2018-2019 年第二学期运筹学 II 小测验试卷

第一次小测验（2019.3.29　第 15 章）

一、 计算题（11+14+15+18=58 分）

求出下列各矩阵对策的解和值，如果有多个解，请求出所有可能的解。

1. $A=\begin{bmatrix} 15 & 4 & 11 & 2 & 12 \\ 13 & 13 & 12 & 14 & 12 \\ 20 & 19 & 9 & 0 & 9 \\ 8 & 7 & 10 & 16 & 10 \\ 13 & 12 & 12 & 14 & 13 \end{bmatrix}$

2. $A=\begin{bmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & -5 & 0 \end{bmatrix}$

3. $A=\begin{bmatrix} 7 & 4 & 8 & 5 & 6 \\ 8 & 3 & 1 & 0 & 4 \\ 9 & 6 & 9 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 8 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

4. $A=\begin{bmatrix} 12 & 3 \\ 8 & 15 \\ 6 & 21 \end{bmatrix}$

参考答案：1. 解为 (α_2,β_3)，(α_5,β_3)，I 的策略可写作 $(0,a,0,0,1-a)^T$ 值为 $V_G=12$；

2. I 的策略为 $\left(\frac{5}{12},\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right)^T$，II 的策略也为 $\left(\frac{5}{12},\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right)^T$，值为 $V_G=0$；

3. I 的策略为 $\left(0,\frac{2}{5},0,\frac{3}{5},0\right)^T$，II 的策略为 $\left(0,\frac{2}{5},0,\frac{3}{5},0\right)^T$，值为 $V_G=\frac{24}{5}$；

4. I 的策略为 $\left(a,\frac{15}{8}-3a,2a-\frac{7}{8}\right)^T$，$\frac{7}{16}\le a\le\frac{5}{8}$，II 的策略为 $\left(\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right)^T$，值为 $V_G=\frac{39}{4}$；

二、 证明题（2×13=26 分）

1、设$G=\{S_1,S_2;A\}$，其对策的值为 v，证明：$\max\limits_{1\le i\le m}\min\limits_{1\le j\le n}a_{ij}\le v\le \min\limits_{1\le j\le n}\max\limits_{1\le i\le m}a_{ij}$。

2、设(x^*,y^*)是矩阵对策 G 的解，$v=V_G$，则

（1）若$x_i^*>0$，则$\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}y_j^*=v$；（2）若$y_j^*>0$，则$\sum\limits_{i=1}^{m}a_{ij}x_i^*=v$；

（3）若$\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}y_i^*<v$，则$x_i^*=0$；（4）若$\sum\limits_{i=1}^{m}a_{ij}x_i^*>v$，则$y_j^*=0$。

三、 名词解释题（4×4=16 分）

1. 纯策略的优超
2. 有向图
3. 支撑子图
4. 最小支撑树

第二次小测验（2019.5.10　第 13、15 章）

一、 **(20 分)** 已知矩阵对策 $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 5\\ 1 & 5 & -6\\ 8 & 4 & 7\end{bmatrix}$，两个局中人的解为 $X^*=\left(0,\frac{3}{14},\frac{11}{14}\right)$

与 $Y^*=\left(0,\frac{13}{14},\frac{1}{14}\right)$，对策的值为 $V_G=\frac{59}{14}$.则求下列矩阵对策的解和值：

（1）$\begin{bmatrix}3 & 4 & 7\\ 3 & 7 & -4\\ 10 & 6 & 9\end{bmatrix}$（6 分）　　（2）$\begin{bmatrix}-6 & 1 & 5\\ 5 & 1 & 2\\ 7 & 8 & 4\end{bmatrix}$（7 分）

（3）$\begin{bmatrix}8 & 10 & 16\\ 8 & 16 & -6\\ 22 & 14 & 20\end{bmatrix}$（7 分）

二、 **(18 分)** 现设有一服务台，有一个服务员，设顾客以每小时 8 人的 Possion 流到达，服务的时间服从负指数分布，平均服务时间为 6 分钟，若已知该服务台只有三个等待位置，试分别求：

（1）顾客到来时服务台空闲的概率；

（2）队列长度 L_s 与等待队列长度 L_q；

（3）顾客平均逗留时间 W_s 与平均等待时间 W_q；

（4）顾客到来时无法进入系统的概率。

三、 **(20 分)** 现有且仅有一套洗车设备，设有汽车流以每小时 9 辆的 Possion 流到达，假设洗车时间 T 分别属于下列情况：

（1）为恒为定长 5 分钟/辆；

（2）为 3-7 分钟的均匀分布；

（3）为离散概率分布 $P(t=3)=\frac{1}{4}, P(t=5)=\frac{1}{2}, P(t=7)=\frac{1}{4}$；

（4）为均值为 5 分钟的负指数分布；

在四种情况下分别求出各自的 L_s, L_q, W_s, W_q.

四、（17 分）某公司有一个打字员，每天工作 8 小时。已知该公司每天到达的文件数量服从均值为 22 件的 Possion 流，此打字员平均每 20 分钟能打好一个文件。现在为减少损失并降低工作量，公司考虑两个方案：其一，多雇佣一个效率完全相同的打字员，费用为每天 40 元；其二，购买一台自动打字机，能使打字员的效率提升 60%，打印机的费用为 39 元。已知延迟提交一份文件的预计损失为每小时 0.8 元，问哪个方案更合算？

五、（11 分）在 M/M/1/N/∞模型中，如果到达率等于服务率，证明：

$P_0 = P_1 = \cdots = P_N = \frac{1}{N+1}$，且有 $L_s = \frac{N}{2}$.

六、（14 分）对于 M/M/c/∞/∞模型，μ 是每个服务台的平均服务率，证明：

（1）$L_s - L_q = \frac{\lambda_e}{\mu}$，并写出 λ_e 的表达式；

（2）$\lambda = \mu\left[c - \sum_{n=0}^{c}(c-n)P_n\right]$

2018-2019 年第二学期运筹学 II 期末考试试卷

一、 (22 分)（1）求解矩阵对策 $A=\begin{bmatrix}7&3&3&7\\7&4&3&8\\5&4&4&5\\4&7&6&5\end{bmatrix}$;

（2）用图解法解矩阵对策 $A=\begin{bmatrix}2&3&9\\7&5&2\end{bmatrix}$.

二、 (16 分) 现有某 M/M/1/N/∞的排队系统，顾客到达率为 $\lambda=20$ 人/小时，服务率 $\mu=30$ 人/小时，等待空间 N=2 个。

（1）现要改进这个排队系统，考虑两个方案，方案一的内容是增加一个等待空间，使得 N=3；方案二的内容是提高服务率到 $\mu=40$ 人/小时。设服务每个顾客的平均收入都不变，请问哪种方案能使收入更大？

（2）如果顾客到达率为 $\lambda=30$ 人/小时，再问哪种方案的收入更大。

三、 (12 分) 现有某单人裁缝铺承接西服制作，每套西服的制作有 4 个工序，必须四个工序都完成后才能开始下一套西服的制作。每道工序的时间服从负指数分布，期望时间为 2 小时；顾客到达服从泊松分布，订货率为 4 套/周（设一周 5 天，一天 8 小时），求顾客为等到一套西服做好的期望时间？

四、 (17 分) 设某产品的需求是均匀的，需求量为 R=800 件/年，产品的生产速度为 P=2000 件/年，产品允许缺货，短缺的损失为 C_2=20 元，每次生产的额外开工费 C_3=150 元，存储费为 C_1=3 元（每件每年），求：

（1）最经济的生产次数（不要求结果是整数）;

（2）在最优生产次数下，求每年的短缺损失、额外开工和存储费之和；

（3）求最大库存量与最大缺货数量。

五、（16 分）某医院向某供应商购买体温计，供应商给出数量折扣：购买 1000 支及以下的，每支价格为 5.00 元；达到或超过 1000 支的，每支价格为 4.90 元；达到或超过 2000 支的，每支价格为 4.80 元。体温计的需求是每年 320 支，一次的订购费是 100 元，存储费是 0.1 元（每支每年），求最优订购量。

六、（17 分）某厂要制定一个(s,S)型存储策略，已知原料的价格为 K=60 元，原料存储费为 C_1=20 元，缺货费为 C_2=180 元，每次订购费为 C_3=500 元，而需求 r 的概率分布是 P(r=60)=0.1, P(r=70)=0.15, P(r=80)=0.2, P(r=90)=0.2, P(r=100)=0.15, P(r=110)=0.1, P(r=120)=0.1，试根据 K、C_1、C_2、C_3 的值和需求的概率分布确定最大存储量 S 和最小存储量 s 的值。