

$$H = \frac{B}{\mu_0} - M \rightarrow B = \mu_0 H + \mu_0 M$$

$$D = \epsilon_0 E + P$$

第六题 (18 分)

(1) 电极化强度为  $\vec{P}$  的均匀极化介质球，已知其在球内产生的电场是均匀的，而在球外产生的电场则与位于球心处的电偶极子所产生的电场相同。由此可知球内的电场为

$$\vec{E}_{\text{内}} = -\frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$$

(2) 磁化强度为  $\vec{M}$  的均匀磁化介质球，已知其在球内产生的磁场是均匀的，而在球外产生的磁场则与位于球心处的磁偶极子所产生的磁场相同。由此可知球内的磁场为

$$\vec{B}_{\text{内}} = \frac{2}{3}\mu_0 \vec{M}$$

(3) 设  $O$  是一块很大的电介质内部远离边界的一点，已知  $O$  点的电场强度为  $\vec{E}_0$ 、电极化强度为  $\vec{P}$ ，因此  $\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0 + \vec{P}$ 。用  $\vec{E}$  和  $\vec{D}$  分别表示挖出一个以  $O$  点为中心的很小空腔后  $O$  点处的电场强度和电位移矢量。试就三种不同的空腔形状，完成下表（用  $\vec{E}_0$ 、 $\vec{P}$  表示  $\vec{E}$ ，用  $\vec{D}_0$ 、 $\vec{P}$  表示  $\vec{D}$ ）：

空腔形状	$\vec{E} = \vec{E}(\vec{E}_0, \vec{P})$	$\vec{D} = \vec{D}(\vec{D}_0, \vec{P})$
球形	$\frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$	$\epsilon_0 \vec{E}_0 + \vec{P} = \frac{\vec{P}}{3}$
对称轴平行于 $\vec{P}$ 的细长圆柱	$0$	$0$
对称轴平行于 $\vec{P}$ 的薄圆盘	$\frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$	$\vec{P}$

(4) 设  $O$  是一块很大的磁介质内部远离边界的一点，已知  $O$  点的磁感应强度为  $\vec{B}_0$ 、磁化强度为  $\vec{M}$ ，因此  $\vec{H}_0 = \vec{B}_0 / \mu_0 - \vec{M}$ 。用  $\vec{B}$  和  $\vec{H}$  分别表示挖出一个以  $O$  点为中心的很小空腔后  $O$  点处的磁感应强度和磁场强度。试就三种不同的空腔形状，完成下表（用  $\vec{B}_0$ 、 $\vec{M}$  表示  $\vec{B}$ ，用  $\vec{H}_0$ 、 $\vec{M}$  表示  $\vec{H}$ ）：

空腔形状	$\vec{B} = \vec{B}(\vec{B}_0, \vec{M})$	$\vec{H} = \vec{H}(\vec{H}_0, \vec{M})$
球形	$-\frac{2}{3}\mu_0 \vec{M}$	$-\frac{2}{3}\vec{M}$
对称轴平行于 $\vec{M}$ 的细长圆柱	$-\mu_0 \vec{M}$	$-\vec{M}$
对称轴平行于 $\vec{M}$ 的薄圆盘	$0$	$0$

等效磁矩大小:

$$(2) M = M V = \frac{4}{3} \pi M R^3$$

波阵面磁感应  $B_0$ :

$$\text{球外: } B = \mu_0 \frac{1}{4\pi r^3} [3(\vec{m} \cdot \hat{r}) \hat{r} - \vec{m}] = \mu_0 M \frac{R^3}{3r^3} [2\cos\theta \hat{r} + \sin\theta \hat{\theta}]$$

$$\text{由于该向连接: } \left. \vec{r} \cdot (\vec{B} - \vec{B}_0) \right|_{R} \Rightarrow \cos\theta B_0 = \frac{R^3}{3R^3} \cdot \mu_0 M = \cos\theta$$

$$B_0 = \frac{2}{3} \mu_0 M.$$

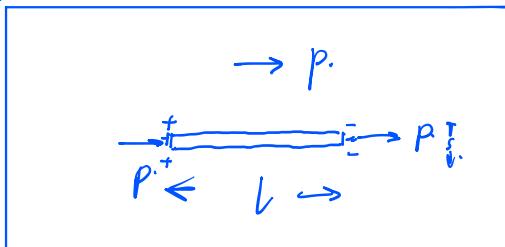
或者利用电场对称:

$$H = -\frac{1}{3} M,$$

$$B = \mu_0 H + \mu_0 M = \frac{2}{3} \mu_0 M.$$

(3). 对于空腔, 注意电场与  $P$  同向:

对于细长圆柱, 设圆柱截面设  $S$ , 长为  $l$ .  $E \propto \frac{S}{l^2}$ . 由于题未给参数.



在  $\frac{S}{l^2} \rightarrow 0$  时.  $E \rightarrow 0$