

光学

一 几何光学

1 几何光学基本定律

1.1 几何光学三定律

(1) 光的直线传播定律：光在均匀介质里沿直线传播，在非均匀介质中光线将因折射而弯曲。

(2) 光的反射定律和折射定律：

(i) 反射线与折射线都在入射面内。

(ii) 反射角等于入射角： $i_1' = i_1$ 。

(iii) 折射角与入射角正弦之比与入射角无关，是一个与介质和光的波长有关的常数， $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{12}$ ， n_{12} 称为第 2 种介质相对于第 1 种介质的折射率，此式也称为斯涅耳定律。任何介质相对于真空的折射率，称为该种介质的绝对折射率，简称折射率。折射率较大的介质称为光密介质，折射率较小的介质称为光疏介质。相对折射率等于绝对折射率之比， $n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$ ，则 $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ 。

(3) 独立传播定理光波在空间相遇，各自独立传播，互不干扰。

作为实验规律，几何学三定律是近似的，旨在空间障碍物以及反射和折射界面的尺寸远大于光的波长时成立。

1.2 全反射

当光线从光密介质射向光疏介质时， $n_{12} < 1$ ，折射角 i_2 大于入射角 i_1 。当入射角增至 $i_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ 时，折射角 $i_2 = 90^\circ$ 。当 $i_1 > i_c$ 时，折射线消失，光线全部反射，这种现象称为全反射， i_c 称为全反射临界角。

当入射角 i_1 有小到大趋近临界角 i_c 时，折射光的强度逐渐减小，反射光的强

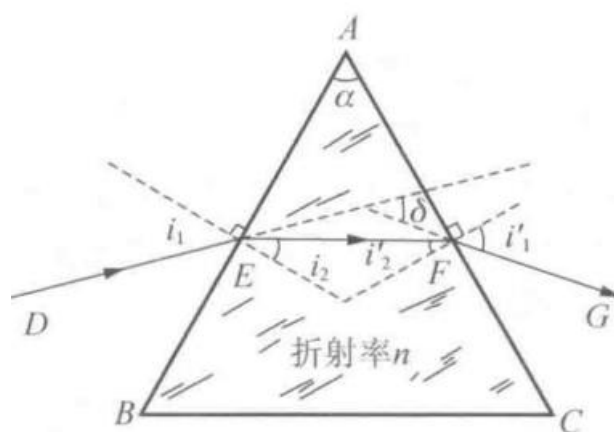
度逐渐增大。 i_1 达到或超过临界角 i_c 后，折射光的强度减到0，反射光的强度达到100%。

(1) 全反射棱镜

(2) 光学纤维

1.3 棱镜与色散

棱镜是由透明介质（如玻璃）做成的棱柱体，截面呈三角形的棱镜叫三棱镜，与棱边垂直的平面叫做棱镜的主截面。



传播方向总的变化可用入射线和出射线延长线的夹角 δ 来表示，称为偏向角， $\delta = i_1 + i_1' - \alpha$ 。在 δ 随 i_1 的改变中，对于某一 i_1 值，偏向角有最小值 δ_m ，称为最小偏向角，充要条件为 $i_1 = i_1'$ ，有 $n = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_m}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$ ，此时，出射光与入射光对称。

除了全反射外，棱镜最主要应用在于分光，即利用棱镜对不同波长的光有不同折射率的性质来分析光谱。折射率 n 与光的波长有关，这一现象叫做色散。通常棱镜的折射率 n 随波长的减小而增加，所以可见光中紫光偏折最大，红光偏折最小。棱镜光谱仪便是利用棱镜的这种分光作用制成的，它是研究光谱的重要仪器。

1.4 光的可逆性原理

当光线的方向反转时，它将逆着同一路径传播。

2 惠更斯原理

2.1 波的几何描述

在同一振源的波场中，扰动同时到达的各点具有相同的相位，这些点的轨迹是一曲面，称为波面（或波阵面）。由一个点振源发出的波，在各向同性的均匀介质中的波面是以振源为中心的球面，这种波称为球面波，在离振源很远的地方，波面趋于平面，称为平面波。

设想在波场中绘出一线族，它们每点的切线方向代表该点波扰动传播方向（能量流动的方向），这样的线族称为波线。在各向同性介质中，波线总是与波面正交的，所以球面波的波线通过共同中心点，构成同心波束。平面波的波线构成平行波束。所谓“光线”，就是光波的波线。

2.2 惠更斯原理的表述

惠更斯原理是关于波面传播的理论。考虑某一时刻，这时由振源发出的波扰动传播到了波面 S ，惠更斯提出： S 上的每一面元可以认为是次波的波源。由面元发出的次波向四面八方传播，在以后的时刻形成次波面，在各向同性的均匀介质中，次波面是半径为 $v\Delta t$ 的球面。惠更斯认为，这些次波面的包络面 S' 就是后时刻总扰动的波面。

2.3 对反射定律和折射定律的解释

根据惠更斯原理，可以解释光的反射定律和折射定律，并给出折射率的物理意义——光在两种介质中速度之比。

2.4 直线传播问题

惠更斯原理未能定量给出次波面的包络面上和包络面以外波扰动强度的分

布，不能完美地解释波的直进性与衍射现象的矛盾。

任何波动的直进性只是波长远小于孔隙线度的条件下近似成立的规律，在波长与孔隙线度可比拟甚至大于孔隙线度时，将发生显著的衍射。

除了直线传播定律，反射定律和折射定律也都只在波长很小的条件下才近似成立。

3. 费马原理

3.1 光程

光线在真空中传播距离 l 所需的时间为 $\tau = l/c$ ，当光经过几种不同的介质时，所需的时间为 $\tau = \sum_i n_i \Delta l_i / c$ ，那么 $l \equiv \sum_i n_i \Delta l_i$ 称为光线的光程。若介质的折射率连续变化，则光程为 $l \equiv \int n dl$ ，其中积分沿光线的路径 L 。光程可以理解为在相同时间内光线在真空中传播的距离。

相位差与光程成正比。

3.2 费马原理的描述

两点间光线的实际路径，是两点间光程（或所需传播时间）平稳的路径，即光程的变分为0。

3.3 由费马原理推导几何光学三定律

4 成像

4.1 实像与虚像 实物与虚物

各光线本身或其延长线交于同一点的光束，叫同心光束，在各向同性介质中它对应于球面波。由若干反射面或折射面组成的光学系统，叫做光具组。如果一个以 Q 点为中心的同心光束经光具组的反射或折射后转化为另一以 Q' 点为中心的同心光束，我们说光具组使 Q 成像于 Q' ， Q 称为物点， Q' 称为像点。若出射

的同心光束是汇聚的，我们称像点 Q' 为实像；若出射同心光束是发散的，我们称像点 Q' 为虚像。如果入射的是个发散的同心光束，则相应的发散中心 Q 称为实物；如果入射的是个汇聚的同心光束，则相应的汇聚中心 Q 称为虚物。

4.2 物方和像方 物与像的共轭性

一个能使任何同心光束保持同心性的光具组，称为理想光具组。理想光具组将空间每个物点 Q 和相应的像点 Q' 组成一一的对应关系。前者称为物方(物空间)，后者称为像方(像空间)。由于物方包括了所有实的和虚的物点，它不仅是光具组前面的那部分空间，它还要延伸到光具组之后。同样地，由于像方包括所有实的和虚的像点，它也不仅是光具组后面的那部分空间，它还要延伸到光具组之前。所以，物方和像方两个空间实际上是重叠在一起的。在一个问题中为了区分空间某个点属于物方还是像方，不是看它在光具组之前还是之后，而要看它与入射光束相联系还是与出射光束相联系。

物方和像方的点不仅一一对应，而且根据光的可逆性原理，如果将发光点移到原来像点的位置 Q' 上，并使光线沿反方向射入光具组，它的像将成在原来物点的位置 Q 上。这样一对互相对应的点 Q 和 Q' 称为共轭点。

4.3 物像之间的等光程性

由费马原理可导出一个重要结论：物点 Q 和像点 Q' 之间各光线的光程都相等。这便是物像之间的等光程性。

为了把物像之间的等光程原理推广到虚物或虚像情形，需要引入“虚光程”的概念。虚光程的折射率是原空间的。

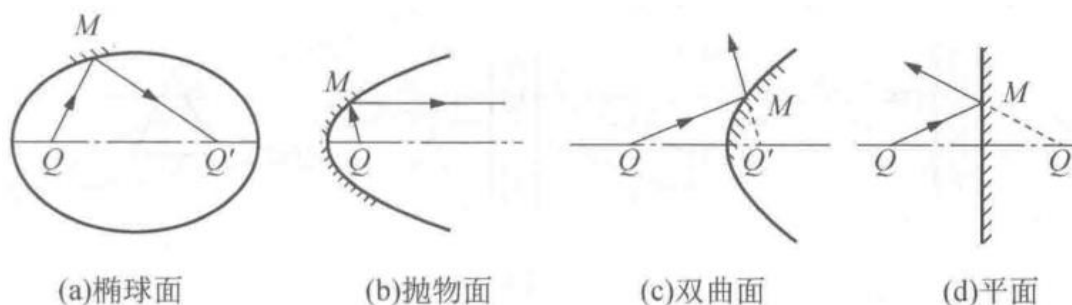
4.4 等光程面

给定 Q, Q' 两点，若有这样一个曲面，凡是从 Q 出发经它反射或折射后达到 Q'

的光线都是等光程的，这样的曲面叫做等光程面。显然，对于等光程面， Q 和 Q' 是一对物像共轭点，以 Q 为中心的同心光束经等光程面反射或折射后，严格地转化为以 Q' 为中心的同心光束。

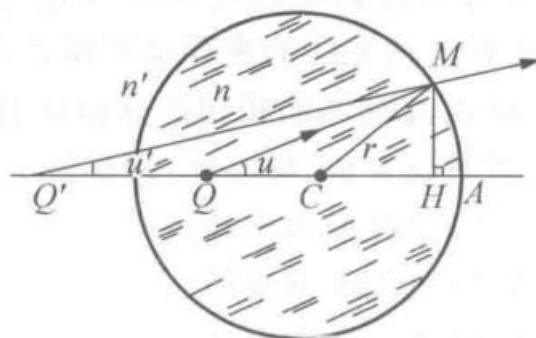
(1) 反射等光程面

物像同虚实是以物像点为焦点的旋转椭球面，若某一点为无穷远，即入射或出射光束之一为平行光束的极限情况下，曲面退化为旋转抛物面。物像异虚实是以物像点为焦点的旋转双曲面，若某一点为无穷远，即入射或出射光束之一为平行光束的极限情况下，曲面退化为平面。



(2) 折射等光程面和齐明点

一般地说，折射等光程面是四次曲面（笛卡尔卵形面），由于这种形状加工不易，实际意义不大，下面只讨论折射球面。



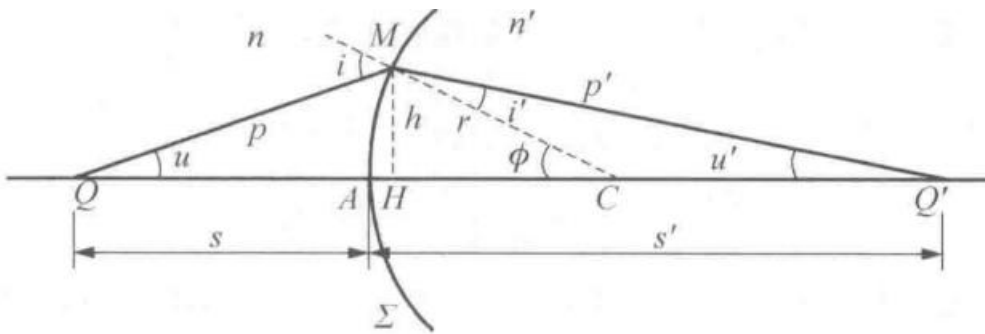
研究发现，存在一对共轭点 Q, Q' ，它们到球心的距离分别为 $\overline{QC} = \frac{n'}{n}r, \overline{Q'C} = \frac{n}{n'}r$ ，由于对称性， Q, Q' 必与 C 共线，此线叫做光轴，且有关系 $\frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{\overline{AQ'}}{\overline{QA}}$ 。 Q, Q' 这对共轭点叫做折射球面的齐明点。

5 共轴球面组傍轴成像

大多数光学仪器是由球心在同一直线上的一系列折射或反射球面组成的，这种光具组叫做共轴球面光具组，各球心的连线叫做它的光轴。

除个别特殊共轭点外，球面是不能成像的，但是若将参加成像的光线限制在光轴附近，即所谓“傍轴光线”，则近似成像是可能的。

5.1 光在单个球面上的折射



$$\frac{s^2}{n^2(s+r)^2} - \frac{s'^2}{n'^2(s'-r)^2} = -4r \sin^2(\phi/2) \left(\frac{1}{n^2(s+r)} - \frac{1}{n'^2(s'-r)} \right),$$

一般来说， s' 是与 ϕ 有关的，这就是说，由Q发出的不同倾角的光线，折射后不再与光轴交于同一点，亦即光束丧失了它的同心性。

$$\text{如果} \begin{cases} \frac{s^2}{n^2(s+r)^2} - \frac{s'^2}{n'^2(s'-r)^2} = 0 \\ \frac{1}{n^2(s+r)} - \frac{1}{n'^2(s'-r)} = 0 \end{cases}, \text{这组方程将 } s, s' \text{ 同时确定了下来, 亦即宽光束成}$$

像只能在个别的共轭点上实现。这对特殊的共轭点正是齐明点。

另一种可能是把光束限制在傍轴范围内，这时光轴任意点皆可成像。

5.2 轴上物点成像 焦距、物像距公式

对于轴上物点来说，傍轴条件可表述为 $h^2 \ll s^2, s'^2, r^2$ ，若用角度来表示， $u^2, u'^2, \phi^2 \ll 1$ ，意味着 $i^2, i'^2 \ll 1$ 。于是， $\frac{s^2}{n^2(s+r)^2} = \frac{s'^2}{n'^2(s'-r)^2}$ ，即 $\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r}$ 。对于任一个 s ，有一个 s' ，它与 ϕ 无关。这就是说，在傍轴条件下轴上任意物点Q皆可成像于某个Q'点，故式中的 s 和 s' 可分别称为物距和像距，上式就是当个折

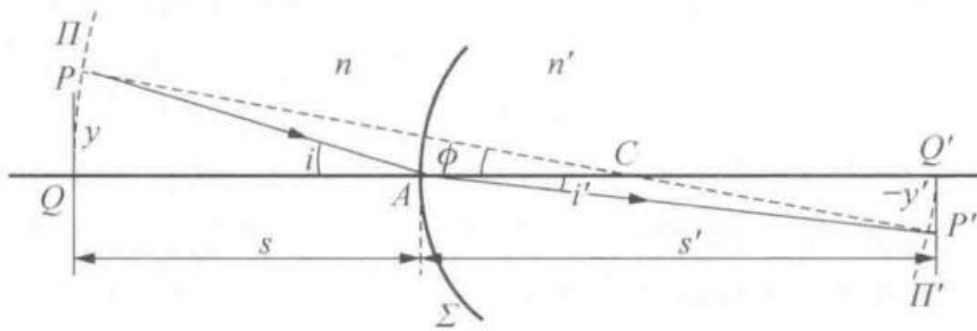
射球面的物像距公式。

轴上无穷远像点的共轭点称为物方焦点（第一焦点、前焦点，记作 F ）；轴上无穷远物点的共轭像点称为像方焦点（第二焦点、后焦点，记作 F' ）。它们到顶点 A 的距离分别叫做物方焦距（第一焦距、前焦距）和像方焦距（第二焦距、后焦距），记作 f 和 f' ；两者比为 $\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$ ，物像距公式可表示为 $\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$ 。

傍轴条件下反射球面成像的普遍物像距公式为 $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{r}$ ，焦距公式为 $f = f' = -\frac{r}{2}$ 。

5.3 傍轴物点成像与横向放大率

Π 上所有的点都成像在 Π' 上（傍轴区域）， Π 和 Π' 这样一对由共轭点组成的平面，叫做共轭平面，其中 Π 叫做物平面， Π' 叫做像平面。



轴外共轭点的傍轴条件为 $y^2, y'^2 \ll s^2, s'^2, r^2$ 。

定义横向放大率 $V = \frac{y'}{y}$ ， $|V| > 1$ 表示放大， $|V| < 1$ 表示缩小， $V > 0$ 表示同向， $V < 0$ 表示异向。

折射球面横向放大率公式 $V = -\frac{ns'}{n's}$ ，反射球面 $V = -\frac{s'}{s}$ 。

5.4 逐次成像

对每次成像过程列出物像距公式和横向放大率公式，最后总的放大率是每次成像放大率的乘积。

5.5 拉格朗日-亥姆霍兹定理

拉格朗日-亥姆霍兹不变量： $ynu = const$ 。

设入射光线从左到右，我们约定：

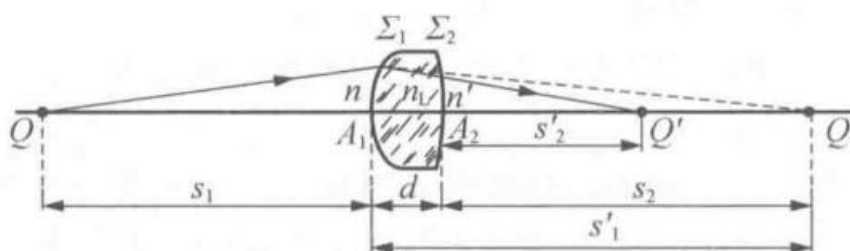
- (1) 若 Q 在顶点 A 之左（实物），则 $s > 0$ ；若 Q 在 A 之右（虚物），则 $s < 0$ ；
- (2) 折射：若 Q' 在 A 之左（虚像），则 $s' < 0$ ；若 Q' 在 A 之右（实像），则 $s' > 0$ 。反射：若 Q' 在 A 之左（实像），则 $s' > 0$ ；若 Q' 在 A 之右（虚像），则 $s' < 0$ 。
- (3) 若球心 C 在 A 之左，则 $r < 0$ ；C 在 A 之右， $r > 0$ 。
- (4) 若 P 在光轴之上， $y > 0$ ；在光轴之下， $y < 0$ 。
- (5) 从法线转到光线的方向为逆时针时交角 $u > 0$ ，顺时针时 $u < 0$ 。

为了推到方便，作图时距离总用绝对值表示。

6 薄透镜

6.1 焦距公式

透镜是由两个折射球面组成的光具组，两球面间是构成透镜的介质，折射率记作 n_L ，透镜前后介质的折射率分别记作 n 和 n' ，在大多数场合，物方和像方的介质都是空气， $n = n' \approx 1$ 。



$d = \overline{A_1 A_2}$ 称为透镜厚度，当 d 很小时，称为薄透镜，薄透镜中 A_1, A_2 几乎重合为一点，此点叫做透镜的光心，记作 O ，薄透镜的物距 s 和像距 s' 都从 O 算起。那么有 $\frac{f'_1 f'_2}{s'} + \frac{f_1 f_2}{s} = f'_1 + f'_2$ ，即 $\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$ ，在 $n = n' \approx 1$ 情况下 $f = f' = \frac{1}{(n_L - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$ ，称为磨镜者公式。

具有实焦点 ($f, f' > 0$) 的透镜叫做正透镜或会聚透镜，具有虚焦点 ($f, f' < 0$)

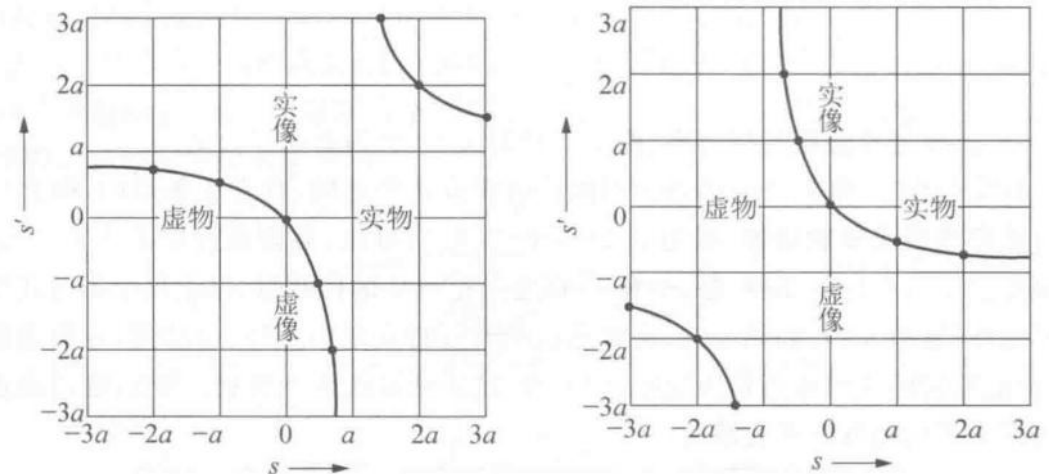
的透镜叫做负透镜或发散透镜。当透镜材料折射率大于两侧折射率时，会聚透镜的共同特点是中央厚，边缘薄，称为凸透镜，发散透镜的共同特点是边缘厚，中央薄，称为凹透镜。

凹凸透镜	平凸透镜	双凸透镜	平凸透镜	凹凸透镜
$r_1 < 0, r_2 < 0$ $ r_1 > r_2 $	$r_1 = \infty, r_2 < 0$	$r_1 > 0, r_2 < 0$	$r_1 > 0, r_2 = \infty$	$r_1 > 0, r_2 > 0$ $r_1 < r_2$

凸凹透镜	平凹透镜	双凹透镜	平凹透镜	凸凹透镜
$r_1 < 0, r_2 < 0$ $ r_1 < r_2 $	$r_1 < 0, r_2 = \infty$	$r_1 < 0, r_2 > 0$	$r_1 = \infty, r_2 > 0$	$r_1 > 0, r_2 > 0$ $r_1 > r_2$

6.2 成像公式

$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$ ，当物像方折射率相等时， $f = f'$ ，即 $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$ ，即薄透镜物像公式的高斯形式。

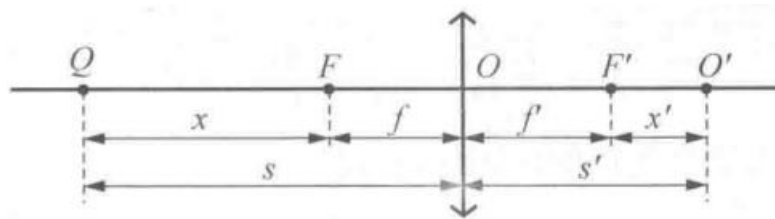


前面的物、像距都是从光心 O 算起的，它们也可以从焦点 F, F' 算起，记作 x,

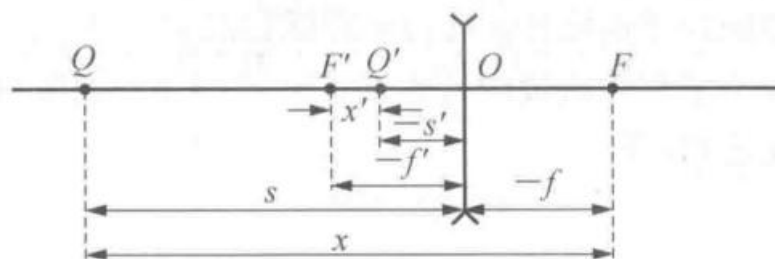
x' , 约定:

(6) 当物点 Q 在 F 之左, $x > 0$; Q 在 F 之右, $x < 0$ 。

(7) 当像点 Q' 在 F' 之左, $x' < 0$; Q' 在 F' 之右, $x' > 0$ 。



(a)凸透镜



(b)凹透镜

那么 $s = x + f, s' = x' + f'$, 有 $xx' = ff'$, 称为薄透镜物像公式的牛顿形式。

薄透镜横向放大率 $V = -\frac{ns'}{n's} = -\frac{fs'}{f's}$, 若用 x, x' 表示, 则有 $V = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$, 当物像方折射率相等时, $f = f', V = -\frac{s'}{s} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$ 。

6.3 密接薄透镜组

透镜组合最简单的情形, 是两个薄透镜紧密接触在一起, 有时还用胶将他们粘合起来, 称为复合透镜。

密接复合透镜焦距的倒数是组成它的透镜焦距倒数之和, 即 $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ 。通常把焦距的倒数 $\frac{1}{f}$ 称为透镜的光焦度 P , 密接复合透镜的焦度是组成它的透镜光焦度之和。光焦度的单位是屈光度 (D)。

6.4 焦面

通过物方焦点 F 与光轴垂直的平面 \mathcal{F} , 叫物方焦面 (第一焦面、前焦面),

通过像方焦点 F' 与光轴垂直的平面 \mathcal{S}' ，叫像方焦面（第二焦面、后焦面）。以物方焦面上轴外一点为中心的入射同心光束转化为与光轴成一定倾角的出射平行光束；与光轴成一定倾角的入射平行光束转化为以像方焦面上轴外一点为中心的出射同心光束。倾斜平行光束的方向可由中心点与光心 O 的连线来确定，这连线称为副光轴，透镜对称轴为主光轴。

6.5 作图法

除了物像公式外，求物像关系的另一种方法是作图法。每条入射线经光具组后转化为一条出射线，这一对光线称为共轭光线。薄透镜情形里，对轴外物点 P 有三对特殊共轭光线：

（1）若物像方折射率相等，通过光心 O 的光线，经透镜后方向不变（薄透镜中央可近似为薄平行平面玻璃板）；

（2）通过物方焦点 F 的光线，经透镜后平行于光轴；

（3）平行于光轴的光线，经透镜后通过像方焦点 F' 。

为求轴上物点的像，或任意入射光线的共轭线，可通过光心作它的平行线，连接入射点与平行线与像方焦面交点即为共轭光线，该光线与光轴交点为共轭点。

6.6 透镜组成像

7 理想光具组理论

7.1 理想成像与共线变换

物方的每个同心光束转化为像方的一个同心光束，满足这种理想成像要求的光具组叫做理想光具组。共轴球面组在傍轴条件下近似满足理想成像要求。理想光具组具有性质：（1）物方每个点对应像方一个点（共轭点）；（2）物方每条直线对应像方一条直线（共轭线）；（3）物方每个平面对应像方一个平面（共

轭面)。物方和像方之间点点、线线、面面的一一对应关系，称为共线变换。

如果理想光具组是轴对称的，那么它还有性质：（4）光轴上任何一点的共轭点仍在轴上；（5）任何垂直于光轴的平面，其共轭面仍与光轴垂直；（6）在垂直于光轴的不同平面内横向放大率相同。（7）在垂直于光轴的不同平面内横向放大率一般不等，但是只要有两个这样的平面内横向放大率相等，则横向放大率处处相等。在这种光具组中，平行于光轴的光束的共轭光束仍与光轴平行。这种光具组叫做望远系统。

7.2 共轴理想光具组的基点和基面

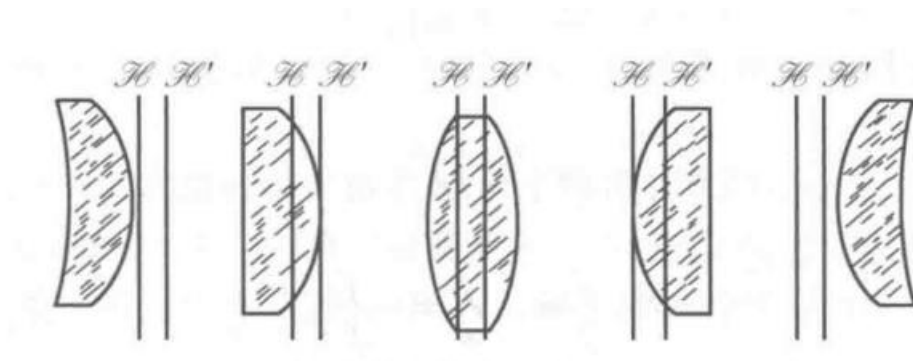
对于理想光具组，物像之间的共轭关系完全由几对特殊的点和面所决定，这就是共轴理想光具组的基点和基面。

（1）焦点和焦面

中心在焦面上的同心光束，共轭光束是平行光束；中心在焦面上的同心光束，共轭光束与光轴平行。望远系统没有焦点和焦面。

（2）主点和主面

横向放大率等于 1 的一对共轭面，叫做主面。属于物方的叫做物方主面，记作 \mathcal{H} ，其轴上的点叫做主点（记作 H ）；属于像方的叫做像方主面（记作 \mathcal{H}' ），其轴上点叫做像方主点（记作 H' ）。



对于任意共轴理想光具组，物像距都从主点算起。

设入射光从左到右：

(1) 在物方，若 Q (或 F) 在 H 之左，则 $s > 0$ ；Q (或 F) 在 H 之右，则 $s < 0$ 。

(2) 在像方，若 Q' (或 F') 在 H' 之左，则 $s' < 0$ ；Q' (或 F') 在 H' 之右，则 $s' > 0$ 。

7.3 物像关系

高斯公式： $\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$ ，牛顿公式： $xx' = ff'$ ，横向放大率公式： $V = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{f's'}{f's}$ ，引入理想光具组的角放大率 $W = \frac{\tan u'}{\tan u} = -\frac{s}{s'}$ ，那么 $VW = \frac{f}{f'}$ ，当 $f=f'$ 时， $VW = 1$ 。

对于单个折射球面， $yn \tan u = y'n' \tan u'$ ，即亥姆霍兹公式，它是折射球面能使空间所有点以任意宽广光束成像的必要条件，傍轴范围内化为拉格朗日-亥姆霍兹定理。

节点定义为轴上角放大率等于 1 的共轭点，属于物方的叫物方节点(记作 N)，属于像方的叫像方节点(记作 N')，节点的物理意义是通过它们的任意共轭光线方向不变。当物像方折射率相等，节点与主点重合。薄透镜的光心既是主点，又是节点。当物像方折射率不等时，节点与主点不重合，薄透镜节点落在外面。

7.4 理想光具组的联合

两光具组的间隔可用 F'_1, F_2 之间的距离 Δ 或 H'_1, H_2 之间的距离 d 来表征 ($d = f'_1 + \Delta + f_2$)。

正负号约定如下：设入射线来自左方，

(8) 若 F_2 在 F'_1 之左， $\Delta < 0$ ； F_2 在 F'_1 之右， $\Delta > 0$ 。

(9) 若 H_2 在 H'_1 之左， $d < 0$ ； H_2 在 H'_1 之右， $d > 0$ 。

(10) 若 H 在 H_1 之左，则 $X_H > 0$ ；H' 在 H'_2 之右，则 $X_{H'} > 0$ ；反之则反号。

$$\begin{cases} f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta} \\ f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \end{cases} \quad \begin{cases} X_H = f_1 \frac{d}{\Delta} \\ X_{H'} = f'_2 \frac{d}{\Delta} \end{cases}$$

对于两个薄透镜组合，有 $P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 d$ 。

8 光学仪器

8.1 投影仪器

它的主要部分是一个会聚的投影镜头，将画片成放大的实像于屏幕上。由于通常镜头到像平面的距离 s' 比焦距 f 大得多，所以 $s \approx f$ ，因而放大率 $V \approx s'/f$ ，与 s' 成正比。

为了使光线经画片后进入投影镜头，投影仪中需要附有聚光系统，有利于幕上得到尽可能强的均匀照明。通常聚光系统有两种类型，其一适用于画片面积较小的情况，这时聚光镜将光源的像成在画片上或他的附近；其二适合于画片面积较大的情况，这时聚光镜将光源的像成在投射镜头上。

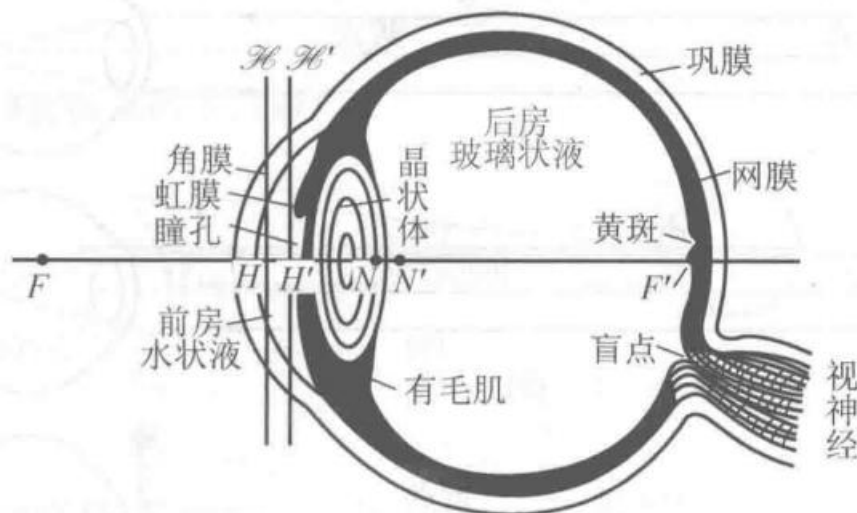
8.2 照相机

摄影仪器的成像系统刚好与投影仪器相反，拍摄对象的距离 s 一般比焦距 f 大得多，因此 $s' \approx f'$ 。小范围内调节镜头与底片间的距离，可使不同距离以外的物体成清晰地实像于底片上。

照相机镜头上都附有一个大小可改变的光阑，作用有二：一是影响底片上的照度，从而影响曝光时间的选择，二是影响景深。对于给定的光阑，只有与感光片平面共轭的平面前后一定范围内的物点，在底片上形成的圆斑才会小于底片能够分辨的最小距离。物点的这个可允许的范围，称为景深。当光阑直径缩小时，光束变窄，圆斑变小，景深加大。除光阑直径外，影响景深的因素还有焦距和物距。 $\delta x'/\delta x = -f^2/x^2$ （假定物像方焦距相等）， $\delta x'/\delta x$ 越小，景深越大。

8.3 眼睛

从结构来看，眼睛类似于照相机。



布满神经的网膜相当于感光底片，虹膜相当于可变光阑，中间圆孔称为瞳孔。眼球中主要部分是晶状体，是一个折射率不均匀的透镜。包在眼球外面的坚韧的膜，最前面透明部分为角膜，其余部分为巩膜。角膜与晶状体之间为前房，充满水状液（前房液），晶状体与网膜之间内腔，称为后房，充满玻璃状液。物方焦距 $f = 17.1mm$, $f' = 22.8mm$ 。

眼睛里靠改变晶状体的曲率（焦距）来调焦。晶状体的曲率由有毛肌控制。正常眼睛，当肌肉完全松弛的时候，无穷远的物体成像在网膜上。为了观察较近的物体，肌肉压缩晶状体，使它的曲率增大，焦距缩短，这种调焦能力有一定限度，小于一定距离的物体无法看清。儿童的极限距离在 10cm 以下，随着年龄增长，眼睛调焦能力逐渐衰退，极限距离因之增大。

肌肉完全松弛和最紧张时能看清楚点，分别称为它调焦范围的原点和近点。正常眼睛远点在无穷远，近视眼镜眼球过长，远点在有限远的位置；远视眼的眼球过短，远点在眼睛之后。散光是由于不同方向的平面内曲率不同导致的。

物体在网膜上成像的大小，正比于他对眼睛所张的角度——视角。只有在适当的距离上眼睛才能比较舒服的工作，这距离称为明视距离，习惯上规定为 25cm。

眼睛分辨物体细节的本领与网膜的结构（感光单元的分布）有关，不同部分

有很大差异。在网膜中央靠近光轴的一个很小区域（黄斑）里，分辨本领最高。能够分辨的最近两点对眼睛所张视角，称为最小分辨角。白昼下，黄斑最小分辨角接近 $1'$ ，趋于网膜边缘，分辨本领急剧下降。人的视场水平视场角约 160° ，垂直方向约 130° ，但只有中央约 $6^\circ - 7^\circ$ 的小范围才能清楚看到物体细节。

瞳孔的大小随环境亮度而自动调节，白昼直径约 2mm ，黑夜最大可达 8mm 。

8.4 放大镜和目镜

最简单的放大镜是一个焦距 f 的会聚透镜， $f \ll$ 明视距离 s_0 ，其作用是放大物体在网膜上所成的像，像的大小与物体对眼睛的张角成比例。

设想放大镜紧靠眼睛，放大镜成像应落在无穷远到明视距离之间，相应的物只能放在焦点内侧附近， $|x| \leq f^2/s_0$ ，这个距离称为焦深。这时它对光心的张角近似于 $\omega' = \frac{y}{f}$ ，可以认为 ω' 就是像对眼睛所张的视角。

引入视角放大率 $M = \frac{\omega'}{\omega}$ ，故 $M = \frac{s_0}{f}$ 。

8.5 显微镜

在放大镜（目镜）前加一个焦距极短的会聚透镜组，称为物镜，它们的间隔比各自焦距大得多。

规定：由光轴转到光线的方向为顺时针时交角为正，逆时针时交角为负。

显微镜视角放大率公式： $M = -\frac{s_0 \Delta}{f_o f_e}$ 。

显微镜物镜结构应满足：1. 由物点射入物镜光束的立体角（孔径）应较大，它影响着像的分辨本领和明暗；2. 物镜必须消除各种像差，主要是球差、慧差和色差。显微镜放大倍率越高，要求越高。

8.6 望远镜

望远镜也是由物镜成中间像，再通过目镜观察中间像。不同的是，物在无穷

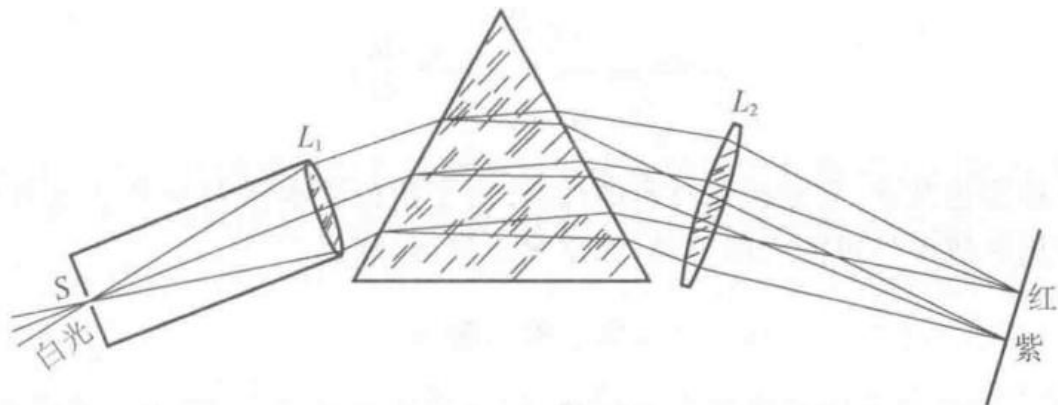
远，成像在物镜第二焦面，所以物镜焦距较长，第二焦点与目镜第一焦点几乎重合。

$$M = -\frac{f_O}{f_E}, \text{ 负号表示像是倒立的。}$$

望远镜可以用来测量两平行光束间的夹角。

8.7 棱镜光谱仪

棱镜光谱仪是利用棱镜的色散作用将非单色光按波长分开的装置。棱镜前装置称为准直管（平行光管），它由一个会聚透镜 L_1 和放在它第一焦面上的狭缝 S 组成， S 与纸面垂直，光源照射狭缝 S ，通过缝中不同点射入准直管的光束经 L_1 折射后变为不同方向的平行光束，非单色的平行光束通过透镜后，不同波长的光线沿不同方向折射，但同一波长的光束仍然维持平行。棱镜后的透镜 L_2 是望远物镜。不同波长的平行光束经 L_2 后会聚到其像方焦面的不同位置，形成狭缝 S 的一系列不同颜色的像，这就是光谱。



若光谱仪中的望远物镜装有目镜，可供眼睛来直接观察，则称之为分光镜。若光谱仪在望远物镜的焦平面上放置感光底片用来拍摄光谱，称为摄谱仪。若光谱中在望远物镜的焦平面上放一狭缝用来将某种特定波长的光分离出来，则称之为单色仪。

偏向角对波长的微商，称为棱镜的角色散本领 $D = \frac{d\delta}{d\lambda}$ 。不在棱镜主截面内的光线偏折方向不同，在望远物镜焦平面上的像是弯的。沿产生最小偏向角的方向入射时，光谱线弯曲最少，所以光谱仪中棱镜通常装在接近于产生最小偏向角的位置。 $D = \frac{d\delta_m}{d\lambda} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}} \frac{dn}{d\lambda}$ ，其中 $\frac{dn}{d\lambda}$ 称为色散率。

9. 光阑

只有把光束限制在傍轴区域内，一个实际的共轴球面组才能近似成像，但光具组中对光束起限制作用的可以是透镜的边缘、框架或特别设置的带孔屏障，即光阑。光阑有限制光束孔径和限制视场两方面的作用，它影响着像差、像的亮暗、景深、分辨本领等一系列实际中很关心的问题。

9.1 孔径光阑 入射光瞳和出射光瞳

每个光具组内都有一定数量的光阑，由光轴上一物点 Q 发出的光束通过光具组时，一般来说，不同的光阑对此光束的孔径限制到不同的程度。其中对光束的限制最多的光阑，即真正决定着通过光具组光束孔径的光阑，称为孔径光阑（有效光阑）。被孔径光阑所限的光束中的边缘光线与物、像方光轴的夹角 u_0 和 u'_0 ，分别称为入射孔径角和出射孔径角。

我们把孔径光阑在物方的共轭称为入射光瞳，在像方的共轭称为出射光瞳。

在实际光学仪器中，孔径光阑的共轭像往往是虚的。

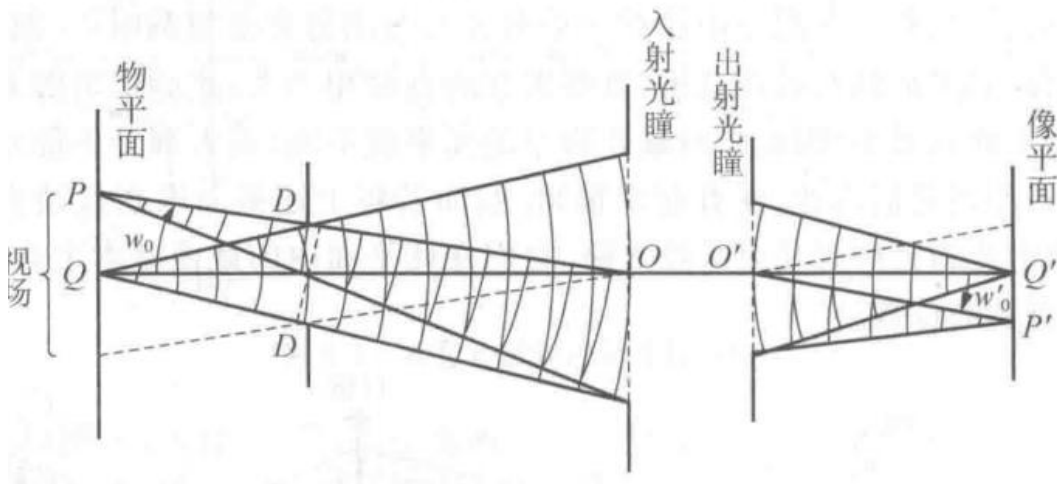
望远镜或由一个复合透镜构成的低倍率显微物镜，孔径光阑就是物镜的镜框，因此它也是入射光瞳。比较复杂的显微物镜，孔径光阑常设置在它的后面，且靠近或就在它的像方焦面上，因此入射光瞳趋于无穷远。无论望远镜还是显微镜，物镜和孔径光阑到目镜的距离都比目镜的焦距大得多，所以整个仪器的出射光瞳都近似地在目镜的像方焦点附近，无论对于哪种目镜，这都在最后一个折射面之

后不远的地方。

粗略地说，眼睛的入射光瞳就是瞳孔。

9.2 视场光阑 入射窗和出射窗

入射光瞳中心 O 与出射光瞳中心 O' 对整个光具组是一对共轭点，若入射光线通过 O ，出射线必通过 O' 。在轴外共轭点 P, P' 之间的共轭光束中通过 O, O' 的那条共轭光线，称为此光束的主光线。随着 P, P' 到光轴距离的加大，主光线通过光具组时会与某个光阑 DD 的边缘相遇。离光轴更远的主光线将被此光阑所遮断。这个光阑叫做视场光阑，主光线 PO 和 $O'P'$ 与光轴的交角分别称为入射视场角和出射视场角。物平面上被入射视场角限制的范围叫做视场。



随着轴外物点离光轴距离增大，参与成像的光束越来越窄，像点越来越暗，像平面内视场边缘逐渐昏暗，这种现象叫做渐晕。

视场光阑在物方的共轭叫做入射窗，在像方的共轭叫做出射窗。

10. 像差

10.1 像差概述

任何偏离理想成像的现象，称为像差。

像差可分单色像差和色像差两大类。单色像差有五种：（1）球面像差；（2）

彗形象差；（3）像散；（4）像场弯曲（场曲）；（5）畸变。（1）和（2）是大孔径引起的，（3）（4）（5）是大视场引起的，（1）（2）（3）破坏了光束的同心性，（4）使像平面弯曲，（5）破坏了物像的相似性。这五种单色像差是初级像差，来自对傍轴理论最低级的修正，即依据正弦函数幂级数的三次项计算，横向像差的表达式有五项，每项系数称为赛德尔系数，五种单色像差与五个赛德尔系数对应，称为三级像差理论。

对于非单色的物，还存在因色散而引起的色像差。

这些像差，都是按照几何光学计算的，统称几何像差。

10.2 球面像差

当孔径较大时，由光轴上一物点发出的光束经球面折射后不再交于一点，这种现象叫做球面像差，简称球差。

球差的大小与光线的孔径有关，孔径既可以用孔径角来表征，又可以用光线在折射面上的高 h 来表征。为定量描述球差，定义高度 h 的光线的交点 Q'_h 到傍轴光线交点 Q'_0 之间的距离 δ_{s_h} 为纵向球差，并规定光线由左向右时， Q'_h 定标为 Q'_0 之右。

减小单个透镜球差的方法叫做配曲法。用配曲法不可能将一个透镜的球差完全消除。计算表明，凸透镜的球差是负的，凹透镜的球差是正的，将凸凹两个透镜粘合起来，组成一个复合透镜，可使某高度上的球差完全抵消。考虑透镜有一定的厚度，此法不可能在任何高度上消除球差，但可使剩余的球差减到比单透镜小得多的程度。

10.3 彗形像差

傍轴物点发出的宽阔光束经光具组后在像平面上不再交于一点，而是形成状

如彗星的光斑。这种像差称为彗形像差，简称慧差。经过入射光瞳各圆周的光线在像平面上仍落在一系列圆周上，不过不再同心，半径越大的圆，中心距离理想交点越远。

球差和慧差往往混在一起，只有轴上物点的球差消除，才能明显的观察到傍轴物点的慧差。

利用配曲法可消除单个透镜的慧差，也可以利用粘合透镜来消除慧差。然而消除球差和慧差的条件往往不一致，所以很难同时消除。

10.4 正弦条件和齐明点

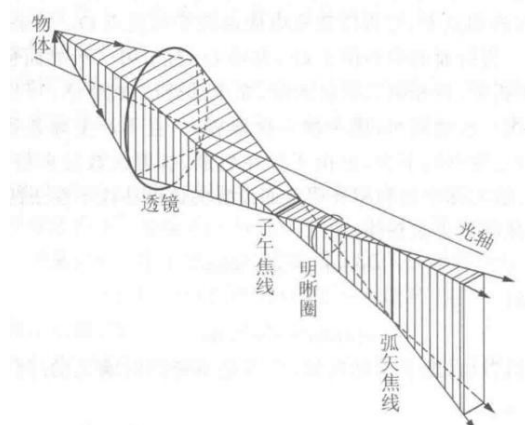
在轴上以消除球差前提下，傍轴物点以大孔径的光束成像的充要条件： $n y \sin u = n' y' \sin u'$ ，称为阿贝尔正弦条件。

在光轴上已消除球差且满足阿贝尔正弦条件的共轭点，称为齐明点。

10.5 像散和像场弯曲

这两种像差都是由于物点离光轴较远、光束倾斜度较大引起的。

像散现象中，出射光束的截面一般呈椭圆形，但在两处退化为直线，称为散焦线，两散焦线互相垂直，分别称为子午焦线和弧矢焦线。在两散焦线之间某个地方光束的截面呈圆形，称为明晰圈，可以认为是光束聚焦最清晰的地方，是放置照相底片或屏幕的最佳位置。



对于物平面上所有的点，散焦线和明晰圈一般是个曲面，称为像场弯曲。

对于单个透镜，像场弯曲可通过在透镜前适当位置放一个光阑来矫正，像散现象则需要通过复杂的透镜组来消除。

10.6 畸变

畸变也是由于光束的倾斜度较大引起的。与球差，慧差不同，畸变不破坏光束的同心性，从而不影响像的清晰度。畸变表现在像平面内图形的各部分与原物不成比例。若远光轴区域放大率比光轴附近大，像平面内就会出现枕形畸变，反之出现桶形畸变。究竟产生哪种畸变，与孔径光阑的位置有关。

10.7 色散差

由于折射率随颜色（波长）不同，不同颜色的光所造成的像，无论位置和大小都可能不同，前者称为位置色差（轴向色差），后者称为放大率色差（横向色差）。

单个透镜的色差是无法消除的，但用一对不同材料做成的凸凹透镜粘合起来，可以对选定的两种波长消除色差。

10.8 小结

11.光度学基本概念

11.1 辐射能通量和光通量

研究光的强弱的学科称光度学，研究电磁辐射强弱的学科，称为辐射度学。

辐射度学中一个最基本的量是辐射能通量（辐射功率），它是指单位时间内光源发出或通过一定接收截面的辐射能，在 GGS 和 MKS 制中它的单位分别是瓦（W）和千瓦（kW）。

对于非单色辐射，人们往往关心能量的频谱分布。用 Ψ 代表辐射能通量， $\Delta\Psi_\lambda$

代表在波长范围 λ 到 $\lambda + \Delta\lambda$ 种的辐射能通量。对于足够小的 $\Delta\lambda$ ，可以认为 $\Delta\Psi_\lambda \propto \Delta\lambda$ ，于是 $\Delta\Psi_\lambda \propto \varphi(\lambda)\Delta\lambda$ ，各种波长的总辐射能量为 $\Psi = \sum_\lambda \Delta\Psi_\lambda = \lim_{\Delta\lambda \rightarrow 0} \varphi(\lambda)\Delta\lambda$ ，即 $\Psi = \int \varphi(\lambda)d\lambda$ ，这里 $\varphi(\lambda)$ 描述着辐射能在频谱中的分布，称为辐射能通量的谱密度。

研究电磁辐射的强度，离不开检测器件。一般来说，每种检测器件对不同波长的光或电磁辐射有不同的灵敏度，检测器件的这种特性用其光谱响应曲线来表征。光谱响应 R_λ 的定义是检测器件的输出信号（电压或电流）的大小与某个波长 λ 的入射光功率之比。不同器件的光谱响应差别很大，在光度学或辐射度学的测量中往往希望有 R_λ 不随 λ 变化的器件，近似于黑体的热电偶或炭斗满足这一要求，他们的 R_λ 在包括可见光的相当大波长范围内是常数。

产生同样亮暗感觉所需的辐射能通量记为 $\Delta\Psi_\lambda$ ， $V(\lambda) \equiv \frac{\Psi_{5550}}{\Psi_\lambda}$ 称为视见函数。在比较明亮的环境中（白昼）和比较昏暗的环境中，视见函数是不同的，分别称为适光性视见函数和适暗性视见函数。视见函数的这种区别，来源于视网膜上有两种感光单元，一种呈圆锥状，称为圆锥视神经细胞；另一种呈圆柱状，称为圆柱视神经细胞。明亮环境中圆锥视神经细胞起作用，昏暗环境中圆柱视神经细胞起作用，它们有不同的光谱响应特性。

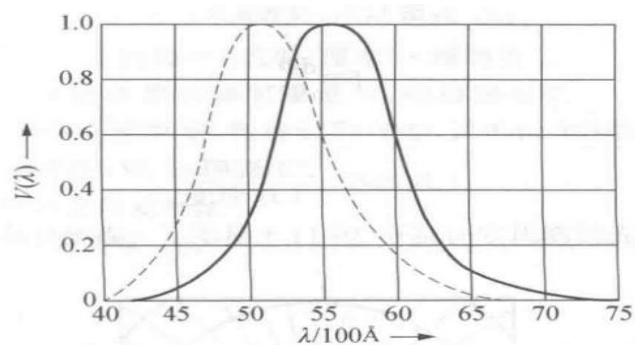


图 11-2 视见函数曲线

光通量 $\Delta\Phi_\lambda \propto V(\lambda)\Delta\Psi_\lambda$ ，多色光的总光通量 $\Phi \propto \sum_\lambda V(\lambda)\Delta\Psi_\lambda = \int V(\lambda)\varphi(\lambda)d\lambda$ ，

即 $\Phi = K_M \int V(\lambda)\varphi(\lambda)d\lambda$ ，始终 K_M 是波长为 5550\AA 的光功当量。光通量单位为流明 (lm)， $K_M = 683\text{lm/W}$ 。

11.2 发光强度和亮度

当光源的线度足够小，或距离足够远，从而眼睛无法分辨其形状时，我们把它叫做点光源。有一定发光面积的光源叫做面光源或扩展光源。

点光源 Q 沿某一方向 r 的发光强度 I 定义为沿此方向上单位立体角内发出的光通量， $I \equiv \frac{d\Phi}{d\Omega}$ ，单位为坎德拉 (cd)。

扩展光源表面的每一块面元 dS 沿某方向 r 有一定的发光强度 dI 。面元 dS 沿 r 方向的光度学亮度 B 定义为在此方向上单位投影面积的发光强度， $B \equiv \frac{dI}{dS\cos\theta} = \frac{d\Phi}{d\Omega dS\cos\theta}$ ，单位为流明/米²*球面度，或流明/厘米²*球面度，后者称为熙提。

11.3 余弦发射体和定向发散体

就发光的方向性来看，讨论两个特殊情况。

(1) 余弦发射体

如果一扩展光源的发光强度 $dI \propto \cos\theta$ ，从而其亮度 B 与方向无关，这类发射体称为余弦发射体，或朗伯发光体，按 $\cos\theta$ 规律发射光通量的规律，叫做朗伯定律。

一个均匀的球形余弦发射体，从远处的观察者看来，与同样半径同样亮度的一个均匀发光圆盘无异。一个理想的漫射面，应是遵循朗伯定律的，接近理想漫射面的物体称为朗伯反射体。

(2) 定向发射器

一类发射器的亮度有一定的方向性。

11.4 照度

一个被光线照射的表面的照度定义为照射在单位面积上的光通量， $E = \frac{d\Phi'}{dS'}$ ，

单位叫勒克斯 (lx) 或辐透 (ph)， $1\text{lx} = 10^{-4}\text{ph}$ 。

(1) 点光源产生的照度

$$E = \frac{d\Phi'}{dS'} = \frac{I \cos\theta'}{r^2}$$

(2) 面光源产生的照度

$E = \iint \frac{B dS \cos\theta \cos\theta'}{r^2}$ ，光源与被照面可以互易，亮度相同，互换后将产生同样的通量。

11.5 光度学单位的定义

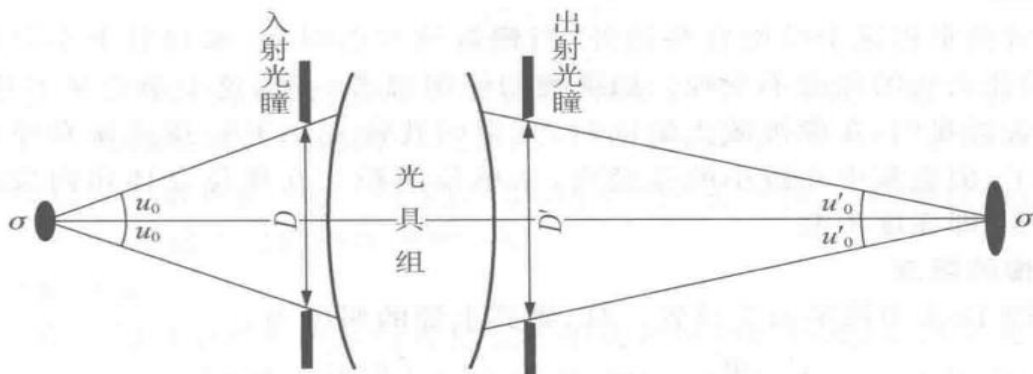
光度学中采用发光强度的单位为基本单位。

12 像的亮度、照度和主观亮度

若屏幕是理想漫射体，则 $B = \frac{E}{\pi}$ 。

12.1 像的亮度

对于朗伯体， $\Phi = \pi B \sigma \sin^2 u$ ，当光线在光具组内遇到折射面时，总有一部分光通量被反射掉，玻璃内也或多或少有些吸收，所以一般 $\Phi' < \Phi$ ，将 $k = \frac{\Phi'}{\Phi} \leq 1$ 叫做光具组的透光系数。那么 $\frac{B'}{B} = k \left(\frac{n'}{n}\right)^2$ ，即，像的亮度与物像位置和放大率无关，且在 $n = n'$ 的条件下近似等于物的亮度。



12.2 像的照度

$$E = k\pi B \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \sin^2 u' = \frac{k\pi B \sin^2 u}{v^2}, \text{ 傍轴近似下 } E = k\pi B \left(\frac{n'}{n}\right)^2 u'^2 = \frac{k\pi B u^2}{v^2}.$$

(1) 像距远大于焦距时

此时 u 近似不变, E 与 V^2 呈反比。

(2) 物距远大于焦距时

远处物体形成照度不变。

假定照相机或眼睛的光具组时一个薄透镜, 孔径光阑和光瞳就在透镜附近,

则 $E = \frac{k\pi B}{4} \left(\frac{D}{f}\right)^2$, $\frac{D}{f}$ 称为光具组的相对孔径。

12.3 主观亮度

对于扩展光源, 规定眼睛的主观亮度 H 就是网膜上像的照度。用肉眼直接观察获得的主观亮度 H_0 , 称为天然主观亮度, 扩展光源的天然主观亮度为 $H_0 = E = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \frac{k\pi B}{4} \left(\frac{D_e}{f}\right)^2$, 即 H_0 与物的亮度成正比, 与光的距离无关。

当我们借助光学仪器观察物体时, B 应该被仪器成像的亮度 B' 代替。望远镜和显微镜的出射光瞳的直径都与视角放大率成反比, 对于望远镜 $(D')^2 = (D/M)^2$, 对于显微镜, $(D')^2 \propto (N.A./M)^2$, $N.A. \equiv n \sin u$ 称为显微镜的数值孔径。当放大率超过某一数值(正常放大率), 出射光瞳比眼睛还小, 这时 D_e 替换成 D' , 从而主观亮度变小。

点光源的主观亮度取决于进入瞳孔总光通量。

二 波动光学

1. 定态光波与复振幅描述

1.1 波动概述

波动具有时空双重周期性, 此外, 伴随着波动, 总有能量的运输, 具有时空

双周期性的运动形式和能量的传输，是一切波动的基本特性。

波场中物理状态的扰动可以用标量场描述的称为标量场；需用矢量场描述的，称为矢量波。矢量波可以有一个纵方向的自由度和两个横方向的自由度。

波场的几何描述使用波面和波线的概念。波面，也叫做等相面，它是扰动的相位相等的各点轨迹。一般来说，波面是三维空间里的曲面族。能量传播的路线叫做波线，在各向同性介质中波线是与波面处处正交的空间曲线族。在各向异性介质中情况比较复杂，波线与波面一般不垂直。

波面为球面的波，叫做球面波。波面为平面的波，叫做平面波。球面波就是几何光学中的同心光束；平面波就是平行光束，可以看成中心位于无穷远的同心光束。

1.2 定态光波的概念

具有以下性质的波场叫定态波场：

(1) 空间各点的扰动是同频率的简谐振荡（频率与振源相同）

(2) 波场中各点的扰动的振幅不随时间变化，在空间形成一个稳定的振幅分布。

严格的定态光波要求波列无限长，但任何实际光源的发光过程总是有限的，特别从微观角度看，发光过程是断续的。有限波列不可能是严格单色的。当波列的持续时间比扰动的周期长得多，除了考虑某些特殊问题（时间相干性），我们可以把它当做无限长单色波列处理，这样的波在空间传播时形成定态波场。

普遍的定态标量波表达式为： $U(P, t) = A(P)\cos[\omega t - \varphi(P)]$ ， P 代表场点， $A(P)$ 反映振幅的空间分布， $\varphi(P)$ 反映相位的空间分布，二者都与时间无关。

(1) 平面波波函数 $U(P, t)$ 的特点是：

• 振幅 $A(P)$ 是常数，与场点坐标无关；

• 相位 $\varphi(P)$ 是直角坐标的线性函数，即 $\varphi(P) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0$ ， \mathbf{k} 为波矢， $k = 2\pi/\lambda$ ，

方向代表波的传播方向。

(2) 球面波波函数 $U(P, t)$ 特点是：

• 振幅 $A(P) = a/r$ ，这是能量守恒的要求；

• $\varphi(P) = kr + \varphi_0$ 。

光波是一种电磁波，是矢量横波，定态电磁波需要用两个矢量场描述：

$$\begin{cases} \mathbf{E}(P, t) = \mathbf{E}_0(P)\cos[\omega t - \varphi(P)] \\ \mathbf{H}(P, t) = \mathbf{H}_0(P)\cos[\omega t - \varphi(P)] \end{cases}$$

大体来说，在各向同性介质中满足傍轴条件是，用标量波处理光的干涉、衍射问题基本正确。

1.3 复振幅描述

$$U(P, t) = A(P)\cos[\omega t - \varphi(P)] \Rightarrow \tilde{U}(P, t) = A(P)e^{\pm i[\omega t - \varphi(P)]}$$

习惯上， $\tilde{U}(P, t) = A(P)e^{i\varphi(P)}e^{-i\omega t}$ ，讨论空间分布时，略去时间因子， $\tilde{U}(P) = A(P)e^{i\varphi(P)}$ 称为复振幅。

1.4 平面波和球面波的复振幅

(1) 平面波

$$\tilde{U}(P) = A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0)]$$

(2) 球面波

$$\tilde{U}(P) = \frac{a}{r} \exp[i(kr + \varphi_0)]$$

1.5 强度的复振幅表示

任何波的强度都正比于振幅的平方，在许多场合只需要知道光强的相对分布，

可令 $I(P) = [A(P)]^2$ ，故 $I(P) = \tilde{U}^*(P)\tilde{U}(P)$

2.波前

2.1 波前的概念

研究定态光波时，用“波前”一词泛指波长中任一曲面，更多地是指一个平面。我们关心复振幅在波前上的二维分布问题，有时把波前上的复振幅分布函数简称为波前或波前函数。

复振幅互为复数共轭的波，称为共轭波。

2.2 傍轴条件与远场条件（轴上物点）

物平面上的点光源在像平面形成近似平面波需要满足傍轴条件 $z^2 \gg \rho^2$ 和远场条件 $z \gg \frac{\rho^2}{\lambda}$ ，前者保证振幅与平面波一样，后者保证相位分布具有平面波特点。光学中往往是远场条件蕴含傍轴条件。

总之，当满足傍轴条件时，波前 $\tilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} \exp[ik(z + \frac{x'^2 + y'^2}{2z})]$ ；满足两条条件时， $\tilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} \exp[ikz]$ 。

傍轴条件和远场条件两不等式都代表量级的比较，乐鼎取 50 倍。

2.3 傍轴条件与远场条件（轴外物点）

（1）物点和场点都满足傍轴条件： $\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{z} \exp[ik(r_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z})] \exp[\frac{-ik}{z}(xx' + yy')] = \frac{a}{z} \exp[ik(r'_0 + \frac{x'^2 + y'^2}{2z})] \exp[\frac{-ik}{z}(xx' + yy')]$ 。

（2）场点满足傍轴条件，物点满足两条件， $\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{z} \exp ikr_0 \exp[\frac{-ik}{z}(xx' + yy')]$ 。

（3）物点满足傍轴条件，场点满足两条件， $\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{z} \exp ikr'_0 \exp[\frac{-ik}{z}(xx' + yy')]$ ，此时 $\tilde{U}(x', y')$ 成为平面波，波矢由物点指向像平面中心。

2.4 高斯光束

激光器谐振腔内以及他发出的光束，复振幅表示为 $\tilde{U}(x, y, z) = \frac{A}{\omega(z)} \exp[-\frac{x^2+y^2}{\omega^2(z)}] \exp[-ik(\frac{x^2+y^2}{2r(z)} + z) + i\varphi(z)]$ ，其振幅和相位在横向都是 (x, y) 的高斯型函数（即指数上负的二次型函数），这种光束称为高斯光束。可以证明，高斯型的光场分布可以在两个反射面之间来回传播而保持为高斯型。

式中 $\omega(z) = \omega_0(1 + \frac{\lambda^2 z^2}{\pi \omega_0^4})^{1/2}$ ， $r(z) = z(1 + \frac{\pi^2 \omega_0^4}{\lambda^2 z^2})$ ， ω 的大小代表光束的有效半径，横向距离 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \omega$ 时，振幅减为轴上的 $1/e \approx 36\%$ ，强度减少为 13%。在原点 $\omega = \omega_0$ ，光束最细， ω_0 称为高斯光束的腰粗。高斯光束腰的位置和粗细取决于谐振腔的具体结构，与两个腔面的曲率和腔长有关。傍轴范围内，高斯光束的等相面近似为曲率半径为 $r(z)$ 的球面，这些球面的中心不重合。在光腰处，等相面为平面；在远场范围，高斯光束才过渡为通常的球面波，光锥中心在腰处。

3. 波的叠加和波的干涉

3.1 波的叠加原理

光通过变色玻璃是，不服从独立传播定律。

当两列（多列）波同时存在时，在它们的交叠区域内每点的振动是各列波单独在该点产生的振动的合成，这就是波的叠加原理。

波在其中服从叠加原理的介质，称为“线性介质”，不服从叠加原理的介质，称为“非线性介质”，违反叠加原理的效应，称为“非线性效应”。

3.2 波的干涉与相干条件

两列同频率的简谐标量波的强度 $I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)}\cos\delta(P)$ ，波的叠加引起了强度的重新分配，这种因波的叠加而引起强度重新分布的现象叫做波的干涉， $2\sqrt{I_1(P)I_2(P)}\cos\delta(P)$ 称为干涉项。

保证相位差 $\delta(P)$ 的稳定，是干涉条件能够被观察或检测到的重要条件之一。在一般情况下，同频简谐矢量波振动方向成一定角度，这时可把他们分解成相互平行和相互垂直的分量，平行分量之间可以发生干涉，垂直分量不会干涉。不同频的波之间总没有干涉效应。

相干条件：（1）频率相同（2）存在相互平行的振动分量（矢量波）（3）相位差 $\delta(P)$ 稳定（稳定性）

3.3 普通光源发光微观机制的特点

微观客体的发光过程是一种量子过程。粗略地说，原子或分子每次发射的光波波列都是有限长的，波列的长度与他们所处的环境有关，如果发射光波的原子或分子受到其他原子或分子的作用越强，发射过程受到的干扰越大，波列就越短。不过即使在相互作用几乎可以完全忽略的情况下，发射的波列持续时间也很短。微观客体的发光过程有二：自发辐射和受激辐射。普通光源（非激光光源）的发射过程以自发辐射为主，这是一种随机过程，每个原子或分子先后发射不同波列，不同原子或分子发射的各个波列，彼此之间在振动方向和相位上没有什么联系。因此许多断裂的波列，持续时间比通常探测仪器的响应时间短得多，振动方向和相位是无规的，这就是普通光源发光的基本特征。

对于两个普通光源， $I(P) = I_1(P) + I_2(P)$ ，这是非相干的，强度非相干叠加。

总之，如果在观测时间中场点有稳定的相位差，则可以接收到一套稳定的干涉花样，如果在观测时间中场点的相位差不稳定，则接收到一套套不稳定的干涉花样，如果相位差的不稳定性过于频繁，以致接收器来不及反应，则接收到的将是一系列略有位移的干涉花样的时间平均，呈现非相干叠加情景。

3.4 干涉条纹的衬比度及其与振幅比的关系

干涉现象是否显著可用干涉条纹的衬比度 $\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$ 来描述。

对理想的相干点光源来说，影响干涉条纹衬比度大小的主要因素是振幅比。

$$\gamma = \frac{2A_1A_2}{A_1^2 + A_2^2} = \frac{2(A_1/A_2)}{1 + (A_1/A_2)^2}, \text{ 令 } I_0 = A_1^2 + A_2^2, \text{ 则 } I = I_0(1 + \gamma \cos \delta)。$$

3.5 线性光学系统

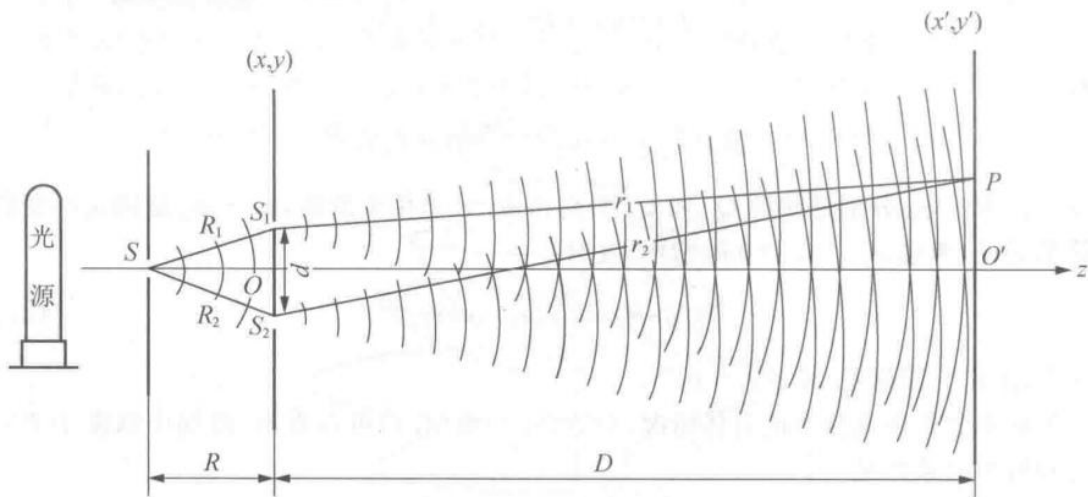
无论相干叠加还是非相干叠加，都属于线性叠加。非相干系统 N 列波强度满足 $I(P) = \sum I_i(P)$ ，相干光学系统 $\tilde{U}(P) = \sum \tilde{U}_i(P)$ 。

4 两个点源的干涉

4.1 两列球面波的干涉场

设两振源强度相等，波程远大于光源距离，则 $I(P) = 4A^2 \cos^2 \frac{\delta(P)}{2}$ 。设光源初相位差为 0，则 $\delta(P) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$ 。强度极值条件：
$$\begin{cases} \text{极大: } \Delta L = k\lambda \\ \text{极小: } \Delta L = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{cases}$$

4.2 杨氏实验



设 $R_1 = R_2$ ，合成振幅 $\tilde{U}(x', y') = \frac{2a}{D} \exp[ik(D + \frac{(d/2)^2 + y'^2 + y_1'^2}{2D})] \cos[\frac{kd}{2D} x']$ ，强度 $I(x', y') = 4A^2 \cos^2(\frac{kd}{2D} x')$ 。

(1) 干涉条纹的形状：等强度线是一组与 y' 轴平行的直线。

(2) 干涉条纹的间距： $\Delta x' = \frac{\lambda D}{d} \approx \frac{\lambda}{\Delta \theta}$ 。

4.3 两束平行光的干涉场

设振幅分别为 A_1 和 A_2 ，在坐标原点初相位为 φ_{10} 和 φ_{20} ，传播方向，传播方向分别为 $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ 和 $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ ，那么 $I(x, y) = (A_1^2 + A_2^2)\{1 + \gamma \cos[k(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)x + k(\cos\beta_1 - \cos\beta_2)y + \varphi_{20} - \varphi_{10}]\}$ ，即干涉条纹是一组平行的直线，取向由 $\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2$ 和 $\cos\beta_1 - \cos\beta_2$ 之比决定，条纹间距 $\Delta x = \frac{\lambda}{\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2}$ ， $\Delta y = \frac{\lambda}{\cos\beta_1 - \cos\beta_2}$ ，它们的倒数代表单位长度内的条纹数，称为空间频率。

5 光的衍射现象和惠更斯-菲涅耳原理

5.1 光的衍射现象

当波遇到障碍物时，它将偏离直线传播，即波的衍射。

(1) 单缝的衍射

用激光演示时，光孔线度数量级划分为： $\rho \sim 10^3\lambda$ 以上，衍射效应不明显； $\rho \sim 10^3\lambda - 10\lambda$ ，衍射效应明显； $\rho \sim \lambda$ ，向散射过渡。

(2) 从矩孔到圆孔的衍射

衍射现象具有特点：光束在衍射屏上的什么方位受到限制，则接受屏幕的衍射图样就沿什么方向延展；光孔线度越小，对光束的限制越厉害，则衍射图样越扩展，衍射效应越强。

5.2 惠更斯-菲涅耳原理

波前 Σ 上每个面元 $d\Sigma$ 都可以看做新的振动中心，它们发出次波，在空间某点P的振动是所有次波在该点相干叠加，即 $\tilde{U}(P) = \iint d\tilde{U}(P)$ 。

更具体地， $\tilde{U}(P) = K \iint \tilde{U}_0(Q) F(\theta_0, \theta) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma$ ， $\tilde{U}_0(Q)$ 是面元上Q点的复振幅， r 是面元到场点的距离， $\frac{e^{ikr}}{r}$ 说明次波源发射的是球面波， θ_0, θ 是源点S和场点P相对于次波面的方位角， $F(\theta_0, \theta)$ 称为倾斜因子，表明次波不是各向同性的，K

是个比例常数，本式称为菲涅耳衍射积分公式，其中 $F(\theta_0, \theta) = \frac{1}{2}(\cos\theta_0 + \cos\theta)$, $K = \frac{-i}{\lambda} = \frac{-e^{-i\pi/2}}{\lambda}$ 。

对于有障碍物的衍射场，取衍射屏为波前，此时有光孔部分 Σ_0 和光屏部分 Σ_1 ，通常假设 Σ_0 上复振幅 $\tilde{U}_0(Q)$ （可称为瞳函数）取自由传播时光场值，而 Σ_1 上的 $\tilde{U}_0(Q)$ 取为 0，为了使波前成为闭合曲面，应有第三部分，但积分为 0，不考虑。这种做法称为基尔霍夫边界条件。

基尔霍夫边界条件适用于光波。

所以， $\tilde{U}(P) = \frac{-i}{2\lambda} \iint (\cos\theta_0 + \cos\theta) \tilde{U}_0(Q) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma$ ，称菲涅耳-基尔霍夫衍射公式。在光控和接受范围满足傍轴条件时， $\tilde{U}(P) = \frac{-i}{\lambda r_0} \iint \tilde{U}_0(Q) e^{ikr} d\Sigma$ 。

5.3 巴比涅原理

互补屏造成的衍射场中复振幅之和等于自由波场的复振幅。

衍射屏由点光源照亮，其后装有成像光学系统，在光源的几何像平面上接收衍射图样，这种情况下，两个互补屏分别在像平面产生的衍射图样完全一样。

5.4 衍射的分类

衍射系统由光源、衍射屏和接收屏幕组成。通常按它们相互间距离的大小，将衍射分为两类：一类是光源和接收屏幕（或两者之一）距离衍射屏有限远，称为菲涅耳衍射；另一类是光源和接收屏幕距离衍射屏无穷远，叫做夫琅禾费衍射。

6 菲涅耳圆孔衍射和圆屏衍射

6.1 实验现象

菲涅耳衍射装置数据取：（1）圆孔 $\rho \sim$ 毫米的量级；（2）光源到圆孔的距离 $R \sim$ 米的量级；（3）接收屏幕到圆孔的距离 $b \sim 3\text{m} - 5\text{m}$ 。

衍射图样是以轴上场点 P_0 为中心的一套亮暗相间的同心圆环。用可调的光阑

做实验，在孔径变化过程中，衍射图样中心亮暗交替变化。保持孔径 ρ 不变，移动屏幕，衍射图样中心亮暗也在交替变化，不过不如变化孔径敏感。

如果用圆屏代替圆孔，衍射图样也是同心圆环，但是中心总是一个亮点。

6.2 半波带法

半波带法是处理次波相干叠加的一种简化方法。

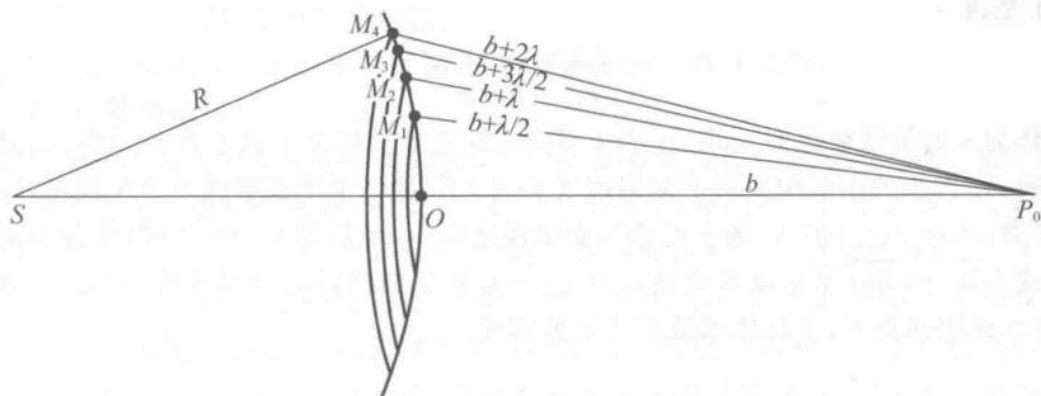


图 6-2 半波带法

取波前为等相面，以场点为中心做同心球面，间距半个波长，将波前划分成一系列环形带，称为半波带。那么合成振幅为 $A(P_0) = \sum (-1)^{n+1} A_n(P_0)$ ， $A_k \propto f(\theta_k) \frac{\pi R \lambda}{R+b}$ ， $f(\theta_k)$ 缓慢变化。

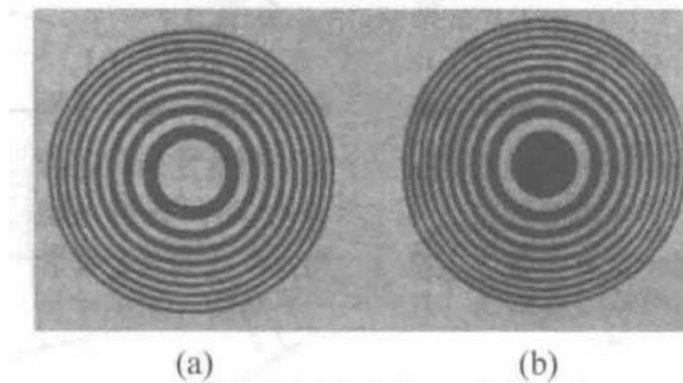
6.3 矢量图解法

如果圆孔内包含的不是整个半波带，就需要把每个半波带进一步划分。将每个半波带划分成 m 个更窄的环带，矢量方向相差 $\frac{\pi}{m}$ ，同时考虑 $f(\theta_k)$ 缓慢变化，各半波带半径缩小。

6.4 菲涅耳波带片

半波带的半径 $\rho_k = \sqrt{k} \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}} = \sqrt{k} \rho_1$ ，如果用平行光照射， $\rho_1 = \sqrt{b\lambda}$ 。

可以做一块同名班，按照比例画出半波带，构成了波带片，称为菲涅耳波带片，它可使轴上一定距离的场点光强增强很多倍。



菲涅耳波带片的作用有如透镜，使入射光会聚，产生极大地光强。它的半径有 $\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{k\lambda}{\rho_k^2}$ ，令 $f = \rho_1^2/\lambda$ ，那么 $\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ ，是波带片的焦距公式。

波带片与透镜的不同是，一个波带片有许多焦点，上式给出的是主焦点，除此之外还有一系列次焦点为 $f/(2n+1)$ ，对称位置还有虚焦点。

波带片与透镜相比，具有大面积、轻便、可折叠等优点，特别适宜于远程光通信、光测距和宇航技术中。

7 夫琅禾费单缝和矩孔衍射

7.1 实验装置和实验现象

7.2 单缝衍射的强度公式

会聚于接收屏幕同一点 P_θ 的光线光程差 $\Delta L = a \sin\theta$ 。

(1) 矢量图解法

在 A 取一系列等长小矢量相连，逐个转过相同角度，总共转过 $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin\theta$ ，记圆弧半径 R，圆心角 2α ，故而 $A_\theta = 2R \sin\alpha$ ，而 $R = \frac{\widehat{AB}}{2\alpha}$ ，那么 $A_\theta = \widehat{AB} \frac{\sin\alpha}{\alpha} = A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha}$ ，其中 $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta$ ，有 $I_\theta = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ ，这就是夫琅禾费衍射的强度分布公式， $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ 称为单缝衍射因子。

(2) 复数积分法

$\tilde{U}(\theta) = aC \frac{\sin\alpha}{\alpha}$ ，其中 $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta$ ，有 $\tilde{U}(\theta) = \tilde{U}(0) \frac{\sin\alpha}{\alpha}$ ， $I_\theta = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ 。

7.3 矩孔衍射的强度公式

设矩孔沿 x, y 方向边长分别为 a, b , 衍射线的方向用二维衍射角 (方向角的余角 θ_1, θ_2), 衍射线在焦面会聚点的坐标与二维衍射角有一一对应关系。

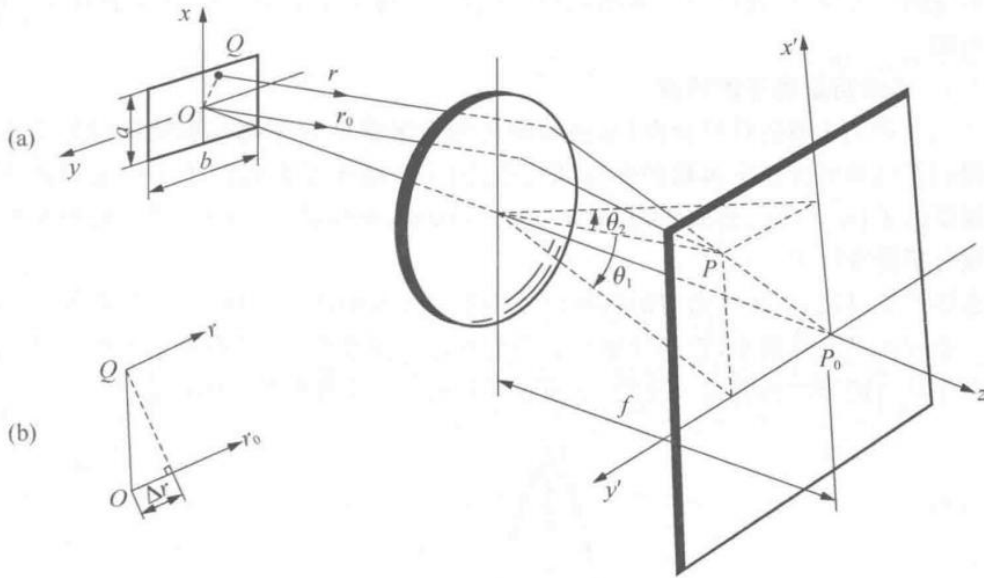


图 7-6 夫琅禾费矩孔衍射

光程差 $\Delta r = -(x \sin \theta_1 + y \sin \theta_2)$, 那么 $\tilde{U}(\theta_1, \theta_2) = abC \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\sin \beta}{\beta}$, 其中 $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta_1, \beta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta_2$, 有 $\tilde{U}(P) = \tilde{U}(0,0) \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\sin \beta}{\beta}$, $I(P) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2$, $I_0 = a^2 b^2 |C|^2 \propto \left(\frac{ab}{\lambda}\right)^2$ 是衍射场的中心强度, $\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2$ 是两个单缝衍射因子的乘积。

7.4 单缝衍射因子的特点

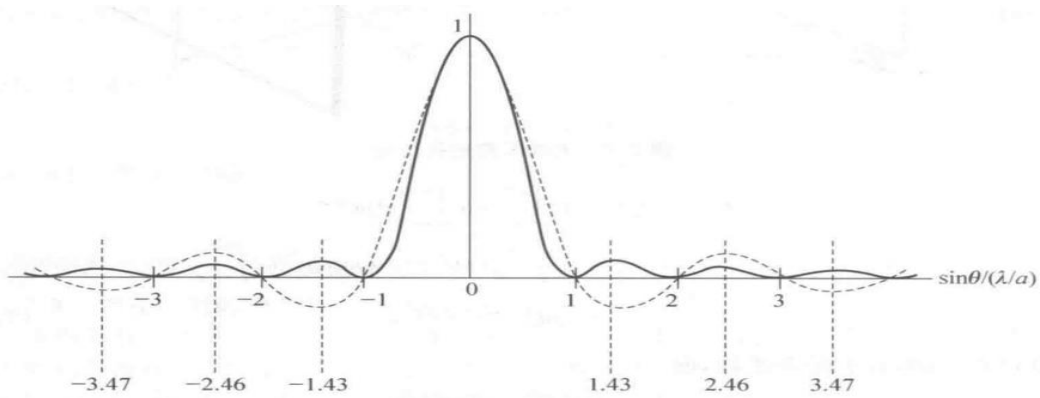


图 7-7 单缝衍射因子

强度因子在中心 $\alpha = 0, \sin \theta = 0$ 的地方有个主极大, 两侧都有一系列的次极

大和极小，分别代表衍射图样中主极强、次级强和暗纹的位置。

(1) 主极强——零级衍射斑

主极强出现在 $\alpha = 0$ ，相当于各衍射线之间无光程差，是几何学像点的位置。费马原理中所谓“实际光线”就是零级衍射线，零级衍射斑的中心就是几何光学的像点。

(2) 次极强——高级衍射斑

次极强出现在 $\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right) = 0$ 的位置上，是超越方程 $\alpha = \tan\alpha$ 的根。高级衍射斑的强度比零级小的多，这里尚未考虑倾斜因子的作用，考虑后，强度还要进一步减小。故衍射的绝大部分光能集中在零级衍射斑内。

(3) 暗斑位置

(4) 亮斑的角宽度

以相邻暗纹的角距离作为亮斑的角宽度。傍轴条件下，零级亮斑的半角宽 $\Delta\theta = \lambda/a$ ，为其他亮斑的角宽度。

零级亮斑的半角宽可作为衍射效应强弱的标志。对于给定波长， $\Delta\theta$ 与缝宽成反比，即在波前限制越大，衍射场越弥散，衍射斑越宽。对于给定缝宽，波长越长，衍射效应越明显。几何光学是短波极限。

当光线以角度 θ_0 入射，且衍射前后折射率有差别时，不影响 $I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ ，只是此时 $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda}(n\sin\theta - n_0\sin\theta_0)$ ， $\Delta\theta = \frac{\lambda}{a} \frac{1}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2\theta_0}}$ 。

7.5 衍射反比关系意义的探讨

我们称光束在某个方向的弥散角 $\Delta\theta$ 与该方向线度成反比的关系为衍射反比关系。

(1) 几何光学的限度

(2) 波场中能量分布同参与相干叠加波的数目有关

参加相干叠加的波源数目越多，它们在空间分布的范围越广，则波场中能量向某些很窄的方向集中的趋势越明显。解释如下：参与相干叠加的波源数目越多，出现相干极强的条件就越苛刻，只有某些特定方向上才能满足所需的光程条件。参加相干叠加的波源分布越广，对主极强方向稍有偏离，许多波的相位就会发生显著变化，合成振幅和强度急剧下降。

(3) 衍射放大作用

如果单缝或细丝宽度太小，或难以直接测定，我们可以用光学方法测量衍射斑的大小，反推宽度。

8 光学仪器的像分辨本领

8.1 夫琅禾费圆孔衍射

正入射时，圆孔的夫琅禾费衍射复振幅分布为 $\tilde{U}(\theta) \propto \frac{2J_1(x)}{x}$ ，其中 $x = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin\theta$ ， a 是圆孔的半径， θ 是衍射角， $J_1(x)$ 是一阶贝塞尔函数，强度分布函数为 $I(\theta) = I_0 \left[\frac{2J_1(x)}{x} \right]^2$ ， $I_0 \propto (\pi a^2)^2 / \lambda^2$ ， $\left[\frac{2J_1(x)}{x} \right]^2$ 曲线如下：

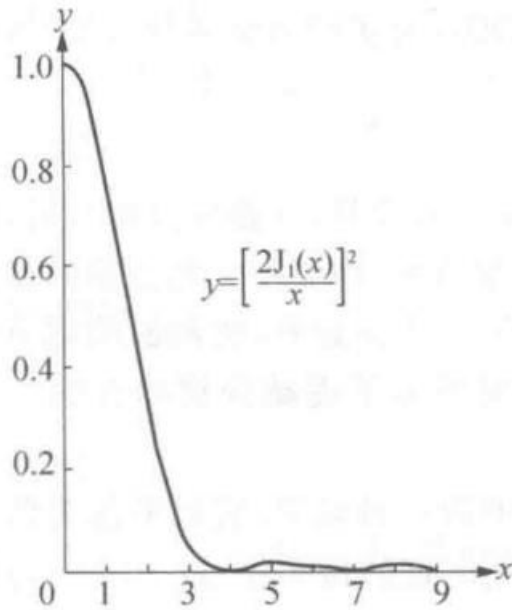


图 8-1 圆孔夫琅禾费衍射因子

圆孔夫琅禾费衍射因子与单缝相似，衍射图样由中心亮斑和外围同心圆环组成。

圆孔衍射场中绝大部分能量集中在零级衍射斑内，称为艾里斑，中心是几何光学像点。衍射光角分布弥散程度可用艾里斑的大小，即第一暗环的角半径 $\Delta\theta$ 来衡量， $\Delta\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a}$ 。

8.2 望远镜的分辨本领

用光学仪器观察复杂物体时，画面上每个物点成的像实际上都有一定大小的衍射斑，靠得太近的像斑会重叠起来，使画面的细节变得模糊。对于高放大率精密仪器来说，衍射效应是提高分辨本领的一个严重障碍。

瑞利判据规定：当一个圆斑像的中心刚好落在另一个圆斑像的边缘上（即一级暗纹）上时，就算两个像刚刚能够分辨。对于望远镜来说，两像斑中心角距离 $\delta\theta_m = \Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ ，这就是望远镜的最小分辨角公式。于是，为了提高分辨本领，必须加大物镜直径。

对于助视光学仪器，最好选择放大率使等于仪器最小分辨角 $\delta\theta_m$ 的角度放大到人眼能分辨的最小角度。

8.3 球面波照明条件下像面接受的夫琅禾费衍射

无论孔径光阑 AA 位于何处，像平面上接收到的总是光瞳的夫琅禾费衍射图样。

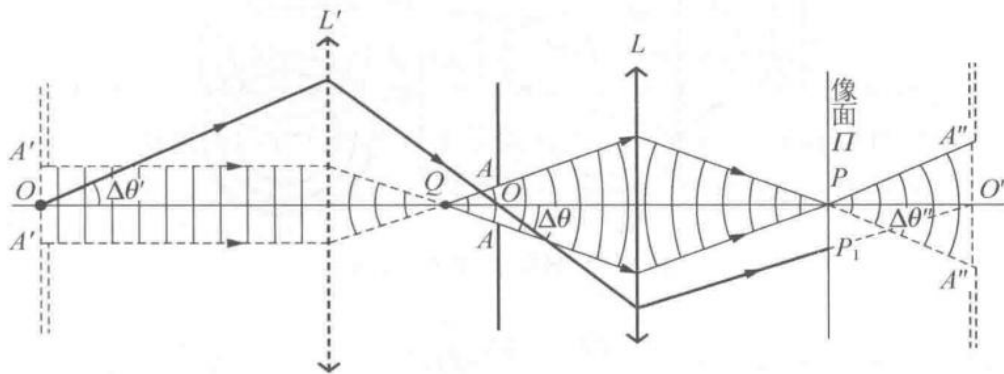


图 8-5 球面波照明像面接受的夫琅禾费衍射

球面波照明像面接受的夫琅禾费系统的衍射反比关系： $nD\Delta\theta = n'D'\Delta\theta' = \dots = 1.22\lambda$ 。

8.4 显微镜的分辨本领

它的分辨本领使用最小分辨距离衡量， $\delta y_m = \frac{0.61\lambda}{n\sin u}$ ，其中 $n\sin u$ 称为数值孔径，用 N.A.表示。要想提高显微镜分辨本领，就要提高数值孔径，一般是油浸。但光学显微镜分辨本领有最高限度，即 $\delta y_m \gtrsim \frac{0.61\lambda}{1.5} \approx 0.4\lambda$ ，相应的，放大率也有最高限度。

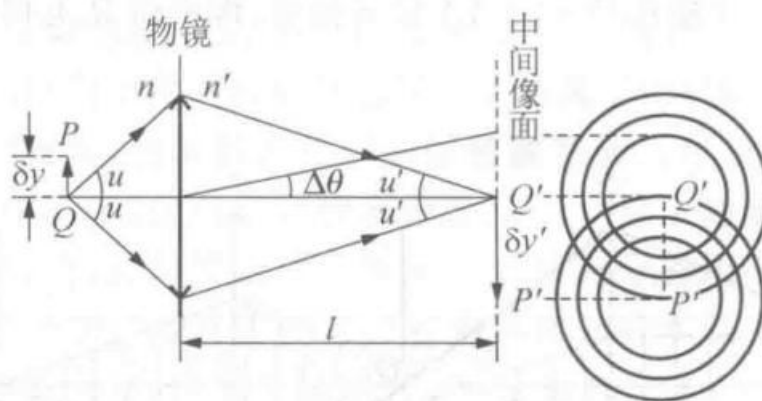


图 8-6 显微镜的分辨本领

9 光的横波性与五种偏振态

9.1 偏振现象与光的横波性

放置两块偏振片，使透射光强度减为零的现象称为消光。光波是横波。

由于光与物质作用过程中主要是光波中的电矢量起作用，所以人们常以电矢量作为光波中振动矢量的代表。

在与传播方向垂直的二维空间里电矢量有各样的振动状态，称为光的偏振态或偏振结构。常见的光的偏振态可分为五种——自然光、线偏振光、部分偏振光、圆偏振光和椭圆偏振光。

9.2 偏振片

有些晶体对于不同方向的电磁振动具有选择吸收的性质。天然的电气石晶体是六角片形状，长对角线方向称为光轴，当光线照射时，振动的电矢量与光轴平行时被吸收的少，垂直时吸收的多，称为二向色性。

将偏振片上能透过的振动方向称为透振方向。

9.3 自然光

宏观看来，入射光中包含了所有方向的横振动，平均说来它们对于光的传播方向形成轴对称分布，称为自然光。它沿任何方向的分量造成的强度 I 都等于总

强度 I_0 的一半。

9.4 线偏振光

透过偏振片的光线中只剩下了与其振动方向平行的振动，这种只包含单一振动方向的光叫做线偏振光。线偏振光中振动方向与传播方向构成的平面，叫做振动面。

产生线偏振光的偏振片称为起偏器，检验偏振光的偏振片叫做检偏器。

马吕斯定律： $I = I_0 \cos^2 \theta$ 。

能将自然光改造为线偏振光的起偏器除了偏振片，还有利用晶体光学各向异性的晶体棱镜偏振器，利用界面反射和折射的布儒斯特反射偏振器或投射的玻璃堆。

9.5 部分偏振光

振动在各方向都有，但振幅不同。定义偏振度 $P \equiv \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$ ，自然光偏振度为0，可以叫做非偏振光，线偏振光偏振度为1，叫做全偏振光。

9.6 圆偏振光

如果一束光的电矢量在波面内运动的特点是瞬时值大小不变，方向以角速度 ω （波的圆频率）匀速旋转，这种光为圆偏振光。圆偏振光可以看做两个相互垂直的线偏振光的合成，分量为
$$\begin{cases} E_x = A \cos \omega t \\ E_y = A \cos \left(\omega t \pm \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}, \mathbf{E} = A \cos \omega t \hat{x} + A \cos \left(\omega t \pm \frac{\pi}{2} \right) \hat{y}$$
。如果电矢量按逆时针方向旋转，称为左旋偏振光，否则称为右旋偏振光。

迎着圆偏振光的传播方向放一偏振片，并旋转其透振方向，会发现透射光强不变，均为入射光强的一半。

9.7 椭圆偏振光

电矢量的端点在波面描述的轨迹为一椭圆的光，叫椭圆偏振光，它也可以看

成两个相互垂直的简谐振动的合成， $\begin{cases} E_x = A_x \cos \omega t \\ E_y = A_y \cos(\omega t + \delta) \end{cases}$ ， $\mathbf{E} = A_x \cos \omega t \hat{\mathbf{x}} + A_y \cos(\omega t + \delta) \hat{\mathbf{y}}$ 。线偏振光和圆偏振光都是椭圆偏振光的特例，当 $A_x = A_y$ ， $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ 时退化为圆偏振光，当 $A_x = 0$ 或 $A_y = 0$ 或 $\delta = 0, \pm \pi$ 时，退化为线偏振光。 $\delta > 0$ 时，椭圆偏振光右旋，反之左旋（ $0 < |\delta| < \pi$ ）。

光学中的旋向，是迎着入射光看的，微波技术中是相对传播方向的。

如果迎着椭圆偏振光的传播方向放一偏振器，它将与部分偏振光相同，有极大极小而无消光。

10 光在电介质表面的反射和折射 菲涅耳公式

10.1 菲涅耳反射折射公式

两种电介质的折射率分别是 n_1 和 n_2 ，它们由平面界面分开，平行光从介质 1 一侧入射，在界面上发生反射和折射。取界面法线为 z 轴，方向与入射光协调，从介质 1 到介质 2，取 x 轴在入射面内，x,y,z 构成右手系。设入射角、反射角和折射角分别为 i_1, i'_1, i_2 ，并承认反射定律和折射定律成立，即 $i'_1 = i_1, n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ 。为了描述各光束中电矢量的分量，还需为每个光束取一局部直角坐标系，第一组基矢 $\hat{\mathbf{k}}_1, \hat{\mathbf{k}}'_1, \hat{\mathbf{k}}_2$ ，即波矢方向的单位矢量，第二组基矢 $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}'_1, \mathbf{s}_2$ 取在与入射面垂直的方向（s 方向），第三组基矢 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}'_1, \mathbf{p}_2$ 取在与入射面平行的方向（p 方向），约定 s 沿+y 方向，每束光的 $\mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{k}$ 组成右手系，光的电矢量可以分解为 p,s 分量。

$$\text{菲涅耳反射折射公式: } \begin{cases} E'_{1p} = \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} E_{1p} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} E_{1p} \\ E_{2p} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} E_{1p} \\ E'_{1s} = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} E_{1s} = \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_1 + i_2)} E_{1s} \\ E_{2s} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} E_{1s} = \frac{2n_1 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)} E_{1s} \end{cases}, \text{各个分量既}$$

可以看成瞬时值，也可以看成复振幅。

10.2 反射率和透射率

表 II - 2 各种反射率和透射率的定义

	<i>p</i> 分量	<i>s</i> 分量
振幅反射率	$r_p = \frac{E'_{1p}}{E_{1p}} \quad (10.5)$	$r_s = \frac{E'_{1s}}{E_{1s}} \quad (10.6)$
光强反射率	$R_p = \frac{I'_{1p}}{I_{1p}} = r_p ^2 \quad (10.7)$	$R_s = \frac{I'_{1s}}{I_{1s}} = r_s ^2 \quad (10.8)$
能流反射率	$\mathcal{R}_p = \frac{W'_{1p}}{W_{1p}} = R_p \quad (10.9)$	$\mathcal{R}_s = \frac{W'_{1s}}{W_{1s}} = R_s \quad (10.10)$
振幅透射率	$t_p = \frac{E_{2p}}{E_{1p}} \quad (10.11)$	$t_s = \frac{E_{2s}}{E_{1s}} \quad (10.12)$
光强透射率	$T_p = \frac{I_{2p}}{I_{1p}} = \frac{n_1}{n_2} t_p ^2 \quad (10.13)$	$T_s = \frac{I_{2s}}{I_{1s}} = \frac{n_2}{n_1} t_s ^2 \quad (10.14)$
能流透射率	$\mathcal{T}_p = \frac{W_{2p}}{W_{1p}} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1} T_p \quad (10.15)$	$\mathcal{T}_s = \frac{W_{2s}}{W_{1s}} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1} T_s \quad (10.16)$

强度 I 本意是平均能流密度，同介质理解为振幅的平方，不同介质时有 $I =$

$$\frac{n}{2c\mu_0} |E|^2 \propto n|E|^2。$$

具体地，有

$$\begin{cases} r_p = \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} \\ r_s = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} = \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_1 + i_2)} \end{cases}, \begin{cases} t_p = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \\ t_s = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} \end{cases}。$$

(1) 当光束正入射时，

$$\begin{cases} r_p = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = -r_s \\ t_p = t_s = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \end{cases}, \begin{cases} R_p = R_s = \mathcal{R}_p = \mathcal{R}_s = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 \\ T_p = T_s = \mathcal{T}_p = \mathcal{T}_s = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \end{cases}。$$

(2) 对于斜入射，随着入射角增大，*s* 分量光强反射率总是单调上升，*p* 分量先下降至 0，此时入射角 i_B ，然后再上升，当入射角趋于 90° （光疏至光密，掠入射）或趋于全反射临界角（光密至光疏），*p, s* 反射率都急剧增大至 100%。
 i_B 称为布儒斯特角。

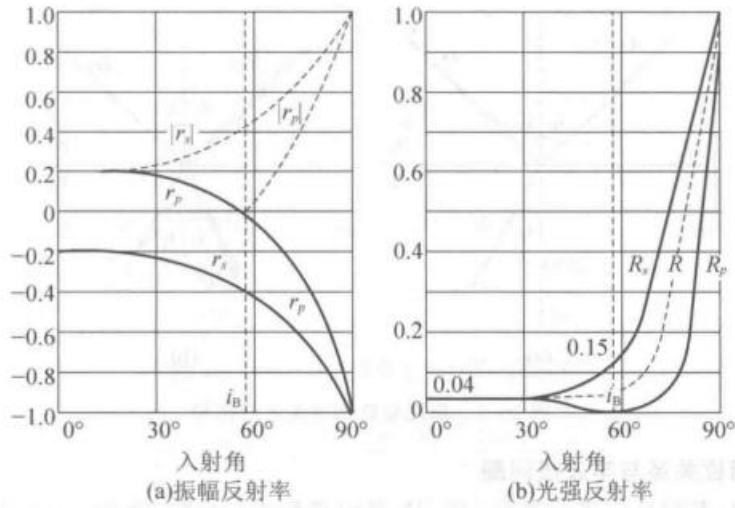


图 10-2 空气到玻璃($n=1.50$)的反射率曲线

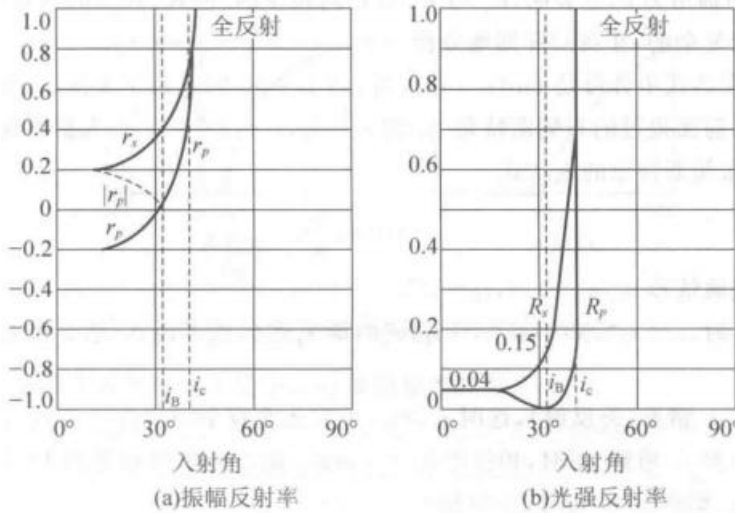


图 10-3 玻璃($n=1.54$)到空气的反射率曲线

10.3 斯托克斯的倒逆关系

$$\begin{cases} r^2 + tt' = 1, \\ r' = -r \end{cases} \text{, 该关系对于 } p, s \text{ 分量也适用。}$$

10.4 相位关系与半波损问题

$-\arg r$ 是 E'_1 与 E_1 的相位差, $-\arg t$ 是 E_2 与 E_1 的相位差。由于 t_p 和 t_s 总是正实数 (全反射除外), 即幅角为 0, 那么 E_2 与 E_1 总是同相位的。

布儒斯特角的表达式 $i_B = \arctan \frac{n_2}{n_1} < i_c$, 如果 $i_1 < i_B$, $r_p > 0$, $\delta_p = 0$, 反之, $\delta_p = \pi$ 。

对于 $n_2 > n_1$ (外反射), 随着入射角增大, δ_p 由 0 突变至 π , δ_s 一直是 π 。

对于 $n_2 < n_1$ (内反射), 随着入射角增大, δ_p 由 π 突变至 0 , δ_s 一直是 0 , 当

$$\text{入射角超过 } i_C \text{ 时, } \begin{cases} \delta_p = 2 \arctan \frac{n_1 \sqrt{(n_1/n_2)^2 \sin^2 i_1 - 1}}{n_2 \cos i_1} \\ \delta_s = 2 \arctan \frac{n_2 \sqrt{(n_1/n_2)^2 \sin^2 i_1 - 1}}{n_1 \cos i_1} \end{cases}$$

绘制方向时, 先以虚线取坐标架, 再以正负取实际方向。

当一束光在界面上反射时, 电矢量方向可能发生突变, 振动相位改变。为了使相位与几何光程相符, 需要在几何程差上添加一项 $\pm \frac{\lambda}{2}$, 称为半波损。正入射和掠入射时, 光的外反射反射光有半波损, 内反射无半波损。任何情况下透射光都没有半波损。

如果介质层两侧折射率相同, 上下两反射光束的有效程差总要添加一项 $\pm \frac{\lambda}{2}$ 。

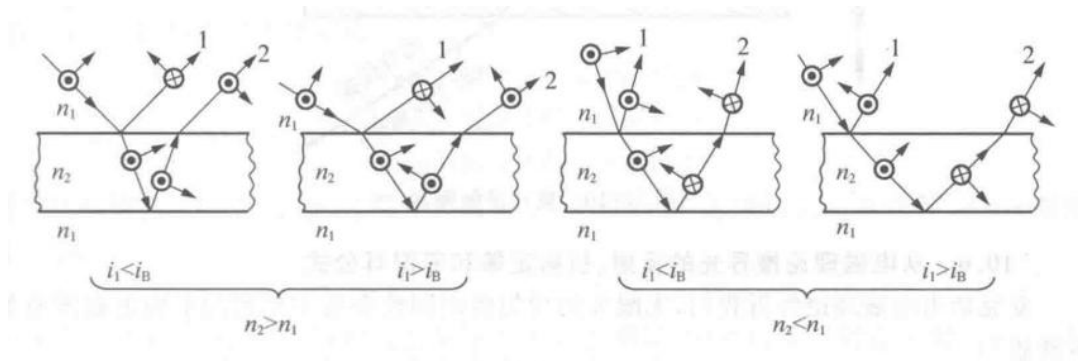


图 10-9 介质层上下表面反射光之间的半波损

有半波损的条件是介质层折射率比两侧均大或小。

10.5 反射、折射时的偏振现象

如果入射的是自然光, 则反射光和折射光一般是部分偏振光; 如果入射光是圆偏振光, 那么反射光和折射光一般是椭圆偏振光; 如果入射光是线偏振光, 则反射光和折射光仍是线偏振光, 但电矢量相对于入射面的方位要发生改变。全反射时, 线偏振光入射, 反射光一般是椭圆偏振的。

当光束以布儒斯特角入射时, $r_p = 0$, 反射光只有 s 分量, 即反射光总是线偏振的, 故 i_B 又称全偏振角, 或起偏角。

将多块玻璃片叠在一起，令自然光以布儒斯特角入射，通过多次反射和折射，最后从玻片堆透射出来的光束基本就是 p 方向的线偏振光。

10.6 从电磁理论推导光的反射、折射定律和菲涅耳公式

$$\text{折射波矢的 } z \text{ 分量 } k_{2z} = k \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 i_1} = \frac{2\pi}{\lambda_1} \sqrt{\sin^2 i_C - \sin^2 i_1}$$

10.7 全反射与隐失波

记 $k_{2z} = i\kappa$ ，那么 $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda_1} \sqrt{\sin^2 i_1 - \sin^2 i_C}$ ，那么

$$\begin{cases} \widetilde{E}_2 = E_2 e^{-\kappa z} \exp[i(k_{2x}x - \omega t)] \\ \widetilde{H}_2 = H_2 e^{-\kappa z} \exp[i(k_{2x}x - \omega t)] \end{cases}$$

，即发生全反射时，折射波在 x 方向仍具有行波

形式，但沿 z 方向按指数律急剧衰减，定义有效深度 $d_z = \frac{1}{\kappa} = \frac{\lambda_1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\sin^2 i_1 - \sin^2 i_C}}$ ， d_z 的数量级是一个波长，称为隐失波。隐失波说明，全反射时介质 2 中在界面附近波长数量级的厚度内仍有场。在穿透深度内， z 方向的瞬时能流不为 0，但平均能流为 0。可以认为，入射波的能量不是在严格的界面上全反射的，而是穿透一定深度后逐渐反射，这样反射波就有了一定的相移。

三、干涉装置 光场的时空相干性

分解波列的方法有二：（1）分波前法；（2）分振幅法。

1 分波前干涉装置 光场的空间相干性

1.1 各种分波前干涉装置

分波前装置主要是在光源波前放置两个光具组分光。光源的初相位 φ_0 是极不稳定的，但是分波前后交叠区某点 P 的相位差稳定，只取决于光程差。此外，由于一般干涉装置里两列波原同属一列，且在 P 点夹角十分小，即在 P 点传播方向大致相同，因而它们在 P 点激起的振动频率相同，方向也基本平行，这样就保证了相干条件。

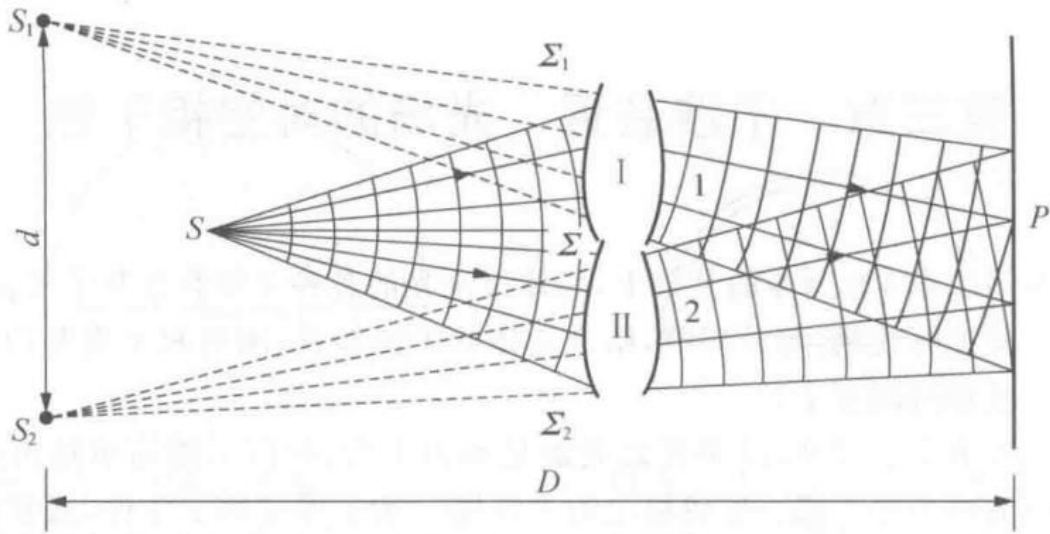
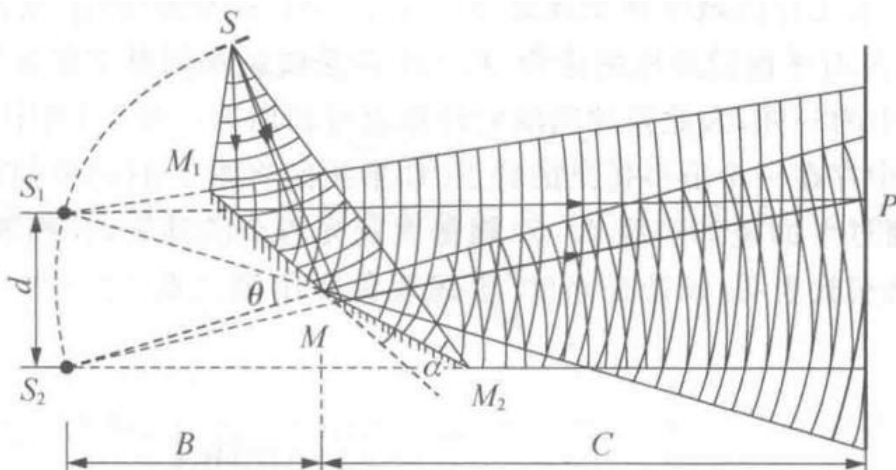


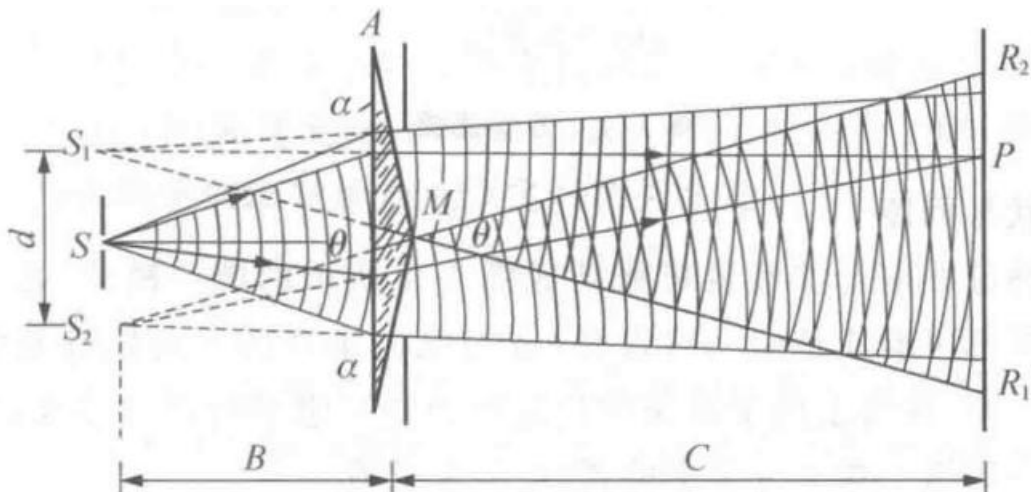
图 1-1 分波前干涉装置示意图

杨氏实验室分波前干涉装置的典型，此时两光具组是孔，两光束靠衍射效应交叠。

(1) 菲涅耳双面镜和双棱镜

菲涅耳双面镜是一对紧靠在一起夹角 α 很小的平面反射镜 M_1 和 M_2 ，双棱镜是一个棱角 α 很小的双棱镜 A 。两装置中狭缝光源 S 都与交棱 M 平行。从 S 发出的波列经反射或折射后被分割成两光束，在交叠区幕上出现等距的平行干涉条纹。设 S_1 和 S_2 为 S 对双面镜或双棱镜所成虚像，幕上干涉条纹就像由相干的虚像光源 S 发出的光束产生的一样，干涉条纹计算可以利用杨氏装置结果。

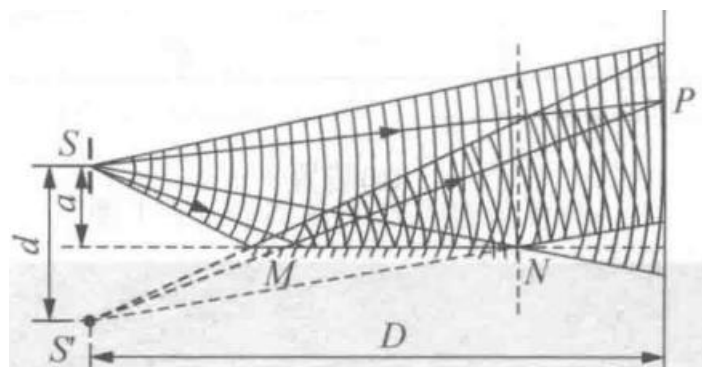




(2) 劳埃德镜

劳埃德镜中 MN 是一平面反射镜，从狭缝光源 S 发出的波列中一部分掠入射到平面镜后反射到幕上，另一部分直接投射幕上，交叠区出现干涉条纹。设 S' 是 S 对平面镜成的虚像，幕上干涉条纹就如同实际光源 S 和虚像光源 S' 发出的光束产生的一样。条纹间隔计算与杨氏装置一样。

特别地，如果将幕移动到平面镜边缘 N 点，会出现暗纹，这是由于反射光的半波损。



1.2 条纹形状与间距

上述装置中幕上干涉图样可看成由一对点源 S_1 和 S_2 造成的。干涉条纹近似是一组等间隔平行直线条纹， $\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$ 。

对于菲涅耳双面镜， $\Delta x = \frac{(B+C)\lambda}{2\alpha B}$ 。对于菲涅耳双棱镜， $\Delta x = \frac{(B+C)\lambda}{2(n-1)\alpha B}$ 。对于

劳埃德镜, $\Delta x = \frac{D\lambda}{2a}$ 。

干涉条纹间距 Δx 与波长 λ 成正比, 不同颜色的光产生的条纹间距不同。当使用非单色光照明时, 幕上呈现许多套不同颜色条纹的非相干叠加, 除 0 级外, 任何级亮纹和暗纹彼此错开。

1.3 干涉条纹的移动

造成条纹变动的因素来自三方面: 光源的移动; 装置结构的变动; 光路中介质的变化。

探讨干涉条纹的变动时, 有两种研究方式, 一是固定干涉场中一个点 P, 观察有多少根干涉条纹移动过此点, 另一是跟踪干涉场中某级条纹的移动。

移过某个固定场点 P 干涉条纹的数目 N 有关系: $\delta(\Delta L(P)) = N\lambda$ 。

研究特定条纹变化需要知道 $\Delta L(P) = \Delta L(P_0)$ 的场点去向。

对于杨氏实验中光源微小位移 δs 引起干涉条纹变动的情况, 设轴向为 z, 平行于 S_1 和 S_2 连线方向为 x, 垂直纸面取 y。当点源 S 位于轴上, 0 级条纹也在轴上, 当点源沿 x 移动到轴外 S', 0 级条纹需保证 $\Delta L(P'_0) = 0$ 。傍轴近似下有 $\delta x = \frac{D}{R}\delta s$, 方向相反。

点光源沿 y 方向移动不会出现变动。

1.4 光源宽度对于干涉条纹衬比度的影响

光源在 x 上扩展会使干涉条纹模糊, 在 y 上扩展会使条纹清晰。

当 $\delta x = \Delta x/2$ 时, 两点光源合成强度均匀, 对于连续光源, $\delta x = \Delta x$ 时分布均匀。对于杨氏实验, 光源在 x 方向宽度的最大限度 $b = \frac{R}{d}\lambda$ 。

超过限度后, 衬比度还有多次起伏, 但幅度不大, 当 $\gamma = 0$ 时, 有 $b = \frac{uR}{\pi d}\lambda, u = k\pi$ 。

1.5 光场的空间相干性

波的叠加不只有相干和不相干两种极端情况，相干程度可以用衬比度衡量。

给定宽度为 b 的面光源，在它的照明空间中波前多大范围内提取出来两个次波源 S_1 和 S_2 还是相干的，这就是光场的空间相干性问题。

$d \approx \frac{R\lambda}{b}$ 给出了光场中相干范围的横向线度。如果面光源在相互垂直的两个方向都有宽度 b ，则它的照明空间中相干范围面积(相干面积)数量级为 d^2 。令 $\Delta\theta_0 = d/R$ ，这里 $\Delta\theta_0$ 是 S_1 和 S_2 对光源中心所张的角度，称为相干范围的孔径角。凡在孔径角外的两点都可以看做不相干；在此孔径角以内的两点，都有一定程度的相干性。 $b\Delta\theta_0 \approx \lambda$ ，称为空间相干性的反比关系。

2 薄膜干涉（一）——等厚条纹

2.1 薄膜干涉概论

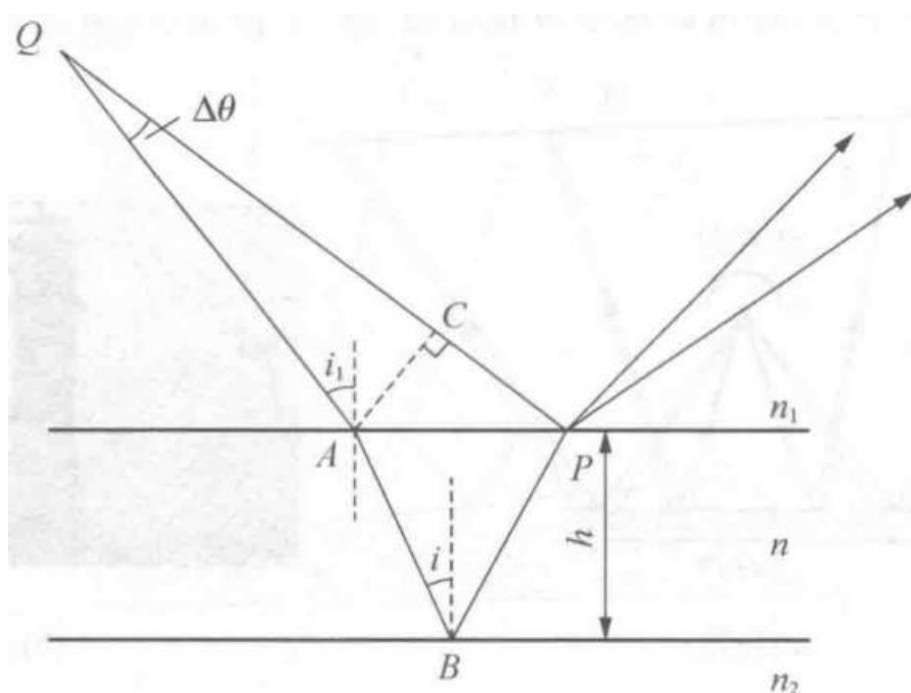
当从点光源 Q 发出的一束光投射到两种透明介质的分界面上时，它携带的能量一部分反射回来，一部分投射过去。能流正比于振幅的平方，因此光束的这种分割方式是分振幅的。最基本的分振幅干涉装置是一块由透明介质做的薄膜。当入射光射在薄膜上表面时，它被分割为反射和折射两束光。折射光在薄膜的下表面反射后，又经上表面折射，回到原来的介质，与上表面的反射光束交叠。在两光束交叠区域每个点上都有一对相干光线在此相交。

为了观察薄膜产生的干涉条纹，可以用屏幕直接接收，更多地是利用光具组使干涉条纹成像。当我们用光具组聚焦于某一物平面时，通过其上任一点的两条光线将在像平面的共轭点相遇。物像平面上各点的强度取决于该点两相干光线的光程差。由于物像间的等光程性，参与干涉的两光线在共轭点上相遇时光程差不变，这样就在光具组的像平面得到了与物平面相似的干涉图样。

厚度不均匀薄膜表面的等厚条纹和厚度均匀薄膜在无穷远的等倾条纹应用广泛。

2.2 薄膜表面的等厚条纹

设薄膜折射率为 n ，上下两方折射率为 n_1 和 n_2 ，场点 P 处膜后 h 。从点光源 Q 发出的两条特定光线交于 P ，光程差为 $\Delta L(P) \approx 2nh\cos i$ 。当 $\Delta L = k\lambda$ ，取亮纹，当 $\Delta L = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$ ，取暗纹。



注意当 $n_1 < n > n_2$ ，或 $n_1 > n < n_2$ 时有半波损，亮暗纹对调。今后除非必要，不再考虑它的存在。

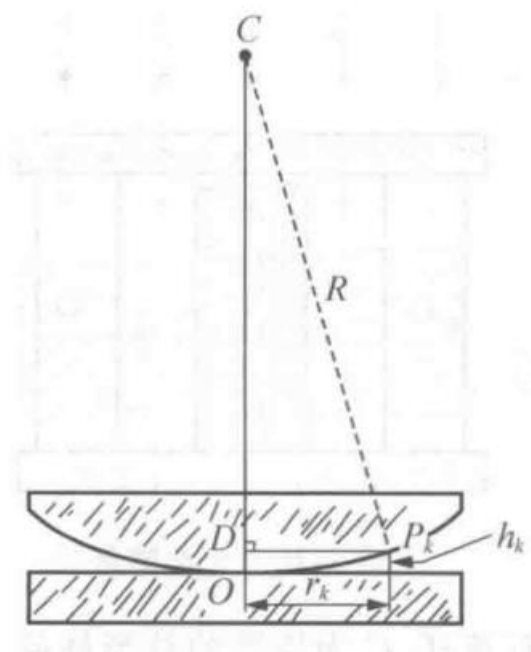
薄膜表面干涉条纹的形状，与照明和观察方式有关，这里只讨论正入射方式，即入射光和反射光处处与薄膜表面垂直，这时 $\Delta L = 2nh$ 。薄膜上厚度相等各点的轨迹称为它的等厚线。如果薄膜折射率均匀，则 ΔL 只与厚度 h 有关，光强也取决于 h ，亦即沿等厚线的强度相等。薄膜上这种沿等厚线分布的干涉条纹，称为等厚干涉条纹。相邻等厚条纹对应厚度差 $\Delta h = \frac{\lambda}{2n}$ 。

2.3 楔形薄膜的等厚条纹

介于不平行的反射面之间的楔形空气薄膜形成的等厚干涉条纹间隔 $\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha}$,
即 $\alpha = \frac{\lambda}{2\Delta x}$ 。

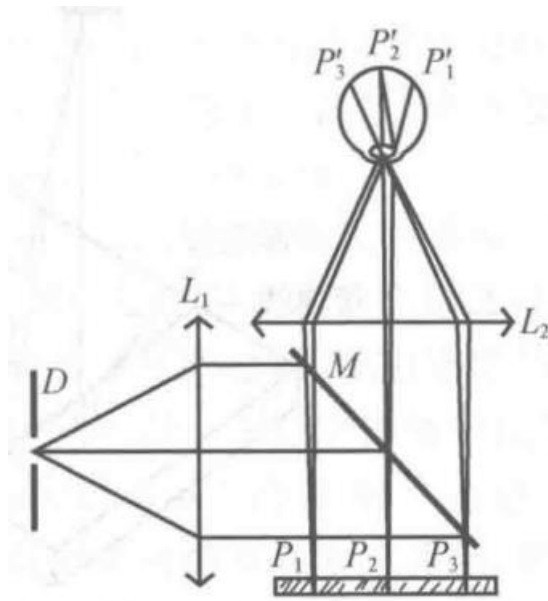
2.4 牛顿环

如果我们把一个曲率半径很大的凸透镜放在一块平面玻璃板上，二者之间形成一薄都不均匀的空气层。设接触点为O，等厚干涉条纹是以O为中心的同心圆，称为牛顿圈。由于有半波损，中心O点为暗点。第k级暗纹与透镜曲率半径有关系： $r_k = \sqrt{kR\lambda}$ 。随着级数k增大，干涉条纹变密。由于干涉，O点接触不是严格的，为了消除误差，可以用 $R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda}$ 。



2.5 等厚干涉条纹的观测方法及倾角的影响

精密观测要求入射光和反射光处处与薄膜垂直，图示光路可以保证这点。如需对干涉条纹作亮度测量，可以用测距显微镜代替透镜L₂。



在要求不太高时，装置可以简化。入射光束不需要严格平行，光源可以是扩展的，准直装置可以不要。观察条纹时可以直接用眼睛，或在条纹较密时通过放大镜或显微镜观察。甚至半反射板也可以不要，直接用眼睛沿一定的倾角观察薄膜的表面。除了膜的厚度十分小的情况，这种方式观察到的干涉条纹不是严格的等厚线，反衬也很差。

(1) 条纹形状偏离等厚线

$\delta(\Delta L) \approx -2nh\sin i \delta i + 2nc\cos i \delta h$ ，一条干涉条纹上 $\delta(\Delta L) = 0$ ，由于倾角增大引起光程差的减小需要厚度增加补偿。

对于相同的倾角变化， $h\sin i$ 越大， δi 对 ΔL 的影响越大，干涉条纹偏离等厚线越显著。

(2) 衬比度下降

h 越大，光源不同点在薄膜表面产生的干涉条纹叠加就会使条纹衬比度越低。

2.6 薄膜的颜色 增透膜和高反射膜

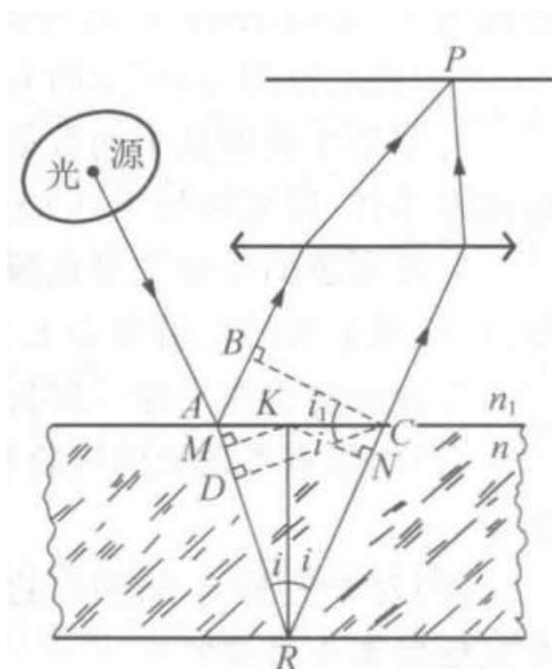
如果光源是非单色的，不同波长的成分各自在薄膜表面形成一套干涉图样，彼此错开。

对于任何透明介质，广德能量并不全透过界面，而是总有一部分从界面上反射回来。为了避免反射损失，近代光学仪器采用真空镀膜或用离心机“甩胶”的方法，在透镜表面敷上一层薄透明胶，称为增透膜或消反射层。

增透膜的原理是薄膜的干涉。单模结构上方介质一般为空气 (n_1)，下方介质一般为玻璃 (n_2)。折射率 $n < n_2$ 的膜称为低膜 (L)， $n > n_2$ 的膜称为高膜 (H)。当膜层的光学厚度 $h = \frac{(2k+1)\lambda}{4n}$ 且为低膜时，相干叠加结果为暗场，且可证明当低膜 $n = \sqrt{n_1 n_2}$ 时可以实现完全消反射。如果要降低透射率，则需将低膜改成相同厚度的高膜，叠加结果为亮场。为进一步提高反射率，应采用多层膜，即多层介质高反射膜。

3 薄膜干涉 (二) —— 等倾条纹

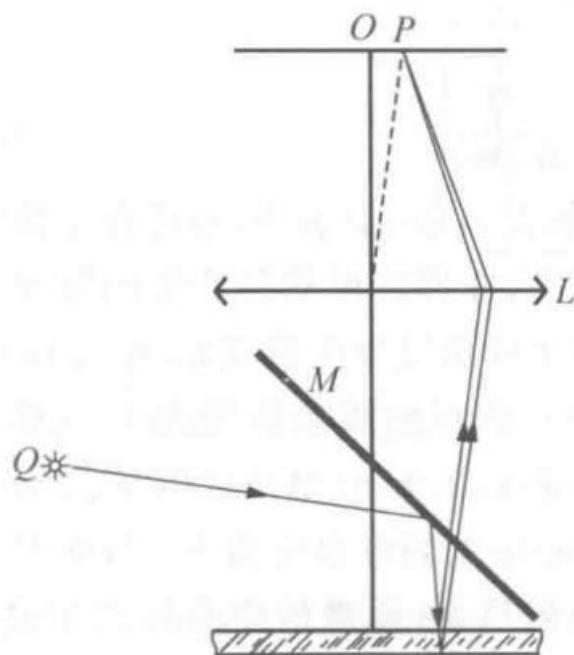
3.1 无穷远的等倾干涉条纹



无穷远处的干涉条纹是薄膜上彼此平行的反射光线产生的，如果用透镜观察，条纹将出现在它的焦面上。对于薄膜上下平行情况，出射光线与反射光线重合。我们有 $\Delta L = 2nh \cos i$ ，由于膜的厚度均匀，引起 ΔL 变化的因素是 i ， ΔL 随 i 增大而

减小。

观察无穷远干涉条纹的装置如下图。其中 Q 是点光源， M 是半反射的玻璃板， L 是望远镜，其光轴与薄膜表面垂直，屏幕放在 L 的焦点。彼此平行的反射线在幕上交点只决定于倾角。具有相同倾角的反射线排列在圆锥面上，在幕上交点的轨迹（干涉条纹）就是以 O 为中心的圆圈，称为等倾干涉条纹。



越靠近中心点 O 的条纹对应的倾角 i 越小，光程差越大，条纹级数越高。当倾角不大时可近似认为 $\Delta r \propto \Delta i = \frac{-\lambda}{2hsini_k}$ ， i_k 越大， $|\Delta r|$ 越小，即在干涉图样离中心处越远的地方条纹越密，此外 h 越大， $|\Delta r|$ 越小，即较厚的膜产生的等倾干涉条纹较密。中心点 O 的光程差 $\Delta L = 2nh$ ，每当 h 改变 $\lambda/2n$ 时， ΔL 改变 λ ，中心斑点数级数改变 1，当 h 连续增大，中心强度周期性变化，从这里不断生出新的条纹，像水波一样发散出去。

3.2 观察等倾条纹时扩展光源的作用

如果将点光源换成扩展光源，等倾干涉条纹的反衬不受影响，亮度加强。

3.3 薄膜干涉的定域问题

当来自点光源的光束射在薄膜上时，在上下表面两束反射光的交叠区内任一点都有干涉条纹，这种条纹称为非定域条纹。在扩展光源的照射下，由于光源表面各点不相干，在干涉场中只有某个曲面上干涉条纹的衬比度 γ 最大，在此曲面前后一定范围还有可观侧条纹，超出范围， $\gamma \rightarrow 0$ ，而使干涉条纹变得无法辨认。这种条纹叫做定域条纹，衬比度最大的曲面叫做定域中心，定域中心前后可看到条纹范围的线度称为定域深度。

考虑点光源 Q ，在任意场点 P 交叠的一对反射线，设相应的入射线在 Q 点所夹角度为 $\Delta\theta$ ，光源的横向有效宽度为 b ，要使 P 的条纹有一定的衬比度，应有 $b\Delta\theta < \lambda$ 。此式表明，定域中心由 $\Delta\theta = 0$ 决定，在此处衬比度接近 1，并允许光源由任意的宽度 b 。定域深度由相干范围的孔径角 $\Delta\theta_0$ 决定： $\Delta\theta_0 \approx \frac{\lambda}{b}$ ，它与光源的宽度成反比。

对于厚度均匀的薄膜，定域中心位于无穷远。对于厚度不均匀的薄膜，定域中心不在薄膜表面，但只要厚度小，定域中心不会离薄膜表面很远，只要给光源的有效宽度以一定的限制，就可以使薄膜表面纳入定域深度内。

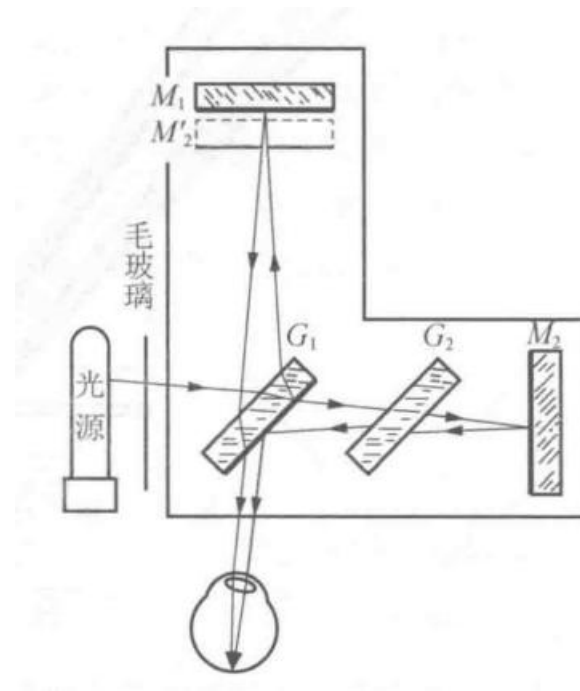
薄膜表面的干涉条纹可在扩展光源的照明下用肉眼直接观察。第一眼睛是可以调焦的。第二扩展光源有利无害。

4 迈克尔孙干涉仪 光场的时间相干性

4.1 迈克尔孙干涉仪的结构

如图所示， M_1 和 M_2 是一对精密磨光的平面镜， G_1 和 G_2 是厚薄和折射率都很均匀的一对相同的玻璃板。在 G_1 的背面渡了一层很薄的银膜，以便从光源射来的光线在这里被分为强度差不多的两部分。其中反射部分 1 射到 M_1 ，经 M_1 反射后再次透过 G_1 进入眼睛；投射部分 2 射到 M_2 ，经 M_2 反射后再经 G_1 上的半镀银面反

射到眼睛。这两相干光束中各光线的光程不同，它们在网膜上相遇时产生一定的干涉图样。为了使入射光具有各种倾角，光源是扩展的。如果光源的面积不够大，可放一磨砂玻璃或凸透镜，以扩大视场。玻璃板 G_2 起补偿光程作用，使得两光束杂玻璃介质中光程完全相等。如果光源是单色的，补偿与否无关紧要，但对于白光，非有补偿板 G_2 不可。



迈克尔逊干涉仪最早是为了研究光速问题而精心设计的分振幅干涉装置，与薄膜干涉相比，它的特点是光源、两个反射面、接收器四者在空间完全分开，便于在光路中安插其他器件。利用它既可以观察相当于薄膜干涉的许多现象，也可以方便地进行各种精密检测。

4.2 干涉条纹

设 M'_2 是 M_2 对 G_1 上半镀银面成的虚像。从观察者看来，干涉图样与 M_1 与 M'_2 间的空气层产生的一样。在 M_1 和 M_2 后由螺旋，用来调节它们的方向。调节螺旋使 M_1 与 M'_2 十分精确地平行，当观察者的眼睛对无穷远调焦时，就会看到圆形的等倾干涉条纹。如果 M_1 与 M'_2 有微小的夹角，观察者就会在它们的表面附近看到

楔形“空气层”的等厚条纹。

平面镜 M_1 是安装在承座 C 上的，承座 C 可沿精密的轨道 T 前后移动，承座的移动是靠丝杠 V 来控制的。当我们转动丝杠 V 时， M_1 前后平移，从而改变了 M_1 与 M'_2 之间的距离，或者说改变了起见“空气层”的厚度。

在迈克尔孙装置的调节技术中，或在干涉精密测长和精密定位工作中，需要确定 M_1 与 M'_2 在视场范围内是否相交和交线位置。在 M_1 与 M'_2 相交的地方，表观光程 $\Delta L = 0$ ，由于存在半波损，在交线处应呈现暗纹。由于单色光照明时非交线位置也有暗纹，要判断交线位置，需采用白光照明，而且必须加补偿板 G_2 。这时，不同波长的 M_1 与 M'_2 交线沿观察者的视线重合起来，实现了“0级干涉条纹无色散”，在该处呈现一条全黑的暗线（由于镀银，相位变更致使呈现暗紫色）。

4.3 光源的非单色性对干涉条纹的影响

光学波段里，通常认为 $\Delta\lambda \sim 10\text{\AA}$ 量级的谱线单色性较差； $\Delta\lambda \sim 10^{-2}\text{\AA}$ 量级时单色性已较好； $\Delta\lambda \sim 10^{-5}\text{\AA}$ 量级时单色性极好，许多看起来单色的谱线实际上由波长十分接近的双线或多重线组成，双线和多重线的每条谱线仍有自己的线宽。

(1) 双线结构使条纹衬比度随 ΔL 作周期性变化

假定迈克尔孙干涉仪中两臂光强相等，两束单色光相干叠加后强度 I 随相位差 δ 的变化为 $I(\delta) = I_0(1 + \cos\delta)$ ，由于 $\delta = k\Delta L$ ， $I(\Delta L) = I_0[1 + \cos(k\Delta L)]$ 。若用双线光谱光源照明，并假设两谱线等强，总强度为非相干叠加 $I(\Delta L) = 2I_0[1 + \cos(\frac{\Delta k}{2}\Delta L)\cos(k\Delta L)]$ ， $k = \frac{k_1+k_2}{2}$ ， $\Delta k = k_1 - k_2 \ll k$ ，由此可得衬比度 $\gamma(\Delta L) = \left| \cos(\frac{\Delta k}{2}\Delta L) \right|$ ，条纹衬比度以空间频率 $\Delta k/2\pi \approx \Delta\lambda/\lambda^2$ ，其中 $\Delta\lambda \ll \lambda \approx \lambda_1 \approx \lambda_2$ 变化着。

当衬比度从 1 变化至 0 时，两套条纹错过半根，移过视场中心根数 N_1 和 N_2

有关系： $\Delta L = N_1 \lambda_1 = N_2 \lambda_2 = \left(N_1 - \frac{1}{2}\right) (\lambda_1 + \Delta\lambda)$ ，即 $N_1 = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda}$ 。衬比度变化的空间周期是 $2N_1 \lambda_1$ ，空间频率是 $\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$ 。

(2) 单色线宽使条纹衬比度随 ΔL 单调下降

谱线的线型 $dI/d\lambda$ 由谱密度 $i(\lambda) = dI_\lambda/d\lambda$ 来描述，总光强 $I_0 = \int_0^\infty i(\lambda)d\lambda = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty i(k)dk$ 。干涉仪中单一波长的光强随 ΔL 的变化是 $i(k)[1 + \cos(k\Delta L)]$ ，不同波长的光强非相干叠加结果为 $I(\Delta L) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty i(k)[1 + \cos(k\Delta L)]dk = I_0 + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty i(k)\cos(k\Delta L)dk$ 。假设 $i(k)$ 在 $k = k_0 \pm \Delta k/2$ 范围等于常数 $\pi I_0/\Delta k$ ，其他地方为 0，那么 $I(\Delta L) = I_0 \left[1 + \frac{1}{\Delta k} \int_{k_0-\Delta k/2}^{k_0+\Delta k/2} \cos(k\Delta L)dk\right] = I_0 \left[1 + \frac{\sin(\Delta k\Delta L/2)}{\Delta k\Delta L/2} \cos(k_0\Delta L)\right]$ ，那么衬比度 $\gamma(\Delta L) = \left|\frac{\sin(\Delta k\Delta L/2)}{\Delta k\Delta L/2}\right|$ ，当 ΔL 由 0 增加到最大值 $\Delta L_M = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda^2}{|\Delta\lambda|}$ 时，衬比度降为 0， ΔL_M 称为最大光程差，超过此限度，干涉条纹已基本上不可见。

4.4 傅里叶变换光谱仪

光谱仪是分析光源中谱分布的仪器，传统的光谱仪都是色散型的，特点是把不同的光在空间上分开。把时间频谱转化为空间频谱是另一种途径。

在一般情况下， $I(\Delta L) - I_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty i(k)\cos(k\Delta L)dk$ ，有逆变换 $i(k) = 2 \int_0^\infty [I(\Delta L) - I_0]\cos(k\Delta L)d(\Delta L)$ ，即可以从 $I(\Delta L)$ 求出 $i(k)$ ，据此可以设计傅里叶变换光谱仪。

傅里叶光谱仪前面就是一台迈克尔逊干涉仪，镜面 M_2 以匀速 v 运动，从而 $\Delta L = 2vt$ ，通过光电接收器将干涉场中光强函数 $I(\Delta L)$ 转化为时间信号 $I(t)$ ，也可以再由同步装置，带动记录纸以同样速度沿 x 方向移动，直接画出信号曲线 $I(x)$ ， $x = vt = \Delta L/2$ ，最后输出 $i(k)$ 。

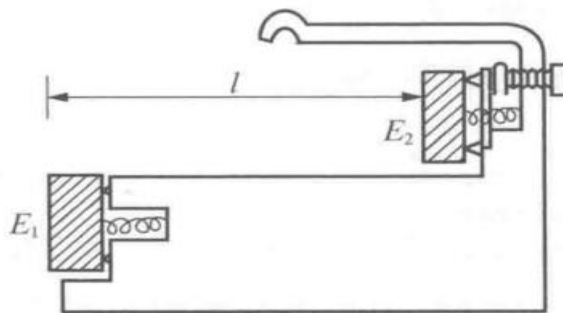
传统色散型光谱仪中，衍射效应限制了仪器的分辨本领，而干涉型变换光谱仪入射截面大，分辨本领高，理论上只要 ΔL 可以无限大，就可以无限提高分辨

本领。此外它测量时间短、受干扰小、信噪比高、结构简单。

4.5 精密测量与长度的自然基准

当迈克尔孙干涉仪中的 M_1 与 M'_2 稍有夹角时，出现的是平行且等间距的等厚干涉条纹， M_1 镜每移动 $\lambda/2$ 的距离，在视场中就有一个条纹移过，因此如果移过条纹的数目为 N ，即可得知镜子 M_1 移动距离 $l = N\lambda/2$ 。要想长度测量精确，必须准确记录 N ，且 λ 单一稳定。现代干涉测长仪已采用光电自动计数技术，而且在逻辑电路上专设有可逆计数器，以消除扰动引起的误记。对于光的波长，除保证测量环境恒压措施以外，还采用稳频技术以消除光源内部不稳定性造成的影响，由于采用光电脉冲计数等措施， N 可读到一两位小数，长度可精确为 $\lambda/20$ ，相当于 $10^{-2}\mu m$ 。

由于光源非单色性的影响，随着光程差 ΔL 加大，干涉条纹衬比度下降，干涉测长的量程 $l_M \leq \frac{1}{2}\Delta L_M = \frac{\lambda^2}{2|\Delta\lambda|}$ 。普通单色光源的线宽约 0.01\AA ，直接测量长度不超过十几厘米。要测量较大长度，需要利用若干个居间的长度标准器逐步完成。如图， E_1 和 E_2 是一对平面镜，其间距离 l 规定了标准器的长度。每个标准器的长度约为另一个的整数倍。量度时，首先将最短的标准器放在干涉仪器上，将其与波长进行比较后，再逐次按长度顺序将各标准器凉凉进行比较，最后再将最长的标准器与标准米尺比较。



如下图，将长度标准器代替干涉仪中固定平面镜 M_2 ，并在其旁放置另一平面

镜 M 。 E'_1 、 E'_2 、 M' 是 E_1 、 E_2 、 M 经 G_1 背面反射所成的虚像。调节 E_1 、 E_2 、 M 的方向，使 E'_1 、 E'_2 相互平行，但与 M_1 略有夹角，而 M' 与 M_1 精确平行。利用在白光照射下 M_1 分别与 E'_1 、 E'_2 形成的等厚条纹确定 M_1 与它们相交的位置，利用在单色光照射下 M_1 与 M' 之间的等倾条纹来确定这两位置间距离 l 是单色光波长 $\lambda/2$ 的多少倍。这倍数的整数部分就是当 M_1 移动过程中在中心消失的条纹数，剩下的零头也可以估计到 $1/50$ 根条纹左右。

1960 年决定以原子量为 86 的氪同位素的一条橙色光谱在真空中波长为长度新标准。

长度基准从米原器这种实物标准改为光波这种自然基准。

4.6 光场的时间相干性

点光源在波线上并不总是相干。微观客体每次发光的持续时间 τ_0 有限，或者说每次发射的波列长度 l_0 有限， $l_0 = v\tau_0$ ， v 是波速。若用光程表示，则有 $L_0 = c\tau_0$ 。时间相干性讨论的问题是：在电源 S 的波场中沿波线相距多远的两点 P_1 和 P_2 是相干的。判断方法是比较光程差 $\Delta L = (SP_1) - (SP_2)$ 与 L_0 的大小。当 $\Delta L > L_0$ 时， P_1 和 P_2 不可能同属一波列，不可能相干；当 $\Delta L < L_0$ 时， P_1 和 P_2 有可能属于同一波列，它们是部分相干的；当 $\Delta L = 0$ 时， P_1 和 P_2 完全相干。故 L_0 又称为相干长度，相应的传播时间 τ_0 称为相干时间，光源的时间相干性好坏，是以相干长度或相干时间来衡量的。

相干长度 L_0 显然与最大光程差 ΔL_M 是同一概念，至少同量级。

定态光波可用复振幅描述： $\tilde{U} = \tilde{A}e^{ikx}$ ，考虑线宽为 Δk 的谱线，它的复振幅为
$$\tilde{U}(x) = \int_0^\infty \tilde{a}(k)e^{ikx} dk = \frac{\tilde{A}}{\Delta k} \int_{k_0-\Delta k/2}^{k_0+\Delta k/2} e^{ikx} dk = \tilde{A} \frac{\sin(\Delta kx/2)}{\Delta kx/2} e^{ik_0x}$$
，它代表一个波包，振幅分布为 $\left| \tilde{A} \frac{\sin(\Delta kx/2)}{\Delta kx/2} \right|$ ，在 $x = 0$ 处振幅最大，随着 $|x|$ 增大，振幅减小，在 $|x| =$

$2\pi/\Delta k = \frac{\lambda^2}{|\Delta\lambda|}$ 的地方振幅为 0，可以说这里就是波列的端点，故 $L_0 \approx \frac{\lambda^2}{|\Delta\lambda|}$ ，与 ΔL_M 量级相同。由于 $\nu = c/\lambda$ ，故 $\Delta\nu = -c\Delta\lambda/\lambda^2$ ，于是 $L_0 = c/\Delta\nu$ ， $\tau_0\Delta\nu \approx 1$ 。此两式表明，波列的空间长度和持续时间都与谱线宽度成反比，称为时间相干性的反比公式，它告诉我们：波列越短，频带越宽；极短的脉冲具有极宽的频谱。反之，谱线越窄，波列就越长；只有无限窄单色谱线的波列才是无限长的。于是，“波列长度有限”和“光是非单色的”两种说法完全等效。

4.7 光场的相干性小结

(1) 空间相干性和时间相干性都着眼于光波场中各点（次波源）是否相干的问题，从本质上看，空间相干性问题来源于扩展光源不同部分发光的独立性；时间相干性问题来源于光源发光过程在时间上的断续性。从后果上看，空间相干性问题表现在波长的波前上，集中于分波前的干涉装置内；时间相干性问题表现在波线上，集中于长程差的分振幅干涉装置。

(2) 空间相干性用相干区域的孔径角 $\Delta\theta_0$ ，线度 d 和相干面积 $S = d^2$ 来描述，与光源宽度 b 由空间相干性的反比公式决定， $b\Delta\theta_0 \approx \lambda$ ；时间相干性用相干长度 L_0 ，相干时间 τ_0 ，或最大光程差 ΔL_M 来描述，他们与表征光源非单色性的量谱线宽度 $\Delta\lambda$ 成反比关系： $L_0 \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \lambda$ 。

(3) 无论衡量时间相干性的相干时间，还是衡量空间相干区的大小，都不是一个截然的界限。

5 多光束干涉 法布里-珀罗干涉仪

5.1 多光束干涉的强度分布公式

用 r, r', t, t' 表示振幅反射率和透射率，则系列反射光束 $A_1 = Ar, A_2 = Atr't', A_{n+1} = A_n r'^2$ ，系列透射光束 $A'_1 = Att', A'_{n+1} = A'_n r'^2$ 。当 $r \ll 1, t \approx t' \approx 1$

时 $A_1 \approx A_2 \gg A_3 \gg \dots$ ，此情况下可只考虑 A_1, A_2 。当 r 比较大时，必须考虑无穷系列，叠加起来才能得到反射光和透射光经透镜聚焦后的总振幅 A_R 和 A_T 。

在膜的上下表面平行的情况下，相邻光线光程差都相等，表观光程差为 $\Delta L = 2nh\cos i$ ，式中 h 为膜的厚度， n 为膜的折射率， i 为光线在膜内倾角。除了反射光线 1 和 2，任何其他相邻光线之间都没有因半波损引起的附加光程差，每条光线相位相比前一条落后 $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = \frac{4\pi nh\cos i}{\lambda}$ 。那么 $\tilde{U}_1 = -Ar'$ ， $\tilde{U}_2 = Atr't'e^{i\delta}$ ， $\tilde{U}_{n+1} = \tilde{U}_n r'^2 e^{i\delta}$ ， $\tilde{U}'_1 = Att'$ ， $\tilde{U}'_{n+1} = \tilde{U}'_n r'^2 e^{i\delta}$ ，反射光和透射光的总振幅和光强即可求出。根据光功率守恒， $\tilde{U}_T = \frac{Att'}{1-r'^2 e^{i\delta}}$ ， $I_T = \frac{I_0(tt')^2}{1-2r'^2 \cos\delta + r'^4}$ ，用光强反射率 $R = r^2$ 表示，

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \frac{4R\sin^2(\delta/2)}{(1-R)^2}}, I_R = \frac{I_0}{1 + \frac{(1-R)^2}{4R\sin^2(\delta/2)}}。反射光干涉条纹与透射光互补。$$

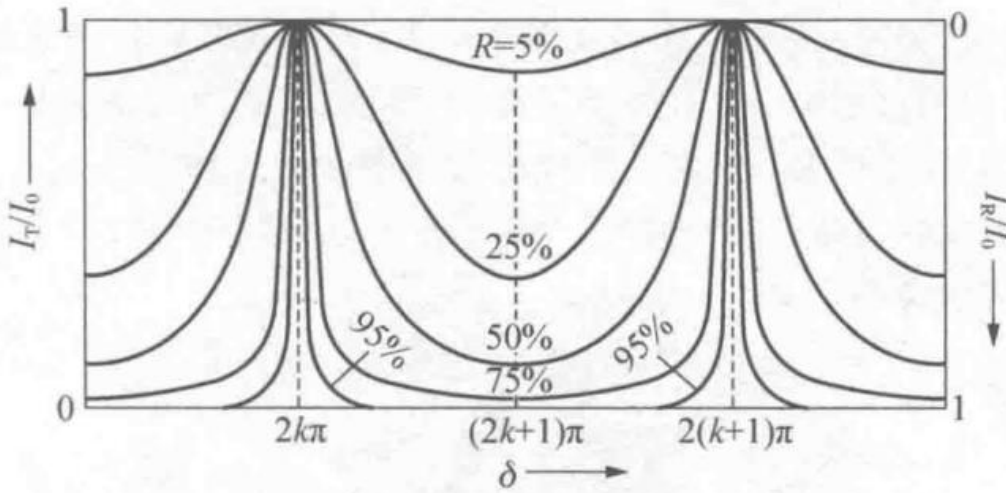


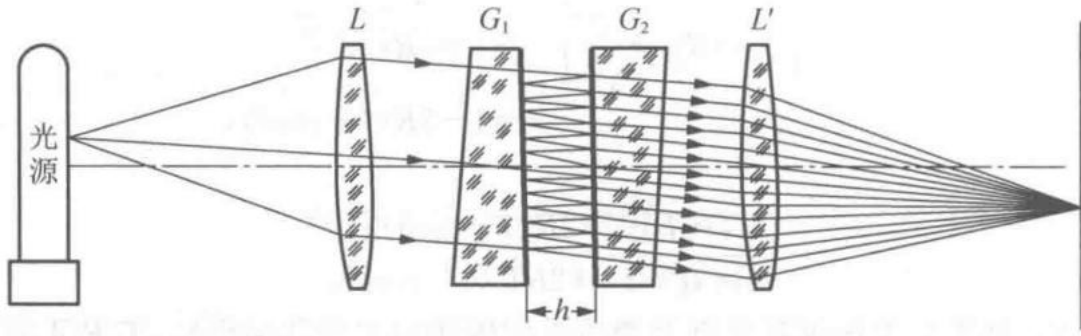
图 5-3 多光束干涉强度分布曲线

I_T 和 I_R 虽然都与 R 有关，但极大值和极小值位置仅由 δ 决定。 I_T 极大值在 $\delta = 2k\pi$ ，极小值在 $\delta = (2k + 1)\pi$ 。

在普通玻璃和空气的分界面上， $R \approx 5\%$ ，可以认为 $R \ll 1$ ，此时 $I_T = I_0[1 - 2R(1 - \cos\delta)]$ ， $I_R = 2RI_0(1 - \cos\delta)$ ，表明反射光衬比度为 1，透射光的干涉花样中有个很强的均匀背景 $I_0(1 - 4R)$ ，干涉花样衬比度很小。

随着 R 的增大，透射光强度的极大锐度越大， I_T 对 δ 的变化很敏感，意味着无穷系列后面的光束作用越来越不可忽略。

5.2 法布里-珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度



G_1, G_2 是两块精密的平面玻璃板（分束板），它们相对的平面平行，上面镀银以增大反射率。透镜 L 将入射光变为平行光，透镜 L' 将平行光会聚到幕上，形成等倾干涉条纹。由于 G_1, G_2 间空气薄膜表面的反射率较大，光线入射后将在它的两个表面之间多次反射。它们相干叠加后在幕上形成的等倾干涉条纹是同心圆，但亮纹要比迈克尔逊干涉仪细锐。

法布里-珀罗干涉仪最早用于分析光谱线的精细结构，后来成为激光重要部分——谐振腔，简称法-珀腔，它们都涉及干涉强度的半值宽度。在 $\delta = 2k\pi$ 处 I_T/I_0 的峰值为1，记半值宽度为峰值两侧 I_T/I_0 降至一半时两点间的距离 ε ，以相位差衡量， $\varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$ 。

由于 $\delta = \frac{4\pi nh \cos i}{\lambda}$ ，多光束干涉中， n 和 h 一般不变， δ 影响因素有 i 和 λ 。

(1) 如果以单色的扩展光源入射，则 λ 固定，但 i 有各种可能。由于只有在特定方向 i_k 上出现干涉极强，我们关心某一级极大附近的半角宽度 Δi 。 $d\delta = -4\pi n h \sin i \, di / \lambda$ ，令 $d\delta = \varepsilon$ ，那么 $\Delta i_k = \frac{\lambda}{2\pi n h \sin i_k} \frac{(1-R)}{\sqrt{R}}$ 。它表明反射率越高，或腔长 h 越大，条纹越锐。

(2) 如果以非单色平行光入射，则此时 i 固定（接近0）。由于多光束干涉，

使得在很宽的光谱范围内只有某些特定的波长 λ_k 附近出现极大, $2nh = k\lambda_k$, 相邻极强频率等间隔, 为 $\Delta\nu = \frac{c}{2nh}$, 每条谱线称为一个纵模。 $d\delta = -4\pi nh \cos i d\lambda/\lambda^2$, 令 $d\delta = \varepsilon$, 那么 $\Delta\nu_k = \frac{c}{2nh} \frac{(1-R)}{\sqrt{R}}$, 反射率越高, 或腔越长, 谱线宽度约窄。

输出的纵模谱线是等间隔的, 每条单模谱线宽度随 R 和 h 的增大而减小。法-珀腔对输入的非单色光起挑选波长、压缩线宽, 提高单色性的作用。

5.3 法布里-珀罗干涉仪在光谱学中的应用

由于原子核磁矩的影响, 有的光谱线分裂成几条十分接近的谱线, 这叫做光谱线的超精细结构。设入射光包含两个十分接近的波长 λ 和 $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$, 它们产生的等倾干涉条纹具有稍微不同的半径。由于 $2nh \cos i_k = k\lambda_k$, 故两谱线 k 级亮纹间的角距离 $\delta i_k = \frac{k}{2nh \sin i_k} \delta\lambda$, 它反映了干涉仪的色散本领, 要求 δi_k 等于 k 级亮纹本身的角宽度 Δi_k , 那么可以分辨的最小波长间隔 $\delta\lambda = \frac{\lambda}{\pi k} \frac{(1-R)}{\sqrt{R}}$, 刚好等于法-珀腔的单模线宽。习惯上将 $\lambda/\delta\lambda$ 叫做分光仪器的色分辨本领, $\lambda/\delta\lambda = \pi k \frac{\sqrt{R}}{1-R}$ 。

在法布里-珀罗干涉仪中 h 可以很大, 干涉条纹的级数 k 很高, 色散本领 $\delta i_k/\delta\lambda$ 很大。又由于分束板镀银, R 很大, 色分辨本领很大。

干涉仪色散扩大会导致不同波长的条纹重叠, 互不重叠的光谱范围(自由光谱范围)变得很窄。

四、衍射光栅

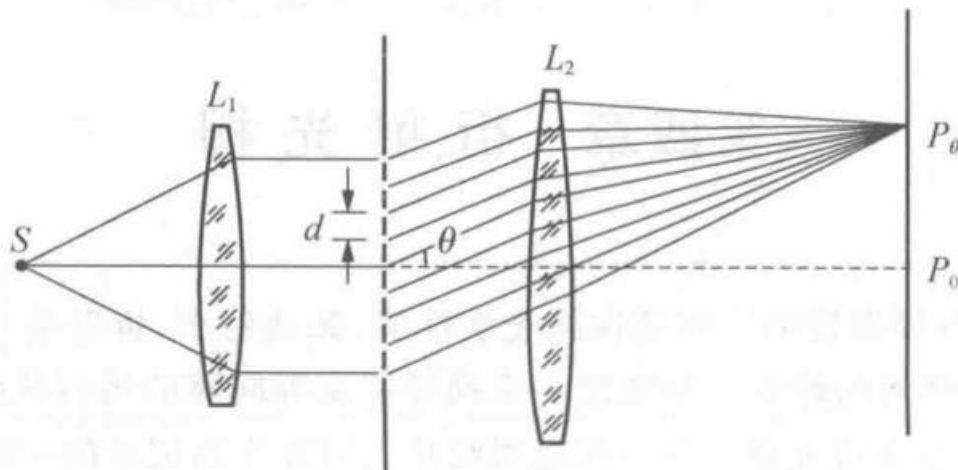
具有周期性的空间结构或光学性能(透射率、折射率等)的衍射屏, 统称光栅。

1 多缝夫琅禾费衍射

1.1 实验装置和衍射图样

如图, S 是点光源或与纸面垂直的狭缝光源, 它位于透镜 L_1 的焦面上, 幕放

在物镜 L_2 的焦面上。设每条狭缝宽度为 a ，缝间不透明部分宽度为 b ，即相应点间距为 $d = a + b$ 。



与单缝衍射相比，多缝衍射出现了一系列新的强度极大和强度极小，较强的亮线叫做主极强，较弱的亮线叫做次极强。主极强位置与缝数 N 无关，但宽度随 N 减小。相邻主极强间有 $N-1$ 条暗纹和 $N-2$ 个次极强。强度分布中保留了单缝衍射的痕迹，即曲线的包络线与单缝衍射强度曲线形状一样。

1.2 N 缝衍射的振幅分布和强度分布

只留多缝之一时为单缝衍射，振幅分布为 $a_\theta = a_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha}$, $I_\theta = a_\theta^2 = a_0^2 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ ，其中 $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta$ ，此单缝上下平移时，屏上衍射条纹不动。如果 N 条缝彼此不相干，那么强度分布将依比例放大 N 倍。由于 n 条缝相干，且存在相位差，多缝干涉使强度重新分布。

对于沿某一任意方向 θ 的各衍射线，经物镜 L_2 会聚于一点 P_θ 。不同缝对应点的光程差 $\Delta L = d \sin\theta$ ，相位差 $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta$ 。运用矢量图法合成，总振幅 $A_\theta = a_\theta \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} = a_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} \frac{\sin N\beta}{\sin\beta}$ ，总强度 $I_\theta = a_0^2 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2$ ，其中 $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta$, $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta$ 。将 $\frac{\sin\alpha}{\alpha}$ 或 $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ 称为单缝衍射因子，将 $\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}$ 或 $\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2$ 称为缝间干涉因子。

1.3 缝间干涉因子的特点

$\left(\frac{\sin N\beta}{N\sin\beta}\right)^2$ 有特点:

(1) 主极强峰值大小、位置和数目

当 $\beta = k\pi$ 时, $\frac{\sin N\beta}{\sin\beta} = N$, 这些地方是缝间干涉因子的主极大, 它意味着 $\sin\theta = k\frac{\lambda}{d}$, 也就是说, 凡是在衍射角满足此条件的方向上, 出现一个主极强, 它的强度是单缝在该方向强度的 N^2 倍。主极强的位置与缝数 N 无关。

由于衍射角限制 θ 不可能大于 90° , $|\sin\theta|$ 不可能大于 1, 这样主极强数目就有了限制, 它的最大级别 $|k| < d/\lambda$ 。

(2) 零点的位置、主极强的半角宽和次极强的数目

当 $\beta = \left(k + \frac{m}{N}\right)\pi$ 即 $\sin\theta = \left(k + \frac{m}{N}\right)\frac{\lambda}{d}$, $m = 1, \dots, N-1$ 时, 这里是缝间干涉因子的零点。所以每两个主极强之间有 $N-1$ 条暗线, 相邻暗线之间有一个次极强。每个主极强的宽度是以它两侧的暗线为界的, 它的中心到临近暗线之间的角距离就是他的半角宽度 $\Delta\theta$ 。偏离幕中央不远的主极强 θ 较小, $\sin\theta \approx \theta$, k 级主极强的角位置近似为 $\theta_k \approx k\frac{\lambda}{d}$, 相邻暗线位置近似为 $\theta_k + \Delta\theta \approx \left(k + 1/N\right)\frac{\lambda}{d}$, 于是 $\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd}$ 。可以证明, 普遍的半角宽度为 $\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_k}$ 。主极强半角宽度 $\Delta\theta$ 与 Nd 成正比, Nd 越大, $\Delta\theta$ 越小, 主极强锐度越大, 亮纹越细。

1.4 单缝衍射因子的作用

乘上单缝衍射因子后实际强度分布中各级主极大大小不同, 遇到单缝衍射因子零点的几级消失, 称为缺级。

确定了缝间隔 d 后, 主极强位置确定, 单缝衍射因子不改变主极强位置和半角宽度, 只改变强度, 即单缝衍射因子作用仅在于影响强度在各级主极强间的分配。

从根本上讲, 干涉和衍射都是波相干叠加的结果, 区别来自习惯。当某个仪

器将光波分割为有限几束或彼此离散的无限多束，每束可近似按几何光学描述，称其相干叠加为干涉，仪器为干涉装置。运算时，干涉矢量图解是折线，复振幅叠加是级数。衍射则指连续分布在波前上的无限多个次波中心发出的次波的相干叠加，它们不服从几何光学。运算时衍射的矢量图解是光滑曲线，复振幅叠加需用积分。

1.5 复振幅的计算 黑白光栅和正弦光栅

设衍射屏具有一维的周期性结构，即在该处的波前 Σ 上光瞳函数 $\tilde{U}_0(x)$ 是沿 x 方向的周期性函数。设空间周期为 d ，我们把 Σ 分割成宽度为 d 的 N 个窄条 $\Sigma_1, \dots, \Sigma_N$ 作为衍射单元。考虑给定方向 θ 的衍射线，它们会聚于透镜焦面上的 P_θ 。由各单元中心引至 P_θ 的衍射线，光程记为 L_1, \dots, L_N ，那么 $L_n = L_1 + (n - 1)\Delta L, \Delta L = d \sin\theta$ 。按照菲涅尔衍射公式， P_θ 处总复振幅 $\tilde{U}(\theta) = \sum_{j=1}^N C \int \tilde{U}_0(x_j) \exp(ikr_j) dx_j$ ，其中 $r_j = L_j - x_j \sin\theta$ ， x_j 从各单元中心算起，故 $\int \tilde{U}_0(x_j) \exp(ikr_j) dx_j = e^{ikL_j} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{U}_0(x) \exp(-ikx \sin\theta) dx$ ， $\tilde{U}(\theta) = C \left(\sum_{j=1}^N e^{ikL_j} \right) \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{U}_0(x) \exp(-ikx \sin\theta) dx = \tilde{N}(\theta) \tilde{u}(\theta)$ ，其中 $\tilde{u}(\theta) = \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{U}_0(x) \exp(-ikx \sin\theta) dx$ 称为单元衍射因子， $\tilde{N}(\theta) = \sum_{j=1}^N e^{ikL_j}$ 称为 N 元干涉因子。

令 $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta$ ，则 $k\Delta L = 2\beta$ ，令相位 $\varphi(\theta) = kL_1 + (N - 1)\beta = kL_0(\theta)$ ，这里 $L_0(\theta)$ 是光栅中心 O 到场点 P_θ 的光程。那么 $\tilde{N}(\theta) = e^{i\varphi(\theta)} N(\theta), N(\theta) = \frac{\sin N\beta}{\sin\beta}$ ，即缝间干涉因子，它的形式是普遍的，只依赖于 N 单元的空间周期排列，与单元内部性质无关。

普遍地说，衍射单元的性质要用波前上光瞳函数 $\tilde{U}_0(x)$ 来表征。对于一条宽度为 a 的缝来说，光瞳是 $-a/2 < x < a/2$ 范围内的矩形阶跃函数。这样的光栅

为黑白光栅。单元衍射因子 $\tilde{u}(\theta) \propto \frac{\sin\alpha}{\alpha}$, $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta$, 即单缝衍射因子。

正弦型衍射单元的光瞳函数正比于 $[1 + \cos(2\pi x/d)]$ 。可以设想衍射屏是一张间隔为 d 的干涉条纹的照相底片, 它的透光率具有上述形式。正弦光栅的单元衍射因子 $\tilde{u}(\theta) \propto \frac{\sin\beta}{\beta} + \frac{1}{2} \frac{\sin(\beta-\pi)}{\beta-\pi} + \frac{1}{2} \frac{\sin(\beta+\pi)}{\beta+\pi}$, $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta$, 它由三项构成, 形式与单缝衍射因子一样, 只是缝宽与中心位置不同, 中心分别位于 $\tilde{N}(\theta)$ 的0级和+1、-1级主极强处。除此外, 所有 $\tilde{N}(\theta)$ 的其他主极强都与 $\tilde{u}(\theta)$ 零点重合, 故 $\tilde{N}(\theta)\tilde{u}(\theta)$ 只有0级和+1、-1级主极强, +1、-1级主极强振幅为0级的一半。

2 光栅光谱仪

2.1 光栅的分光原理

$\sin\theta = k \frac{\lambda}{d}$ 称为光栅公式, 表明不同波长的同级主极强出现在不同方位。长波的衍射角大, 短波的衍射角小。如果入射光包含几种不同波长的光, 则除0级外各级主极强位置都不同。用缝光源照明时, 衍射图样中有几套不同颜色的亮线, 各自对应一个波长。这些主极强亮线就是谱线, 各种波长的同级谱线集合起来构成光源的一套光谱。如果光源是具有连续谱的白光, 则除了0级仍近似为白色亮线, 其他各级都排列成连续的光谱带。

光栅光谱与棱镜光谱的区别就是光栅光谱一般有许多级。

2.2 光栅的色散本领和色分辨本领

光栅性能的主要标志有二: 色散本领和色分辨本领。

(1) 色散本领

对于一定波长差 $\delta\lambda$ 的两条谱线, 其角间隔 $\delta\theta$ 或在幕上的距离 δl 大小, 就是仪器的色散本领问题。角色散本领定义为 $D_\theta \equiv \frac{\delta\theta}{\delta\lambda}$, 线色散本领定义为 $D_l \equiv \frac{\delta l}{\delta\lambda}$ 。光栅后面聚焦物镜的焦距为 f , 则 $\delta l = f\delta\theta$, 所以 $D_l = fD_\theta$ 。

光栅的角色散本领 $D_\theta = \frac{k}{d \cos \theta_k}$ ，线色散本领 $D_l = \frac{kf}{d \cos \theta_k}$ ，他们表明，光栅的角色散本领与光栅常数 d 成反比，与级数 k 成正比，此外线色散本领还与焦距 f 成正比，与衍射单元总数 N 无关。

(2) 色分辨本领

通常规定谱线半角宽度 $\Delta\theta = \delta\theta$ 是两条谱线刚好能分辨的极限，即“瑞利判据”。

光栅谱线半角宽度 $\Delta\theta = \frac{\lambda}{N d \cos \theta}$ 。根据瑞利判据，它就是能够分辨的两条谱线色散角，那么能够分辨的最小波长差为 $\delta\lambda = \frac{\lambda}{kN}$ ， $\delta\lambda$ 越小，说明仪器的色分辨本领越大。仪器的色分辨本领定义为 $R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ 。光栅的色分辨本领 $R = kN$ ，它正比于衍射单元总数 N 和光谱级数 k ，与光栅常数 d 无关。

2.3 量程与自由光谱范围

由于衍射角最大不能超过 90° ，根据光栅公式，最大待测波长 $\lambda_M < d$ 。

光栅光谱仪可能发生邻级光谱重叠的现象。光栅光谱仪工作波段的上限（长波） λ_M 与下限（短波） λ_m 受到自由光谱范围限制。对于一级光谱，要求 $\lambda_m > \lambda_M/2$ 。

2.4 闪耀光栅

透射光栅的衍射图样中，无色散的 0 级主极大占有总光能的很大一部分，其余光能分散在各级光谱，每级光谱的强度都很小，原因主要是单元衍射因子与单元间干涉因子主极大重叠。

闪耀光栅多是平面反射光栅，以磨光了的金属板或镀上金属膜的玻璃板为坯子，用劈形钻石刀头在上面刻划出一系列锯齿状槽面。槽面与光栅平面之间的夹角 θ_b 叫做闪耀角。闪耀光栅有两种照明方式。

平行光束沿槽面法线入射，单槽衍射的 0 级是几何光学的反射方向。对于槽

间干涉，相邻槽面对应点有光程差 $\Delta L = 2d\sin\theta_b$ 。满足 $2d\sin\theta_b = k\lambda_{kb}$ 的 λ_{kb} 称为k级闪耀波长。光栅的单槽衍射0级主极强落在 λ_{kb} 的k级谱线上， λ_{kb} 光谱的其他级形成缺级，这样80%-90%的光能集中在了 λ_{kb} 的k级谱线上，强度大大增加。 λ_{kb} 的闪耀方向不可能严格地是其他波长的闪耀方向，但由于单槽衍射0级主峰有一定宽度，它可以容纳 λ_{kb} 附近一定波段内其他波长的k级谱线。

平行光束沿光栅平面法线入射，反射的几何光线与入射角有 $2\theta_b$ 的夹角，此时相邻槽面对应点有光程差 $\Delta L = d\sin 2\theta_b$ 。

实际的光栅光谱仪装置是用凹面镜反射镜聚焦的，这样既可以避免吸收和色差，又可以缩短装置长度。在像面上既可一次曝光获得光谱图，也可以采用出射狭缝来提取不同的谱线，用光电元件接收，把光谱强度转化为电信号指示出来。

由于机件误差，光栅光谱中会出现一些多余的亮线，称为鬼线。

2.5 棱镜光谱仪的色分辨本领

棱镜光谱仪的角色散本领 $D_\theta = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}} \frac{dn}{d\lambda}$ ，可以写成 $D_\theta = \frac{b}{a} \frac{dn}{d\lambda}$ ，其中b是棱

镜底边长度，a是光束宽度。

棱镜对光束的限制作用相当于矩孔，产生矩孔衍射。宽度为a的光束衍射半角宽度 $\Delta\theta = \lambda/a$ ，因波长差 $\delta\lambda$ 引起的谱线角位移 $\delta\theta = D_\theta\delta\lambda$ 。按照瑞利判据，棱镜的色分辨本领为 $R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda} = b \frac{dn}{d\lambda}$ 。

棱镜顶角 α 越大或者 $\frac{b}{a}$ 越大，色散本领越大；棱镜底边b越长，色分辨本领越大。总之，大棱镜的分光性能好。可以采取多个小棱镜联合的方式来增加底边的有效长度，也可以在棱镜一个侧面镀上反射膜，使入射光束在棱镜往返两次来提高色散本领。

3 三维光栅——x射线在晶体上的衍射

固体的晶格在三维空间里有周期性的结构，他对于波长较短的 X 射线来说是一个理想的三维光栅。

3.1 晶体点阵

晶体的特点是外部具有规则的几何形状，内部原子具有周期性的排列。这种结构，晶体学上叫做晶格，或晶体的空间点阵。晶体中相邻格点的间隔 a_0 叫做晶格常数，它通常具有Å的量级。

3.2 X 射线

X 射线又称伦琴射线，它是一种电磁波，在电磁波谱的 $10\text{Å}—10^{-2}\text{Å}$ 的波长范围。产生 X 射线的机器——X 光机，核心部件是 X 射线管。在抽空的玻璃管总装有阴极 K 和阳极 A，阴极由钨丝制成螺旋状，并由低压电源加热。阳极靶由钨、钨或铜等金属制成。在阳极和阴极之间加几万伏或几十万伏的直流高压，阴极发射的热电子流被高电压加速，以很大的速度轰击在阳极靶上而骤然停止，电子流的动能立即转变为 X 射线波段的电磁辐射能从管壁或窗口穿出，这样就得到了 X 射线。

X 射线的特点是波长短，穿透力强，很容易穿过肌肉组织，但不易穿透骨骼。随着加速电压的增高，获得的 X 射线波长更短，穿透力更强。

晶体内部的原子间隔 $a_0 \approx \lambda$ ，能使 X 射线发生明显的衍射效应，是理想的 X 射线的衍射光栅。

3.3 X 射线在晶体上的衍射——布拉格条件

处在格点上的原子或离子，其内部的电子在外来电磁场的作用下作受迫振动，称为一个新的波源，向各个方向发射电磁波。也就是说，在 X 射线照射下，晶体的每个格点称为一个散射中心。这些散射中心在空间周期性地排列着，他们发射

的电磁波频率与外来 x 射线的频率相同，而且这些散射波是彼此相干的，将在空间发生干涉。

我们不关心衍射单元，对于单元间干涉，可以先处理一个晶面内格点之间的干涉——点间干涉，再处理不同晶面之间的干涉——面间干涉。

(1) 点间干涉

整个晶体点阵可以看成由一族相互平行的晶面组成，设这些晶面平行于 $x - y$ 面，入射的 x 射线垂直于 y 轴，并与晶面族成 θ 角（称为掠射角）。某一晶面上各个格点构成一个二维的点阵。先考虑 0 级主极强方向，即沿此方向的所有衍射线之间没有光程差。它可以分解为沿 y 方向格点发出的衍射线之间零程差和沿 x 方向格点发出的衍射线之间零程差。

对于 y 方向格点，由于入射线与 y 轴垂直，故任何一组相互平行的衍射线，只要仍保持与 y 轴垂直，他们之间就零程差，即衍射线应平行于 $z-x$ 平面。

对于 x 方向格点，设衍射线与 x 轴夹角为 θ' ，那么零程差的条件是 $\theta' = \theta$ 。

总之，二维点阵的 0 级主极强方向，就是以晶面为镜面的反射线方向。

在 $\lambda < d$ 时，有更高级主极强。

(2) 面间干涉

对于不同晶面上的反射之间的干涉，如果要叠加起来产生主极强，那么需要满足 $2d\sin\theta = k\lambda$ ，即晶体衍射的布拉格条件。

它与光栅公式的区别在于：

(1) 在一块晶体内有許多晶面族。不同的晶面族有不同的取向和间隔对于给定的入射方向有不同的掠射角，对应于每个晶面族有一个布拉格条件。即，给定了入射方向，就会有一系列的布拉格条件。

可以证明，取高级主极强所得的面间干涉条件恰好相当于另一取向的晶面族的布拉格条件。即对某一晶面族取各级面内点间干涉的主极强，与对各个可能得晶面族只取零级反射主极强，两种方法是等效的。

(2) 在一维光栅公式中 θ 是衍射角，对于一定的波长 λ ，总有一些衍射角满足光栅公式。在三维晶体光栅下， θ 是掠射角，当入射方向和晶体取向给定后，所有的布拉格条件中 d 和 θ 都已经限定，对于随意一个波长 λ 来说，不一定满足某个晶面族的布拉格条件。如果它满足某一晶面族的布拉格条件，在相应的反射方向将出现主极强，否则没有主极强。

3.4 劳厄相和德拜相

鉴于晶体衍射出现主极强的条件苛刻，要获得一张 X 射线的衍射图样就不能同时限定入射方向、晶体取向和光的波长。

(1) 劳厄法：用连续谱的 X 射线照在单晶体上，这时给定了晶体取向但不给定波长，每个晶面族的布拉格条件都可以从入射光中选择出满足它的波长，从而在所有晶面族的反射方向都有一个主极强。如果用照相底片接受衍射线，则在每个主极强方向上出现一个亮斑，即劳厄斑，这样的衍射图样叫做劳厄相。用劳厄相可以确定晶轴的方向。

(2) 粉末法：用单色的 X 射线照在多晶粉末上，这时给定了波长但不限定晶体取向，大量取向无规的晶粒为射线提供了满足布拉格条件的充分可能性。这样的道德衍射图样是德拜相，可以确定晶格常数。

五、傅里叶变换光学

目前变换光学大体指两类内容，一是傅里叶光谱仪，它从干涉强度的空间频谱提取光源辐射的时间频谱，二是相干成像系统和不相干成像系统中存在的变换

关系。第二类光学变换包括光学空间滤波和信息处理，光学系统的脉冲响应和传递函数，波前再现和全息术等。变换光学的基本思想是用空间频谱的语言分析光信息，用改变频谱的手段处理相干成像系统中的光信息，用频谱被改变的眼光评价不相干成像系统中像的质量。

1 衍射系统的屏函数和相因子判断法

1.1 衍射系统及其屏函数

凡能使波前上复振幅发生改变的物，统称衍射屏。衍射屏可以是反射物，也可以是透射物。

以衍射屏为界，整个衍射系统被分成前后两部分，前场为照明空间，充满照明光波；后场为衍射空间，充满衍射光波场。照明光波比较简单，常是球面波或平面波，它们等相面和等幅面重合，波场中没有因强度起伏而出现的亮暗图样。衍射波的等相面和等幅面一般不重合，属于非均匀波，波场中常有因强度起伏而形成的衍射图样。

在一个衍射系统中需要考虑三个波前上的场分布。衍射屏之前是照明光波前 $\tilde{U}_1(x, y)$ ，它称为入射场；衍射屏之后是衍射光波前 $\tilde{U}_2(x, y)$ ，它称为透射场（反射场）；最后还有接收场 $\tilde{U}(x', y')$ 。衍射就是波前变换。

衍射屏的作用可以集中表征为 $\tilde{t}(x, y) = \frac{\tilde{U}_2(x, y)}{\tilde{U}_1(x, y)}$ ，对于透射屏，它称为复振幅透射率函数，对于衍射屏，它称为复振幅反射率函数，统称屏函数。

屏函数一般包括模和幅角两部分。 $\tilde{t}(x, y)$ 的幅角为常数的衍射屏称为振幅型的； $\tilde{t}(x, y)$ 的模为常数的衍射屏称为相位型的。

任何形状的孔或遮光屏是最简单的振幅型衍射屏，其屏函数形式为 $\tilde{t}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{透光部分} \\ 0, & \text{遮光部分} \end{cases}$ ，透镜则是最常见的相位型衍射屏。

1.2 相因子判断法

相因子判断法，即根据波前函数的相因子来判断波场的性质，分析衍射场的主要特征。

表 V-1 平面波和球面波在波前的相因子

波的类型	特征	相因子	图解
(1) 平面波	$\begin{cases} \text{传播方向}(\theta_1, \theta_2) \\ \text{当 } \theta_1 = \theta_2 = 0 \text{ 时} \end{cases}$	$\begin{cases} \exp[ik(\sin\theta_1 x + \sin\theta_2 y)] \\ 1 \end{cases}$	
(2) 发散球面波	中心在轴上坐标(0,0,-z)	$\exp\left[ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right]$	
(3) 会聚球面波	中心在轴上坐标(0,0,z)	$\exp\left[-ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right]$	
(4) 发散球面波	中心在轴外坐标(x_0, y_0, -z)	$\exp\left[ik \left(\frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{xx_0 + yy_0}{z}\right)\right]$	
(5) 会聚球面波	中心在轴外坐标(x_0, y_0, z)	$\exp\left[-ik \left(\frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{xx_0 + yy_0}{z}\right)\right]$	

1.3 透镜的作用及其相位变换函数

成像系统中，透镜起两方面的作用。一方面是它的光瞳限制着波面，另一方面是它变换波面，把一种波面变换为另一种。

设透镜材料对入射光波是透明的，忽略透镜对光的吸收、反射等能量损失，那么透镜的透过率函数 $\tilde{t}_L(x, y) = \begin{cases} \exp[i\varphi_L(x, y)], & r < D/2 \\ 0, & r > D/2 \end{cases}$ 。傍轴条件下，

$\varphi_L(x, y) = -k \frac{x^2 + y^2}{2F}$, $F = \frac{1}{(n-1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})}$, r_1, r_2 表示透镜表面的曲率半径, F 正是几何光学透镜焦距。

1.4 高斯光束经透镜后的变换

1.5 棱镜的相位变换函数

棱镜的作用是偏折。楔形薄棱镜的透过率函数 $\tilde{t}_p(x, y) = \exp[-ik(n-1)(\alpha_1 x + \alpha_2 y)]$, α_1, α_2 是斜面法线的两个余角。

透镜的相位变换函数是坐标的二次函数, 棱镜的则是线性的。波前函数中每出现一个线性的相因子, 就可以看成它受到某个等效棱镜的偏折; 每出现一个二次相因子, 就可以看成收某个等效透镜的作用。

2 正弦光栅的衍射

2.1 空间频率的概念

最基本的屏函数是具有空间周期性的函数, 描述空间周期函数的重要概念是空间频率。光学中常见的空间分布函数有两类: 一是光强分布函数 $I(x, y)$, 二是波前上的复振幅分布函数 $\tilde{U}(x, y)$ 。

2.2 正弦光栅

复振幅透过率具有形式 $\tilde{t}(x, y) = t_0 + t_1 \cos(q_x x + q_y y + \varphi_0)$ 的衍射屏称为正弦光栅。

正弦光栅的制备就是拍摄一张两平行光束干涉条纹的照相底片, 进行线性冲洗。 $\tilde{t}(x, y) = t_0 + \beta I(x, y)$, $I(x, y) = I_0 [1 + \gamma \cos(q_x x + q_y y + \varphi_0)]$ 。

2.3 正弦光栅的衍射图样

平行光 $\tilde{U}_1 = A_1$ 正入射于正弦光栅, 那么透射波前为三部分, $\tilde{U}_0(x, y) = A_1 t_0$, $\tilde{U}_{+1}(x, y) = \frac{1}{2} A_1 t_1 \exp[i(2\pi f x + \varphi_0)]$, $\tilde{U}_{-1}(x, y) = \frac{1}{2} A_1 t_1 \exp[-i(2\pi f x + \varphi_0)]$

$\varphi_0)$], 它们都是平面波, \tilde{U}_0 沿原方向, \tilde{U}_{+1} 和 \tilde{U}_{-1} 共轭, 在透镜后焦面上形成三个亮斑, 对应 0 级和+1、-1 级衍射斑。

考虑到光栅的有限宽度 D , 后场是三列孔径受限的平面衍射波, 结果是各级衍射斑都有一定的半角宽度, $\Delta\theta = \frac{\lambda}{D}, \Delta\theta_{\pm} = \frac{\lambda}{D\cos\theta_{\pm}}$ 。

表 V-2 正弦光栅夫琅禾费衍射特征

光学信息	衍射斑			
	级别	方向角(θ)	振幅	半角宽度($\Delta\theta$)
$\tilde{U}_2(x) = \tilde{U}_1(x)t(x)$ $= A_1[t_0 + t_1 \cos(2\pi f x + \varphi_0)]$	0 级	$\sin\theta_0 = 0$	$\propto DA_1 t_0$	λ/D
空间频率 f 直流成分 $A_1 t_0$ 交流成分 $A_1 t_1$	+1 级	$\sin\theta_{+1} = f\lambda$	$\propto DA_1 t_1/2$	$\lambda/D\cos\theta_{+1}$
光栅宽度 D	-1 级	$\sin\theta_{-1} = -f\lambda$	$\propto DA_1 t_1/2$	$\lambda/D\cos\theta_{-1}$

2.4 正弦光栅的组合

平行密接有九列波, 衍射斑对应 0 级, 两光栅各自+1、-1 级, 以及差频、和频的+1、-1 级。

正交密接有九列波, 衍射斑对应 0 级, 两光栅各自+1、-1 级, 以及交叉项的+1、-1 级。

透过率函数为线性叠加, 可以看做独立的正弦光栅之和。

2.5 任意光栅的屏函数及其傅里叶级数展开

凡屏函数是严格空间周期性函数的衍射屏, 统称为光栅。一个函数具有严格的周期性, 指对于任意的 x , 有 $\tilde{t}(x + d) = \tilde{t}(x)$ 。理论上光栅应是无穷长的, 但实际光栅有效尺寸 D 总是有限的, 超出 $|x| = D/2$ 后, $\tilde{t}(x) = 0$ 。不过只要光栅单元总数 $N = D/d \gg 1$, 就可以近似为周期的, 称为准周期函数。

傅里叶展开式通常有三种写法:

(1) 正弦余弦式 $\tilde{t}(x) = t_0 + \sum a_n \cos 2\pi f_n x + \sum b_n \sin 2\pi f_n x$, 式中 n 是正整数,

$f_1 = 1/d$ 是基频, $f_n = nf_1$ 是基频的整数倍, 称为 n 次谐波的频率, $t_0 = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{t}(x) dx$, $a_n = \frac{2}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{t}(x) \cos 2\pi f_n x dx$, $b_n = \frac{2}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{t}(x) \sin 2\pi f_n x dx$ 。

(2) 余弦相移式 $\tilde{t}(x) = t_0 + \sum c_n \cos(2\pi f_n x - \varphi_n)$, $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$, $\varphi_n = \arctan \frac{b_n}{a_n}$ 。

(3) 指数式 $\tilde{t}(x) = t_0 + \sum \tilde{t}_n e^{i2\pi f_n x}$, $\tilde{t}_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n) = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{t}(x) e^{-i2\pi f_n x} dx$, n 是非零整数。

傅里叶系数 \tilde{t}_n 的集合称为傅里叶频谱, 简称频谱。频谱可以使连续的, 也可以是分立的。周期函数展成傅里叶级数, 频率只取基频 f_1 的整数倍, 频谱总是分立的。

任意二维周期函数的展开式 $\tilde{t}(x, y) = t_0 + \sum \tilde{t}_{mn} e^{i2\pi(nf_x x + mf_y y)}$, $\tilde{t}_{mn} = \frac{1}{d_x d_y} \int_{-d_x/2}^{d_x/2} dx \int_{-d_y/2}^{d_y/2} dy \tilde{t}(x, y) e^{-i2\pi(nf_x x + mf_y y)}$ 。

2.6 过高频信息产生的隐失波

2.7 对夫琅禾费衍射的再认识

理想的夫琅禾费衍射系统是一种傅里叶频谱的分析器, 当单色光正入射在待分析的图像上时, 通过夫琅禾费衍射, 一定空间频率的信息就被一对特定方向的平面衍射波输送过来, 这些衍射场在远场分离, 实现“分频”。通常做法是利用透镜把不同方向的平面衍射波会聚到后焦面上不同位置, 形成衍射斑。后焦面上每一对衍射斑代表原图像中一种单频成分, 频率越高的成分衍射角越大, 离中心越远。衍射斑的强度正比于傅里叶系数 \tilde{t}_n 的平方。原图像的傅里叶频谱形象地反映在夫琅禾费衍射系统的后焦面上, 这焦面就是原图像的傅里叶频谱面, 简称傅氏面, 所以夫琅禾费衍射装置就是傅里叶频谱分析器。

3 阿贝成像原理与相衬显微镜

3.1 阿贝成像原理

阿贝成像原理认为成像是频谱的转换。物是一些列不同空间频率信息的集合，相干成像过程为入射光经物平面发生夫琅禾费衍射，在透镜后焦面形成一系列衍射斑，衍射斑发出的球面波在相平面上相干叠加，像就是衍射场。

物像的波前表达式是相似的，空间频率 $f \rightarrow f/V$ ，即几何放大，衬比度不变。考虑到衍射斑的半角宽度，衬比度要下降一些。

3.2 空间滤波概念

阿贝成像原理的基本精神是把成像过程分为两步：衍射“分频”，干涉“合成”。

透镜总是一个“低通滤波器”，因此要提高系统成像的质量，就应该扩大透镜的口径。阿贝成像原理的真正价值在于它提供了一种新的频谱语言来描述信息，启发人们用改变频谱的手段来改造信息。

空间滤波的具体做法是，在傅氏面上放置不同结构的光阑，以提取（摒弃）某些频段的物信息，以此改造图像。广义地说，凡是能够直接改变光信息空间频谱的器件，统称空间滤波器，或光学滤波器。

3.3 阿贝-波特空间滤波实验

用一黑白光栅作物置于前焦面附近，用一束强单色平行光照明光栅，经透镜在较远处形成一个实像。在透镜后焦面安置一个可调的单缝作为光阑，以提取不同的衍射斑，观测像面上图像变化。

黑白光栅的振幅透过率函数 $\tilde{t}(x)$ 是方波，频谱是准分立谱，各级主极强受单缝因子调制。

调整傅氏面上单缝宽度，只让0级通过，则像面呈现一片均匀照明，失去了

全部周期性的交流信息。展宽单缝，只让 0 级，+1、-1 级通过，则像面上振幅分布式基频与直流成分的叠加。当交流成分的振幅大过直流时会出现负值，此时在相邻的亮纹之间会出现另一套细小亮纹，条纹的黑白界限没有原物那样明锐。再展宽单缝，那么振幅分布更接近方波，黑白界限更清晰。挡掉 0 级而让其他衍射斑通过，这样像面上振幅分布差不多也是方波，只是没有直流成分，由于很高次的谐波被透镜边缘挡掉，波形棱角变得圆滑，强度分布除原物透光部分仍是亮外，不透光部分也是亮的，甚至更亮，此时称为衬比度反转。

3.5 相衬显微镜

如果样品是无色透明的生物切片或晶片，它们的透过率函数是相位型的， $\tilde{t}(x, y) = e^{i\varphi(x, y)}$ ，它绝对值的平方为 1，用普通显微镜观察时图像反衬很小，用相位反衬法可以改善透明物体的像的衬比度。具体做法是在一块玻璃基片中心滴一小滴液体，设液滴的光学厚度为 nh ，从而因此零级相移 $\delta = 2\pi nh/\lambda$ ，这就制成了一块相位板，把它放在显微物镜的后焦面上作为空间滤波器使用。

在正入射的相干光照射下，物平面的复振幅分布为 $\tilde{U}_0(x, y) = A_1 \exp[i\varphi(x, y)] = A_1 \sum \frac{(i\varphi)^n}{n!}$ ，第一项是直流成分，代表沿光轴传播的平面衍射波，它在傅氏面上是集中于焦点的 0 级衍射斑，其他项是复杂波前，频谱弥散在各处。加上相位板后， $\tilde{U}_1(x', y') = A_1\{(e^{i\delta} - 1) + \exp[i\varphi(x', y')]\}$ ，像面上光强分布 $I(x', y') = A_1^2[3 + 2(\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta - \cos\varphi - \cos\delta)]$ ，在 $\varphi(x', y') \ll 1$ 时， $I(x', y') = A_1^2[1 + 2\sin\delta\varphi(x', y')]$ ，与样品的相位信息成线性分布， $2\sin\delta$ 反映了调制程度。此时像面仍有较强的本底，在工艺上可以提高衬比度。

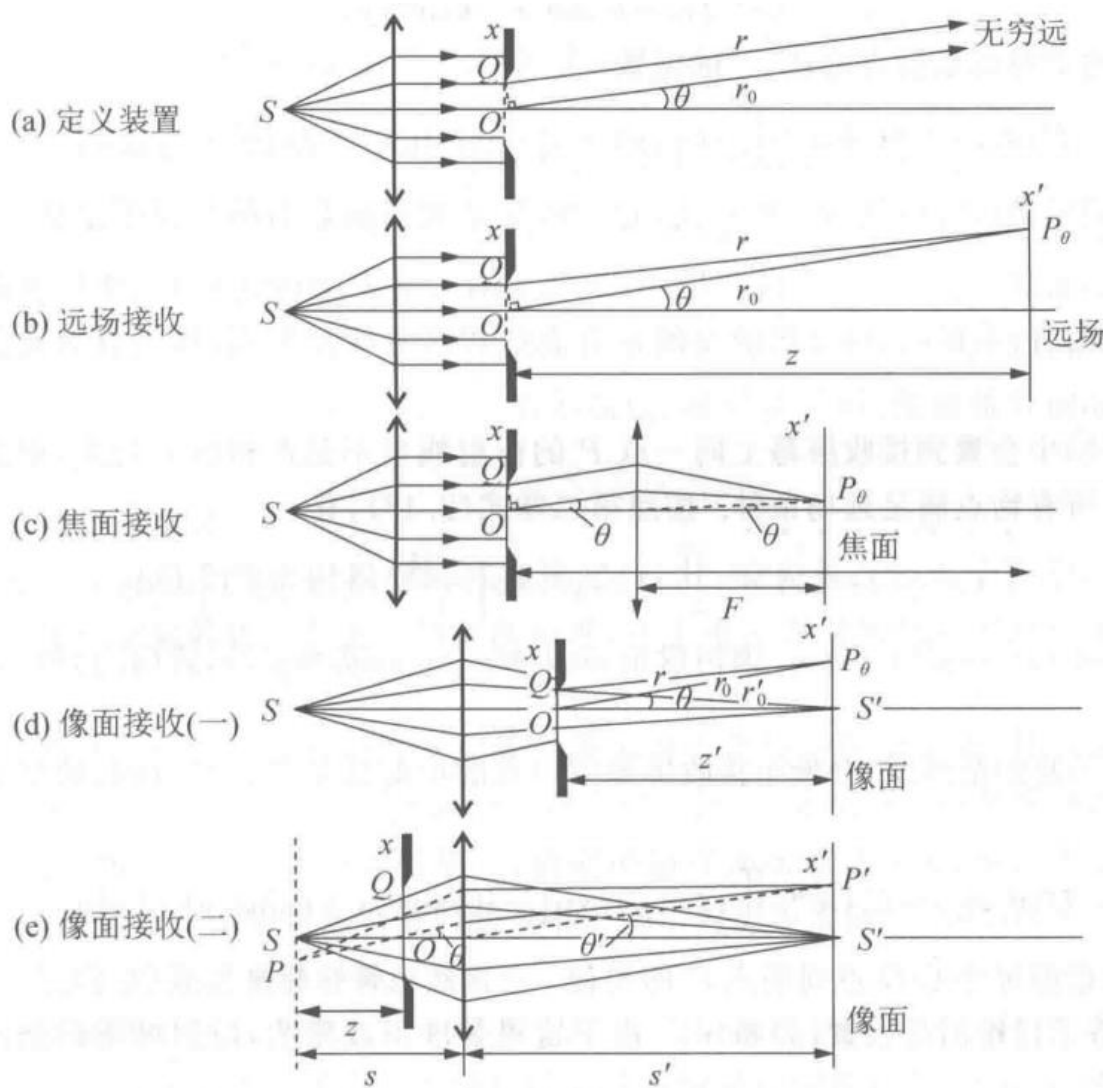
4 夫琅禾费衍射场的标准形式

4.1 接收夫琅禾费衍射场的实验装置

通常将衍射装置分为菲涅耳和夫琅禾费两大类。

由平面波照明衍射屏，并在无限远接收的装置，只能算夫琅禾费衍射的定义装置，它强调衍射场的角分布，把复杂的衍射场分解为一系列平面衍射波，他给出夫琅禾费衍射积分的标准形式。

远场接收时定义装置的近似体现。焦面接收装置优点是缩短了装置的长度，严格来说它对透镜要求较高。球面波照明，在点光源的像面上接收衍射场，衍射屏既可以位于透镜后方，也可以置于前方，称为像面接收，它要求傍轴条件。



上述装置的衍射场具有相同的函数形式，具有相同的衍射图样。

4.2 夫琅禾费衍射积分的标准形式

夫琅禾费衍射积分的标准形式 $\tilde{U}(\theta_1, \theta_2) = CA_1 e^{ikr_0} \iint \tilde{t}(x, y) \exp[-i(k \sin \theta_1 x + k \sin \theta_2 y)] dx dy$ ，它的特征是被积函数由两个因子——透过率函数和线性相因子组成。

4.3 结论和意义

- (1) 确定了夫琅禾费衍射积分的标准形式。
- (2) 在照明光源的像面上接收到的衍射场就是夫琅禾费衍射场。
- (3) 夫琅禾费衍射积分的标准形式就是傅里叶变换，即夫琅禾费衍射场是屏函数的傅里叶变换式。

5 傅里叶变换 δ 函数

6 空间滤波和信息处理

7 点扩展函数与光学传递函数

六、全息照相

1 全息照相的过程与特点

全息照相分两步：记录和再现。

第一步全息记录。将激光器输出的光束分为两束：一束投射到记录介质（感光底片）上，称为参考光束 R ；另一束投射到物体上，经物体反射或投射以后，产生物光束 O ，也到达记录介质。参考光束与物光束相干叠加，在记录介质上形成干涉条纹，这就是一张全息图。它通过干涉的方法记录了物光波前上各点的全部光信息，包括振幅和相位，即波前的全息记录。

第二步波前再现。用一束同参考光束的波长和传播方向完全相同的光束 R' 照射全息图，则用眼睛可以观察到原物形象。全息图再现的是一副逼真的立体图像。如果全息图的一部分被遮挡，再现的物体形象仍是完整的。

再现过程中，布满干涉条纹的全息图起一块复杂光栅的作用，照明光束经全息底片衍射后，产生了复杂的衍射场，其中包含有原物的波前，人眼在全息图后看到的就是再现波前产生的虚像。

2 全息照相的原理

2.1 惠更斯-菲涅尔原理的实质——无源空间边值定解

惠更斯-菲涅尔原理的内容是波前上次波的相干叠加决定着广场的分布，实质是无源空间边值定解。波前将源点与场点隔开，波前上光的分布与场点所在的无源空间一一对应。

2.2 波前的全息记录

全息记录就是要记录波前上光波的全部信息。照明波经物体反射或透射后，变成复杂的波场，它可以看成以物体上各点为中心的大量球面波的叠加，用 $\tilde{U}_O(Q) = \sum_{\text{物点}n} \tilde{u}_n(Q) = A_O(Q)e^{i\varphi(Q)}$ 描述。相因子体现了波源位置，必须把波前上的相因子记录下来才能使物光波前完整再现。

记录波前的办法是干涉。用一束参考光波 R 和物光波 O 作相干叠加，在波前上形成干涉条纹，干涉条纹的形状、间隔等几何特征反映了相位分布，条纹的衬比度反映了振幅大小。

设波前上物光波 O 的复振幅为 \tilde{U}_O ，参考光波 R 的复振幅为 \tilde{U}_R ，前者往往是很复杂的光波，后者多采用平面波或球面波。相干叠加后，强度分布 $I(Q) = A_R^2 + A_O^2 + \tilde{U}_R^* \tilde{U}_O + \tilde{U}_O^* \tilde{U}_R$ 。

将记录介质（感光底片）放在波前的位置上进行曝光，将干涉条纹拍摄下来，进行线性冲洗后，得到了一张全息图。全息图的透过率函数与曝光时的光强呈线性关系， $\tilde{t}(Q) = t_0 + \beta I(Q)$ 。对于负片， $\beta < 0$ ，对于正片 $\beta > 0$ 。

2.3 物光波前的再现

用一束光波 R' 照明全息底片，设入射的照明波波前为 \tilde{U}'_R ，那么透射波 $\tilde{U}_T = \tilde{U}'_R \tilde{t} = (t_0 + \beta A_R^2 + \beta A_0^2) \tilde{U}'_R + \beta A'_R A_R \{ \exp(i(\varphi'_R - \varphi_R)) \tilde{U}_0 + \exp(i(\varphi'_R + \varphi_R)) \tilde{U}_0^* \}$ 。

通常参考波采用均匀照明，即为平面波或傍轴球面波， A_R 与场点无关。 $(t_0 + \beta A_R^2) \tilde{U}'_R$ 代表照明波 R' 按几何光学直线前进的透射波，称为零级波。 $\beta A_0^2 \tilde{U}'_R$ 代表振幅受到调制的照明波前，表现为杂散的噪声信息，它的能流分布不会偏离0级波太远。

通常照明波 R' 也是平面波或傍轴球面波， A'_R 为常数。恰当选择参考波和照明波，可以使相因子消失一二。正比于 \tilde{U}_0 的称为+1级波，它是发散波，在拍摄的原位置形成物体的像。正比于 \tilde{U}_0^* 的为-1级波，它是会聚波，在与原物对称的位置形成实像。

相因子不存在的条件：

- (1) 照明波和参考波都是正入射平面波， $\varphi'_R = \varphi_R = 0$ 。
- (2) 照明波和参考波相因子相同， $\varphi'_R = \varphi_R$ ，+1级波无附加相因子。
- (3) 两波共轭， $\varphi'_R = -\varphi_R$ ，-1级波无附加相因子。

附加相因子产生的效果是虚像和实像的位移和缩放。为了分离三列出射波，应使参考波和物光波有较大夹角。

2.4 线性和二次相位变换函数的作用

附加相因子相当于一个相位型的屏函数，等效于使已知的波通过某个相位型的衍射屏。

楔形棱镜的相位变换函数 $\varphi_P = -k(n-1)(\alpha_1 x + \alpha_2 y)$ ，是线性相因子。任何一个线性相因子的作用都等效于一个棱镜。

薄透镜的相位变换函数 $\varphi_L = -k \frac{x^2+y^2}{2F}$ ，是二次相因子。任何一个二次相因子的作用都与一个薄透镜等效。

2.5 体全息

3 全息术应用简介

4 傅里叶全息图及其应用举例

七 光在晶体中的传播

1 双折射

1.1 双折射现象和基本规律

光在晶体中分成两束，折射程度不同的现象叫做双折射。

(1) o 光和 e 光：晶体中一条符合折射定律的光称为寻常光 o 光，另一条称为非常光 e 光。

(2) 晶体的光轴：晶体有一个特殊方向，沿这个方向传播时 o 光和 e 光不分开，这个方向称为晶体的光轴。

(3) 主截面：光线沿晶体某界面入射，此界面的法线与晶体的光轴组成的平面，称为主截面。当入射线在主截面内，即入射面与主截面重合时，两折射线皆在入射面内，否则非常光可能不在入射面内。

(4) 双折射光的偏振：从晶体射出的两束光都是线偏振光，振动方向垂直。

1.2 单轴晶体中的波面

双折射晶体有两类，只有一个光轴方向的叫做单轴晶体，有两个光轴方向的叫双轴晶体。

单轴晶体中 e 光沿各个方向传播的速度 v 不同，沿光轴方向的传播速度与 o 光一样是 v_o ，与光轴垂直的方向传播速度时 v_e ，一段时间后，点光源形成回转椭

球面的波前，它与 o 光波前在光轴方向相切。

晶体中某条光线与晶体光轴构成的平面叫做主平面，o 光电矢量振动方向垂直于主平面，e 光平行于主平面。

$v_e > v_o$ 的晶体称为负晶体，e 光波面是扁椭球； $v_e < v_o$ 的晶体称为正晶体，e 光波面是长椭球。

$n_e = c/v_e$ 与 $n_o = c/v_o$ 合称晶体的主折射率。负晶体 $n_o > n_e$ ，正晶体 $n_o < n_e$ 。

1.3 晶体的惠更斯作图法

与在均匀介质中不同的是，介质中的波面分两种，一种为 o 光的半球面，一种是在光轴方向与之相切的椭球面。

1.4 法线速度与射线速度 波法面与射法面

1.5 折射率椭球

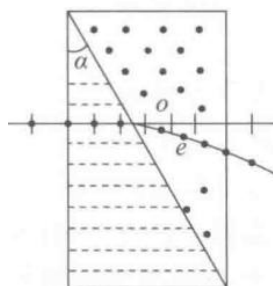
1.6 双轴晶体

2 晶体光学器件

2.1 晶体偏振器

(1) 罗雄棱镜和渥拉斯顿棱镜

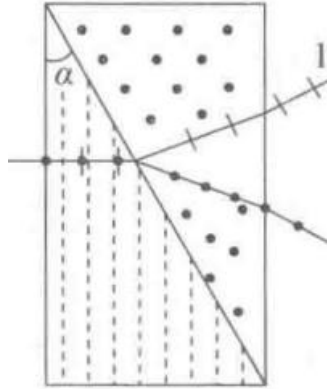
罗雄棱镜由两块冰洲石的直角三棱镜粘合而成，光轴方向相互垂直。



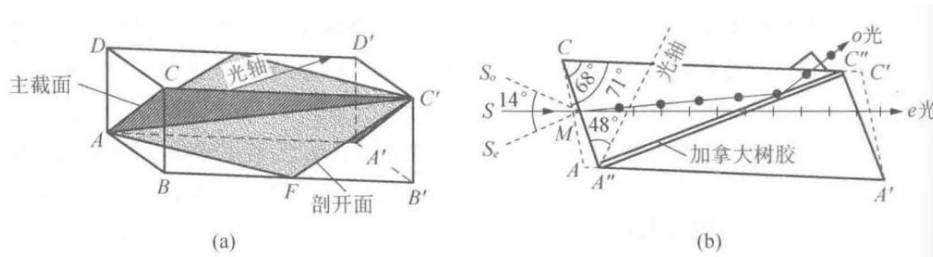
当自然光正入射到第一块棱镜上时，不发生双折射。到第二块棱镜，对于 o 光，折射率都是 n_o ，沿原方向前进，对于 e 光，折射率由 n_o 变为 n_e ，发生偏折。

最终 o 光和 e 光分离。

渥拉斯顿棱镜与罗雄棱镜的不同在于第一块棱镜的光轴与入射面平行。



(2) 尼科尔棱镜



取一块冰洲石晶体，长度约为宽度的三倍。以 ABCD 为入射界面， $ACC'A'$ 是一个主截面。将晶体沿垂直主截面且过对角线 $A''C''$ 的平面剖开磨平，再用加拿大树胶粘合。加拿大树胶是一种折射率 n 介于冰洲石 n_o 和 n_e 之间的透明物质。平行于棱边的入射光进入晶体后，o 光以大于临界角的入射角投在剖面上，因全反射偏折到棱镜侧面被吸收或引出，e 光不会发生全发射，从尼科耳棱镜另一端射出。

尼克耳棱镜的缺点是入射光束的会聚角不得过大。当 SM 向上达到某点，o 光将不会发生全反射，当 SM 向下达到某点，e 光也会全反射。上下方极限角约 14° 。

由于加拿大树胶吸收紫外线，所以尼克耳棱镜不适于此波段。

2.2 波晶片——相位延迟片

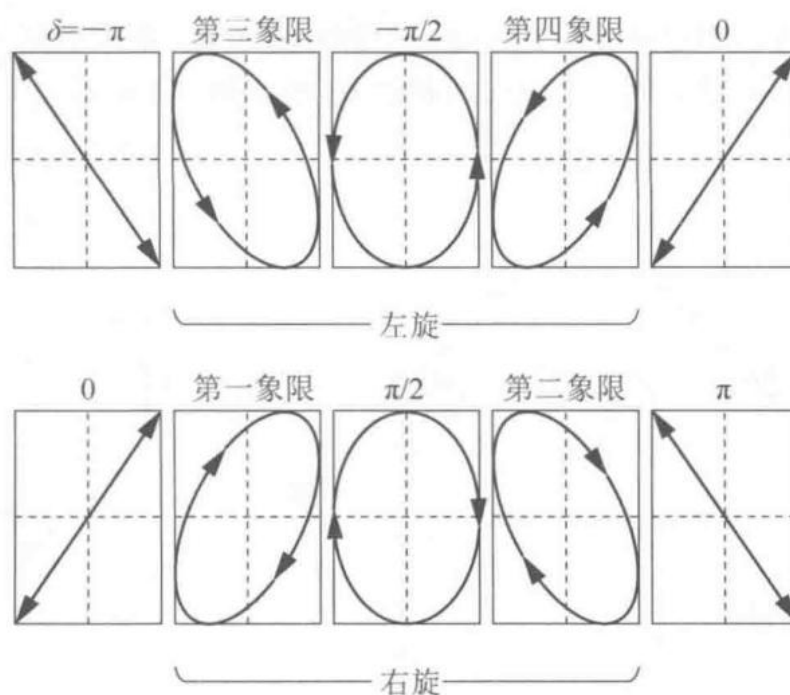
波晶片是从单轴晶体（石英）中切割下来的平行平板，其表面与晶体的光轴平行。当一束平行光正入射时，o光与e光传播方向不会改变，它们在波晶片中的速度 v_o, v_e 不同，设波晶片的厚度为 d ，那么光程与相位也不同。当两束光通过波晶片时，o光相位相对于e光延迟了 $\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$ 。

沿任何方向振动的光正入射到波晶片表面上时，振动都分解为o分量和e分量，两分量各有速度和光程，最后出射时彼此间产生附加相位延迟。

3 圆偏振光和椭圆偏振光的获得和检验

3.1 垂直振动的合成

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos \omega t \\ E_y = A_y \cos(\omega t + \delta) \end{cases}, \quad \frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - 2 \frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta, \quad \text{这是一般椭圆方程。}$$



3.2 圆偏振光和椭圆偏振光的获得

令自然光通过一个起偏器和一个波晶片可以获得一般的椭圆偏振光。获得圆偏振光条件是：波晶片为四分之一波片，线偏振光与e轴夹角为 45° 。

3.3 圆偏振光和椭圆偏振光通过检偏器后强度的变化

椭圆偏振光在通过检偏器后强度有极大和极小值，但不会消光，与部分偏振

光相似。圆偏振光透射光的强度不变，与自然光相似。

3.4 通过波晶片后光束偏振状态的变化

出射光与入射光的相切矩形不会变化。

自然光和部分偏振光的出射光仍是自然光和部分偏振光。

3.5 圆偏振光和椭圆偏振光的检验

第一步	令入射光通过偏振片 I，改变偏振片 I 的透振方向 P_1 ，观察透射光强度的变化(图 3-10(a))				
观察到的现象	有消光	强度无变化		强度有变化，但无消光	
结论	线偏振	自然光或圆偏振		部分偏振或椭圆偏振	
第二步	a. 令入射光依次通过 $\lambda/4$ 片和偏振片 II，改变偏振片 II 的透振方向 P_2 ，观察透射光的强度变化(图 3-10(b))				
观察到的现象		有消光	无消光	有消光	无消光
结论		圆偏振	自然光	椭圆偏振	部分偏振

4 偏振光的干涉及其应用

4.1 偏振片间的波晶片

再两偏振片之间插入厚度为 d 的波晶片，三元件平面平行，光线正入射。

(1) 当波晶片的厚度均匀时，单色光入射，幕上照度均匀，转动任何一个元件，幕上强度都会变化。

(2) 白光入射时，幕上出现彩色，转动任何元件，幕上颜色发生变化。

(3) 波晶片厚度不均匀，幕上出现干涉条纹，白光照明时条纹带彩色。

(4) 用一块透明塑料代替波晶片，可能有干涉条纹，也可能没有，给塑料加应力后出现干涉条纹，条纹随所加应力的大小而改变。

入射光经偏振片 I 后变成沿透振方向 P_1 振动的线偏振光，设振动矢量为 E_1 ，振幅 A_1 ，此线偏振光经波晶片分解为 e 振动的 E_e 和 o 振动的 E_o ，设 e 轴与 P_1 夹

角为 α ，那么 $A_e = A_1 \cos\alpha, A_o = A_1 \sin\alpha$ ，经偏振片 II 射出的光线 $\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{e2} + \mathbf{E}_{o2}$ ，设 P_2 与 e 轴夹角为 β ， $A_{e2} = A_e \cos\beta, A_{o2} = A_o \sin\beta$ 两振动存在相位差 $\delta = \delta_\lambda + \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d + \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$ ，则 $A_2 = \sqrt{A_{e2}^2 + A_{o2}^2 + 2A_{e2}A_{o2}\cos\delta}$ ， $I_2 = A_1^2(\cos^2\alpha\cos^2\beta + \sin^2\alpha\sin^2\beta + 2\cos\alpha\cos\beta\sin\alpha\sin\beta\cos\delta)$ 。

(1) P_1 与 P_2 垂直，e 轴为分角线；(2)将(1)中 P_2 转至 P_1 方向。这时 $I_2 = \frac{A_1^2}{2}(1 \pm \cos\Delta)$ ，是纯粹由波晶片产生的相位差。

4.2 显色偏振

白光是各种波长的单色光组成的，如果缺了某种颜色的光，则呈现它的互补色。

对于给定的波晶片，它具有一定的 $(n_e - n_o)d$ ，如果某波长 λ_1 满足 $\Delta_1 = 2k\pi$ ，这时 $I_2 = \begin{cases} 0 \\ A_1^2 \end{cases}$ ，而另一种波长 λ_2 ， $\Delta_2 = (2k + 1)\pi$ ， $I_2 = \begin{cases} A_1^2 \\ 0 \end{cases}$ 。如果入射光中同时包含这两种波长的光，那么随着 P_2 的转动，将显示出各种色彩的变换，这种现象为显色偏振。

4.3 偏振光的干涉条纹

由于各处厚度 d 不同相位差 δ 不同，出现等厚干涉条纹。波长为 λ 正入射且 P_1 与 P_2 垂直时，满足 $\Delta = 2k\pi$ 的地方出现暗纹，满足 $\Delta = (2k + 1)\pi$ 的地方出现亮纹。把 P_2 转到与 P_1 平行处，在某色光出现暗纹的地方出现该色的亮纹。用白光照明，在某色光出现暗纹的地方出现互补色的亮纹。

4.4 光测弹性

玻璃和塑料，如果经过很好的退火，是各向同性的，若退火不好，就会有局部应力凝固在里面，产生一定程度的各向异性，从而产生双折射。

本来没有应力的一块玻璃和塑料被施加外加应力时，它在偏振片间也会出现

干涉条纹，应力越集中，各向异性越强。

4.5 克尔效应与泡克耳斯效应

电场也可以使某些物质产生双折射。

在一个有平行玻璃窗的小盒内封存着一对平行板电极，盒内充有硝基苯液体，两偏振片的透振方向垂直，极间电场与它们成 45° 。当不加电压时，盒内没有双折射效应，当强电场适当时，盒内液体变成了双折射物质。这种现象称为克尔效应。

在克尔效应中， $(n_e - n_o) \propto E^2$ ，即 $\frac{\Delta}{2\pi} = B \frac{E^2 d}{\lambda}$ ， B 称为克尔常数。 δ 与电场的正负取向无关。

硝基苯克尔效应的弛豫时间极短，可以用硝基苯的克尔盒来做高速光闸、光电调制器等。

KDP 晶体在自由状态下时单轴晶体，在电场作用下会变成双轴晶体，沿原来光轴的方向产生附加的双折射效应， $\Delta \propto E$ ，称为泡克耳斯效应或晶体的线性电光效应。

4.6 会聚偏振光的干涉

5 旋光

5.1 石英的炫光现象

在石英晶体垂直于光轴方向切割出一块平面晶片，线偏振光正入射，透射出的仍是线偏振光，但是旋转了一个角度 ψ ，这种现象称为旋光。

实际上， $\psi = \alpha d$ ， α 称为石英的旋光率，数值因波长而异。在白光照射下，各种颜色的光不能同时消光，在检偏器后观察到的是色彩的变化，称为旋光色散。

石英晶体有左旋和右旋两种变体，两种晶体旋光方向相反。

5.2 菲涅耳对旋光性的解释

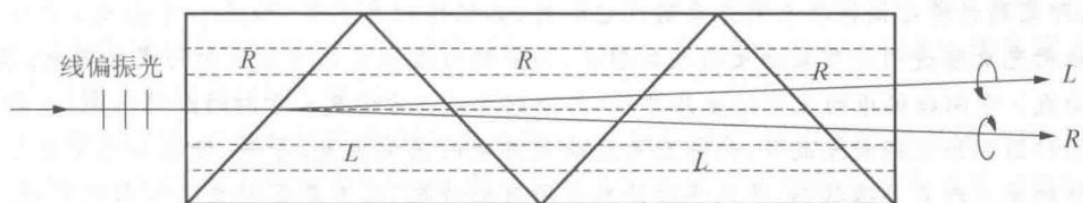
(1) 直线上简谐振动可以分解为左、右旋运动，大小是直线振动振幅的一半，角速度大小就是直线振动的角频率。

(2) 旋光性的解释：

菲涅耳假设，在旋光晶体中线偏振光沿光轴传播时分解成左旋和右旋圆偏振光（L光和R光），它们的传播速度略有不同，或者说折射率略有不同，从而产生不同的相位滞后 $\varphi_L = \frac{2\pi}{\lambda} n_L d$, $\varphi_R = \frac{2\pi}{\lambda} n_R d$ 。

圆偏振光的相位就是旋转电矢量的角位移，相位滞后即角度倒转。 $\psi = \frac{1}{2}(\varphi_R - \varphi_L) = \frac{\pi}{\lambda}(n_R - n_L)d$ 。当 $n_R > n_L$ 时，晶体左旋，当 $n_R < n_L$ ，晶体右旋。

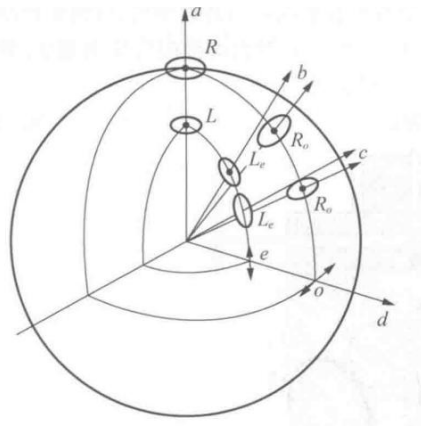
(3) 菲涅耳假设的实验验证



用左、右旋晶体交替排列制成复合棱镜，横线代表光轴方向。光线每次经过倾斜棱镜界面，R光和L光传播方向的差别都会增大。

5.3 旋光晶体内的波面

(1) 两层波面在光轴交点处并不相切。(2) 只有垂直于光轴传播时两光线才是线偏振的，即o光和e光；沿光轴传播时，它们分别是左、右旋圆偏振光，即L光和R光。(3) 当光线沿任意倾斜方向传播时，两光线都是椭圆偏振光。

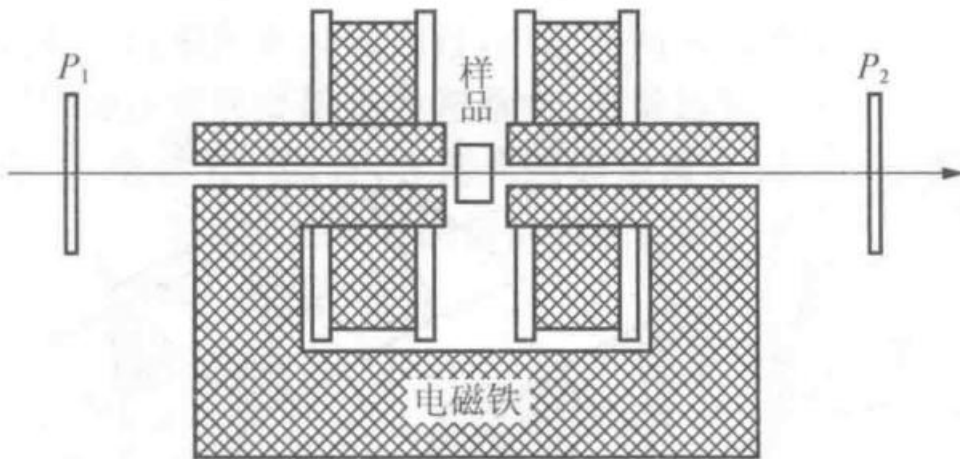


若将石英晶体切成垂直光轴的晶片，它具有旋光性；切成平行于光轴的晶片，它与无旋光的晶体无异；如果倾斜切割，将获得椭圆偏振的双折射光。

5.4 量糖术

除了石英晶体，许多有机液体或溶液也具有旋光性。实验表明， $\psi = [\alpha]Nl$ ， N 为溶液浓度， l 为管长， $[\alpha]$ 为比旋光率。

5.5 磁致旋光——法拉第旋转



(1) 对于给定的介质， $\psi = VIB$ ， V 叫做维尔德常数。一般物质的维尔德常数都很小。

(2) 光的传播方向反转时，法拉第旋转的左右方向互换。当线偏振光通过磁光介质时，如果沿磁场方向传播，振动面右旋，沿反方向传播时，振动面左旋。

利用法拉第旋转的特点可以制成光隔离器。

八 光的吸收、色散和散射

1 光的吸收

光的强度随穿进介质的深度而减少的现象，称为介质对光的吸收。真吸收是将光能转化为热能，散射是将光不均匀性散射。

1.1 吸收的线性规律

单色平行光通过均匀介质时， $I = I_0 e^{-\alpha l}$ ， α 称为吸收系数，这是布格尔定律或朗伯定律。当光强足够大时，非线性性会呈现。

当光被透明溶剂中溶解的物质吸收时，吸收系数 $\alpha = AC$ ， C 是溶液浓度，于是 $I = I_0 e^{-ACl}$ ，这时比尔定律。当溶液浓度足够大，使得分子间相互作用影响到它的吸收本领时，就会发生偏离。

1.2 复数折射率的意义

如果记 $\tilde{n} = n(1 + i\kappa)$ ， κ 为衰减指数，那么 $\alpha = 4\pi n\kappa/\lambda$ ， λ 为真空中波长， \tilde{n} 的虚部反应了因介质的吸收而产生的电磁波衰减。

1.3 光的吸收与波长的关系

如果物质对各种波长的光吸收程度几乎相等，则称为普遍吸收，否则称为选择吸收。

1.4 吸收光谱

令具有连续谱的光（白光）通过吸收物质后再经光谱分析，即可将不同波长的光被吸收的情况显示出来，形成吸收光谱。

物质的发射光谱有线光谱、带光谱、连续光谱等。原子气体的光谱是线光谱，分子气体、液体和固体多是带光谱，吸收光谱也如此。同一物质的发射光谱与吸

收光谱有严格的对应关系。

2 色散

2.1 正常色散

光在介质中的传播速度 v 或者说折射率 n 随波长 λ 变化的现象称为色散。

实验表明，凡在可见光范围内无色透明的物质，它们的色散曲线形式上都很相似，如 n 随 λ 增大而减小，下降率在短波一端更大，这样的色散称为正常色散。

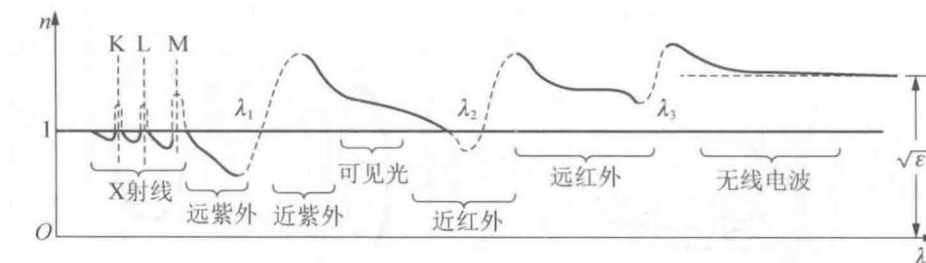
柯西给出正常色散的经验公式 $n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^3$ ，当 λ 变化范围不大时，取 $n = A + B/\lambda^2$ 。

2.2 反常色散

在强烈吸收的波段，色散曲线的形状与正常色散曲线大不相同，称为反常色散。

2.3 一种物质的全部色散曲线

各种物质的色散曲线有共性：在相邻的两个吸收带之间 n 单调下降，每次经过一个吸收带， n 急剧增大，总的趋势是曲线随 λ 的增加而抬高，即各正常色散区的柯西公式中 A 加大， $\lambda = 0$ 时，任何物质的折射率都等于1，极短波略小于1，即从真空射向其外表面的电磁波可以发生全反射。



2.4 经典色散理论

3 群速

波面（等相位面）传播的速度为相速，记为 v_p 。在色散介质中，一列有限长

的波是许多单色波的叠加，通常称为波包。当波包通过色散介质时，各个单色分量以不同的相速前进，整个波包的形状随着传播改变。波包中振幅最大的地方称为中心，波包中心前进的速度称为群速，记作 v_g 。

$$v_g = d\omega/dk, v_p = \omega/k, v_g = v_p + kdv_p/dk = v_p - \lambda dv_p/d\lambda = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}\right),$$

这就是瑞利的群速公式，它可以近似为 $\frac{c}{v_g} \approx n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}$ 。

群速代表能量的传播速度，即信号速度。

波的相速可以大于光速，但群速不可以。

4 光的散射

4.1 散射与介质不均匀性尺度的关系

只要分子的密度是均匀的，次波相干叠加结果，只剩下遵从几何光学规律的光线。如果介质的均匀性遭到破坏，尺度达到波长数量级的邻近介质小块之间在光学性质上有较大差异，在光波作用下它们将成为强度差别较大的次波源，且到空间各点有不可忽略的光程差，这些次波相干叠加，其他方向也会产生光线，称为散射光。

按不均匀团块的性质，散射分为两类：（1）悬浮质点的散射；（2）分子散射，由于分子热运动造成的密度局部涨落引起，物质在临界点时密度涨落很大，分子散射会很强烈，称为临界乳光。

4.2 瑞利散射定律

散射体的尺度比波长小时，作用在散射体上的电场可视为交变的均匀场，散射体在场中极化，感生电偶极矩，由于热运动破坏了位置联络，各次波不是相干的，于是散射光强正比于 ω^4 。

对于较大颗粒，光的散射不遵循瑞利散射定律。只有 $ka < 0.3$ 的球形质点满

足，当 ka 较大时，散射强度与波长的依赖关系并不明显。

4.3 散射光强的角分布和偏振状态

在垂直于入射光的方向上，散射光是线偏振的，在原入射方向或逆方向上散射光仍是自然光，前者强度是后者的一半，其他方向散射光是部分偏振的。

4.4 拉曼散射

散射光中除了与原入射光频率 ω_0 相同的瑞利射线外，还有 $\omega_0 \pm \omega_i$ 存在，称为拉曼散射（联合散射）。

拉曼光谱特征如下：（1）在每条原始入射谱线 ω_0 两旁都伴有频率差 ω_i 相等的散射谱线，长波一侧（ $\omega_0 - \omega_i$ ）称为红伴线或斯托克斯线，短波一侧（ $\omega_0 + \omega_i$ ）称为紫伴线或反斯托克斯线。（2）频率差 ω_i 与 ω_0 无关，与散射物质的红外吸收频率对应，表征散射物质的分子振动频率。

在入射光电场 $E = E_0 \cos \omega_0 t$ 作用下，分子获得感应电偶极矩 $p = \alpha \epsilon_0 E$ ， α 称为分子极化率。如果 α 与时间无关，这就是瑞利散射。如果分子以固有频率 ω_i 振动，那么 $\alpha = \alpha_0 + \alpha_i \cos \omega_i t$ ，于是 p 有 ω_0 和 $\omega_0 \pm \omega_i$ 三种变化频率。

九 光的量子性 激光

1 热辐射

1.1 热辐射的一般特征及辐射场的定量描述

热辐射的一般特征是，随着温度的升高，辐射的总功率增大，强度在光谱中的分布由长波向短波转移。任何温度的物体都会发出一定的热辐射。

引入辐射能分布函数 $f(\nu, \hat{\mathbf{s}}, \mathbf{r}, t)$ ，其中 ν 是频率， $\hat{\mathbf{s}}$ 代表沿传播方向的单位矢量， \mathbf{r} 是空间点的坐标矢量， t 是时间，它的意义是，在 t 时刻空间 \mathbf{r} 点附近单位体积内的辐射场中，分布在以 ν 为中心的 $d\nu$ 频段内以 $\hat{\mathbf{s}}$ 为轴的立体角元 $d\Omega$ 内的能量

为 $f(\nu, \hat{\mathbf{s}}, \mathbf{r}, t)d\nu d\Omega$ 。若辐射场是均匀的， f 与 \mathbf{r} 无关，若辐射场是稳恒的， f 与 t 无关，若辐射场是各向同性的， f 与 $\hat{\mathbf{s}}$ 无关。

描述辐射场的量有：

辐射场的能量密度 $U(\mathbf{r}, t) = \int u(\nu, \mathbf{r}, t)d\nu$ ，谱密度 $u(\nu, \mathbf{r}, t) = \oint f(\nu, \hat{\mathbf{s}}, \mathbf{r}, t)d\Omega = 4\pi f(\nu, \mathbf{r}, t)$ ，后面需要各向同性。

辐射场的亮度 $B(\hat{\mathbf{s}}, \mathbf{r}, t) = \int b(\nu, \hat{\mathbf{s}}, \mathbf{r}, t)d\nu$ ，谱密度 $b(\nu, \hat{\mathbf{s}}, \mathbf{r}, t) = cf(\nu, \hat{\mathbf{s}}, \mathbf{r}, t)$ 。

辐射能量 $\Delta\Psi(\mathbf{r}, t) = \int \Delta\psi(\nu, \mathbf{r}, t)d\nu$ ，谱密度 $\Delta\psi(\nu, \mathbf{r}, t) = \iint b(\nu, \hat{\mathbf{s}}, \mathbf{r}, t)\hat{\mathbf{s}}\Delta Sd\Omega = \pi cf(\nu, \mathbf{r}, t)\Delta S$ ，后面需要各向同性，积分局限于面元一侧。

描述辐射场由于物体间能量交换关系的物理量有：

辐射本领 $R = \int r(\nu)d\nu$ ，谱密度 $r(\nu) = \frac{d\psi(\nu)}{dS}$ 。

辐射照度 $E = \int e(\nu)d\nu$ ，谱密度 $e(\nu) = \frac{d\psi'(\nu)}{dS} = \frac{c}{4}u(\nu)$ 。

吸收本领 $a(\nu)$ 。

1.2 基尔霍夫定律

基尔霍夫热辐射定律：任何物体在同一温度 T 下， $r(\nu, T)/a(\nu, T) = F(\nu, T)$ ， $F(\nu, T)$ 是一个与物质无关的普通常数。

热平衡状态下的 $u_T(\nu)$ 由 ν, T 唯一确定，与物质无关，称为热辐射的标准能谱。

$F(\nu, T) = \frac{c}{4}u_T(\nu)$ 。

1.3 绝对黑体和黑体辐射

$a(\nu, T) \equiv 1$ 的物体称为绝对黑体， $r_0(\nu, T) = \frac{c}{4}u_T(\nu)$ 。

用任何物体做的空腔，在它很小的开口处就是一个相当理想的“绝对黑体”。

实际测量黑体辐射谱时用的都是空腔辐射器，黑体辐射又称空腔辐射。

1.4 斯特潘-玻尔兹曼定律和维恩位移定律

维恩证明黑体辐射谱必有形式 $r_0(\nu, T) = c\nu^3\psi\left(\frac{\nu}{T}\right)$ 。

(1) 黑体辐射的辐射本领 $R_T = \sigma T^4$ ， σ 是普适常数，这是斯特藩-玻尔兹曼定律， σ 称为斯特藩-玻尔兹曼常数。

(2) $r_0(\lambda, T) - \lambda$ 曲线有极大值 λ_M ， $\lambda_M T = b$ ， b 称为维恩常数，这时维恩位移定律。

1.5 维恩公式和瑞利-金斯公式

(1) 维恩假设气体分子辐射的频率 ν 只与速度 v 有关，那么 $r_0(\nu, T) = \alpha \frac{\nu^3}{c^2} e^{-\beta\nu/T}$ ，称为维恩公式。

(2) 瑞利从能量按自由度均分定律出发，得到 $r_0(\nu, T) = \frac{2\pi}{c^2} \nu^2 kT$ ，称为瑞利-金斯公式。

维恩公式在短波区符合很好，瑞利公式则在长波区符合很好。

1.6 普朗克公式和能量子假说

正确的黑体辐射公式由普朗克给出， $r_0(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$ ， h 称为普朗克常数，这是普朗克公式。

普朗克能量子假说：频率为 ν 的谐振子，其能量取值为 $\varepsilon_0 = h\nu$ 的整数倍， ε_0 称为能量子。

2 光的粒子性和波粒二象性

2.1 光电效应

当光束照射在金属表面上时，使电子从金属中脱出现象，叫做光电效应。利用光电效应做成的器件，叫做光电管。

电子逸出金属，称为外光电效应。半导体材料的内光电效应较为明显，当光照射在某些半导体材料上时被吸收，在内部激发出导电载流子，产生光电导，或

者由于光生载流子的运动导致电荷积累，使材料两面产生光生伏特，这些现象统称为光生伏特效应。

光电效应有如下基本规律：

(1) 饱和电流：光电流 I 随加在光电管两端电压 V 变化的曲线，叫做光电伏安特性曲线。在一定光照照射下，随着 V 的增大，光电流 I 趋近饱和值。实验证明，饱和电流与光强成正比，它表明，单位时间内由阴极发出的光电子数与光强成正比。

(2) 遏止电位：如果将电源反向，两极间将形成减速电场。当反向电压不大时，仍存在一定的光电流，说明阴极发出的光电子有一定的初速度。当反向电压达到 V_0 ，光电流完全减为零， V_0 与光强无关。遏止电位表明光电子初速度有上限 v_0 ，且 $\frac{1}{2}mv_0^2 = eV_0$ 。

(3) 截止频率（红限）：当改变入射光束的频率 ν 时，遏止电位 V_0 发生改变，它与 ν 呈线性关系。当 $\nu < \nu_0$ 时， V_0 减为零。 ν_0 称为截止频率或频率红限。

(4) 弛豫时间：当光束照射在光电阴极上时，产生光电子的弛豫时间很短。

2.2 爱因斯坦光子假说与光电效应的解释

每种金属都有一定的脱出功 A 。

爱因斯坦光电子假说：光束与物质作用时，能流不连续，集中在光量子上，光子能量 $E = h\nu$ 。

爱因斯坦公式： $h\nu = \frac{1}{2}mv_0^2 + A = eV_0 + A$ 。

2.3 康普顿效应

光子动量 $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$ 。

2.4 波粒二象性

实物粒子的物质波波长 $\lambda = \frac{h}{mv}$ ，这种波称为德布罗意波，波长为德布罗意波长。

3. 波尔原子模型与爱因斯坦辐射理论

3.1 原子结构经典理论的困难

3.2 氢原子光谱中的谱线系

氢原子光谱在 $\frac{1}{\lambda} = T(m) - T(n) = R_H(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$ ， R_H 称为氢的里德伯常数， T 称为光谱项。原子光谱的谱线波长倒数等于一对光谱项之差。

3.3 波尔假说

(1) 原子存在某些定态，在这些定态中不发出也不吸收电磁辐射能，原子定态的能量只能采取某些分立的值，称为能级。

(2) 只有当原子从一个定态跃迁到另一个定态时，才发出和吸收电磁辐射。

电磁辐射的波尔频率条件： $h\nu = E_n - E_m$ 。所以氢原子的能级 $E_n = -hcT(n) = -\frac{hcR_H}{n^2}$ ， n 称为主量子数。

原子能级中能量最低的叫做基态，其余叫做激发态。

3.4 粒子数按能级的统计分布

设原子体系的热平衡温度为 T ，在能级 E_n 上的原子数为 $N_n \propto e^{-\frac{E_n}{kT}}$ ，称为玻尔兹曼正则分布律。

3.5 自发辐射、受激辐射和受激吸收

从高能级向低能级跃迁相当于光的发射过程，相反的跃迁是光的吸收过程。光的发射过程分为两种，一是在没有外来光子的情况下处在高能级的原子有一定几率自发地向低能级跃迁，从而发出一个光子，称自发辐射过程，二是发射过程在满足上述频率条件的外来光子的激励下高能级的原子向低能级跃迁，发出一个

同频率光子，称为受激辐射过程。自发辐射的光波是非相干的，受激辐射的光波，状态都与外来光波相同。

光的吸收过程与受激辐射过程一样，也称受激吸收。在满足频率条件的外来光束照射下，受激吸收与受激辐射同时存在、相互竞争，宏观效果是二者之差。

考虑能级 $E_2 > E_1$ ，受激辐射 $(\frac{dN_{21}}{dt})_B = B_{21}u(\nu)N_2$ ，受激吸收 $(\frac{dN_{12}}{dt})_B = B_{12}u(\nu)N_1$ ，自发辐射 $(\frac{dN_{12}}{dt})_A = A_{21}N_2$ ，其中 B_{21}, B_{12}, A_{21} 称为爱因斯坦系数，是原子本身的属性。在细致平衡条件下， $(\frac{dN_{21}}{dt})_B + (\frac{dN_{12}}{dt})_A = (\frac{dN_{12}}{dt})_B$ ，于是 $\frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$ 。

3.6 粒子数反转与光放大

$dN_{21} - dN_{12} = Bu(\nu)(N_2 - N_1)dt \propto (N_2 - N_1)$ ，当热平衡时，总是受激吸收占优势。 $N_2 > N_1$ 的分布称为反转分布，造成粒子数反转分布的介质称为激活介质。

3.7 能级的寿命

自发辐射该变量 $dN_2 = -A_{21}N_2dt$ ， $N_2 = N_{20}exp(-A_{21}t)$ ， $\tau = \frac{1}{A_{21}}$ 反映了粒子在能级 E_2 上停留的平均时间，简称寿命。

寿命特别长的激发态称为亚稳态。

4 激光的产生

4.1 激光概述

激光是一种方向性好和单色性好的强光光束。

一台激光器的基本结构包括（1）工作物质（2）光学谐振腔（两个高度平行的镀银面之间形成的空间）（3）激励能源。

4.3 激活介质中反转分布的实现

在外界能源（电源或光源）激励下，基态上粒子被抽运到激发态上，激发态粒子寿命很短，通过碰撞以无辐射跃迁的方式转移到亚稳态上，实现了亚稳态与基态的反转分布。当有光信号输入时，特定频率的光成分就被放大。

实现反转分布，必须内有亚稳态，外有激励能源（泵浦），粒子的整个运输过程必定是一个循环往复的非平衡过程，激活介质的作用就是提供亚稳态。

4.3 增益系数

介质对光的放大能力用增益系数 G 描述， $dI = G I dx$ ，如果 G 的变化可以忽略，那么 $I = I_0 e^{Gx}$ 。 G 与光的频率和强度都有关系，典型的是随光照强度增加而下降。

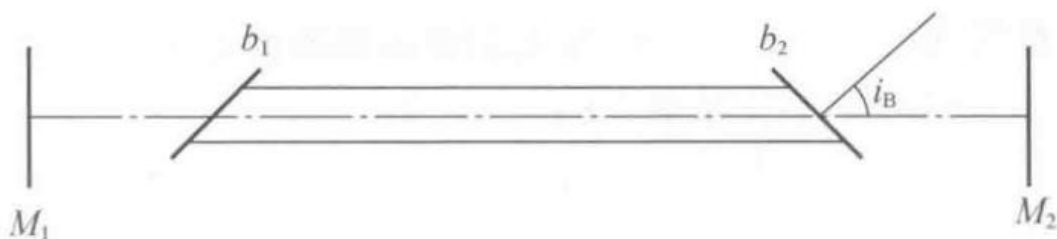
4.4 谐振腔的作用

激活介质的两端相互平行的反射面构成了光学谐振腔。理想情况下，两个反射面之一反射率是 100%，另一个是部分反射的，但反射率也很高。

由于端面衍射，输出光束也不是绝对的平行光束。

经过一次循环后 $\frac{I_5}{I_1} = R_1 R_2 e^{2GL}$ ，对于给定谐振腔，它取决于 G ，阈值条件 $R_1 R_2 e^{2G_m L} = 1$ ， G_m 称为谐振腔的阈值增益。

安装布儒斯特窗的外腔式激光器对光的偏振状态还具有选择性，它产生的激光是线偏振的，振动面是窗口法线与管轴所成平面。



总之产生激光的机理有两方面的问题，光在激活介质内的传播（产生光的放大）和光学谐振腔的作用（维持光的振荡）。

5 激光器对频率的选择

激光器可能出现的振荡频率是有一定间隔 $\Delta\nu_m$ 的准分立谱，频谱中每条谱线的宽度 $\Delta\nu_c$ 很窄。每个谐振频率称为一个振荡纵模， $\Delta\nu_m$ 称为纵模间隔， $\Delta\nu_c$ 称为谐振腔作用下的单模线宽。激活介质本身的谱线有一定的半值宽度 $\Delta\nu$ ，输出激光的频谱不能无限延伸。一般 $\Delta\nu$ 比 $\Delta\nu_m$ 大得多， $N = \Delta\nu/\Delta\nu_m$ 就是纵模个数。

5.1 由谐振腔决定的纵模间隔和单模线宽

$$\Delta\nu_m = \frac{c}{2nL}, \Delta\nu_c = \frac{c(1-R)}{2\pi nL\sqrt{R}}$$

5.2 由激活介质辐射决定的线宽

5.3 小结

6 激光的特性及其应用

6.1 激光光束的特性

- (1) 能量在空间高度集中
- (2) 时间相干性高
- (3) 光束具有空间相干性

6.2 激光的应用

6.3 光速的测量与长度单位“米”的定义

6.4 非线性光学效应