号没写负号的扣 1 分.

全书例题参考答案索引

第一章　几何光学

例 1.1　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P4（例 1.2）
例 1.2　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P6（例 1.3）
例 1.3　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P12（例 1.6）
例 1.4　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P56（例 2.5）
例 1.5　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P12（例 1.7）
例 1.6　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P29-30（例 1.18、1-19）
例 1.7　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》参考 P48（例 2.2）
例 1.8　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P58（例 2.6）
例 1.9　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P59（例 2.7）
例 1.10　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P64（例 2.12）
例 1.11　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P58（例 2.8）
例 1.12　《光学（第二版)》P374（习题 2.34）
例 1.13　《光学（第二版)》P376（习题 2.41）
例 1.14　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P119（例 2.50）

第二章　波动光学基础

例 **2.1**　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P179（例 3.10）
例 2.2　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P179（例 3.11）
例 2.3　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P201（例 3.24）
例 2.4　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P201（例 3.25）
例 2.5　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P203（例 3.29）
例 2.6　《光学重难点释疑（非物理专业)》P180（例 5.1）
例 2.7　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》367（例 6.9）
例 2.8　《光学（重排本)》(北京大学出版社）P178（习题 1）
例 2.9　《光学课程 PPT》第 5 章第 3 节最后一页

第三章　光的干涉

例 3.1　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P217（例 4.3）
例 3.2　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P233（例 4.14）
例 3.3　《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P234（例 4.15）

例 3.4 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P236（例 4.16）
例 3.5 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P252（例 4.26）
例 3.6 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P252（例 4.27）
例 3.7 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P262（例 4.34）
例 3.8 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P269（例 4.40）
例 3.9 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P273（例 4.45）
例 3.10 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P272（例 4.43）
例 3.11 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P290（例 4.54）

第四章 光的衍射

例 4.1 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P301（例 5.1）
例 4.2 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P302（例 5.2）
例 4.3 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P316（例 5.12）
例 4.4 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P322（例 5.15）
例 4.5 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P325（例 5.17）
例 4.6 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P332（例 5.21）
例 4.7 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P332（例 5.22）
例 4.8 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P334（例 5.24）
例 4.9 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P334（例 5.25）
例 4.10 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P339（例 5.30）
例 4.11 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P343（例 5.33）
例 4.12 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P343（例 5.34）
例 4.13 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P350（例 5.39）

第五章 晶体偏振光学

例 5.1 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P372（例 6.11）
例 5.2 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P373（例 6.12）
例 5.3 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P379（例 6.18）
例 5.4 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P404（例 6.35）
例 5.5 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P395（例 6.27）
例 5.6 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P383（例 6.20）

第六章 光的散射

例 6.1 《光学重难点释疑（非物理专业）》P78（例 2.28）

第七章 光的量子性

例 7.1 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P430（例 7.2）
例 7.2 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P430（例 7.3）
例 7.3 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P432（例 7.5）
例 7.4 《光学解题方法与典型例题（物理专业）》P433（例 7.7）

例 7.5 《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P434（例 7.9）

例 7.6 《光学解题方法与典型例题（物理专业)》P434（例 7.10）