



中国科学技术大学

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

Hefei, Anhui. 230026 The People's Republic of China

2017年 概率论期中考试 - (复原版).

1. X 为 $\{1, 2, \dots, n\}$ 上的均匀分布, $Y := X - [X]$.

prove: $Y \sim U(0, 1)$

2. check 某 pdf 为 pdf

3. 甲、乙两人做有放回摸球, 共有 6 个球, 编号 $1, 2, \dots, 6$.

甲先摸, 如果摸球者摸到 $2 \sim 6$ 号球则下一轮继续由他摸球, 否则下一轮换另一人摸球.

求第 n 次是乙摸球的 prob.

4. X_1, X_2, \dots, X_n iid $\sim N(0, 1)$.

prove: $\sum_{i=1}^n X_i^2, \frac{X_1^2}{\sum_{i=1}^n X_i^2}, \dots, \frac{X_{n-1}^2}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$ 这 n 个 r.v. 相互独立.

5. $X \perp Y$. 且 $X, Y \sim \text{Exp}(1)$.

求 $Z = \frac{X}{Y}$ 的 pdf.

6. 从 $(0, 1)$ 上任取一点, 坐标记为 x_1 , 再从 $(x_1, 1)$ 上任取一点, 坐标记为 x_2 , 再从 $(x_2, 1)$ 上任取一点坐标记为 x_3 .

① 求 x_3 的 pdf.

② 求 x_n 的 pdf.

注: 这里把一直操作下去得到的点的坐标记为 x_n