

学号:

姓名:

○ 装订线 答题时不要超过此线 ○

中国科学技术大学

2022 年春季考试试卷

考试科目: 量子力学 C 得分: _____

题目	1	2	3	4	5	6	总分
分数	30	10	15	15	15	15	100
得分							

注意事项

1. 以一个 PDF 格式的文件形式提交.
2. 请在测试限制的时间内提交, 逾期会被标记并可能影响成绩.
3. 解答非选择题时应写出必要的文字说明, 方程式和主要演算步骤.
4. 提交时请确认每个单独附件上写有自己的姓名和学号.

1. **选择题** 每小题 5 分. 在下面每小题中选择一个你认为正确的答案, 不选, 错选或多选均不得分.

30分

1.1 在量子理论中, 对干涉实验的物理解释是

这两部分发生干涉

- a. 光子随机地从干涉屏两个孔中的一个通过, 两个或多个光子之间发生干涉
- b. 光子分解成两部分, 分别通过干涉屏的两个孔,

- c. 光子同时通过干涉屏的两个孔, 自身发生干涉
- d. 光子同时通过干涉屏的两个孔, 两个或多个光子之间发生干涉

1.2 一个可观察力学变量的两个本征矢量, 如属于不同的本征值, 则

- 它们可以相同
- 它们之间没有任何关系
- 它们相互是正交的
- 它们的关系完全不能确定

1.3 q 和 p 是两个线性算符, 它们有对易关系 $qp - pq = i\hbar$, 那么 $qp^2 - p^2q$ 等于

- $2i\hbar$
- $2i\hbar q$
- $2i\hbar p$
- $2i\hbar qp$

1.4 一个可观察量 α 有两个本征值 α'_1 和 α'_2 , 对应的本征右矢分别是 $|\alpha'_1\rangle$ 和 $|\alpha'_2\rangle$. 而可观察量 β 有两个本征右矢 $|\beta'_1\rangle$ 和 $|\beta'_2\rangle$, 两种本征态有如下关系

$$|\alpha'_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{13}}(2|\beta'_1\rangle + 3|\beta'_2\rangle),$$

$$|\alpha'_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{13}}(3|\beta'_1\rangle - 2|\beta'_2\rangle)$$

2. 若 ξ 和 η 都是 (对应可观察量的) 实线性算符, 即 $\bar{\xi} = \xi, \bar{\eta} = \eta$, 证明 $\xi\eta + \eta\xi$ 和 $i(\xi\eta - \eta\xi)$ 也是实线性算符.

对一个态, 依次测量 α, β, α , 第1次测量得到 α'_1 . 那么第3次测量得到 α'_1 的概率是

- $\frac{72}{169}$
- $\frac{81}{169}$
- $\frac{97}{169}$
- 1

1.5 可观察量是线性算符, 它有实本征值, 且其本征态能组成完全集. 对于一个可观察量 ξ 及一个线性算符 f , 如果与 ξ 对易的任意线性算符也与 f 对易, 则

- 算符 f 的本征值是实的
- 算符 f 和 ξ 无关
- 算符 f 是 ξ 的函数
- 无法确定这个算符 f 的任何性质

1.6 对应于 Hamilton (哈密顿) 量 $H = \mathbf{p}^2/2m + V(\mathbf{r})$, 具有分立能级的定态中, 动量的平均值 $\langle \mathbf{p} \rangle$

- 为零
- 不为零
- 和能级的能量有关
- 不能确定

10分

3. 求下列矩阵

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{和} \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

的本征值和归一化本征矢量. 这些本征矢量正交吗? 试加以评论.

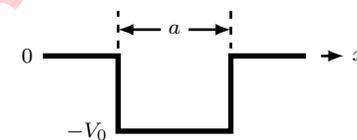
4. 考虑一个两壁无限高的宽度为 $2a$ 的势阱, 一个粒子处于这个势阱中, 其波函数是

$$\psi(x) = \begin{cases} C \left(\cos \frac{\pi x}{2a} + \sin \frac{3\pi x}{a} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\pi x}{2a} \right), & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a. \end{cases}$$

i. 计算归一化系数 C ;

ii. 如果测量总能量, 那么这种测量的可能结果是什么? 测得每一结果的几率是多少?

5. 一个质量为 m , 能量为 E 的非相对论粒子从左入射, 碰到深度为 V_0 , 宽度为 a 的势阱, 如图. 问透射率是多少? E 取何值时该透射率为 1?



题 5 图

6. 一维谐振子的两个能量本征态 $|m\rangle$ 和 $|n\rangle$, 算符 X^2 是坐标 x 的函数, 有一个非零的矩阵元, 即 $\langle m|X^2|n\rangle \neq 0$.

i. 用坐标表象的波函数 $\psi_m(x)$ 和 $\psi_n(x)$ 来表示该矩阵元. (不需要给出波函数的具体表达式!)

ii. 将 X^2 展开成 (升降) 算符 η 和 $\bar{\eta}$ 的形式 (替代坐标表象), 由此可以得到关于 m 和 n 的什么结论?

提示: (升降) 算符 η 和 $\bar{\eta}$ 的表示式为

$$\eta = (2m\hbar\omega)^{-\frac{1}{2}}(p + im\omega x), \quad \bar{\eta} = (2m\hbar\omega)^{-\frac{1}{2}}(p - im\omega x)$$

它们有性质

$$\bar{\eta}\eta = \frac{H}{\hbar\omega} + \frac{1}{2}, \quad \eta\bar{\eta} = \frac{H}{\hbar\omega} - \frac{1}{2}.$$