

1. 做实验时经验不足，周期数乱了，不确定度爆炸。周期的标准差是修改过的，本来是 9.6，改成了 6.9。
2. 摆长的 B 类不确定度不应该取  $0.05\text{cm}$ 。钢卷尺允差取  $0.12\text{cm}$ ，估计误差自己取一个，两个平方相加再开根号才是 B 类不确定度。以前的模板取的都是  $0.05\text{cm}$ ，咱也不知道怎么回事。
3. 表名在表的上面，我交了四份报告才知道（吐血）

# 实验方案

PB21XXXXXX W L Y

实验项目：单摆法测重力加速度

实验目的：利用经典单摆公式，根据给出的器材和对重力加速度的精度要求设计实验，测量本地的重力加速度。

实验器材：卷尺、游标卡尺、千分尺、电子秒表、单摆（带标尺、平面镜，摆线长度可调）。

各装置的最大允差如下：

钢卷尺  $\Delta_{\text{尺}} \approx 0.2 \text{ cm}$ ；游标卡尺  $\Delta_{\text{卡}} \approx 0.002 \text{ cm}$ ；

千分尺  $\Delta_{\text{千}} \approx 0.001 \text{ cm}$ ；秒表  $\Delta_{\text{秒}} \approx 0.01 \text{ s}$ 。

根据统计分析，实验人员开启或停止秒表的反应时间为  $0.1 \text{ s}$  左右，所以实验人员测量时间的精度近似为  $\Delta_{\text{人}} \approx 0.2 \text{ s}$ 。

实验原理

单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left( 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \dots \right)$$

摆角  $\theta < 5^\circ$  时，可取一级近似。近似周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

通过测量周期  $T$ 、摆长  $l$  可求出重力加速度  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ 。

实验设计

最大不确定度公式为

$$\frac{\Delta g}{g} = 2 \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta l}{l}$$

实验要求  $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$ ，则由不确定度均分原理，应有  $2 \frac{\Delta T}{T} < 0.5\%$ ， $\frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$ 。取摆

长估测值  $l \approx 80 \text{ cm}$ ，得  $\Delta l < 0.4 \text{ cm}$ ，因此需使用钢卷尺测量摆线长度。故

$l > \Delta_{\text{尺}} \div 0.5\% = 40 \text{ cm}$ ，即摆长至少需要  $40 \text{ cm}$ 。考虑到小球应在标尺以下，则摆长至少需要  $50 \text{ cm}$ 。测量摆长时，直接测量悬挂点到摆球中心的距离即可，不必测量摆球直径。

取  $g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $l = 80.00 \text{ cm}$  得估测值  $T \approx 1.80 \text{ s}$ , 则  $\Delta T < T \times 0.25\% \approx 0.0045 \text{ s}$ 。由

$$\text{最大不确定度 } \Delta T = \frac{\Delta_{\lambda} + \Delta_{\text{秒}}}{n}, \text{ 得 } n > \frac{(0.2 + 0.01)\text{s}}{0.0045 \text{ s}} \approx 46.7, \text{ 故至少应测量 47 个周期。}$$

实验步骤如下：

1. 按照实验要求组装好实验仪器，将秒表归零；
2. 用钢卷尺测量摆长六次；
3. 将摆球拉离平衡位置使其小角度（小于 5 度）同平面摆动；
4. 用秒表测量单摆 50 次全振动所需时间，重复六次；
5. 整理仪器；
6. 数据处理和误差分析。

数据处理和误差分析过程：

$$1. \text{ 计算摆线长度的平均值和不确定度: } \bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^6 l_i}{6}, \sigma_l = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (l_i - \bar{l})^2}{6-1}}, \text{ 展伸不确定度为}$$

$$u_l = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_l}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{IB}}{3}\right)^2}$$

$$2. \text{ 计算周期的平均值和不确定度: } \bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^6 t_i}{6 \times 50}, \sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 \left(\frac{t_i}{50} - \bar{T}\right)^2}{6-1}},$$

$$\Delta_{TB} = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{秒}}^2 + \Delta_{\lambda}^2}}{50}。展伸不确定度为 u_T = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_T}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{TB}}{3}\right)^2}$$

$$3. \text{ 重力加速度测量值为 } \bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{\bar{T}^2}, \text{ 展伸不确定度: } \frac{u_g}{g} = \sqrt{\left(2 \frac{u_T}{\bar{T}}\right)^2 + \left(\frac{u_l}{\bar{l}}\right)^2}$$

本实验误差来源和改进方法主要有：

1. 随机误差。可多次测量取平均值、适当增加每次测量的周期数，用累计放大法减小误差。
2. 人开始和停止计时误差较大。可使用光电计时器以提高精度。
3. 小球不是理想的质点。可适当增大摆长。
4. 空气阻力和浮力、摆绳重力影响单摆的精确度。可使用较轻的细绳以减小摆绳重力影响，使用密度较大的摆球以减小空气阻力和浮力的影响。
5. 即使不考虑空气阻力和浮力、摆绳重力等影响，单摆也不是理想的谐振子，应使摆角尽可能小。此外，可考虑改变摆角  $\theta$ ，利用二级近似公式  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)}$ ，用

外推法得到摆角  $\theta \rightarrow 0$  时的周期。缺点有：1.摆角  $\theta$  不易测量；2.由于实验条件限制，这种修正可能反而引入更多误差。

6. 摆长测量不精确，且摆绳摆动时长度可能有变化。

# 实验报告

PB21XXXXXX W L Y

2022年3月19日

**实验项目：**单摆法测重力加速度

**实验目的：**利用经典单摆公式，根据给出的器材和对重力加速度的精度要求设计实验，测量本地的重力加速度。

**实验器材：**卷尺、游标卡尺、千分尺、电子秒表、单摆（带标尺、平面镜，摆线长度可调）。

各装置的最大允差如下：

钢卷尺  $\Delta_{\text{尺}} \approx 0.2 \text{ cm}$ ；游标卡尺  $\Delta_{\text{卡}} \approx 0.002 \text{ cm}$ ；

千分尺  $\Delta_{\text{千}} \approx 0.001 \text{ cm}$ ；秒表  $\Delta_{\text{秒}} \approx 0.01 \text{ s}$ 。

根据统计分析，实验人员开启或停止秒表的反应时间为  $0.1 \text{ s}$  左右，所以实验人员测量时间的精度近似为  $\Delta_{\text{人}} \approx 0.2 \text{ s}$ 。

## 实验原理

单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left( 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \dots \right)$$

摆角  $\theta < 5^\circ$  时，可取一级近似。近似周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

通过测量周期  $T$ 、摆长  $l$  可求出重力加速度  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ 。

## 实验步骤

- 按照实验要求组装好实验仪器，将秒表归零；
- 用钢卷尺测量悬挂点到摆球中心的距离六次，作为摆长；
- 将摆球拉离平衡位置使其小角度（小于 5 度）同平面摆动；
- 用秒表测量单摆 50 次全振动所需时间，重复六次。计数方法：在摆球到达最低点时计数；
- 整理仪器；
- 数据处理和误差分析。

## 测量记录

测量次数	1	2	3	4	5	6
摆长/cm	72.33	72.38	72.40	72.27	72.35	72.30
50 个全振动时间/s	84.81	85.72	85.46	84.59	85.75	85.29

表 1 原始数据

## 数据处理和不确定度分析

本实验取置信概率  $p = 0.95$

摆长的平均值:

$$\bar{l} = \frac{72.33 + 72.38 + 72.40 + 72.27 + 72.35 + 72.30}{6} \text{ cm} = 72.33 \text{ cm.}$$

摆长的标准差:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{(72.33 - 72.33)^2 + (72.38 - 72.33)^2 + (72.40 - 72.33)^2 + (72.27 - 72.33)^2 + (72.35 - 72.33)^2 + (72.30 - 72.33)^2}{6-1}} \text{ cm} = 0.050 \text{ cm.}$$

那么它的展伸不确定度为:

$$u_l = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{lB}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(2.57 \times \frac{0.050}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.05}{3}\right)^2} \text{ cm} = 0.062 \text{ cm.}$$

$$\Delta_{lB} = 0.05 \text{ cm.}$$

周期的平均值:

$$\bar{T} = \frac{84.81 + 85.72 + 85.46 + 84.59 + 85.75 + 85.29}{6 \times 50} \text{ s} = 1.705 \text{ s.}$$

周期的标准差:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\left(\frac{84.81}{50} - 1.705\right)^2 + \left(\frac{85.72}{50} - 1.705\right)^2 + \left(\frac{85.46}{50} - 1.705\right)^2 + \left(\frac{84.59}{50} - 1.705\right)^2 + \left(\frac{85.75}{50} - 1.705\right)^2 + \left(\frac{85.29}{50} - 1.705\right)^2}{6-1}} \text{ s} = 6.9 \times 10^{-3} \text{ s.}$$

$$\text{本实验中 } \Delta_{TB} = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{秒}}^2 + \Delta_{\lambda}^2}}{50} = \frac{\sqrt{0.01^2 + 0.2^2}}{50} = 4 \times 10^{-3} \text{ s.}$$

故周期的展伸不确定度为:

$$u_T = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{TB}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(2.57 \times \frac{6.9 \times 10^{-3}}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{4 \times 10^{-3}}{3}\right)^2} \text{ s} = 7.8 \times 10^{-3} \text{ s.}$$

$$\text{因此重力加速度测量值为 } \bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{\bar{T}^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times 0.7233 \text{ m}}{(1.705 \text{ s})^2} = 9.813 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{展伸不确定度: } \frac{u_g}{g} = \sqrt{\left(2 \frac{u_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{u_l}{l}\right)^2} = \sqrt{\left(2 \times \frac{7.8 \times 10^{-3}}{1.705}\right)^2 + \left(\frac{0.062}{72.33}\right)^2} = 0.0092,$$

$u_g = 0.09 \text{ m/s}^2$ , 满足实验设计的条件。

最终测量结果的表达式为:  $g = \bar{g} \pm u_g = 9.81 \pm 0.09 \text{ m/s}^2, P = 0.95.$

## 讨论

本实验误差来源和改进方法主要有：

1. 随机误差。可多次测量取平均值、适当增加每次测量的周期数，用累计放大法减小误差。
2. 计时误差较大。可使用光电计时器以提高精度。事实上，本实验中周期不确定度未达到预期，可能是因为周期测量受测量者的状态、周围环境等影响。
3. 小球不是理想的质点。可适当增大摆长。
4. 空气阻力和浮力、摆绳重力影响单摆的精确度。可使用较轻的细绳以减小摆绳重力影响，使用密度较大的摆球以减小空气阻力和浮力的影响。
5. 即使不考虑空气阻力和浮力、摆绳重力等影响，单摆也不是理想的谐振子，应使摆角尽可能小。
6. 测量摆长时操作难度大。
7. 摆绳摆动时长度可能有变化。

# 实验报告

PB21XXXXXX W L Y

2022年3月19日

**实验项目：**自由落体法测重力加速度

**实验目的：**利用自由落体测量本地的重力加速度。

**实验器材：**自由落体实验装置（含电磁铁、两个光电门、有标尺的立柱，标尺刻度精度1cm，计时精度0.1ms）、大小两个钢球。

## 实验原理

自由落体的运动方程为  $h = \frac{1}{2}gt^2$ ，其中  $h$  是下落距离， $t$  是下落时间。但在实际工作中， $t$  的测量精度不高，利用此式很难精确测量重力加速度。因此本实验不直接利用此公式测量重力加速度，而使用双光电门法。固定光电门1的位置，即令小球通过光电门1时的速度  $v_0$  保持不变，移动光电门2，用立柱上的标尺测量两个光电门的高度差。第  $i$  次测量时，小球通过光电门1与光电门2的高度差为  $h_i$ ，时间差为  $t_i$ ，改变光电门2的位置，则有：

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2} g t_i^2$$

两端同时除以  $t_i$  得

$$\bar{v}_i = \frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2} g t_i$$

测出系列  $h_i$ ,  $t_i$ ，利用线性拟合可求出当地的重力加速度  $g$ 。

## 实验步骤

1. 组装实验器材。
2. 调整光电门1到20cm刻度线处，光电门2到95cm刻度线处。
3. 按下仪器的RESET键，将小球吸附在电磁铁下。
4. 按下仪器的START键，使小球竖直落下，依次经过两个光电门。读数，记录小球经过两个光电门所用的时间及时间差。再将小球更换为大球，重复上述操作。
5. 依次将光电门2调整至90, 85, 80, 75, 70 cm处，重复步骤3、4。
6. 数据处理和误差分析。

## 测量记录

两个光电门高度差/cm	75.0	70.0	65.0	60.0	55.0	50.0
小球通过第一个光电门的时间/ms	216.5	216.6	216.7	216.6	216.6	216.5
小球通过第二个光电门的时间/ms	447.3	435.9	424.1	411.7	399.2	386.1
小球通过两个光电门的时间差/ms	230.8	219.3	207.4	195.1	182.6	169.6

表1 小球原始数据

两个光电门高度差/cm	75.0	70.0	65.0	60.0	55.0	50.0
大球通过第一个光电门的时间/ms	214.0	213.9	214.0	213.9	213.9	214.0
大球通过第二个光电门的时间/ms	445.7	433.7	422.0	409.7	397.0	384.1
大球通过两个光电门的时间差/ms	231.7	219.8	208.0	195.8	183.1	170.1

表 2 大球原始数据

### 数据处理

根据测得的原始数据，计算每组数据对应的平均速度  $\bar{v}$ ，并进行线性拟合。

小球平均速度/(m/s)	3.250	3.192	3.134	3.075	3.012	2.948
时间差/s	0.2308	0.2193	0.2074	0.1951	0.1826	0.1696

表 3 小球平均速度

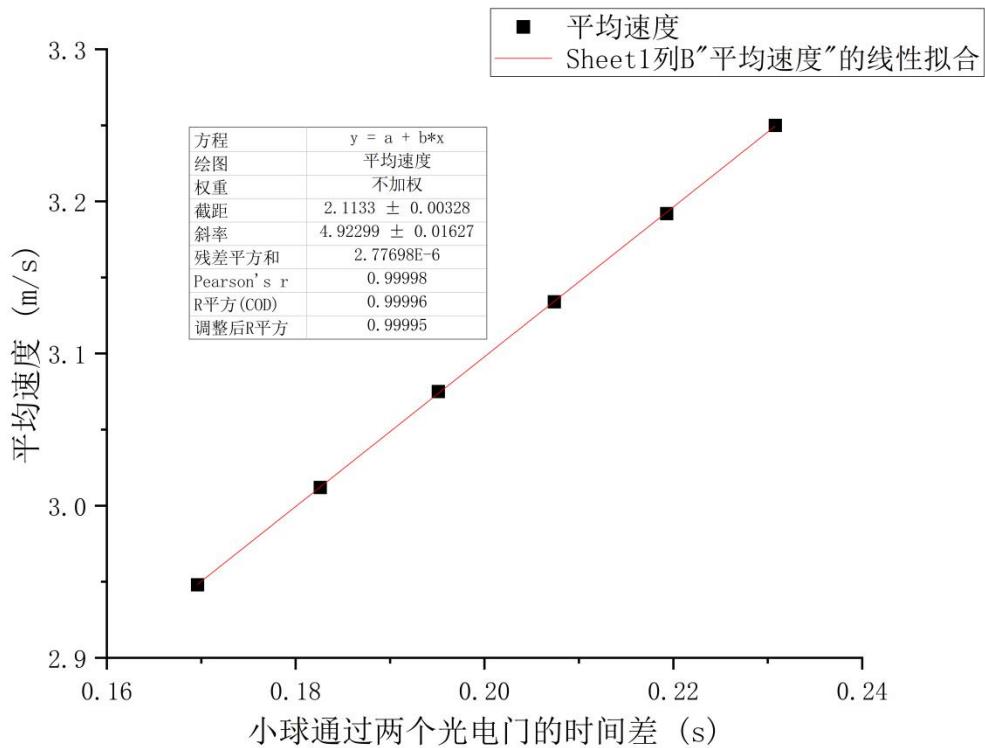


图 1 使用 Origin2021b 对小球数据进行线性拟合的结果

小球拟合结果如图 1 所示，皮尔逊相关系数为 0.99998。重力加速度为图线斜率的 2 倍，故测量结果为

$$g = 9.85 \pm 0.04 \text{ m/s}^2$$

大球平均速度/(m/s)	3.237	3.185	3.125	3.064	3.004	2.939
时间差/s	0.2317	0.2198	0.2080	0.1958	0.1831	0.1701

表 4 大球平均速度与时间差的关系

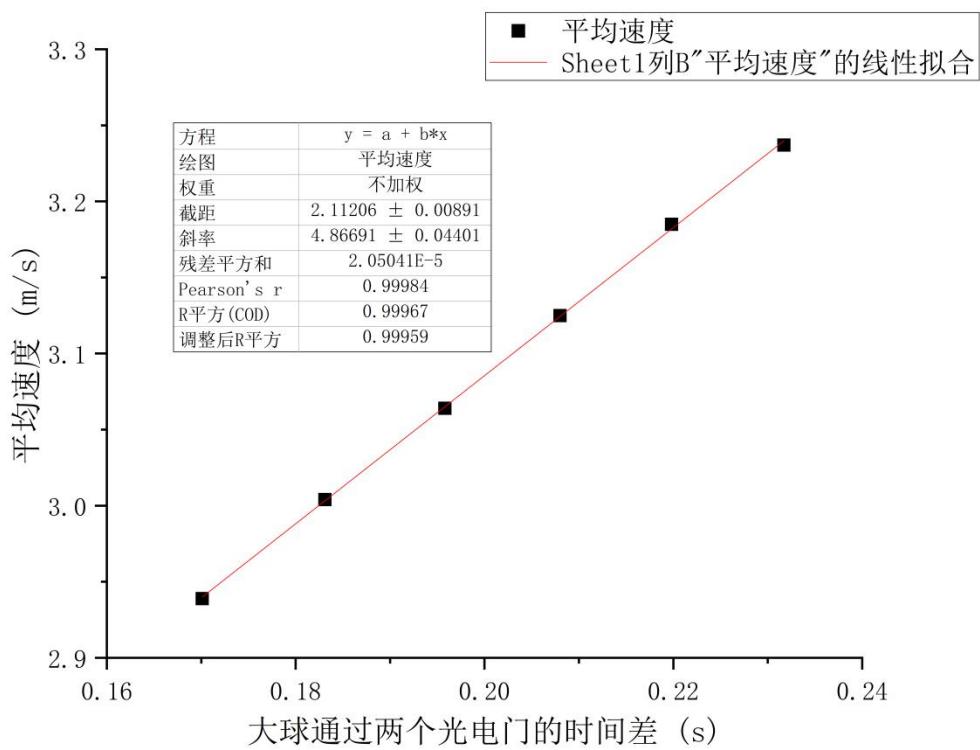


图 2 使用 Origin2021b 对大球数据进行线性拟合的结果

大球拟合结果如图 1 所示，皮尔逊相关系数为 0.99984。重力加速度为图线斜率的 2 倍，故测量结果为

$$g = 9.73 \pm 0.09 \text{ m/s}^2$$

### 讨论

本实验的误差来源主要有：

1. 电磁铁存在剩磁，可能对测量结果造成影响。
2. 小球易受扰动，表现为图 1, 2 中点散落在直线两侧。
3. 球不是理想的质点，时间差测量可能不准确。
4. 高度不易准确测量。立柱的刻度精度较低，且装置不易竖直放置，可能的倾斜也会使下落距离测量不准。
5. 空气阻力会影响测量结果。
6. 钢球释放时可能发生摇晃，导致时间测量不准。

### 思考题

1. 在实际工作中，为什么利用  $h = \frac{1}{2}gt^2$  很难精确测量重力加速度  $g$ ？

一方面，由于释放时磁力并非迅速衰减等的原因，时间差  $t$  很难测量精准；另一方面，由于小球的尺寸、悬挂的位置等的原因，小球位置难以准确测量，进而小球下落的高度  $h$  也很难测准。此外，下落时空气阻力也将引起误差。因此利用该公式很难精确测量重力加速度  $g$ 。

2. 为了提高测量精度，光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取？

应固定光电门 1 的位置，较大范围内等梯度改变光电门 2 的位置。两个光电门高度差不宜过小，因为这样会增大相对误差。

3. 利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度  $g$  的实验方案吗？

方案一：不改变实验原理，可使用单个光电门测得所有时间数据。

方案二：在公式  $h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$  中，保持  $h$  不变，改变  $v_0$ ，即同时移动两个光电门，使其高度差不变，用非线性拟合可得到重力加速度  $g$ 。

方案三：将两光电门靠拢，测量其间距  $\Delta h$ 。将两光电门保持紧贴一同移动至多个不同高度，测量二者高度并取平均值，记为  $h_i$ ，测量小球通过二者的时间，取平均值  $t_i$ ，差值  $\Delta t_i$ 。

匀加速运动中，时间中点处的速度与等于平均速度，故有  $\bar{v}_i = \frac{\Delta h}{\Delta t_i} = v_0 + gt_i$ 。其中  $v_0$  为电

磁铁剩磁引起的修正项。对同一个钢球，假设每次释放时电磁铁剩磁影响相同，并忽略空气阻力等其他因素的影响，则此修正项不变。故可用线性拟合得到重力加速度。本方案相对误差可能较大。