

1. 螺旋测微器的允差应该是 0.004mm，而不是 0.005mm。
2. 温馨提示：钢卷尺的允差是 0.12cm，不是 0.05cm。估计误差也要算。
3. 线性拟合的不确定度实际上只算了 A 类，B 类不知道怎么算，问老师屁用没有。显然不影响得分。
4. 砝码可能不一样重，伸长量忽大忽小，数据是当场修改过的。

# 实验报告

PB21XXXXXX ■■■■

2022年3月31日

**实验项目：**拉伸法测量钢丝的杨氏模量

**实验目的：**理解杨氏模量的物理意义及定义，理解光杠杆的放大原理，初步了解杨氏模量实验仪实验装置的工作原理，掌握作图法和最小二乘法，利用拉伸法测量钢丝的杨氏模量。

**实验器材：**钢卷尺（允差0.12 cm）、螺旋测微器（允差为0.005 mm）、水平尺、七个质量相同（每个500 g）的砝码、杨氏模量测量仪（含望远镜、标尺、有夹具的支架、钢丝、砝码托、光杠杆等）。

## 实验原理

在材料弹性限度内，应力  $F/S$  和应变  $\Delta L/L$  是一个常数，称为杨氏模量，即

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} = \frac{FL}{S\Delta L}$$

根据上式可以计算得到物体的杨氏模量  $E$ 。因为刚性材料在外力拉伸下伸长量  $\Delta L$  一般很小，不易测量，所以采用光杠杆放大法。

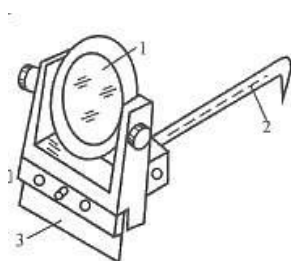


图1 光杠杆示意图

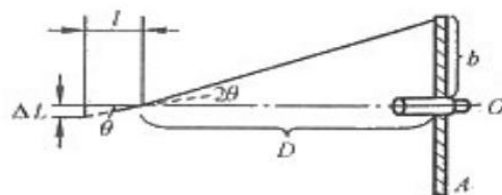


图2 光杠杆原理图

如图1，光杠杆是一个带有可旋转的平面镜的支架，平面镜的镜面与三个足尖决定的平面垂直，其后足即杠杆的支脚与被测物接触。固定光杠杆的前足，当其后足下降微小距离  $\Delta L$  时，光杠杆转过的角度  $\theta \approx \frac{\Delta L}{l}$ ，其中  $l$  为光杠杆的臂长。据此可间接测量  $\Delta L$ 。

如图2，当钢丝在拉力作用下发生微小伸长  $\Delta L$  时，光杠杆转过小角度  $\theta$ ，其反射光转动的角度为  $2\theta \approx \frac{b}{D}$ 。式中  $D$  为镜面到标尺的距离， $b$  为拉力  $F$  作用下标尺读数的改变。

由此可得  $\frac{b}{D} = \frac{2\Delta L}{l}$ ，故  $E = \frac{FL}{S\Delta L} = \frac{2DFL}{Slb} = \frac{8DLmgN}{\pi d^2 l b}$ 。其中  $N$  为放置的砝码个数， $m$  为单个砝码质量， $d$  为钢丝直径。测出一系列数据后对  $b$  和  $n$  的关系进行线性拟合，即可求出杨氏模量。

## 实验步骤

### 1. 调节仪器

(1) 调节支架底部螺丝，并使用水平尺在不同方向测量水平性，确保平台的水平；调节平台的上下位置，使管制器顶部与平台的上表面共面；

(2) 适当调整光杠杆的后足，使其正常工作；调整平面镜至竖直。

(3) 调节望远镜、竖尺和光杠杆三者之间的相对位置，按先粗调后细调的原则调节望远镜，先利用望远镜上的准星粗调，再细调目镜及调焦手轮，直至目镜中能看见清晰的叉丝和标尺像。

### 2. 测量

(1) 记录望远镜中标尺的读数  $b_0$  作为钢丝的起始长度；

(2) 在砝码托上逐次加相同质量的砝码，每增加一个砝码后，记录望远镜中标尺上的读数  $b_i$ ，

然后再将砝码逐次减去，记下对应的读数  $b_i'$ ，取相同砝码的两组数据的平均值  $\bar{b}_i$ 。加减砝码时要注意防止光杠杆的刀口、望远镜、竖尺的位置变化。

(3) 用钢卷尺测量钢丝的长度  $L$ 、平面镜与标尺之间的距离  $D$  以及光杠杆的臂长  $l$  各三次，用螺旋测微器测量钢丝三个不同位置（上、中、下）的直径  $d$ 。

### 3. 数据处理与分析。

## 测量记录

测量次数	1	2	3
钢丝直径/mm	0.289	0.293	0.291
光杠杆臂长/cm	7.03	7.02	7.04
钢丝长度/cm	97.25	97.13	97.19
镜尺距离/cm	151.80	151.92	151.84

表1 钢丝直径、光杠杆臂长、钢丝长度、镜尺距离原始数据

(注：螺旋测微器零误差为 0.000mm)

砝码个数	0	1	2	3	4	5	6	7
去程读数/cm	0.00	1.50	2.99	4.50	6.02	7.53	9.02	10.54
回程读数/cm	0.00	1.51	3.01	4.53	6.08	7.61	9.08	10.54
平均/cm	0.000	1.505	2.000	4.515	6.050	7.570	9.050	10.540

表2 标尺读数原始数据

## 数据处理

本实验取置信概率  $p = 0.95$ 。

(1) 钢丝直径  $d$ ：
$$\bar{d} = \frac{0.289 + 0.293 + 0.291}{3} \text{ mm} = 0.2910 \text{ mm}$$
（中间结果多保留一位），

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{(0.289 - 0.2910)^2 + (0.293 - 0.2910)^2 + (0.291 - 0.2910)^2}{3-1}} \text{ mm} = 0.002 \text{ mm},$$

估计误差较小，故  $\Delta_{dB} = 0.005 \text{ mm}$ 。

展伸不确定度为

$$u_d = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{dB}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.30 \times \frac{0.002}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.005}{3}\right)^2} \text{ mm} = 5.94 \times 10^{-3} \text{ mm}。$$

(2) 光杠杆臂长  $l$ :  $\bar{l} = \frac{7.03 + 7.02 + 7.04}{3} \text{ cm} = 7.030 \text{ cm},$

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{(7.03 - 7.030)^2 + (7.02 - 7.030)^2 + (7.04 - 7.030)^2}{3-1}} \text{ cm} = 0.01 \text{ cm},$$

估计误差较小，故  $\Delta_{lB} = 0.12 \text{ cm}$ 。

展伸不确定度为

$$u_l = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{lB}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.30 \times \frac{0.01}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.12}{3}\right)^2} \text{ cm} = 0.08 \text{ cm}。$$

(3) 钢丝长度  $L$ :  $\bar{L} = \frac{97.25 + 97.13 + 97.19}{3} \text{ cm} = 97.190 \text{ cm},$

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{(97.25 - 97.190)^2 + (97.13 - 97.190)^2 + (97.19 - 97.190)^2}{3-1}} \text{ cm} = 0.06 \text{ cm},$$

钢卷尺允差为  $0.12 \text{ cm}$ ，估计误差取为  $0.2 \text{ cm}$ ，故  $\Delta_{LB} = \sqrt{0.12^2 + 0.2^2} \text{ cm} = 0.23 \text{ cm}。$

展伸不确定度为

$$u_L = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_L}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{LB}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.30 \times \frac{0.06}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.23}{3}\right)^2} \text{ cm} = 0.21 \text{ cm}。$$

(4) 镜尺距离  $D$ :  $\bar{D} = \frac{151.80 + 151.92 + 151.84}{3} \text{ cm} = 151.853 \text{ cm},$

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{(151.80 - 151.853)^2 + (151.92 - 151.853)^2 + (151.84 - 151.853)^2}{3-1}} \text{ cm} = 0.09 \text{ cm},$$

钢卷尺允差为  $0.12 \text{ cm}$ ，估计误差取为  $0.3 \text{ cm}$ ，故  $\Delta_{DB} = \sqrt{0.12^2 + 0.3^2} \text{ cm} = 0.32 \text{ cm}。$

展伸不确定度为

$$u_D = \sqrt{\left(t_p \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_{DB}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.30 \times \frac{0.09}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.32}{3}\right)^2} \text{ cm} = 0.31 \text{ cm}。$$

(5) 再给出标尺平均读数与砝码个数的关系。

砝码个数	0	1	2	3	4	5	6	7
平均读数/cm	0.000	1.505	3.000	4.515	6.050	7.570	9.050	10.540

表3 标尺平均读数与砝码个数的关系

依前述讨论结果， $b = \frac{8DLmg}{\pi d^2 l E} N (+b_0)$ 。作线性拟合  $\hat{b} = \hat{b}_0 + \hat{k}N$ ，结果如下：

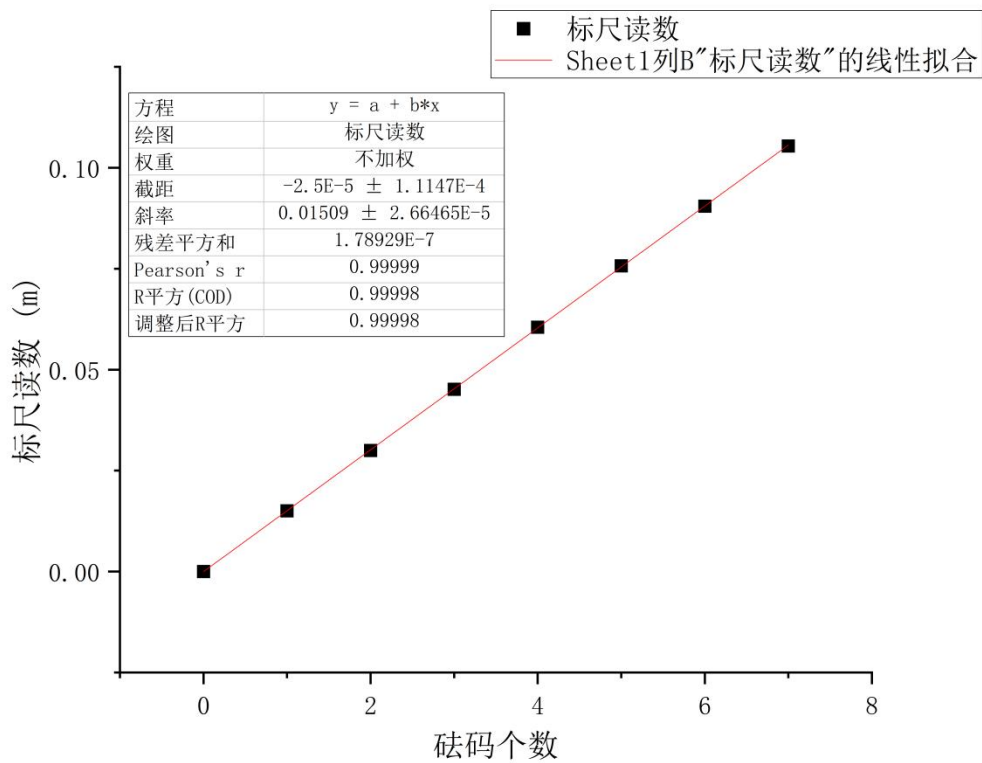


图1 使用 Origin2021b 进行线性拟合的结果

拟合得到  $\hat{k} = 0.01509 \text{ m}^{-1}$ ，相关系数  $r = 0.9999906447$ ，故斜率的标准差及展伸不确定

度为  $s_k = \hat{k} \sqrt{\left(\frac{1}{r^2} - 1\right) / (n - 2)} = 2.665 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ ， $u_k = t_p s_k = 6.53 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ 。这里取自

自由度  $\nu = 8 - 2 = 6$ ， $t_p = 2.45$ 。

依前述讨论结果， $b = \frac{8DLmg}{\pi d^2 l E} N (+b_0)$ 。故杨氏模量测量值为

$$\bar{E} = \frac{8\bar{D}\bar{L}m\bar{g}}{\pi(\bar{d})^2\bar{l}\bar{k}} = \frac{8 \times 151.85 \times 10^{-2} \times 97.19 \times 10^{-2} \times 0.5 \times 9.8}{3.14 \times (0.291 \times 10^{-3})^2 \times 7.03 \times 10^{-2} \times 0.0151} \text{ Pa} = 2.050 \times 10^{11} \text{ Pa}。$$

$$\begin{aligned} \text{展伸不确定度: } \frac{u_E}{\bar{E}} &= \sqrt{\left(\frac{u_D}{\bar{D}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{\bar{L}}\right)^2 + \left(2\frac{u_d}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{u_l}{\bar{l}}\right)^2 + \left(\frac{u_k}{\bar{k}}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.31}{151.85}\right)^2 + \left(\frac{0.21}{97.19}\right)^2 + \left(2 \times \frac{5.94 \times 10^{-3}}{0.291}\right)^2 + \left(\frac{0.08}{7.03}\right)^2 + \left(\frac{6.53 \times 10^{-5}}{0.0151}\right)^2} = 0.043, \end{aligned}$$

$$u_E = 0.043 \times 2.050 \times 10^{11} \text{ Pa} = 0.088 \times 10^{11} \text{ Pa}。$$

最终结果为： $E = \bar{E} \pm u_E = (2.05 \pm 0.09) \times 10^{11} \text{ Pa} (p = 0.95)。$

## 讨论

本实验中光学仪器的调整较为困难，应遵循先粗调后细调的原则以加快实验进程。应注意调节完成后光杠杆的刀口、望远镜、竖尺的位置不能再变化。本实验中，钢丝长度、镜尺距离的测量难度较大，光杠杆的臂长相对不确定度较大。此外，读数时钢丝可能没有完全伸长，光杠杆易受外界影响，这些都可能造成误差。

## 思考题

1. 利用光杠杆把测微小长度  $\Delta L$  变成测  $b$ ，光杠杆的放大率为  $\frac{2D}{l}$ ，根据此式能否以增加  $D$

减小  $l$  来提高放大率，这样做有无好处？有无限度？应怎样考虑这个问题？

答：可以通过增加  $D$  减小  $l$  减小放大率，但不宜过度，理由如下：

(1) 不宜过度减小  $l$ ，因为如过度减小  $l$ ，对  $l$  的测量的误差会变得更大，且实验用到了近似

$$\theta \approx \frac{\Delta L}{l}, \quad 2\theta \approx \frac{b}{D},$$

过度减小  $l$  会使  $\theta$  过大，从而近似公式偏差增大，测量误差增大。

(2) 理论上增大  $D$  可以提高放大率，且不影响近似公式精确度。但若过度增大  $D$ ，那么在调整仪器过程中找到标尺的像会更加困难，测量  $D$  的难度也会增加。

(3) 如果放大率过大，标尺读数变化太大，砝码加到一定数量后  $b$  会超过标尺量程，实验无法完成。此外，现有条件下的放大率已经足够，且由于实验条件的限制，标尺读数已经不是主要的误差来源，进一步提高放大率对减小误差作用不大。综合来看，放大率应在一个合理的范围内，过小会导致放大效果不佳，过大则会造成实际操作的困难。

因此，实验中应选择合适的  $D$  和  $l$ ，尽量在保证精度的同时减小操作难度。

2. 实验中，各个长度量用不同的仪器来测量是怎样考虑的，为什么？

待测量的大致范围决定了仪器需要的量程；实际情况则限制了测量方法，进而限制了仪器的种类。由误差均分原理知，不同待测量需要的绝对误差不同，因此对于仪器的精度要求不同。综合考虑以上几点，可以选择合适的仪器，提升实验精度，提升实验效率。

本实验用螺旋测微器测量钢丝直径，用钢卷尺测量钢丝长度、镜面到标尺的距离、光杠杆的臂长。使用钢卷尺是因为钢卷尺价格低、量程大且误差在接受的范围内；使用螺旋测微器是因为钢丝的直径较小，且呈细长圆柱形，需要使用精密度高、能够夹持钢丝进行直径测量的螺旋测微器。