光学提纲

*折射定律：$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

*光纤的数值孔径：$n_0 \sin i_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

*费马原理：实际路径所对应的光程$l = \int_P^Q n dl = ct$取极值(等光程$\Leftrightarrow$等相位)

*高斯物像公式：$\frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1$(适用于近轴光线和近轴物)

→球面折射成像公式：$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n'-n}{r}$；$f = \frac{nr}{n'-n} = \frac{n}{\Phi}, f' = \frac{n'r}{n'-n} = \frac{n'}{\Phi}$($\Phi$为光焦度)

→薄透镜折射成像公式：$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2}$(1 左、2 右)；$f = \frac{n}{\Phi}, f' = \frac{n'}{\Phi}$

→横向放大率：$V = -\frac{ns'}{n's}$(像高与物高之比，适用于球面和薄透镜)

*定态光波：$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0(\vec{r})\cos[\omega t - \varphi(\vec{r})]$，空间相位$\varphi(\vec{r}) = \vec{k}\cdot\vec{r} - \varphi_0$($k$为波矢)

→复数波函数：$\widetilde{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0(\vec{r})e^{-i[\omega t - \varphi(\vec{r})]}$，其中复振幅$\widetilde{E}(\vec{r}) = E_0(\vec{r})e^{i\varphi(\vec{r})}$

①平面波：空间相位为直角坐标系分量的线性函数

②球面波：$\vec{E}_0(r) = \vec{A}_0/r$，$\varphi(\vec{r}) = kr - \varphi_0$

→近轴条件：$\widetilde{E}(x', y', 0) = \frac{E_0}{|z|}\exp\left[ik\left(|z| + \frac{x'^2 + y'^2}{2|z|}\right) - i\varphi_0\right]$

→远场条件：$\widetilde{E}(x', y', 0) = \frac{E_0}{|z|}\exp(ik|z| - i\varphi_0)$

*光强：$I = E_0^2 = \widetilde{E}\widetilde{E}^* = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\theta\cos\delta(r)$，相位差$\delta(r) = \varphi_2(r) - \varphi_1(r)$

→注：上述为同频公式，其中θ为两列单色波振动方向的夹角

→对于激光，有$\delta(r) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta l(r)$；可用$\delta(r)$或$\Delta l(r)$作为光强极值判据

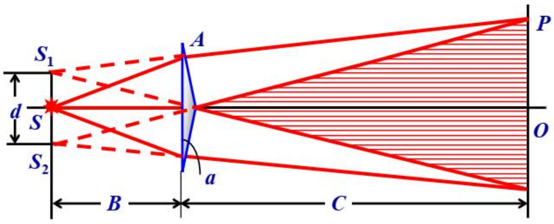
→同向不同频：$\vec{E} = 2\vec{E}_0\cos(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}r)\cos(\overline{\omega}t - \bar{k}r)$

*反衬度(可见度)：$V = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} = \frac{2E_{01}/E_{02}}{1 + (E_{01}/E_{02})^2}$，其中第二式适用于同向同频

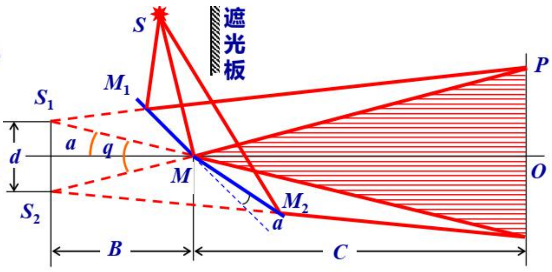
→由上有，$I = I_0[1 + V\cos\delta(r)]$，其中$I_0 = I_1 + I_2$

*杨氏双孔干涉：$I=4I_0\cos^2\left(\dfrac{knd}{2D}x'\right)$，相邻亮(暗)条纹间隔 $\Delta x'=\dfrac{D\lambda}{nd}$

→光程差 $\Delta l=\dfrac{d}{D}x+(n-1)a$

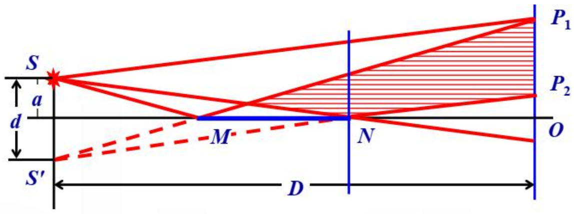


菲涅耳双棱镜干涉实验原理



菲涅耳双面镜干涉实验原理

$d=2(n-1)aB$，$D=B+C$　　　　$d=2aB=qB$，$D=B+C$



劳埃德镜干涉实验光路

*相近波长干涉条纹衬比度：$V=\left|\cos\left(\dfrac{\Delta k}{2}\Delta l\right)\right|$，$T=\dfrac{2\pi}{\Delta k}$，$\nu=\dfrac{|\Delta\lambda|}{\lambda^2}$

*光源具有一定光谱线宽的干涉条纹衬比度：$V=\left|\dfrac{\sin(\Delta k\Delta l/2)}{\Delta k\Delta l/2}\right|$

*光场的时间相干性：相干长度 $L_c=\Delta l_M=\dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$；相干时间 $\tau_0=\dfrac{L_c}{c}$，且有 $\tau_0\Delta\nu=1$

*点光源平移与条纹平移的关系：$\delta x=-\dfrac{D}{l}\delta s$，干涉条纹平移数目 $N=\dfrac{d}{\lambda l}\delta s$

*光源横向扩展的干涉条纹衬比度：$V=\left|\dfrac{\sin u}{u}\right|$，式中 $u=\dfrac{\pi bd}{\lambda l}$

*光场的空间相干性：横向相干范围 $d_c=\dfrac{l\lambda}{b}$(矩形)$=1.22\dfrac{l\lambda}{b}$(圆形)

→相干孔径角：$\beta_c=\dfrac{d_c}{l}=\dfrac{\lambda}{b}$，且有 $b\beta_c=\lambda$

*斯托克斯倒易关系：$r+r'=0$，$r^2+tt'=1$

*光波经薄膜层的反射、透射光程差($\Delta l=\Delta_r+\Delta_\lambda$)

①几何程差$\Delta_r = 2hn\cos i$，其中i为第一折射角

②附加程差Δ_λ对于单调折射率，反射光波无附加程差，透射光波有半波损；对于非单调折射率，情况相反

*等倾干涉(级数j中高外低、条纹中疏外密、中央明亮)

①圆环角间距$\Delta\theta_N = \dfrac{n\lambda}{2n_1^2 h\theta_N}$，即$\theta_j^2 - \theta_{j+1}^2 = \dfrac{n\lambda}{n_1^2 h}$

②圆环半径$r_N = f\theta_N = \dfrac{f}{n_1}\sqrt{nN\lambda/h}$，条纹间距$\Delta r_N = f\Delta\theta_N$

*等厚干涉

①尖劈的条纹间距$\Delta x = \dfrac{\Delta h}{\sin\alpha} = \dfrac{\lambda}{2n_1\sin\alpha\cos i} = \dfrac{\lambda}{2n_1\sin\alpha}$(垂直入射)

→条纹弯向高级次方向说明待检测面凸起，否则相反

②牛顿环暗环半径$r_j = \sqrt{jR\lambda}$，明环半径$r_j = \sqrt{\left(j+\dfrac{1}{2}\right)R\lambda}$，其中$j \in N$

→上述公式适用于凸透镜与平面紧密接触的反射光干涉情况，即级数j中低外高、条纹中疏外密、中央黑暗(反射光、透射光花样互补)

*迈克尔逊干涉(总光程差无半波损)

①等倾干涉：中心级次改变± 1时，M_1位移为$\Delta h = \pm\dfrac{\lambda}{2}$(适用于$M_1 \perp M_2$)

→衬比度变化周期：$\Lambda = \dfrac{\lambda^2}{2|\Delta\lambda|}$($M_1$的位移，用来测波长差)

②等厚干涉：$h \sim 0$，$\theta \sim 0$，M_1与M_2不垂直；增大h，条纹向交线方向突出

*法布里-珀罗干涉($n_1 = n_2 = n_0$；透射光为中央明亮的锐细亮线，反射光花样互补)

①透射光强$I_T = \dfrac{I_0}{1+F\sin^2(\delta/2)}$，反射光强$I_R = \dfrac{I_0}{1+\dfrac{1}{F\sin^2(\delta/2)}}$

→精细度系数：$F = \dfrac{4R}{(1-R)^2}$，其中光强反射率$R = r^2$(R越大，条纹越细)

②相位差半值宽度(全宽)$\Delta\delta = \dfrac{4}{\sqrt{F}}$，条纹精细度为$\dfrac{2\pi}{\Delta\delta} = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{F}$

③亮条纹的半角宽度(全宽)$\Delta i_j = \frac{\lambda \Delta \delta}{4\pi nh \sin i_j} = \frac{\lambda(1-R)}{2\pi nh\sqrt{R}\sin i_j}$

④角色散率：$D_i = \frac{\delta i_j}{\delta \lambda} = \frac{j}{2nh \sin i_j} = \frac{1}{\lambda \tan i_j}$，其中$\delta i_j$为角间距

⑤泰勒判据：两个亮条纹可完全分开$\Leftrightarrow \delta i_j \geq \Delta i_j$

→角分辨极限波长间隔$\delta \lambda_j = \frac{\lambda(1-R)}{j\pi\sqrt{R}}$，色分辨本领$RP = \frac{\lambda}{\delta \lambda_j} = \frac{j\pi\sqrt{R}}{1-R}$

⑥光学谐振腔相邻纵模(谱线)间隔：$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2nh}$，$\Delta \nu = \frac{c}{2nh}$ $(i \sim 0)$

→纵模半值宽度(全宽)：$\Delta \lambda_j = \frac{\lambda^2(1-R)}{2\pi nh\sqrt{R}}$，$\Delta \nu_j = \frac{c(1-R)}{2\pi nh\sqrt{R}}$；即$d\delta = \Delta \delta$时

*菲涅尔-基尔霍夫衍射积分：$\tilde{E}(P) = -\frac{i}{\lambda}\iint_{\Sigma} \frac{\cos\theta_0 + \cos\theta}{2} \tilde{E}_0(Q) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma$

→倾斜因子：$F(\theta_0, \theta) = \frac{\cos\theta_0 + \cos\theta}{2} = \frac{1+\cos\theta}{2}$(光源为球心)$=1$(近轴条件)

*巴俾涅原理：$\tilde{E}_A(P) + \tilde{E}_B(P) = \tilde{E}_0(P)$

→在远场条件或透镜汇聚的情况下，一对互补屏引起的衍射图案具有相同的形状，只是中心点的强度大小不同而已

*菲涅尔衍射

①菲涅尔半波带：$\frac{\Delta \Sigma_k}{r_k} = \frac{\pi R \lambda}{R+b}$

→波带半径$\rho_k = \sqrt{\frac{k\lambda Rb}{R+b}} = \sqrt{k}\rho_1$，分割波带数$k = \frac{\rho^2}{\lambda}(\frac{1}{R} + \frac{1}{b})$

②P点振幅大小：$E(P) = \frac{\Delta E_1}{2} + (-1)^{k+1}\frac{\Delta E_k}{2}$

→$E(P)_{\max} = \Delta E_1 (\rho = \rho_1)$，$E(P)_{\min} = \Delta E_1 - \Delta E_2 (\rho = \rho_2)$，$E(P) = \Delta E_1 / 2$(自由传播)

③波带片方程：$\frac{1}{f} = \frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{k\lambda}{\rho_k^2} = \frac{\lambda}{\rho_1^2}$($f$为主焦距，这里焦点指亮点处)

→次焦距$f' = \frac{f}{2m+1}$，对应的暗点在$\frac{f}{2m}$处，其中$m \in N^*$

④圆盘衍射在P点振幅大小：$E(P) = \frac{\Delta E_{k+1}}{2}$(中心亮点为泊松点，$\rho$越小强度越大)

*夫琅禾费衍射(上下移动狭缝，衍射图案不变)

①光屏上振幅大小：$E_\theta = E_0\dfrac{\sin u}{u}$，其中$u = \dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

→上式θ为对透镜的光心张角，E_0为原点振幅大小；单缝衍射因子$\dfrac{I_\theta}{I_0} = \left(\dfrac{\sin u}{u}\right)^2$

②暗条纹的角位置：$\theta_m = \dfrac{m\lambda}{a}$，$m\in Z_\pm$

→主极大值亮纹半角宽度与次极大值亮纹角宽度相等，即$\Delta\theta = \dfrac{\lambda}{a}$；且有$\Delta d = \dfrac{\lambda f}{a}$

③圆孔衍射光屏上光强：$I(P_\theta) = I(P_0)\left[\dfrac{2J_1(u)}{u}\right]$，其中$J_1(u) = \sum\limits_{k=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^k}{k!(k+1)!}\left(\dfrac{x}{2}\right)^{2k+1}$

→主极大值$\theta = u = 0$，第一次极小值$\sin\theta = \pm 0.610\,\lambda/a$

→艾里斑(中央亮斑点)：半角宽度(半宽)$\Delta\theta = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$，半径$\rho = 1.22\dfrac{\lambda f}{D}$

④光学仪器的最小分辨角$\Delta\theta_0 = 1.22\dfrac{\lambda}{nD}$，角分辨率$\dfrac{1}{\Delta\theta_0} = \dfrac{nD}{1.22\lambda}$(线分辨率同理)

*衍射光栅

①光屏上振幅大小：$E_\theta = E_0\dfrac{\sin u}{u}\dfrac{\sin N\beta}{\sin\beta}$，其中$u = \dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$，$\beta = \dfrac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$

→上式d为光栅常数(周期)，其倒数为光栅频率f_0；光栅的有效宽度$L = Nd$

②光栅方程：$d\sin\theta = m\lambda$，$m\in Z$(主极大值位置，适用于平行光垂直入射)

→主极大值强度：$I = N^2 I_0\left(\dfrac{\sin u}{u}\right)^2$(中央主极大值强度取$u = 0$)

→次极大值位置：$d\sin\theta = (m + \dfrac{j}{N} + \dfrac{1}{2N})\lambda$，$j = 2,3,\cdots,N-1$

→极小值位置：$d\sin\theta = (m + \dfrac{j}{N})\lambda$，$j = 1,2,\cdots,N-1$(两主极大间有$N-1$个零点)

→斜入射时的光栅方程：$d(\sin\theta \pm \sin\theta_0) = m\lambda$，$m\in Z$(入、衍射光法线同侧取+)

③主极大值条纹半角宽度(半宽)：$\Delta\theta_m = \dfrac{\lambda}{Nd\cos\theta_m}$(中央主极大取$\theta_0 = 0$)

④缺级现象：$m = k\dfrac{d}{a}\in Z$，其中$k\in Z_\pm$

⑤光栅角色散率$D_\theta = \dfrac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \dfrac{m}{d\cos\theta_m}$(线色散率$D_l$同理)，色分辨本领$R = \dfrac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$

⑥光栅光谱仪量程 $\lambda_{\max} \le d$，第 m 级光谱的自由光谱范围 $\Delta\lambda_F \le \dfrac{\lambda}{m}$ (均无法取等)

⑦闪耀光栅基本方程：$d\sin(2\theta_b) = m\lambda_m$，其中 θ_b 为闪耀角，$m \in N^*$

*布拉格方程：$2d\sin\theta = m\lambda$，其中 d 为晶体层间距，θ 为掠射角

*偏振度：$P = \dfrac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$，其中 $I_{\max}$ 对应的振幅与 $I_{\min}$ 对应的振幅正交

*马吕斯定律：$I = I_0 \cos^2\alpha$

*布儒斯特角：$\theta_B = \arctan\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$

→反射光偏振面垂直于入射面(s 偏振)，入射光平行偏振分量 p 增加(部分偏振)

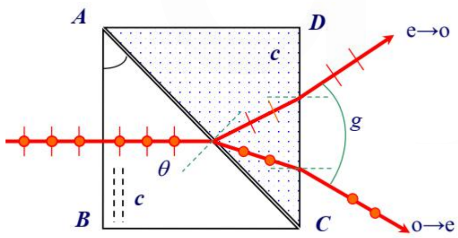
*隐失波：$E = E_0 e^{-\Omega z} e^{i(k_x x - \omega t)}$，其中穿透深度 $d = 1/\Omega = \lambda_0 \big/ \left[2\pi(n_1^2 \sin^2\theta_i - n_2^2)\right]^{1/2}$

*寻常光(o 光)偏振面垂直于其主平面，非常光(e 光)偏振面平行于其主平面

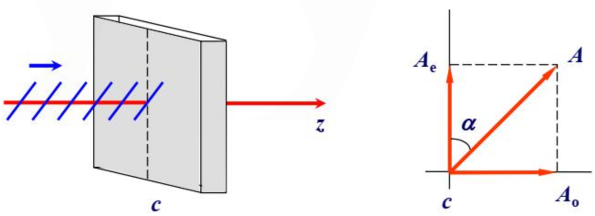
→o 光为球面波(v_o)，e 光为椭球面波(介于 v_o 和 v_e)

→正晶体：$v_o > v_e$，$n_o < n_e$；负晶体与之相反(v_e 垂直于光轴)

→o 光折射率为 n_o，e 光折射率有 $n^2(\theta) = \dfrac{n_o^2 n_e^2}{n_e^2\cos^2\theta + n_o^2\sin^2\theta}$ (θ 为 $\vec{k}$ 与光轴夹角)

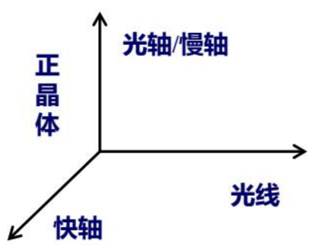


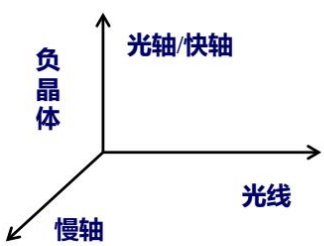
渥拉斯顿棱镜（负晶体）



平面偏振光在波晶片表面的分解

$g = 2\arcsin\left[(n_0 - n_e)\tan\alpha\right]$





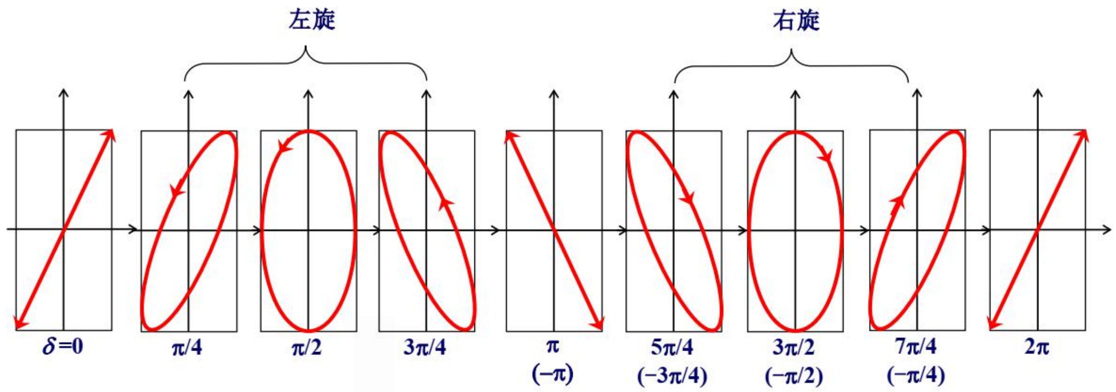
*o 光和 e 光出射波晶片时的相位差：$\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$ (正晶体 δ 取负号)

→四分之一波片 $d=(2m+1)\dfrac{\lambda}{4|n_o-n_e|}$，二分之一波片 $d=(2m+1)\dfrac{\lambda}{2|n_o-n_e|}$，

全波片 $d=\dfrac{m\lambda}{|n_o-n_e|}$，其中 $m\in N$

*正交振动的两列平面(线)偏振光的叠加(光线传播方向透过纸面向外)

$$\begin{cases}E_x=E_{x0}\cos(\omega t)\\ E_y=E_{y0}\cos(\omega t-\delta)\end{cases}\Rightarrow\frac{E_x^2}{E_{x0}^2}+\frac{E_y^2}{E_{y0}^2}-2\frac{E_xE_y}{E_{x0}E_{y0}}\cos\delta=\sin^2\delta$$



*偏振态的鉴定

偏振态	旋转偏振片透振方向	四分之一波片→偏振片
自然光	光强不变	光强不变(鉴定)
圆偏振光	光强不变	在某一角度消光(鉴定)
平面偏振光	在某一角度消光(鉴定)	-
部分偏振光	光强改变，但不消光	光强改变，但不消光(鉴定)
椭圆偏振光	光强改变，但不消光	在某一角度消光(鉴定)

→检验椭圆偏振光时，波片光轴应与其长轴或短轴重合(偏振片判断实现)

*平行偏振光干涉(具有显色偏振现象)

$$I=\frac{1}{2}I_0(\cos^2\alpha\cos^2\beta+\sin^2\alpha\sin^2\beta+2\cos\alpha\cos\beta\sin\alpha\sin\beta\cos\delta_0)$$

→上式 I_0 为入射光强，α、β 分别为两偏振片透振方向 P_1、P_2 与波片光轴夹角

→ $\delta_0=\dfrac{2\pi}{\lambda}(n_o-n_e)d+k\pi$ (当两透振方向和光轴三个倾角单调时，$k=0$；否则取1)

→ $I_\perp=2I_0\cos^2\alpha\sin^2\alpha\sin^2\dfrac{\delta_0}{2}$，$I_{/\!/}=\dfrac{1}{2}I_0-2I_0\cos^2\alpha\sin^2\alpha\sin^2\dfrac{\delta_0}{2}$ $(I_\perp+I_{/\!/}=\dfrac{1}{2}I_0)$

→当 $\alpha=\beta=\dfrac{\pi}{4}$ 时，$I_\perp=I_{/\!/}=\dfrac{1}{4}I_0(1+\cos\delta_0)$

*应力光学定律：$n_o-n_e=KP$ (光弹性效应)，$\delta=\dfrac{2\pi}{\lambda}KPd$

→上式 K 为应力光学常数(恒正)，作用应力 P 为压力时取正

*克尔效应：$n_o-n_e=\lambda_0K_rE^2$，K_r 为克尔系数(横向电光效应、各向同性介质)

→半波电压：$V_{\lambda/2}=\dfrac{h}{\sqrt{2dK_r}}$，其中 h 为电极间距(等效于二分之一波片)

→泡克耳斯效应：各向异性介质的一次电光效应(纵向电光效应)

*科顿-穆顿效应：$n_o-n_e=\lambda_0 CH^2$，C 为磁光系数(磁双折射效应、垂直磁场方向)

*旋光现象(一束平面偏振光分解为两束圆偏振光)

①晶体旋光定律：$\psi=\alpha d$，其中 α 为晶体旋光率(单位：$°/mm$)

→α 与波长有关，故可出现旋光色散

→$\psi=\dfrac{1}{2}(\varphi_L-\varphi_R)=\dfrac{\pi}{\lambda}(n_L-n_R)d$；其中左旋晶体 $\psi<0$，$v_L>v_R$，$n_L<n_R$

②溶液旋光定律：$\psi=[\alpha]dC$，其中 $[\alpha]$ 为溶液比旋光率，C 为溶液浓度

③法拉第效应：$\psi=VBd$，其中 V 为韦尔代常数(磁致旋光效应、平行磁场方向)

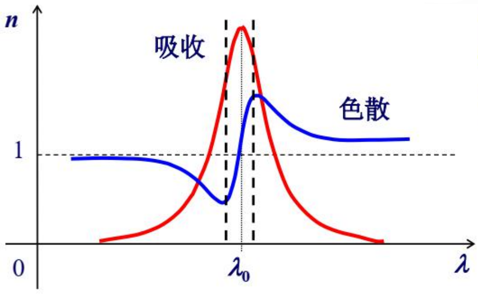
→自然旋光介质具有互易性，光路反转可复原；磁光介质具有非互异性，顺着磁场方向看，将光的振动面总是顺时针旋转的物质称为正旋体，光路反转旋转 2ψ

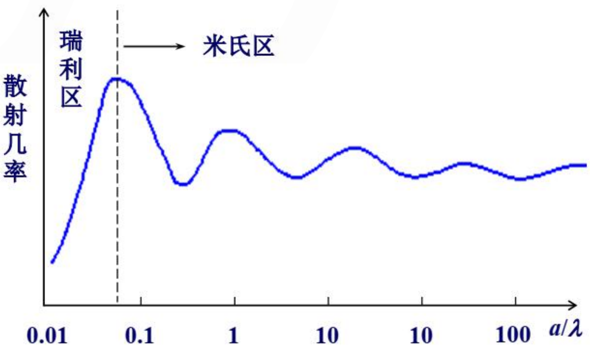
*布格尔(朗伯)定律：$-dI=\alpha Idz\Rightarrow I=I_0e^{-\alpha l}$，其中 α 为介质的吸收系数

→比尔定律：$I=I_0e^{-ACl}$(适用于稀溶液)

*正常色散柯西经验公式：$n=A+\dfrac{B}{\lambda^2}+\dfrac{C}{\lambda^4}$

→色散率 $dn/d\lambda$ 为负时称为正常色散(一般吸收)，否则称为反常色散(选择吸收)





*散射定律：$I=I_0e^{-\alpha_s l}$，其中 α_s 为散射系数

→考虑吸收和散射，则有 $I=I_0e^{-(\alpha+\alpha_s)l}$，其中 $\alpha+\alpha_s$ 称为耗散系数

→瑞利散射定律：$I_s\propto\dfrac{I(\lambda)}{\lambda^4}$(适用于散射颗粒的几何线度小于波长)

邓谊宇