

1. 表 2 里的“圆柱、烧杯、水质量之和”不好，应该只测烧杯和水质量之和。
2. 拟合时取了 $y=r(30T)^2$ ， $x=r^2$ ，不如取 $x=r(30T)^2$ ， $y=r^2$ 好，因为这样结果的表达式里的物理量就没有重力加速度 g 。

实验报告 (Simplified)

PB21XXXXXX W L Y

2022年3月25日

实验项目：质量和密度的测量

测量记录

1. 测量金属圆柱体的密度

圆柱质量/g	圆柱直径/cm	圆柱高/cm
163.67	2.476	3.996

表 1 卡尺法原始数据

圆柱、烧杯、水质量之和/g	圆柱浸入水中后电子天平读数/g	测前水温/°C	测后水温/°C
744.32	599.86	15.0	15.0

表 2 流体静力称衡法原始数据

2. 用转动定律测量物体质量

测量次数	1	2	3	4	5
铜块与转轴的距离/cm	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00
30 个全振动时间/s	56.08	53.20	52.36	51.68	52.21

表 3 测量木条转动惯量原始数据

金属棒长度/cm	金属棒中心与转轴距离/cm	30 个全振动时间/s
6.204	30.0	45.00

表 4 测量金属棒质量原始数据

3. 测量钢片质量

钢片 30 个全振动时间/s	砝码 30 个全振动时间/s
27.09	38.44

表 5 测量钢片质量原始数据

数据处理

1. 测量金属圆柱体的密度

卡尺法

$$\text{密度测量值为 } \rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi D^2 h} = \frac{4 \times 163.67}{3.14 \times 2.476^2 \times 3.996} \text{ g/cm}^3 = 8.511 \text{ g/cm}^3。$$

流体静力称衡法

测量前后水温平均为15.0 °C，查表知15.0 °C 时水的密度为0.999126 g/cm³。

密度测量值为

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{m_0} \rho_0 = \frac{163.67}{163.67 + 599.86 - 744.32} \times 0.999126 \text{ g/cm}^3 = 8.4816 \text{ g/cm}^3。$$

上式中， m_0 表示圆柱排开水的体积。

2. 用转动定律测量物体质量

开始测量前，通过缠绕胶带的方式调整木条质心位置，使其与转轴重合。

如下图，在木条质心位置与转轴重合的情况下，系统受合外力矩为 $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ 。小角度下，

$\sin \varphi \approx \varphi$ ，则运动方程为 $\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{mgr}{I} \varphi = 0$ 。其中 m 为粘贴在木条上的物体的质量， r 为

其质心与转轴的距离。故 $\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{mgr}{I}$ 。

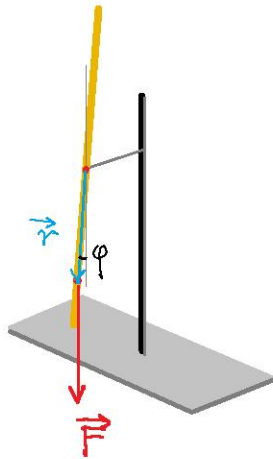


图 1 实验原理

测量木条转动惯量

实验所用圆柱形铜块单个质量为 15 g。将其粘贴在木条的不同位置，则系统的转动惯量为

$$I = I_C + 2m_0 r^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} m_0 r_0^2 \approx I_C + 2m_0 r^2 (r_0 \ll r)$$

其中 I_C 为木条绕其质心（转轴）的转动惯量， m_0 为单个铜块质量， r 为铜块质心与转轴的距离， r_0 为铜块半径。据此可得

$$\frac{gr}{4\pi^2} T^2 = r^2 + \frac{I_C}{2m_0}$$

根据测得数据得到 $y = r(30T)^2$ 与 $x = r^2$ 的关系：

r/m	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000
30T/s	56.08	53.20	52.36	51.68	52.21
x/m ²	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600
y/(m•s ²)	628.99	707.56	822.47	934.79	1090.35

表 6 y 与 x 的关系

作线性拟合 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ ，则 $I_C = \frac{m_0 g}{1800\pi^2} \hat{a}$ 。

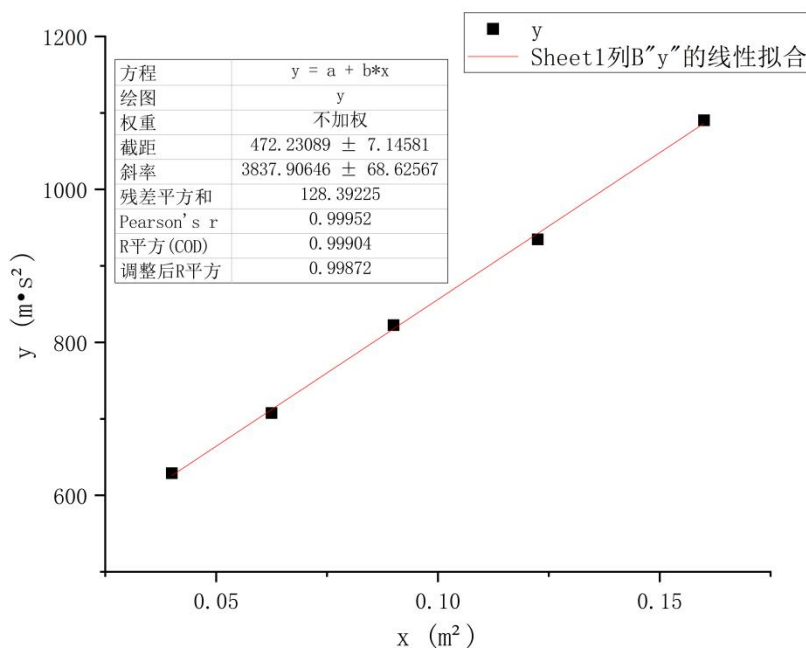


图 2 使用 Origin 2021b 线性拟合的结果

根据拟合结果， $\hat{a} \approx 472 \text{ m} \cdot \text{s}^2$ ，故

$$I_C = \frac{m_0 g}{1800\pi^2} \hat{a} = \frac{15 \times 10^{-3} \times 9.8}{1800 \times 3.14^2} \times 472 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 3.906 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2。$$

测量金属棒质量

将金属棒粘贴在木条上，则系统的转动惯量为

$$I = I_C + \frac{1}{12} ml^2 + mr^2$$

其中 I_C 为木条绕其质心（转轴）的转动惯量， m 为金属棒质量， r 为金属棒质心与转轴的

距离， l 为金属棒长度。由 $\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{mgr}{I}$ 得

$$m = \frac{12I_c}{3\left(\frac{T}{\pi}\right)^2 gr - l^2 - 12r^2} = \frac{12 \times 3.906 \times 10^{-3}}{3 \times \left(\frac{45.00}{30 \times 3.14}\right)^2 \times 9.8 \times 0.300 - (6.204 \times 10^{-2})^2 - 12 \times 0.300^2} \text{ kg} = 5.057 \times 10^{-2} \text{ kg} = 50.57 \text{ g}$$

3. 测量钢片质量

分别将钢片、质量已知 ($m_0 = 100.1 \text{ g}$) 的砝码悬挂在弹簧下，测量 30 个全振动的的时间。由

振动周期公式为 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ，故钢片质量测量值为

$$m = \frac{T^2}{T_0^2} m_0 = \left(\frac{30T}{30T_0}\right)^2 m_0 = \left(\frac{27.09}{38.44}\right)^2 \times 100.1 \text{ g} = 49.71 \text{ g}。$$