

- 1.2 一个可观测量算符的两个本征矢量, 如属于不同的本征值, 则
- 它们可以相同
  - 它们之间没有任何关系
  - 它们相互是正交的
  - 它们的关系完全不能确定
- 1.3 对于定态, 如果有两个守恒的物理量  $f$  和  $g$ , 它们不对易, 那么该系统的波函数一般说来
- 是简并的
  - 不是简并的
  - 是部分简并的
  - 简并性是无法确定的
- 1.4 对于定态, 对应的Hamilton(哈密顿)量为恒量, 某一时刻测量系统的能量, 其平均值
- 随时间是变化的
  - 不随时间变化
  - 和初始时刻的具体状态有关
  - 不能确定
- 1.5 一个质量为  $m$  的一维振子, 其势能为  $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - cx^3$ ,  $\omega$  和  $c$  为常数, 和式中第二项和第一项相比很小, 该系统基态能量的一级修正是
- $-2\frac{c}{m\omega^2}(\hbar/m\omega)^{3/2}$
  - $-\frac{c}{m\omega^2}(\hbar/m\omega)^{3/2}$
  - 0
  - $\frac{c}{m\omega^2}(\hbar/m\omega)^{3/2}$
- 1.6 引发原子的Zeeman(塞曼)效应的因素是
- 电子自旋
  - 磁场
  - 磁场和电子自旋
  - 以上说法都不是
2. 设  $x$  和  $p$  分别是坐标和动量算符, 在坐标表象下, 求算符  $f = \alpha x + \beta p$  ( $\alpha$  和  $\beta$  是常数) 的本征态. 10分
3. 电子的自旋算符可以用无量纲算符 (Pauli算符)  $\sigma$  来表示, 即  $s = \frac{1}{2}\hbar\sigma$ . 求在  $\sigma_z$  表象中  $\sigma_y$  的本征态. 15分  
提示: 算符  $\sigma$  有性质  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1$ ,  $\sigma \times \sigma = 2i\sigma$
4. 一个质量为  $m$  的粒子在一维无限深势阱 ( $0 \leq x \leq a$ ) 中运动,  $t = 0$  时刻的初始波函数为 15分
- $$\psi = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left[ 1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right] \sin \frac{\pi x}{a}, \quad (0 \leq x \leq a)$$
- i. 在后来某一时刻  $t_0$  的波函数是什么?

- ii. 系统在  $t = 0$  和  $t = t_0$  时测量的平均能量是多少?
- iii. 在  $t = t_0$  时, 在势阱左半部 ( $0 \leq x \leq a/2$ ) 发现粒子的概率是多少?
5. 一个质量为  $m$  的粒子被限制在半径为  $r = a$  和  $r = b$  的两个不可穿透同心球面之间运动. 不存在其他势. 求处于基态时, 粒子的能量本征值和坐标表象下的归一化波函数. 15分
6. 两个在有心势阱中运动的电子, 阱中只存在三个单粒子态  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$ , 考虑粒子的全同性, 但不考虑其自旋(内部自由度). 15分
- 以  $\mathbf{x}_1$  和  $\mathbf{x}_2$  表示两电子的坐标, 写出这个双电子系统所有可能的波函数;
  - 现假设两电子间存在相互作用  $H_{12} = V(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = V(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$  证明下列矩阵元的表达式是正确的
- $$\begin{aligned} \langle \psi_{13} | H_{12} | \psi_{12} \rangle &= \langle \psi_3(\mathbf{x}_1) \psi_1(\mathbf{x}_2) | V(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) | \psi_2(\mathbf{x}_1) \psi_1(\mathbf{x}_2) \rangle \\ &\quad - \langle \psi_1(\mathbf{x}_1) \psi_3(\mathbf{x}_2) | V(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) | \psi_2(\mathbf{x}_1) \psi_1(\mathbf{x}_2) \rangle. \end{aligned}$$
- 其中  $\psi_{12}$  表示双电子系统处在  $\psi_1$  和  $\psi_2$  态时的波函数, 等等.