数 字 电 路

Digital Circuits

14_时序逻辑电路(2)

张俊霞
zjx@ustc.edu.cn

内容提纲

- 同步时序电路的设计
- 示例1 — 序列检测器
- 示例2 — 可逆六进制计数器

同步时序电路的设计

- 根据给定逻辑功能的要求，求相应的逻辑电路
- 设计一般步骤
  - 建立原始状态图和原始状态表
  - 状态化简
  - 状态编码
  - 求状态方程和输出方程
  - 检查自启动
  - 选择触发器类型，求激励方程
  - 画出逻辑图

设计一般步骤 (1)

- 建立原始状态图和原始状态表
  - 确定输入/输出变量、电路状态数
  - 定义输入/输出逻辑状态以及每个电路状态的含意
  - 按设计要求画出状态转换图，或列出状态转换表
- 状态化简
  - 求出最简状态图(表)，以便使设计电路最简
  - 合并等价状态，消去多余状态
  - 等价状态：在相同的输入下有相同的输出，且转换到相同的次态

设计一般步骤 (2)

- 状态编码：给每个状态赋以二进制代码
  - 根据状态数(M)，确定触发器的数目(n)
  - n的最小值满足： $2^{n-1} < M \leqslant 2^n$，即 $n = \lceil \log_2 M \rceil$
- 常用编码方法
  - 二进制码：状态从0至M-1编号，将编号用等值的二进制数码表示
  - 格雷码：相邻代码只有1位不同
  - 独热(One-hot)码：n=M，任意状态的代码中只有1位为1，其余位都是为0

设计一般步骤 (3)

- 求状态方程和输出方程
  - 将状态代码代入状态表，得到状态变量和输出变量的真值表
  - 根据真值表，求出简化的状态函数和输出函数
- 检查自启动
  - 画出全部状态图
  - 检查是否存在无效状态之间的循环
    - 若没有，称电路具有自启动能力
    - 否则，重新定义无关项，以便消除无效循环，并求状态方程和输出方程

设计一般步骤 (4)

- 选择触发器类型，求激励方程
  - 根据选择触发器的特征方程和待实现的状态方程，求触发器的激励方程

例如，实现状态方程：$Q_0^{n+1} = Q_0^n + Q_1^n$

- 选用D触发器：特征方程 $Q^{n+1} = D \Rightarrow D_0 = Q_0^n + Q_1^n$
- 选用JK触发器：特征方程 $Q^{n+1} = J\overline{Q^n} + \overline{K}Q^n$

$$Q_0^{n+1} = Q_0^n + Q_1^n = Q_0^n + Q_1^n(Q_0^n + \overline{Q_0^n})$$

$$= Q_0^n + Q_1^n\overline{Q_0^n} \Rightarrow J = Q_1^n,\ K = 0$$

选用T触发器，如何?

示例1—序列检测器

- 检测“111”序列，当连续输入三个或三个以上“1”时，输出为“1”，否则输出为“0”

输入： 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 ......

输出： 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 ......

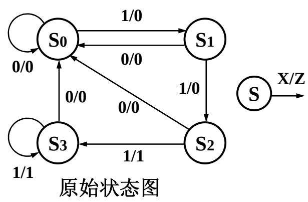
示例1—序列检测器(续1)

(1) 建立原始状态图和原始状态表

设输入、输出变量分别为X和Z，定义电路状态

S_0: 输入“0” S_2: 连续输入“11”

S_1: 输入“1” S_3: 连续输入“111”



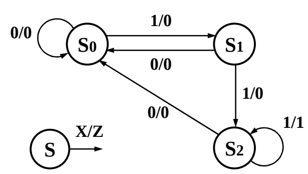
原始状态图

原始状态表

S^n	S^{n+1}/Z	
	X=0	X=1
S_0	$S_0/0$	$S_1/0$
S_1	$S_0/0$	$S_2/0$
S_2	$S_0/0$	$S_3/1$
S_3	$S_0/0$	$S_3/1$

示例1—序列检测器(续2)

(2) 状态化简



化简后状态图

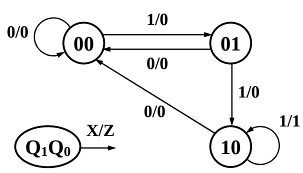
化简后状态表

S^n	S^{n+1}/Z	
	X=0	X=1
S_0	$S_0/0$	$S_1/0$
S_1	$S_0/0$	$S_2/0$
S_2	$S_0/0$	$S_2/1$

示例1—序列检测器(续3)

(3) 状态编码

采用二进制码，设S0=00， S1=01， S2=10



状态图

状态表

$Q_1^nQ_0^n$	$Q_1^{n+1}Q_0^{n+1}/Z$	
	X=0	X=1
00	00/0	01/0
01	00/0	10/0
10	00/0	10/1
11	xx/x	xx/x

示例1—序列检测器(续4)

(4) 选择D触发器

求出激励方程和输出方程

$Q_0^{n+1} = D_0$ $Q_1^{n+1} = D_1$

状态表

$Q_1^nQ_0^n$	$Q_1^{n+1}Q_0^{n+1}/Z$	
	X=0	X=1
00	00/0	01/0
01	00/0	10/0
10	00/0	10/1
11	xx/x	xx/x

Q_1^{n+1}

$Q_1^nQ_0^n$ \ X	0	1
00	0	0
01	0	1
11	×	×
10	0	1

$D_1 = X(Q_0^n + Q_1^n)$

Q_0^{n+1}

$Q_1^nQ_0^n$ \ X	0	1
00	0	1
01	0	0
11	×	×
10	0	0

$D_0 = X\,\overline{Q_0^n}\,\overline{Q_1^n}$

Z

$Q_1^nQ_0^n$ \ X	0	1
00	0	0
01	0	0
11	×	×
10	0	1

$Z = XQ_1^n$

示例1—序列检测器(续5)

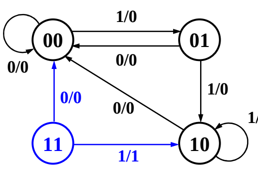
(5) 检查自启动

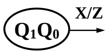
$Q_1^{n+1} = X(Q_0^n + Q_1^n)$

$Q_0^{n+1} = X\,\overline{Q_0^n}\,\overline{Q_1^n}$ $\quad Z = XQ_1^n$

状态表

$Q_1^nQ_0^n$	$Q_1^{n+1}Q_0^{n+1}/Z$	
	X=0	X=1
00	00/0	01/0
01	00/0	10/0
10	00/0	10/1
11	00/0	10/1





具有自启动能力

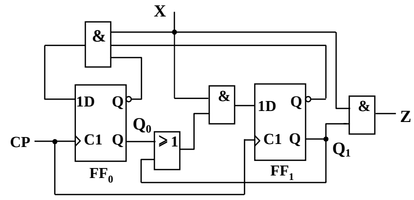
状态图

示例1—序列检测器(续6)

(6) 画出逻辑图

$Q_1^{n+1} = X(Q_0^n + Q_1^n)$

$Q_0^{n+1} = X\,\overline{Q_0^n}\,\overline{Q_1^n}$ $\quad Z = XQ_1^n$



示例1—序列检测器(续7)

- 检测“111”序列，即当连续输入三个或三个以上“1”时，输出为“1”，否则输出为“0”

输入X: 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 ……

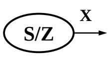
输出Z: 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 ……

1、检测序列不重叠，如何?

输入X: 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 ……

输出Z: 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 ……

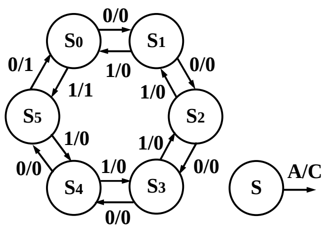
2、用Moore电路实现，如何?



3、检测“010”，如何?

示例2—可逆六进制计数器

- 建立状态图和状态表
  - 设A=0加法，A=1减法；C为进位或借位



状态图

状态表

S^n	S^{n+1}/C	
	A=0	A=1
S_0	S_1/0	S_5/1
S_1	S_2/0	S_0/0
S_2	S_3/0	S_1/0
S_3	S_4/0	S_2/0
S_4	S_5/0	S_3/0
S_5	S_0/1	S_4/0

示例2—可逆六进制计数器(续1)

- 状态编码
  - 至少需要$\lceil \log_2 6 \rceil$=3位
  - 独热码需要6位
  - 二进制码：000~101
  - 循环码

Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	S_0	S_1	x	S_5
1	x	S_2	S_3	S_4

Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	S_0	S_1	S_2	x
1	S_5	x	S_3	S_4

Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	S_0	x	x	S_5
1	S_1	S_2	S_3	S_4

状态表

$Q_2^nQ_1^nQ_0^n$	$Q_2^{n+1}Q_1^{n+1}Q_0^{n+1}/C$	
	A=0	A=1
000	001/0	010/1
001	101/0	000/0
101	111/0	001/0
111	110/0	101/0
110	010/0	111/0
010	000/1	110/0
011	xxx/x	xxx/x
100	xxx/x	xxx/x

示例2—可逆六进制计数器(续2)

- 求状态方程和输出方程

Q_2

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	x	x
11	0	1	1	1
10	x	x	0	1

$Q_2^{n+1}=Q_1^n A+Q_0^n \overline{A}$

Q_1

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	x	x
11	1	1	0	1
10	x	x	0	1

$Q_1^{n+1}=Q_2^n \overline{A}+Q_0^n A$

Q_0

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	x	x
11	0	1	1	0
10	x	x	1	1

$Q_0^{n+1}=Q_2^n A+\overline{Q_1^n}\,\overline{A}$

C

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	0	x	x
11	0	0	0	0
10	x	x	0	0

$C=\overline{Q_2^n}\,\overline{Q_0^n}\,(A \oplus Q_1^n)$

状态表

$Q_2^nQ_1^nQ_0^n$	$Q_2^{n+1}Q_1^{n+1}Q_0^{n+1}/C$	
	A=0	A=1
000	001/0	010/1
001	101/0	000/0
101	111/0	001/0
111	110/0	101/0
110	010/0	111/0
010	000/1	110/0
011	xxx/x	xxx/x
100	xxx/x	xxx/x

示例2—可逆六进制计数器(续3)

• 检查自启动

Q_2

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	0	0	1

Q_1

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

Q_0

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	1	1	0
10	1	1	1	1

C

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	0	x	x
11	0	0	0	0
10	x	x	0	0

状态表

$Q_2^nQ_1^nQ_0^n$	$Q_2^{n+1}Q_1^{n+1}Q_0^{n+1}/C$ A=0	A=1
000	001/0	010/1
001	101/0	000/0
101	111/0	001/0
111	110/0	101/0
110	010/0	111/0
010	000/1	110/0
011	100/x	100/x
100	011/x	011/x

示例2—可逆六进制计数器(续4)

– 不能自启动

Q_2

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	0	0	1

Q_1

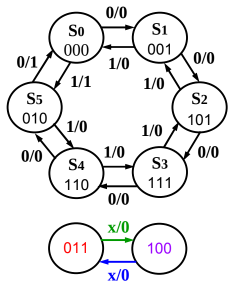
Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

Q_0

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	1	1	0
10	1	1	1	1

C

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	0	x	x
11	0	0	0	0
10	x	x	0	0



示例2—可逆六进制计数器(续5)

– 修改使其能够自启动

Q_2

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	1	1	0	1

Q_1

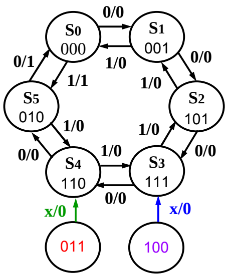
Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

Q_0

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	1	1	0
10	1	1	1	1

C

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	0	x	x
11	0	0	0	0
10	x	x	0	0



$$Q_2^{n+1}=Q_1^n A+Q_0^n\overline{A}+Q_2^n\overline{Q_1}^n\overline{Q_0}^n$$

$$Q_1^{n+1}=Q_2^n\overline{A}+Q_0^nA+\overline{Q_2}^nQ_1^nQ_0^n$$

示例2—可逆六进制计数器(续6)

• 选择JK触发器，求驱动方程

JK触发器特征方程： $Q^{n+1} = J\,\overline{Q}^n + \overline{K}\,Q^n$

$$Q_0^{n+1} = Q_2^n A + \overline{Q_1}^n\,\overline{A}$$

$$= Q_2^n A(\overline{Q_0}^n + Q_0^n) + \overline{Q_1}^n\,\overline{A}(\overline{Q_0}^n + Q_0^n)$$

$$= (Q_2^n A+\overline{Q_1}^n\overline{A})\,\overline{Q_0}^n + (Q_2^n A+\overline{Q_1}^n\overline{A})\,Q_0^n$$

⇨ $J_0 = Q_2^n A+\overline{Q_1}^n\overline{A}$ $K_0 = \overline{Q_2^n A+\overline{Q_1}^n\overline{A}}$

同理得： $J_2 = Q_1^n A+Q_0^n\overline{A}$ $K_2 = \overline{Q_1^n A+Q_0^n\overline{A}+\overline{Q_1}^n\overline{Q_0}^n}$

$J_1 = Q_2^n\overline{A}+Q_0^n A$ $K_1 = \overline{Q_2^n\overline{A}+Q_0^n A+\overline{Q_2}^n Q_0^n}$

• 画出逻辑图（略）

示例2—可逆六进制计数器(续7)

• 另一种状态编码

Q_2

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	1	0	x	x
01	0	1	x	x
11	0	1	1	1
10	1	0	1	1

Q_1

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	x	x
01	0	1	x	x
11	1	1	0	1
10	0	0	0	1

Q_0

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	0	x	x
01	0	0	x	x
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

C

Q_2Q_1 \ Q_0A	00	01	11	10
00	0	1	x	x
01	1	0	x	x
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

状态表

$Q_2^nQ_1^nQ_0^n$	$Q_2^{n+1}Q_1^{n+1}Q_0^{n+1}/C$ A=0	A=1
000	100/0	010/1
100	101/0	000/0
101	111/0	100/0
111	110/0	101/0
110	010/0	111/0
010	000/1	110/0
011	110/0	110/0
001	110/0	110/0