24

| 得分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

一（本题25分，每空5分）填空.

(1) 设复系数多项式$f(x)=3x^2+ax-4$与$g(x)=6x^2+bx+2$有公共根，则$a,b$满足方程 $2a^2+3ab-2b^2+150=0$ ________.

(2) 设多项式$f(x)=x^3-2x+3$的三个复根分别为$a,b,c$. 则以$a+b,b+c,c+a$为根的三次首一多项式为 ~~$x^3-2x+3$~~ $x^3-2x-3$.

(3) 设$A,B^T\in\mathbb{C}^{4\times 2}$，且$AB=\begin{pmatrix}4&0&-2&0\\0&4&0&-2\\-2&0&1&0\\0&-2&0&1\end{pmatrix}$，则$BA=$ $5I_2$ ________.

(4) 4阶方阵$A$的第3行元素分别为$-1$, 0, 2, 8，第4行元素对应的余子式依次是5, 10, $a$, 2，
$- \ + \ - \ +$
则$a=$ $\frac{21}{2}$ ________.

(5) 设$A\in F^{m\times n}$, 且$\operatorname{rank}(A)=r$, 则矩阵方程$AX=0$的解空间$V=\{X\in F^{n\times p}\mid AX=0\}$的维数为 $p(n-r)$ ________.

| 得分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

二（本题15分）复多项式$f(x)$满足：$x\,|\,f(x)$, $(x+2)^2\,|\,f(x)+2$, $(x-1)^2\,|\,f(x)-1$. 求满足条件的次数最低的首一多项式$f(x)$.

| 得分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

三（本题15分）设$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-1 \\ n-1 & n & 1 & \cdots & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$. 求$A^{-1}$.

| 得分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

五（本题15分）设$A$和$B$为$n$阶方阵.

(1). 若$A^2=A$且$\mathrm{rank}(A)=r$, 证明: 存在$n$阶可逆阵$P$使得$P^{-1}AP=\begin{pmatrix} I_r & O \\ O & O \end{pmatrix}$.

(2). 设$A, B$满足$A^2=A$, $B^2=B$, 证明: 若$I_n-(A+B)$可逆, 则$\mathrm{rank}(A)=\mathrm{rank}(B)$.

| 得分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

六（本题15分）设$U$和$W$是有限维复线性空间$V$的线性子空间.

(1) 如果并集$U \cup W$也是$V$的子空间, 证明: $U \subseteq W$或$W \subseteq U$;

(2) 证明: 若$\dim U = \dim W$, 则存在$V$的子空间$V_0$使得