

1. 选择题 在下面题中选择一个你认为正确的答案, 不选, 错选或多选均不得分。

1.1 (5%) 一个可观力学变量的两个本征矢
量, 如属于不同的本征值, 则

- a. 它们可以相同
- b. 它们之间没有任何关系
- c. 它们相互是正交的
- d. 它们的关系完全不能确定

1.2 (5%) 量子力学中态和力学变量可以用矢
量(左矢, 右矢)和线性算符表示。用数学描
述, 一个表示态的矢量有如下的任意性

- a. 它的方向
- b. 它的大小和方向
- c. 它的方向和相位因子
- d. 它的大小和相位因子

1.3 (5%) 一个可观测量 α 有两个本征值 α_1 和
 α_2 , 对应的本征右矢分别是 $|\alpha_1\rangle$ 和 $|\alpha_2\rangle$, 而
可观测量 β 有两个本征右矢 $|\beta_1\rangle$ 和 $|\beta_2\rangle$, 两

种本征态有如下关系

$$|\alpha_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{13}} (2|\beta_1\rangle + 3|\beta_2\rangle),$$

$$|\alpha_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{13}} (3|\beta_1\rangle - 2|\beta_2\rangle)$$

对一个态, 依次测量 α, β, α , 第1次测量得到
 α_1 , 那么第3次测量得到 α_2 的概率是

- a. $\frac{23}{100}$
- b. $\frac{81}{100}$
- c. $\frac{27}{100}$
- d. 1

1.4 (5%) 对应于Hamilton(哈密顿)算 $H =$
 $\frac{p^2}{2m} + V(r)$, 具有分立能级的定态中, 动
量的平均值 $\langle p \rangle$

- a. 为零
- b. 不为零
- c. 和能级的能量有关
- d. 不能确定

学号:

姓名:

○ 按订线 答题时不要超过此线

○

量子力学

2016年春季

1.5 (5%) 原子能级的精细结构是以下因素引起的

- a. 轨道角动量和电子自旋
- b. 磁场和轨道角动量
- c. 磁场和电子自旋
- d. 磁场, 轨道角动量和电子自旋

考虑粒子间的相互作用, 且每个粒子的量子态数目为3. 那么该全同粒子系统可能有的量子态数目为

- a. 6
- b. 10
- c. 12
- d. 18

1.6 (5%) 3个全同玻色(Bose)子组成的系统, 不

2. (15%) 自旋算符可以用无量纲算符(Pauli算符) σ 来表示, 即 $s = \frac{1}{2}\hbar\sigma$. 求在 σ_z 的表象中 σ_x 和 σ_y 的本征态.

提示: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 有如下关系式

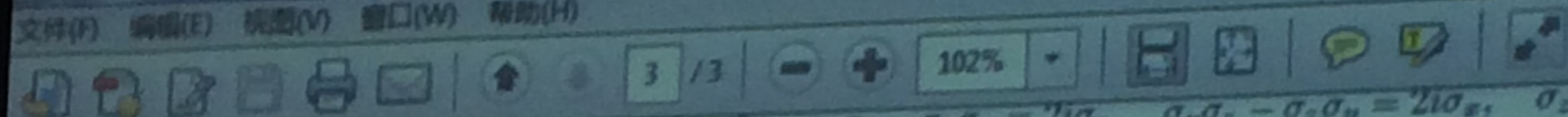
$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1, \quad \sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_x = 2i\sigma_z, \quad \sigma_y\sigma_z - \sigma_z\sigma_y = 2i\sigma_x, \quad \sigma_z\sigma_x - \sigma_x\sigma_z = 2i\sigma_y.$$

3. (15%) 一个质量为 m 的粒子在一维无限深势阱($0 \leq x \leq a$)中运动, $t = 0$ 时刻的初始波函数为

$$\psi = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left[1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right] \sin \frac{\pi x}{a}, \quad (0 \leq x \leq a)$$

- i. 在后来某一时刻 t_0 的波函数是什么?
- ii. 系统在 $t = 0$ 和 $t = t_0$ 时测量的平均能量是多少?
- iii. 在 $t = t_0$ 时, 在势阱左半部($0 \leq x \leq a/2$)发现粒子的概率是多少?

4. (15%) 一个质量为 m 的粒子被限制在一半径为 a 的球体内运动. 不存在其他势. 求粒子的基态能量和坐标



$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1, \quad \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_x = 2i\sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_y = 2i\sigma_x, \quad \sigma_z \sigma_x - \sigma_x \sigma_z = 2i\sigma_y.$$

3. (15%) 一个质量为 m 的粒子在一维无限深势阱 ($0 \leq x \leq a$) 中运动, $t = 0$ 时刻的初始波函数为

$$\psi = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left[1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right] \sin \frac{\pi x}{a}, \quad (0 \leq x \leq a)$$

- 在后来某一时刻 t_0 的波函数是什么?
 - 系统在 $t = 0$ 和 $t = t_0$ 时测量的平均能量是多少?
 - 在 $t = t_0$ 时, 在势阱左半部 ($0 \leq x \leq a/2$) 发现粒子的概率是多少?
4. (15%) 一个质量为 m 的粒子被限制在一半径为 a 的球体内运动, 不存在其他势, 求粒子的基态能量和坐标表象下的归一化波函数.

5. (10%) 设体系的 Hamilton 算符为

$$H = \begin{pmatrix} \epsilon_1 + a & b \\ b & \epsilon_2 + a \end{pmatrix}$$

$\epsilon_1, \epsilon_2, a$ 和 b 为实数, 且 a 和 b 为小量. 试用微扰法求体系的能量(精确到二阶修正).

6. (15%) 两个没有相互作用的粒子置于一维无限深势阱中, 势阱宽度为 $2a$, 求对下列各种情况下这个系统两个最低能级的能量值和简并度, 以及与这些能级对应的波函数(用 ψ 表示空间部分, 并写出具体的函数形式, $|j, m\rangle$ 表示自旋部分, j 是总自旋量子数, m 是总自旋的 z 分量量子数).

- 两个自旋量子数为 $1/2$ 的可区分粒子;
- 两个自旋量子数为 $1/2$ 的全同粒子;
- 两个自旋量子数为 1 的全同粒子.