

中国科学技术大学

2007-2008学年第1学期考试试卷

考试科目: 数值计算方法 得分: _____

学生所在系: _____ 姓名: _____ 学号: _____

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将所在系、姓名、学号等填写清楚。
2. 请考生在答卷纸左侧留出装订区域。
3. 本试卷为闭卷考试。共 13 道试题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟。
4. 计算中保留4位小数。

得分	评卷人

一、填空题

1. (6分) 设 $X = (x_1, x_2, x_3)^T$, 则如下的三种公式能否成为向量范数, $|x_1| + 2|x_2| + 4|x_3|$ _____, $|x_1| + 3|x_2 + x_1| + 2|x_3|$ _____, $|x_1| + 3|x_2|$ _____。
2. (3分) 设 A 为实的对称阵, 则 _____ 方法可以求出它的所有特征值。
3. (3分) 设 $f(x) = 2x^4 - 6x^2 + 1$, 则 $f[-1, 0, 2, 4, 9] =$ _____。
4. (3分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $\|A\|_1 =$ _____。
5. (3分) 给出用 Newton 迭代求 $\sqrt[4]{5}$ 的格式 _____。
6. (6分) 设 $l_0(x), l_1(x), l_2(x), l_3(x)$ 是以互异的 x_0, x_1, x_2, x_3 为节点的 Lagrange 插值基函数, 则 $\sum_{j=0}^3 l_j(x)(x_j + 1)^3 =$ _____。
7. (6分) 写出以 $(-\alpha, f(-\alpha), f'(-\alpha)), (0, f(0), f'(0)), (\alpha, f(\alpha), f'(\alpha))$ 为插值点构造的插值多项式的截断误差:
_____。

得分	评卷人

二、解答题

8. (10分) 设有数据 $\begin{array}{c|ccc} x_i & -1 & 1 & 2 \\ \hline f(x_i) & 0 & 3 & 2 \end{array}$, 求其形如 $a + bx^2$ 的拟合多项式。

9. (10分) 考虑常微分方程初值问题 $\begin{cases} y' = x^2 \sin y, 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ 用4阶经典的Runge-Kutta公式求 $y(0.1)$ 的近似, 取步长 $h = 0.1$

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \\ K_1 = f(x_n, y_n) \\ K_2 = f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hK_1) \\ K_3 = f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hK_2) \\ K_4 = f(x_n + h, y_n + hK_3) \end{cases}$$

10. (15分)用 LDL^T 分解求解下列方程组

$$\begin{cases} -6x_1 + 3x_2 + 2x_3 & = -5 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 & = 20 \\ 2x_1 + x_2 + 6x_3 & = 1 \end{cases}$$

11. (15分) 用Gauss-Seidel方法求解下列方程组

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -4 \\ 2x_1 + x_2 + 6x_3 = 2 \end{cases}$$

1) 写出迭代格式, 2) 求迭代矩阵; 3) 讨论迭代矩阵是否收敛?

12. (15分)

1) (10分) 确定参数 A , B , C 和 α , 使得数值积分公式

$$\int_{-2}^2 f(x)dx \approx Af(\alpha) + Bf(0) + Cf(-\alpha)$$

具有尽可能高的代数精度, 并求这个代数精度。

2) (5分) 若 $f(x)$ 足够光滑, 求这个数值积分公式的误差