



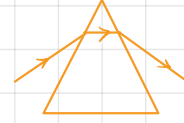
# 几何光学

**★ 例题 10.** 已知棱镜顶角为  $60^\circ$ , 测得最小偏向角为  $53^\circ 14'$ , 求棱镜的折射率.

**解** 把已知数据代入上题中式⑧, 并取  $n' = 1$ , 即得

$$n = \frac{\sin[(\alpha + \delta_m)/2]}{\sin \alpha/2} = \frac{\sin(60^\circ + 53^\circ 14')/2}{\sin(60^\circ/2)} = 1.670.$$

记住结论



**★ 例题 2.** 物体放在凹面反射镜前何处, 可产生大小与物体相等的倒立实像?

**解** 设物距为  $s$ . 根据题意, 球面反射镜的横向放大率

$$V = -s'/s = -1,$$

则得像距

$$s' = -sV = s.$$

再代入反射球面成像公式, 解得

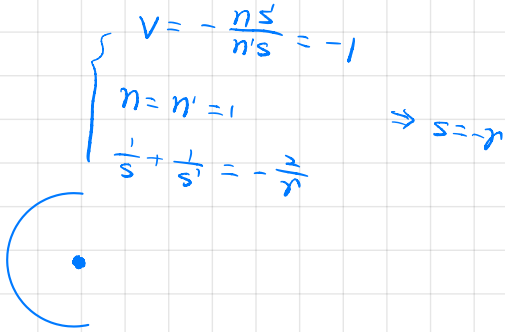
$$s = -r.$$

故物体应放在凹球面反射镜前球心处.

注意

凹面镜

凸面镜

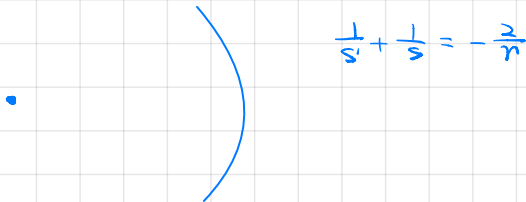


**★ 例题 4.** 要把球面反射镜前 10cm 处的灯丝成像于距离反射镜 3m 处的墙上, 镜形应是凸的还是凹的? 半径应有多大? 这时的像放大了多少倍?

**解** 以物距  $s = 10$  cm、像距  $s' = 300$  cm 代入球面反射镜物像距公式和横向放大率公式, 分别求得球面镜的曲率半径和横向放大率为

$$r = -19.4 \text{ cm}, \quad V = -30.$$

这说明, 为了满足像距要求, 应选用一块凸面镜, 此时得到的是一个放大了 30 倍的倒立的实像.



10. 如图 1-21, 一束会聚光本来交于  $P$  点, 插入一折射率为 1.50 的平面平行玻璃板后, 像点移至  $P'$  点. 求玻璃板的厚度  $t$ .

解 本题是  $P$  点经两次平面(半径为无穷大的球面)折射成像

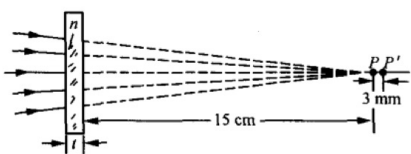


图 1-21

于  $P'$  点. 令  $r \rightarrow \infty$ , 联立物像距公式

$$\frac{1}{s_1} = -\frac{n}{s_1'}, \quad \frac{n}{s_2} = -\frac{1}{s_2'}$$

并注意到  $s_2 = -(s_1' - t)$ , 解出

$$s_2' = -(ns_1 + t)/n.$$

我们须知, 物像之间的位移值

$$\overline{PP'} = (s_2' + t) - (-s_1) = \frac{n-1}{n}t,$$

所以

$$t = \frac{n}{n-1} \overline{PP'},$$

与物点  $P$  的远近无关(图 1-21 中的数据 15 cm 不是必要的). 以  $n = 1.50$ ,  $\overline{PP'} = 3 \text{ mm}$  代入上式算出

$$t = 9 \text{ mm}.$$

把玻璃视为  $r \rightarrow \infty$  的理想光具组

10. 如图 1-23,  $L_1, L_2$  分别为凸透镜和凹透镜. 前面放一小物, 移动屏幕到  $L_2$  后 20 cm 的  $S_1$  处接收到像. 现将凹透镜  $L_2$  撤去, 将屏幕移前 5 cm 至  $S_2$  处, 重新接收到像. 求凹透镜  $L_2$  的焦距.

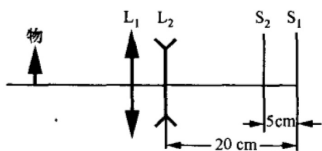


图 1-23

解 这是测定发散透镜焦距的一种实用方法(物距-像距法), 其中

会聚透镜是这种方法所要求的一个辅助透镜. 按题意, 无凹透镜时所成的实像正是凹透镜引入后的虚物, 此时对凹透镜来说, 物距  $s = -(20-5) \text{ cm} = -15 \text{ cm}$ , 像距  $s' = 20 \text{ cm}$ . 由高斯公式算出凹透镜焦距

$$f = -60 \text{ cm}.$$

1. 如图 1-26 所示, 已知光具组的主面和焦点, 用作图法求各图中  $Q$  点的像(入射光线从左到右).

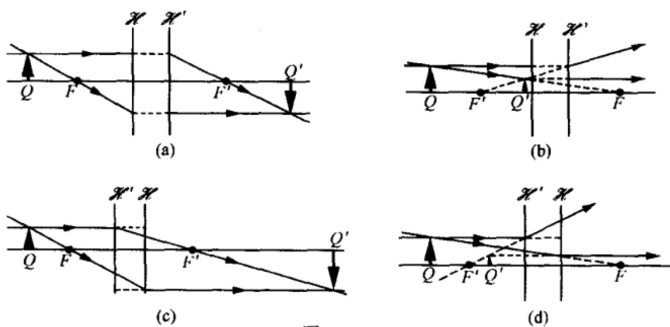
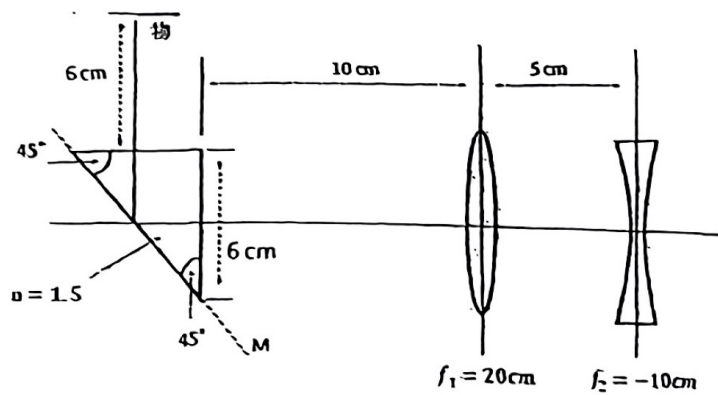


图 1-26

二、(15分) 如图所示的一个棱镜 (折射率  $n=1.5$ ) 和两个透镜所组成的傍轴光学系统, 箭头物体长度为  $1\text{cm}$ 。

(1) 求图中箭头物体所成像的位置和大小;

(2) 如果用平面镜  $M$  替代棱镜, 平面镜位置如图虚线所示, 箭头物体所成像的位置和大小是否有变化? 如有变化, 求出像的位置和大小。



$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = 0$$

# 波动光学基础

2. 写出沿  $z$  轴传播的平面波的复振幅。

解 沿  $z$  方向传播的平面波的相位分布为

$$\varphi(P) = kz + \varphi_0,$$

式中  $\varphi_0$  为初相位, 其复振幅为

$$\tilde{U}(P) = A \exp[i(kz + \varphi_0)].$$

复振幅

$$A(P) = A e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)}$$

略去  $we$

3. 写出在  $Oxz$  平面内沿与  $z$  轴成  $\theta$  角的方向传播的平面波的复振幅。

解 如图 2-1, 该平面波波矢的三个分量分别为

$$k_x = k \sin \theta, \quad k_y = 0, \quad k_z = k \cos \theta,$$

其复振幅为

$$\tilde{U}(P) = A \exp[ik(x \sin \theta + z \cos \theta) + \varphi_0].$$

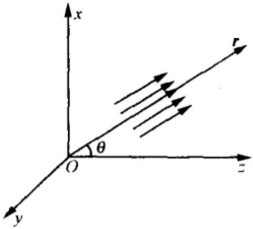


图 2-1

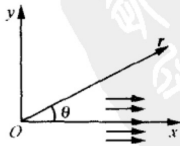


图 2-2

6. 写出向  $Q(x_0, y_0, z_0)$  点会聚的球面波的复振幅。

解 如图 2-4, 设源点为  $Q(x_0, y_0, z_0)$ , 场点为  $P(x, y, z)$ , 则源点与场点的距离为

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}.$$

因为  $Q$  点是会聚中心, 所以沿靠近点源方向考查, 扰动相位逐点落后, 按符号约定应写成

$$\varphi(P) = \varphi(Q) - kr.$$

再考虑到振幅系数, 这列球面波的复

振幅为

$$\tilde{U}(P) = \frac{A_1}{r} \exp[-i(kr + \varphi_0)],$$

区分一下

会聚与发散

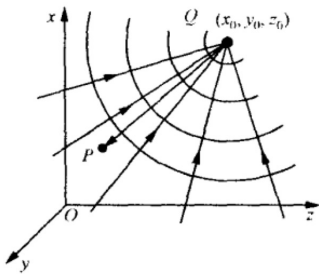


图 2-4

# 光的干涉

4. 两束相干的平行光束, 传播方向平行于  $Oxz$  面, 对称地斜射在记录介质 ( $Oxy$  面) 上. 光波长为  $6328 \text{ \AA}$ . 问:

- (1) 当两束光的夹角为  $5^\circ$  时, 干涉条纹的间距为多少?
- (2) 当两束光的夹角为  $30^\circ$  时, 干涉条纹的间距为多少?
- (3) 如果记录介质的空间分辨率为  $2000 \text{ 根/mm}$ , 这介质能否记录上述两种条纹?

解 根据题意, 干涉条纹走向与  $x$  轴正交, 即平行  $y$  轴. 条纹间距公式为

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin\theta_1 + \sin\theta_2} = \frac{\lambda}{2\sin\theta} \quad (\text{对称入射}), \quad (1)$$

式中  $\theta_1$  和  $\theta_2$  如图 2-8 所示.

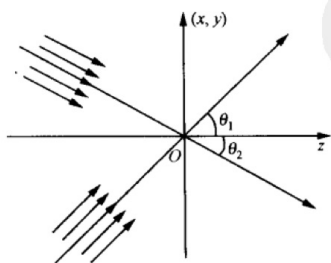
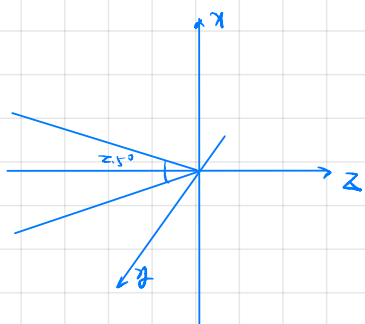


图 2-8



$$A = A_0 e^{i[k(\sin 2.5^\circ x + \cos 2.5^\circ z)]} + e^{i[k(-\sin 2.5^\circ x + \cos 2.5^\circ z)]}$$

$$(\sin 2.5^\circ + \sin 2.5^\circ) x = \lambda$$

12、(12分) 下图是迈克尔逊测星干涉仪的原理示意图，在望远镜前加上一个双孔光阑来观察两个遥远的星体（准单色光源 S 和 S'），光阑上的两个小孔 S<sub>1</sub> 和 S<sub>2</sub> 大小形状相同，间距是 d，光阑到观察屏的距离是 L，两星体的发光波长都是 λ，两星体到小孔的角间距是 θ，(1) 请计算观察屏上的光强分布函数和干涉条纹可见度的表达式；(2) 假设望远镜的口径是 6.1 米，观测波长 λ=550nm，根据测星干涉仪的测量原理，该装置可以测量的最小角间距 θ 是多少？

相干光干涉

弱相干光

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \cos \delta(P)$$

非相干光 (无稳定相位差)

$$I(P) = I_1 + I_2$$

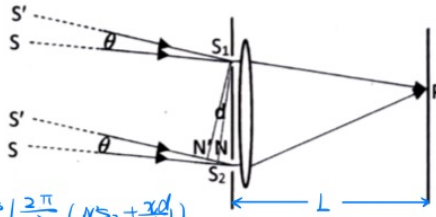
$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \cos \delta(P)$$

$$I_s = I_0 [1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} (NS_2 + \frac{xd}{L}))]$$

$$I_{s'} = I_0 [1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} (N'S_2 + \frac{xd}{L}))]$$

$$I = I_s + I_{s'} = I_0 [2 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} (NS_2 + \frac{xd}{L})) + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} (N'S_2 + \frac{xd}{L}))]$$

$$= 2I_0 [1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{N'N}{2}) \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{xd}{L})]$$



$$I = I_0 [1 + \gamma \cos \delta]$$

$$\Rightarrow \gamma = \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{N'N}{2})$$

解：(1)，遥远的星体 S 和 S' 可看作两个独立的准单色光，它们分别通过小孔屏和望远镜（图中的透镜）在观察屏上形成独立的干涉条纹

如图，过 S<sub>1</sub> 做 S'S<sub>2</sub>(SS<sub>2</sub>) 的垂线，垂足为 N'(N)，对星体 S' 发出的光在观察点 P 的光程差为

$$\Delta L' = S'N'S_2P - S'S_1P = N'S_2 + (S_2P - S_1P) = N'S_2 + \frac{xd}{L}$$

S' 发出的光在观察屏上的干涉光强， (2分)

$$I'(x) = I'_0 [1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L')]$$

过 S<sub>1</sub> 做 SS<sub>2</sub> 的垂线，垂足为 N，对星体 S 发出的光在观察点 P 的光程差为

$$\Delta L = SN S_2P - SS_1P = NS_2 + (S_2P - S_1P) = NS_2 + \frac{xd}{L}$$

S 发出的光在观察屏上的干涉光强， (2分)

$$I(x) = I_0 [1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L)]$$

这两个光源之间相位差不固定，

作非相干叠加

忽略两个星体之间的光强差异，两个星光干涉光强做非相干叠加得到观察屏上的总光强

$$I(x) = I_0 [2 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L) + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L')]$$

$$= 2I_0 [1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(\Delta L' - \Delta L)}{2}) \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(\Delta L' + \Delta L)}{2})]$$

$$= 2I_0 [1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(N'S_2 - NS_2)}{2}) \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{xd}{L})]$$

考虑到 θ 一般很小，光程差 NS<sub>2</sub>(N'S<sub>2</sub>) 远小于  $\frac{xd}{L}$

由图可知，光程差 N'S<sub>2</sub> - NS<sub>2</sub> = dθ，所以 (2分)

$$I(x) = 2I_0 [1 + \cos(\frac{2\pi d \cdot \theta}{\lambda} \cos(\frac{2\pi xd}{\lambda L}))]$$

条纹可见度， V = |cos(\frac{2\pi d \cdot \theta}{\lambda})| (2分)

(2) 测星干涉仪的测量原理：从零开始逐渐增减双缝的间距，观察干涉条纹的可见度，当条

纹可见度第一次为 0 时，记录当时的双缝的间距 d，从而计算出两星体到小孔的角间距是 θ，

(2分)

从前面的计算知道，条纹可见度第一次为 0 时的条件为

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{d \cdot \theta}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\lambda}{2d}$$

$$\frac{2\pi d \cdot \theta}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\lambda}{2d}$$

依题意，装置可以测量的最小角间距 (2分)

$$\theta = \frac{\lambda}{2d} = \frac{550\text{nm}}{2 \times 6.1\text{m}} \approx 9 \times 10^{-8} (^\circ) = 3.24 \times 10^{-4} (\text{秒})$$

5. 在一焦距为  $f$  的薄凸透镜的物方焦面上有  $O, Q$  两个相干的点光源,  $O$  点在光轴上,  $Q$  点到光轴的距离为  $a$  (满足傍轴条件).

(1) 试分析像方焦面上接收到的干涉条纹的特征(形状、间距和取向);

$$Q \quad A_1 = A_0 e^{i[k(\cos\theta_2 z + \sin\theta_2 y)]}$$

(2) 如果将  $\mathcal{S}'$  上的屏幕向背离透镜的方向平移, 其上干涉条纹有何变化?

$$O \quad A_2 = A_0 e^{i(kz)} \quad I = 2A_0^2 + 2A_0^2 \cos(k(1 - \cos\theta_2)z - \sin\theta_2 y)$$

解 (1) 如图 2-9, 后焦面  $\mathcal{S}'$  上为两束平行光干涉, 只要将两束平行光相对于接收平面的倾角确定下来, 就能算出条纹间距. 按题意,  $\theta_1 = 0, \theta_2 \approx a/f$ . 条纹间距为

$$\text{直条纹} \quad \frac{\lambda}{\sin\theta_2} = \frac{af}{a} \quad \text{平行于} y \text{轴}$$

$$\Delta x' = \frac{\lambda}{\sin\theta_1 + \sin\theta_2} = \frac{f\lambda}{a}$$

$$\frac{\lambda f}{a}$$

条纹形状为平行于  $y'$  轴(与  $O, Q$  点连线正交)的一组平行条纹.

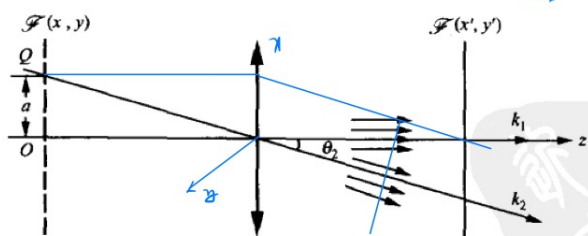


图 2-9

(2) 当接收屏幕移动时, 由于平行光束的倾角不变, 所以条纹形状、间隔、取向均不变; 但条纹总体上发生移动. 当点源  $Q$  在  $x$  轴上方, 且屏幕移远时, 条纹向下方移动. 当然, 当屏幕远离透镜过程中, 两光束的交叠区也随之减小, 将使条纹数目降低.



**例题** 8. 如图 2-12(a), 一列平面波  $\tilde{U}_1$  正入射到波前  $z=0$  面上, 与一列球面波  $\tilde{U}_2$  在傍轴范围内发生干涉. 试分析干涉条纹的特征.

典例: 求干涉条纹特征

**解** 本题是平面波和球面波的干涉问题. 实验上可以采用如图 2-12(b) 所示的装置, 把一个点源置于旋转抛物面反射镜的焦点上, 则经反射后照射在屏幕上的是一列正入射的平面波. 由点源直接照射在屏幕上的是一列发散的球面波, 且发散中心在轴上.

据题意, 可写出  $Oxy$  平面上平面波和傍轴球面波的复振幅分布函数分别为

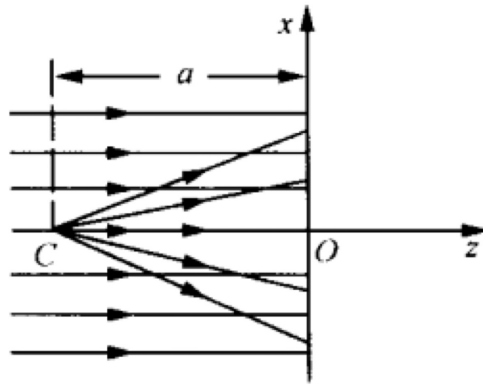
标准步骤:

$$\begin{cases} \tilde{U}_1(x, y) = A_1, \\ \tilde{U}_2(x, y) = A_2 \exp\left[i\left(k \frac{x^2 + y^2}{2a} + \varphi_{20}\right)\right], \end{cases}$$

式中  $\varphi_{20}$  是常数, 为两列波在原点  $O$  处的相位差. 因此总的复振幅分布为

$$\Rightarrow \tilde{U}(x, y) = A_1 + A_2 \exp\left[i\left(k \frac{x^2 + y^2}{2a} + \varphi_{20}\right)\right].$$

干涉强度分布为



$$\begin{aligned} \Rightarrow I(x, y) &= \tilde{U}(x, y) \tilde{U}^*(x, y) \\ &= \left\{ A_1 + A_2 \exp\left[i\left(k \frac{x^2 + y^2}{2a} + \varphi_{20}\right)\right] \right\} \\ &\quad \times \left\{ A_1 + A_2 \exp\left[-i\left(k \frac{x^2 + y^2}{2a} + \varphi_{20}\right)\right] \right\} \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos\left(k \frac{x^2 + y^2}{2a} + \varphi_{20}\right) \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos\delta(x, y). \end{aligned}$$

式中  $\delta(x, y) = k(x^2 + y^2)/2a + \varphi_{20}$ , 它是  $Oxy$  面上任一场点两列波的相位差.  $\delta(x, y) = C$  (常数) 的轨迹即为等强度的轨迹, 也即干涉条纹的轨迹. 因此任一干涉条纹的轨迹方程为

$$x^2 + y^2 = r^2,$$

式中  $r^2$  为常数. 这是中心在坐标原点的圆的标准方程. 由此可见干

$$R=2m$$

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{\rho_k^2} = \frac{\lambda}{R} \Rightarrow f = \frac{\rho_k^2}{\lambda}$$

**例题** 1. 在菲涅耳圆孔衍射实验中, 圆孔半径为 2.0 mm, 光源离圆孔 2.0 m, 波长为 0.5  $\mu\text{m}$ . 当接收屏幕由很远的地方向圆孔靠近时, 求:

- (1) 前三次出现中心亮斑(强度极大)的位置;  
 (2) 前三次出现中心暗斑(强度极小)的位置.

**解** 由菲涅耳圆孔衍射半波带半径公式

$$\rho_k = \sqrt{\frac{Rb}{R+b}} k\lambda \quad (k=1, 2, \dots)$$

$$\rho_k = \sqrt{\frac{m\lambda}{\frac{1}{R} + \frac{1}{b}}} < r$$

$$\sqrt{m\lambda R} = r$$

$$\Rightarrow m = \frac{r^2}{\lambda R} = 4$$

$$m = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots$$

$$\frac{m\lambda}{R+b} = \frac{1}{b} \Rightarrow \textcircled{1} \quad \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{R} - \frac{1}{R}$$

得

$$k = \frac{\rho_k^2}{\lambda} \frac{1}{b} + \frac{\rho_k^2}{\lambda} \frac{1}{R}$$

上式说明, 在目前圆孔半径  $\rho$ 、光源离圆孔距离  $R$  以及光波长  $\lambda$  等物

理量确定时, 圆孔所露半波带数  $k$  与观察点离圆孔距离  $b$  之间呈双曲线关系,  $b$  减小时  $k$  不断增加. 当  $b \rightarrow \infty$  时, 得

$$k = \frac{\rho_k^2}{\lambda R} = \frac{(2.0 \text{ mm})^2}{0.5 \mu\text{m} \times 2.0 \text{ m}} = 4.$$

所以, 当屏幕由很远处向圆孔靠近时,  $k > 4$ . 当  $k=5, 7, 9$  时出现前三次亮斑; 除无穷远外, 当  $k=6, 8, 10$  时出现前三次暗斑. 为了计算亮、暗斑的位置  $b$ , 将式①改写为

$$b = \frac{R\rho_k^2}{kR\lambda - \rho_k^2}$$

以  $R=2.0 \text{ m}$ ,  $\rho_k=2.0 \text{ mm}$ ,  $\lambda=0.5 \mu\text{m}$  代入得

$$b = \frac{8.0}{k - 4.0} \text{ m}.$$

(1) 分别取  $k=5, 7, 9$ , 得前三次出现中心亮斑的位置

$$b_5 = \frac{8.0}{5 - 4.0} \text{ m} = 8.0 \text{ m},$$

$$b_7 = \frac{8.0}{7 - 4.0} \text{ m} = 2.7 \text{ m},$$

$$b_9 = \frac{8.0}{9 - 4.0} \text{ m} = 1.6 \text{ m}.$$

(2) 分别取  $k=6, 8, 10$ , 得前三次出现中心暗斑的位置

$$b_6 = \frac{8.0}{6 - 4.0} \text{ m} = 4.0 \text{ m},$$

$$b_8 = \frac{8.0}{8 - 4.0} \text{ m} = 2.0 \text{ m},$$

$$b_{10} = \frac{8.0}{10 - 4.0} \text{ m} = 1.3 \text{ m}.$$

**例题** 2. 若将一个 Fresnel 波带片的前 5 个偶数半波带挡住, 其余全放开, 求衍射场中心的强度是自由传播时的多少倍。(10 分)

注意有没有“其余全放开”

$$\text{解: } A = 5A_1 + 0.5A_1$$

$$I = 121(A_1/2)^2$$

所以为 121 倍。



13、(12分) 菲涅尔波带片，波长 $\lambda=600\text{nm}$ 的平行光正入射

- (1) 要求其第一焦距为 400mm，请问第一个半波带的半径
- (2) 要求主焦点的光强是自由传播光强的 10000 倍，请问黑白型波带片至少应有多大的有效半径？

解: (1) 
$$\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{r_2^2} = \frac{\lambda}{r_1^2}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{\lambda}{r_1^2}$$

$$\Rightarrow r_1 = \sqrt{b\lambda} = 4.90 \times 10^{-4} \text{ m}$$

124 
$$\sqrt{10000} = 100$$

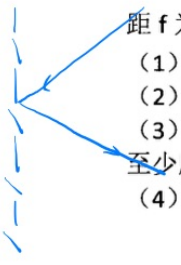
$$\Rightarrow R = \frac{100}{100} r_1 = 0.0980 \text{ m}$$

一个半波带是自由传播之倍，50个半波带

画图记忆

14、(12分) 波长 $\lambda=500\text{nm}$  激光以  $\theta_0=30^\circ$  斜入射到透射式光栅上，入射光线与衍射光线在光栅法线的同侧。光栅常数  $d=1.5\mu\text{m}$ ，缝宽  $a=0.5\mu\text{m}$ ，聚光镜的焦距  $f$  为 50cm。

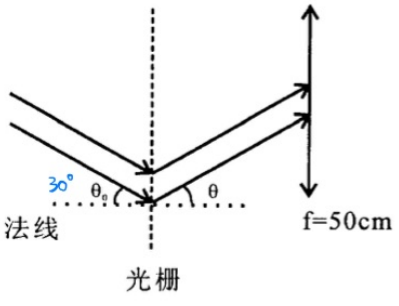
- (1) 屏幕上可以观察到几个主极大条纹？并给出相应衍射角  $\theta$ 。
- (2) 求 4 级光谱的线色散本领。
- (3) 现需要分辨 500nm 和 500.125nm 的两束单色激光，请问该光栅的有效宽度至少应为多大？
- (4) 如希望观察到 5 级光谱，入射倾角  $\theta_0$  至少为多大？



$$I_0 = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin \beta}{\sin \beta} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} (\sin \theta + \sin \theta_0)$$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta + \sin \theta_0)$$



记一下这个

$$I_0 = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin \beta}{\sin \beta} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$$

$\theta_1, \theta_2$  在同侧

解: (1) 
$$\beta = k\pi = \frac{\pi d}{\lambda} (\sin \theta + \sin \theta_0)$$

$$\Rightarrow k = \frac{d}{\lambda} (\sin \theta + \frac{1}{2}) \quad \theta \in (0, \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow k \in \left( \frac{d}{2\lambda}, \frac{3d}{2\lambda} \right)$$

$$\Rightarrow \text{有 3 条} \quad -2$$

$k=2 \quad \theta = 9.59^\circ$

$k=3 \quad \theta = 30^\circ \quad \alpha \text{ 极限 (此时 } \alpha=0)$

$k=4 \quad \theta = 56.44^\circ$

看方程差来记忆

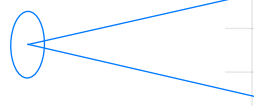
缺夜

$\alpha = k\pi \quad k \neq 0 \text{ 的}$

8. 一个直径为 1 cm 的发光面元, 如果用干涉孔径角量度的话, 其空间相干范围是多少弧度? 如果用相干面积量度, 问 1 m 远的相干面积为多大? 10 m 远的相干面积为多大?

解 设光波长为  $0.55 \mu\text{m}$ , 若空间相干范围用孔径角  $\Delta\theta$  量度, 则

$$\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{b} = \frac{0.55 \mu\text{m}}{10 \text{ m}} \approx 0.55 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$



$$b = \frac{R}{d} \lambda$$

$$b \Delta\theta = \lambda$$

$$S = \pi \left( \frac{\Delta\theta \cdot R}{2} \right)^2$$

在  $R=1 \text{ m}$  处的相干面积为

$$\Delta S_1 \approx \frac{\pi}{4} (R \Delta\theta)^2 \approx 0.0024 \text{ mm}^2;$$

在  $R=10 \text{ m}$  处的相干面积为

$$\Delta S_2 \approx 0.24 \text{ mm}^2.$$

6. 肥皂膜的反射光呈现绿色, 这时膜的法线和视线的夹角约为  $35^\circ$ . 试估算膜的最小厚度. (设肥皂水的折射率为 1.33, 绿光波长为  $5000 \text{ \AA}$ .)

解 考虑到目前存在半波损, 出现亮场的表观光程差应满足 (见图 3-11)

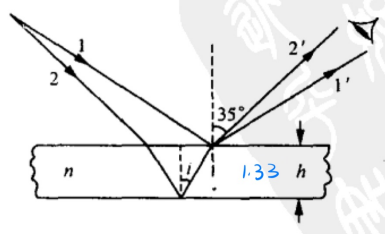


图 3-11

$$2nh \cos i_2 = (2k + 1)(\lambda/2)$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots).$$

令  $k=0$ , 得肥皂膜的最小厚度为

$$h_0 = \frac{\lambda}{4n \cos i_2} = \frac{\lambda}{4n \sqrt{1 - \sin^2 i_2}}$$

$$= \frac{\lambda}{4 \sqrt{n^2 - \sin^2 35^\circ}}$$

$$= \frac{5000 \text{ \AA}}{4 \sqrt{1.33^2 - \sin^2 35^\circ}}$$

$$\approx 1042 \text{ \AA}.$$

$$2nh \cos i_2 + \frac{\lambda}{2} = \lambda$$

$$\cos i_2 = \sqrt{1 - \sin^2 i_2}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{n_1^2 \sin^2 i_1}{n^2}}$$

注意  $i_2$  是折射角

**7.** 在玻璃表面上涂一层折射率为 1.30 的透明薄膜. 设玻璃的折射率为 1.5. 问:

(1) 对于波长为 5500 Å 的入射光来说, 膜厚应为多少才能使反射光干涉相消? 这时光强反射率为多少? 与不加膜时相比, 光强反射率降了多少?

要以清晰简单的物理图像入手分析

**解** (1) 如图 3-12, 因为这时膜层为低膜, 即  $n_1 < n_2 < n_3$ , 所以反射两光束之间无半波损, 有效光程差等于表观光程差. 为使反射光干涉相消, 应使光程差为

$$\Delta L = 2n_2h = (2k + 1)(\lambda/2) \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

若取  $k=0$ , 则膜厚

$$h = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{5500 \text{ \AA}}{4 \times 1.30} \approx 1058 \text{ \AA}.$$

此时, 反射光振幅(双光束干涉近似)

$$A = A_1 - A_2,$$

式中

$$\begin{aligned} A_1 &= r_A A_0 = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} A_0 \\ &= \frac{1.3 - 1.0}{1.3 + 1.0} A_0 \approx 13\% A_0, \\ A_2 &= A_0 t_A r_B t'_A = r_B (1 - r_A^2) A_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2} (1 - r_A^2) A_0 \\ &= \frac{1.5 - 1.3}{1.5 + 1.3} (1 - 0.13^2) A_0 \\ &= 0.07 \times 0.98 A_0 \approx 6.9\% A_0. \end{aligned}$$

所以膜层反射光强

$$\begin{aligned} I &= (A_1 - A_2)^2 \quad \text{要考虑相位} \\ &= [r_A - r_B(1 - r_A^2)]^2 I_0 \approx 0.37\% I_0, \end{aligned}$$

反射率

$$R' = I/I_0 \approx 0.37\%,$$

①

此时接近完全消反射. 若无薄膜, 空气-玻璃单界面反射率为

$$R = \left( \frac{n_3 - n_1}{n_3 + n_1} \right)^2 = 4\%.$$

由于自然光正入射时光强总反射率

$$R = R_p = R_s.$$

所以式①即为总的光强反射率. 可见有了薄膜以后, 反射率下降了

$$\Delta R = R - R' \approx 3.6\%.$$

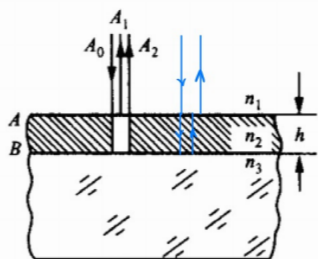
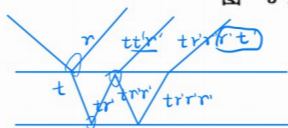


图 3-12



要注意  $A_1, A_2$  叠加后相消.

3. 钠光灯发射的黄线包含两条相近谱线, 平均波长为  $5893 \text{ \AA}$ .

在钠光下调节迈克耳孙干涉仪, 人们发现干涉场的衬比度随镜面移动而周期性地变化. 实测的结果由条纹最清晰到最模糊, 视场中吞

(吐) 490 圈条纹. 求钠双线的两个波长.  $\lambda = \left| \cos \frac{\Delta k \Delta L}{2} \right| \times 490 = \frac{2\pi}{\Delta k \lambda} = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$

解 钠双线产生的两套条纹, 其不相干叠加的结果将使干涉场的衬比度随光程差的增加而呈现周期性变化. 从最清晰(或模糊)到最模糊(或清晰)的光程差改变量  $\delta(\Delta L)$  以及条纹的吞(吐)数  $\Delta N$  满足

$$\delta(\Delta L) = \frac{\bar{\lambda}^2}{2\Delta\lambda} = \Delta N \bar{\lambda}.$$

由此求得双线间隔为

$$\Delta\lambda = \frac{\bar{\lambda}}{2\Delta N} = \frac{5893 \text{ \AA}}{2 \times 490} \approx 6.0 \text{ \AA}.$$

波长分别为

$$\lambda_1 = \bar{\lambda} - \Delta\lambda/2 = 5890.0 \text{ \AA},$$

$$\lambda_2 = \bar{\lambda} + \Delta\lambda/2 = 5896.0 \text{ \AA}.$$

$$I = 2I_0^2 + 2I_0^2 \cos \frac{\Delta k \Delta L}{2} \cos k \Delta L$$

5. 用迈克耳孙干涉仪进行精密测长. 光源为  $6328 \text{ \AA}$  的氦氖激光, 其谱线宽度为  $10^{-3} \text{ \AA}$ , 整机接收(光电转换)灵敏度可达  $1/10$  根条纹. 求这台仪器测长精度为多少? 一次测长量程为多少?

解 干涉精密测长精度  $\delta l$  被接收灵敏度(可达一根条纹的分数)  $\delta N$  所决定. 按题意  $\delta N = 1/10$ , 由此算出

$$\delta l = \delta N \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{20} = 316.4 \text{ \AA} \approx 0.032 \text{ \mu m}.$$

此精度比最高级的螺旋测径器(千分尺)还高一个数量级.

一次测长量程  $l_s$  被相干长度  $l_0$  所决定, 而相干长度  $l_0$  可由谱线宽度  $\Delta\lambda$  算出:

$$l_s = \frac{1}{2} l_0 = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \approx 2 \text{ m}.$$

$$2\pi\hbar = \frac{\lambda}{\delta}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta l}$$

$$l_s = \frac{\Delta l}{2} = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$$

**例 7.** 迈克耳孙干涉仪中的一臂(反射镜)以速度  $v$  匀速推移. 用透镜将干涉条纹会聚到光电元件上, 把光强变化转换为电信号. 设电信号  $i$  对光强  $I$  的响应是线性的, 且本底为零. 经频谱分析, 实测的电信号可以表示为

$$i(t) = i_0 + i_1 \cos \omega_1 t + i_2 \cos \omega_2 t. \quad (1)$$

求:

(1) 入射光谱(即入射光)包含几种波长成分? 其相对强度为多少? 这台干涉仪实现双光束干涉的衬比度为多少?

(2) 若入射光选为水银光谱的黄双线  $5770 \text{ \AA}$ ,  $5791 \text{ \AA}$ , 动臂速度取  $v = 4 \text{ \mu m/s}$ . 电信号的拍频为多少? 在低频包络的一个周期(波包)中包含有多少个振荡(参见图 3-16)?

解 (1) 若入射波长为  $\lambda$ , 则电信号的时间频率为

$$\nu = 2v/\lambda.$$

$$\omega_1 = \frac{4\pi\nu}{\lambda_1}, \quad \nu = \frac{2\nu}{\lambda_1} = \frac{\lambda_1}{2\lambda_1}$$

$$\omega_2 = \frac{4\pi\nu}{\lambda_2}$$

因目前电信号中包含两种角频率  $\omega_1, \omega_2$ , 所以入射光包含了两条谱线, 其波长分别为

$$I_1 = I_0 (1 + \gamma \cos 2\pi\nu t \frac{2\pi}{\lambda})$$

$$I_2 = I_0 (1 + \gamma \cos 2\pi\nu t \frac{2\pi}{\lambda})$$

$$I_1 + I_2 = i_0, \quad I_1 \gamma = i_1, \quad I_2 \gamma = i_2$$

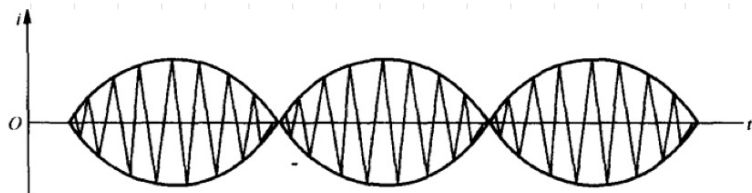


图 3-16

$$\lambda_1 = \frac{2v}{\nu_1} = \frac{4\pi v}{\omega_1}, \quad \lambda_2 = \frac{2v}{\nu_2} = \frac{4\pi v}{\omega_2}.$$

设这两条谱线的强度分别为  $I_{10}, I_{20}$ . 若忽略干涉仪各元件在光路转换过程中对光强的损耗, 则干涉场的合成强度应是

$$I(t) = I_{10}(1 + \gamma \cos \omega_1 t) + I_{20}(1 + \gamma \cos \omega_2 t)$$

$$= (I_{10} + I_{20}) + \gamma I_{10} \cos \omega_1 t + \gamma I_{20} \cos \omega_2 t.$$

对比电信号(见式①)中的三个系数, 有

$$i_0 \propto I_{10} + I_{20}, \quad i_1 \propto \gamma I_{10}, \quad i_2 \propto \gamma I_{20}.$$

由此得到两条谱线的相对强度为

$$\frac{I_{20}}{I_{10}} = \frac{i_2}{i_1}.$$

干涉仪实现双光束干涉的衬比度为

$$\gamma = \frac{i_1 + i_2}{i_0}.$$

(2) 设这两条黄双线的强度相近, 则电信号表示为

$$i(t) = i_0 + \frac{1}{2}i_0\gamma \cos \omega_1 t + \frac{1}{2}i_0\gamma \cos \omega_2 t$$

$$= i_0 \left[ 1 + \gamma \cos \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \cos \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right) \right].$$

由此, 高频振荡频率为

$$\bar{\nu} = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} = \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) v \approx 13.84 \text{ Hz};$$

拍频(低频包络频率)为

$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = 2v \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \approx 0.05 \text{ Hz}.$$

在低频包络的一个周期中包含的振荡数目为

$$N = \bar{\nu} / \Delta\nu \approx 277.$$

利用

$$I = I_0 (1 + \gamma \cos \omega t) \quad \text{分析}$$

↳ 随时间变化

与相干光干涉叠加类似

$$I = I_0^2 + I_0^2 + 2\sqrt{I_0 I_0} \cos \delta \varphi$$

反分析来

↳ 随位置变化

3. 设法布里-珀罗谐振腔(简称法-珀腔)长 5 cm, 用扩展光源作实验, 光波波长为  $0.6 \mu\text{m}$ . 问:

(1) 中心干涉级数为多少?  $2nh = m\lambda$

(2) 在倾角为  $1^\circ$  附近干涉环的半角宽度为多少? (设反射率  $R = 0.98$ .)

$$\delta = \frac{2(1-R)}{R} \quad \frac{4\pi}{\lambda} n h \sin \theta \Delta \theta = \frac{2(1-R)}{R}$$

(3) 如果用这个法-珀腔分辨谱线, 其色分辨本领有多高? 可分辨的最小波长间隔为多少?

$$\frac{4\pi}{\lambda^2} n h \cos \theta \Delta \lambda = \frac{2(1-R)}{R} \quad \Delta \lambda = \frac{\lambda}{m\pi} \frac{1-R}{R}$$

(4) 如果用这个法-珀腔对白光进行选频, 透射最强的谱线有几条? 每条谱线宽度为多少?

$$2nh = m\lambda \quad \Delta \lambda = \frac{\lambda}{m\pi} \frac{1-R}{R} \quad m \approx k$$

(5) 由于热胀冷缩, 引起腔长的改变量为  $10^{-5}$  (相对值), 则谱线的漂移量为多少?

解 (1) 中心级别为

$$k_0 = \frac{2nh}{\lambda} = \frac{2 \times 1 \times 5 \text{ cm}}{0.6 \mu\text{m}} \approx 1.7 \times 10^5$$

(2)  $k$  级亮环的半角宽度公式为

$$\Delta \theta_k = \frac{\lambda}{2\pi n h \sin \theta_k} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

由此算出  $\theta_k \approx 1^\circ$  时, 半角宽度

$$\Delta \theta_k \approx 2.2 \times 10^{-6} \text{ rad} \approx 0.45''$$

可见, 亮环非常细锐.

(3) 由本节习题 1 中式①得, 色分辨本领为

$$\frac{\lambda}{\delta \lambda} = \pi k_0 \frac{\sqrt{R}}{1-R} \approx 2.6 \times 10^7$$

可分辨的最小波长间隔为

$$\delta \lambda \approx \frac{1}{2.6 \times 10^7} \lambda \approx 2.3 \times 10^{-4} \text{ \AA}$$

(4) 法-珀腔作为一个无源谐振腔具有选频作用, 其所选纵模(频率)间隔为

$$\Delta \nu = \frac{c}{2nh} \approx 3 \times 10^9 \text{ Hz} \quad \text{①}$$

白光的波长范围为  $4000 \sim 7600 \text{ \AA}$ , 相应的光频范围为  $(4.0 \sim 7.5) \times 10^{14} \text{ Hz}$ , 在此范围内包含的纵模个数(透射最强的谱线条数)为

$$\Delta N = (\nu_{\max} - \nu_{\min}) \Delta \nu \approx 1.2 \times 10^5$$

每条谱线的宽度为

$$\delta \nu = \frac{c}{2\pi n h} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{1-R}{\pi \sqrt{R}} \Delta \nu$$

$$\approx 6.4 \times 10^{-3} \Delta \nu$$

$$\approx 19 \text{ MHz}$$

换算为  $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$  附近的波长线宽, 即

$$\delta \lambda \approx \frac{\lambda^2}{c} \delta \nu \approx 1.9 \times 10^{-4} \text{ \AA}$$

值得指出的是, 用频率间隔  $\Delta \nu$  或  $\delta \nu$  计算法-珀腔的选频性能较为方便, 可避开入射光频(或波长)的影响, 突出器件参数  $h, R$  的作用.

(5) 从式①可以看出,  $\Delta \nu \propto 1/h$ , 故腔长的任何微小改变都将引起纵模间隔  $\Delta \nu$  的改变. 即使在中心波长被稳住的情况下, 也必将引起两侧的谱线频移, 频移量

$$\delta(\Delta \nu) = \delta \left( \frac{c}{2nh} \right) = \frac{c}{2nh} \frac{\delta h}{h}$$

$$\approx 3 \times 10^9 \times 10^{-5} \text{ Hz}$$

$$= 3 \times 10^4 \text{ Hz}$$

换算为  $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$  附近的波长漂移量, 即

$$\delta(\Delta \lambda) \approx \frac{\lambda^2}{c} \delta(\Delta \nu) \approx 3 \times 10^{-7} \text{ \AA}$$

$\Delta \nu$  不随腔长  $h$  改变

$$2nh = m\lambda$$

$$2nh = \frac{mc}{\nu}$$

$$\nu = \frac{mc}{2nh}$$

$$\Delta \nu = \frac{c}{2nh}$$

引起纵模间隔  $\Delta \nu$  的改变



**例题 1.** 如图 2-19(a), 平行光以  $\theta_0$  角斜入射在宽度为  $a$  的单缝上. 试证明:

(1) 夫琅禾费衍射的强度公式基本不变(忽略倾斜因子), 即

$$I_\theta = I_0(\sin\alpha/\alpha)^2,$$

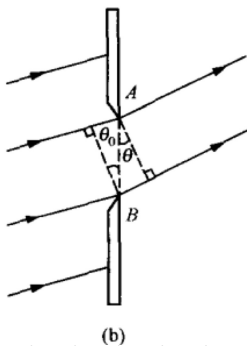
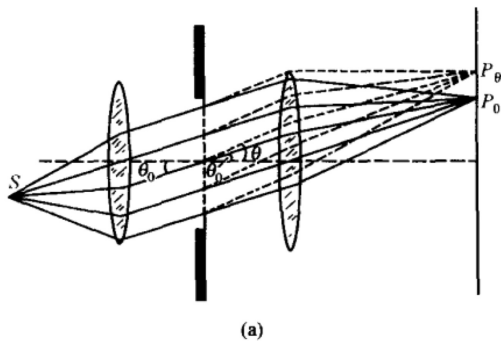
式中  $I_0$  为零级中心强度, 只不过  $\alpha$  的定义与正入射不同:

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda}(\sin\theta - \sin\theta_0);$$

(2) 零级中心的位置在几何光学像点处;

(3) 零级斑半角宽度为

$$\Delta\theta = \lambda/a\cos\theta_0;$$



(4) 如果考虑到单缝两侧并非同一介质, 情况将怎样?

(4) 如果衍射屏前后两侧为不同介质, 设前场照明空间折射率为  $n_1$ , 后场衍射空间折射率为  $n_2$ , 则衍射强度分布函数形式不变, 仍为

$$I(\theta) = I_0(\sin\alpha/\alpha)^2,$$

式中

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda_0}(n_2 \sin\theta - n_1 \sin\theta_0),$$

$\lambda_0$  为真空光波长. 零级角方位  $\theta'_0$  由  $\alpha=0$  给出, 它也满足折射定律

$$n_2 \sin\theta'_0 = n_1 \sin\theta_0.$$

零级半角宽度  $\Delta\theta$  由下式确定:

$$n_2 \sin(\theta'_0 + \Delta\theta) - n_1 \sin\theta_0 = \lambda_0/a,$$

即

$$n_2 \sin(\theta'_0 + \Delta\theta) - n_2 \sin\theta'_0 = \lambda_0/a.$$

取微分近似, 得

$$\Delta\theta \approx \frac{\lambda_0}{n_2 a \cos\theta'_0} = \frac{\lambda_0}{a \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_0}}.$$

考虑折射率

半角宽度可推

**例题 一、单项选择题.** 每题 3 分, 共 24 分。

回忆最基本的物理图像 B

1. 夫琅禾费衍射中, 如不考虑缝间干涉, 则单缝和双缝所形成的衍射图样.....( )

(A) 两者相同

(B) 单缝一套、双缝两套

(C) 单缝条纹比双缝角宽度小

(D) 单缝条纹比双缝角宽度大

相当于上下  
移动单缝

一对双星的角间隔为  $0.05''$ . 问:

- (1) 需要多大口径的望远镜才能分辨它们?
- (2) 此望远镜的角放大率应设计为多少才比较合理?

解 (1) 根据望远镜的最小分辨角公式

$$\Delta\theta_m = 1.22\lambda/D,$$

取光波长  $\lambda \approx 0.55 \mu\text{m}$ ,  $\Delta\theta_m = 0.05'' \approx 2.4 \times 10^{-7} \text{ rad}$ , 算出物镜口

$$D = 1.22\lambda/\Delta\theta_m \approx 2.8 \text{ m}.$$

(2) 仪器可分辨的角间隔(双星)还需要由仪器以适当放大率将它放大为人眼可分辨的最小角度  $\Delta\theta_e \approx 1' \approx 2.9 \times 10^{-4} \text{ rad}$ . 因此, 与本台望远镜的分辨本领相匹配的视角放大率

$$M = \Delta\theta_e/\Delta\theta_m \approx 1210.$$

艾里斑

$$M = \Delta\theta_e / \Delta\theta_m$$

3. 一台显微镜, 已知其数值孔径  $N.A. = 1.32$ , 物镜焦距  $f_o = 1.91 \text{ mm}$ , 目镜焦距  $f_e = 50 \text{ mm}$ . 求:

- (1) 最小分辨距离;
- (2) 有效放大率;
- (3) 光学筒长.

解 (1) 根据显微镜的最小分辨距离公式

$$\Delta y_m = 0.61\lambda/N.A.,$$

取光波长  $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$ , 算出

$$\Delta y_m \approx 0.25 \mu\text{m}.$$

(2) 显微镜的有效(正常)放大率应使仪器可分辨的最小距离放大为人眼可分辨的最小距离:

$$\begin{aligned} \Delta y_e &= s_0 \Delta\theta_e \\ &\approx 25 \text{ cm} \times (2.9 \times 10^{-4} \text{ rad}) \\ &= 72.5 \times 10^{-6} \text{ m} = 72.5 \mu\text{m}, \end{aligned}$$

式中  $s_0$  为明视距离. 所以放大率的正常值为

$$M = \Delta y_e / \Delta y_m = 290.$$

(3) 以上对放大率的要求应由镜头焦距的选取和镜头位置的适当安排来实现. 根据显微镜视角放大率公式, 本题中的光学筒长应取

$$\Delta = \frac{f_e f_o}{s_0} M \approx 111 \text{ mm}.$$

$$\Delta y_m = \frac{0.61\lambda}{N.A.}$$

$$M = \Delta y_e / \Delta y_m$$

$$\Delta = \frac{f_e f_o}{s_0} M \quad s_0 = 25 \text{ cm}$$

6. 夜间迎面驶来的汽车的两个车头灯相距  $1.5 \text{ m}$ . 问汽车离人多远时, 他们刚好能为人眼所分辨? 设此时人眼的瞳孔直径为  $6 \text{ mm}$ , 光波长为  $600 \text{ nm}$ . (B)

- (A)  $10 \text{ km}$       (B)  $12.3 \text{ km}$       (C)  $15 \text{ km}$       (D)  $18.3 \text{ km}$

$$s_0 = 1.22 \frac{\lambda}{\theta}$$

$$L \theta = d$$

艾里斑

一般“恰好...分辨”

都与艾里斑有关

7. 根据以下数据比较光栅、棱镜、法布里-珀罗干涉仪三者的分光性能:

- (1) 分辨本领;
- (2) 色散本领;
- (3) 自由光谱范围.

(已知光栅宽度  $D=5\text{ cm}$ , 刻线密度  $1/d=600\text{ 条/mm}$ ; 棱镜底边  $b=5\text{ cm}$ , 顶角  $\alpha=60^\circ$ , 折射率  $n=1.5$ , 色散率  $dn/d\lambda=0.6 \times 10^{-5}/\text{\AA}$ ; 法-珀腔长  $h=5\text{ cm}$ , 反射率  $R=0.99$ .)

解 (1) 光栅 1 级光谱的色分辨本领为

$$R_1 = N = 3 \times 10^4.$$

棱镜的色分辨本领为

$$R_2 = bdn/d\lambda = 3 \times 10^3.$$

法-珀仪的色分辨本领为

$$R_3 = \pi k \frac{\sqrt{R}}{1-R} = \frac{2\pi nh \cos\theta_k}{\lambda} \frac{\sqrt{R}}{1-R}.$$

取  $\lambda=5000\text{ \AA}$ ,  $\cos\theta_k \approx 1$ ,  $n=1.0$  代入, 得

$$R_3 \approx 6 \times 10^5.$$

可见  $R_3 > R_1 > R_2$ .

(2) 光栅 1 级光谱在  $5000\text{ \AA}$  邻近的角色散本领为

$$D_1 = \frac{1}{d \cos\theta_1} = \frac{1}{\sqrt{d^2 - \lambda^2}} \approx 0.22' / \text{\AA}.$$

棱镜的角色散本领为

$$D_2 = \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\alpha/2)}} \frac{dn}{d\lambda} \approx 0.031' / \text{\AA}.$$

法-珀腔的角色散本领为

$$D_3 = \frac{k}{2nh \sin\theta_k} = \frac{2nh \cos\theta_k}{2nh \sin\theta_k} \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda \tan\theta_k}.$$

取  $\lambda=5000\text{ \AA}$ ,  $\theta_k=10^\circ$  代入, 算出

$$D_3 \approx 3.9' / \text{\AA}.$$

可见  $D_3 > D_1 > D_2$ .

(3) 光栅可测波长的最大值  $\lambda_{\max}$  被光栅常数  $d$  所限制:

$$\lambda_{\max} < d = \frac{1}{600/\text{mm}} = 17000\text{ \AA}.$$

1 级光谱上限波长  $\lambda_{\max}$  与 2 级光谱下限波长  $\lambda_{\min}$  满足

$$\lambda_{\max} = 2\lambda_{\min},$$

所以光栅 1 级光谱的自由光谱范围(不至于与 2 级光谱发生重叠)应当为

$$\Delta\lambda_1 = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \lambda_{\max}/2.$$

如果取  $\lambda_{\max}=17000\text{ \AA}$ , 则自由光谱范围为  $8500 \sim 17000\text{ \AA}$ ; 如果取  $\lambda_{\max}=8000\text{ \AA}$ , 则自由光谱范围为  $4000 \sim 8000\text{ \AA}$ , 恰巧覆盖整个可见光波段.

对法-珀仪来说, 中心附近区域波长为  $\lambda$  的  $k$  级与波长为  $\lambda + \Delta\lambda$  的  $k-1$  级发生重叠的条件为

$$k\lambda = (k-1)(\lambda + \Delta\lambda).$$

所以 2 级光谱的自由光谱范围为

$$\Delta\lambda_2 = \frac{\lambda}{k-1} \approx \frac{\lambda}{k} \approx \frac{\lambda^2}{2nh}.$$

如果取  $\lambda=5500\text{ \AA}$ ,  $n=1.0$ , 则

$$\Delta\lambda_2 \approx 0.03\text{ \AA}.$$

由此可见, 法-珀仪是一种长程干涉仪, 有很高的色分辨本领, 但是其量程很窄, 仅适用于高分辨光谱技术.

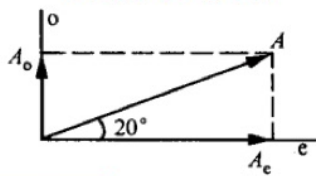
对棱镜来说, 由于只有一套光谱, 故无光谱级(序)之间的重叠问题, 自由光谱范围不受限制. 当然, 考虑到棱镜材料的吸收, 对于从红到可见再到紫外等不同波段, 应分别选用不同材料的棱镜. 棱镜光谱不分级别, 使入射光能充分集中在一套谱线上, 可提高光谱分析的灵敏度. 这是棱镜光谱仪的一大优点.

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta = 2\pi \Rightarrow d \sin\theta = k\lambda \Rightarrow \lambda \leq d$$

# 光的偏振与光在晶体中的传播

**例题 1.** 一束线偏振的钠黄光垂直射入一块方解石晶体, 振动方向与晶体的主平面成  $20^\circ$  角. 试计算  $o, e$  两光束折射光的相对振幅和强度.

*o 光振动方向垂直于光轴, 进而垂直于主平面  
e 光振动方向平行于光轴, 进而平行于主平面*



**解** 线偏振光射入方解石晶体后, 电矢量被分解为垂直于主平面的  $o$  振动和平行于主平面的  $e$  振动. 如图 7-1, 主平面是通过  $e$  轴垂直纸面的. 设入射光线偏振的振幅为  $A$ , 则  $o$  光、 $e$  光振幅分别为

$$A_o = A \sin 20^\circ = 0.34A,$$

$$A_e = A \cos 20^\circ = 0.94A.$$

两者之比为

$$A_o/A_e = \tan 20^\circ = 0.36.$$

在考虑两束光的强度问题时, 应注意光强与折射率成正比, 而且  $e$  光的折射率与传播方向有关, 因此,  $o$  光和  $e$  光的强度分别为

$$I_o = n_o A_o^2 = n_o A^2 \sin^2 20^\circ = 0.12 n_o A^2,$$

$$I_e = n(\theta) A_e^2 = n(\theta) A^2 \cos^2 20^\circ = 0.88 n(\theta) A^2.$$

强度之比为

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{n_o}{n(\theta)} \tan^2 20^\circ = 0.14 \frac{n_o}{n(\theta)},$$

式中  $\theta$  为  $e$  光法线速度和光轴的夹角. 如光轴与晶体表面平行, 则有

$$n(\theta) = n_e,$$

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{n_o}{n_e} \tan^2 20^\circ = \frac{1.66}{1.49} \times 0.14 = 0.16.$$

*考虑折射率*

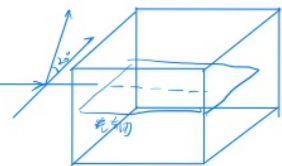


图 7-1

2. 如图 7-2(a), 两块大小相同的冰洲石晶体 A, B 前后排列, 强度为  $I$  的自然光垂直于晶体 A 的表面入射后相继通过 A, B. A, B 的主截面(入射界面的法线和光轴组成的平面)之间夹角为  $\alpha$ (图中  $\alpha = 0^\circ$ ). 求  $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 180^\circ$  时由 B 射出光束的数目和每束光的强度.(忽略反射、吸收等损失.)

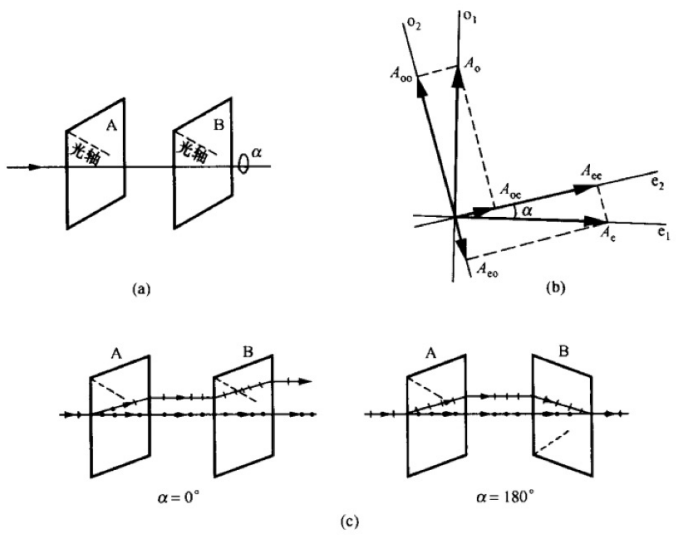


图 7-2

**解** 自然光垂直射入晶体 A 以后, 被分解为平行于主截面的  $e_1$  振动和垂直于主截面的  $o_1$  振动, 由于光轴与表面既不平行, 又不垂直,  $o_1$  光和  $e_1$  光的传播方向不同, 从 A 出射后被分解为垂直 A 表面的两束光, 其强度分别为

$$I_o = \frac{I}{2}, \quad I_e = \frac{I}{2}.$$

这两束光射入 B 后, 又分别被分解为 B 内的  $o_2$  振动和  $e_2$  振动; 一般来说, 其传播方向也要继续分离. 从 B 出射的将有四束光(除特殊夹角外), 它们的强度与 A, B 两晶体主截面的夹角  $\alpha$  有关(参见图

注意, 若光轴与表面既不平行也不垂直, 则 o 光与 e 光会叉开

7-2(b)). 这四束光的强度分别为

$$\begin{aligned} I_{oo} &= A_{oo}^2 = I_o \cos^2 \alpha = I \cos^2 \alpha / 2, \\ I_{oe} &= A_{oe}^2 = I_o \sin^2 \alpha = I \sin^2 \alpha / 2, \\ I_{eo} &= A_{eo}^2 = I_e \sin^2 \alpha = I \sin^2 \alpha / 2, \\ I_{ee} &= A_{ee}^2 = I_e \cos^2 \alpha = I \cos^2 \alpha / 2. \end{aligned}$$

当  $\alpha = 0^\circ$  时, 得

$$I_{oo} = I_{ee} = I/2, \quad I_{oe} = I_{eo} = 0,$$

即从 B 出射的为两束光, 强度均为  $I/2$ .  $I_{oe} = I_{eo} = 0$ , 这是因为此时两个主截面之夹角为零(如图 7-2(c)). A 中的  $o_1$  振动进入 B 后仍为  $o$  振动, 无  $e$  分量; 而 A 中的  $e_1$  振动进入 B 后仍为  $e$  振动, 无  $o$  分量.

当  $\alpha = 45^\circ$  时, 得

$$I_{oo} = I_{ee} = I_{oe} = I_{eo} = I/4,$$

即从 B 出射的为四束光, 强度均为  $I/4$ .

当  $\alpha = 90^\circ$  时, 得

$$I_{oo} = I_{ee} = 0, \quad I_{oe} = I_{eo} = I/2,$$

即从 B 出射的为两束光, 强度均为  $I/2$ . 这时 A 中的  $o_1$  振动进入 B 内全部为  $e$  振动; 而 A 中的  $e_1$  振动进入 B 内全部为  $o$  振动.

当  $\alpha = 180^\circ$  时, 得

$$I_{oo} = I_{ee} = I/2, \quad I_{oe} = I_{eo} = 0,$$

即从 B 出射的为两束光, 强度均为  $I/2$ . 这时 A 中的  $o_1$  振动进入 B 后仍全部为  $o$  振动; A 中的  $e_1$  振动进入 B 后仍全部为  $e$  振动. 但由于这时 A, B 中的光轴方向对称于表面的法线(如图 7-2(c)),  $e_1$  光在 A 中的偏折方向与在 B 中的偏折方向相反. 因此从 B 出射后  $e, o$  振动复合为一束光(传播方向重合), 非相干叠加的结果强度仍为  $I$ .

5. 单色线偏振光垂直射入方解石晶体,其振动方向与主截面成  $30^\circ$  角. 两折射光再经过置于方解石后的尼科耳棱镜,其主截面与原入射光的振动方向成  $50^\circ$  角. 求两条光线的相对强度.

解 如图 7-8, 设线偏振光的振幅为  $A_0$ , 其振动方向与晶体主截面的夹角为  $\alpha$ , 与尼科耳棱镜主截面的夹角为  $\beta$ . 线偏振光经方解石后分解为 e 振动和 o 振动, 其振幅分别为

$$A_e = A_0 \cos \alpha, \quad A_o = A_0 \sin \alpha.$$

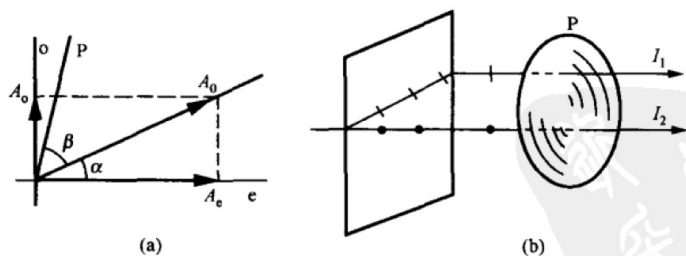


图 7-8

各自通过尼科耳棱镜后的振幅分别为

$$A_1 = A_e \cos(\alpha + \beta) = A_0 \cos(\alpha + \beta) \cos \alpha,$$

$$A_2 = A_o \sin(\alpha + \beta) = A_0 \sin(\alpha + \beta) \sin \alpha.$$

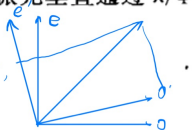
强度之比为

$$\begin{aligned} \frac{I_2}{I_1} &= \frac{A_2^2}{A_1^2} = \tan^2(\alpha + \beta) \tan^2 \alpha \\ &= \tan^2(30^\circ + 50^\circ) \tan^2 30^\circ \approx 10.72. \end{aligned}$$



2. 一强度为  $I_0$  的右旋圆偏振光垂直通过  $\lambda/4$  片(此  $\lambda/4$  片由方

石科尔棱镜就其主截面而言, 主截面就是透振方向



解石做成, o 光和 e 光在晶片中的光程差正好是  $\lambda/4$ , 然后再经过一块主截面相对于  $\lambda/4$  片向右旋  $15^\circ$  的尼科耳棱镜. 求最后出射的光强(忽略反射、吸收等损失).

解 为考查射向尼科耳棱镜的是一种什么状态的偏振光, 分析两垂直分量间的相位差

$$\delta_1 = \pi/2,$$

$$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d = \frac{2\pi}{\lambda}\left(-\frac{\lambda}{4}\right) = -\frac{\pi}{2},$$

其中  $\delta_1$  是  $\lambda/4$  片入射点的相位差,  $\delta_2$  是  $\lambda/4$  片体内传播的附加相位差. 所以总相位差为

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 0.$$

这说明它是一个在第 1, 3 象限的线偏振光(如图 7-11), 强度为  $I_0$ . 按马吕斯定律, 很容易算出它再通过尼科耳棱镜 P 的强度为

$$I_P = I_0 \cos^2(45^\circ + 15^\circ) = I_0/4.$$

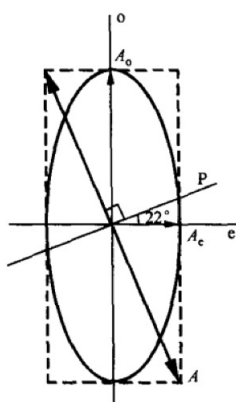


图 7-10

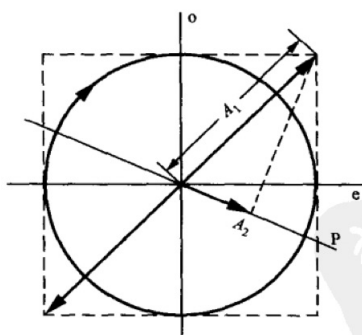
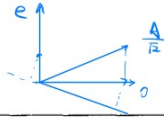


图 7-11



镜之间,光轴方向与两个棱镜主截面均成  $15^\circ$  角. 求:  $A_o = \frac{A}{\sqrt{2}} \cos 15^\circ$   $A_e = \frac{A}{\sqrt{2}} \sin 15^\circ$

(1) 从方解石晶片射出的 o 光和 e 光的振幅和光强;

(2) 投影于第二块尼科耳棱镜的 o 光和 e 光的振幅和光强.

(设入射自然光的光强为  $I_0 = A^2$ , 反射和吸收等损失可以忽略.)

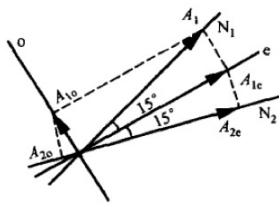


图 7-12

解 (1) 如图 7-12, 设经第一块尼科耳棱镜  $N_1$  后的线偏振光的振幅为  $A_1$ , 光强为  $I_1$ , 则

$$I_1 = I_0/2 = A^2/2, \quad A_1 = A/\sqrt{2}.$$

从方解石晶片射出的 e 光和 o 光的振幅分别为

$$A_{1e} = A_1 \cos 15^\circ = (A/\sqrt{2}) \cos 15^\circ \approx 0.68A,$$

$$A_{1o} = A_1 \sin 15^\circ = (A/\sqrt{2}) \sin 15^\circ \approx 0.18A.$$

光强分别为

$$I_e = A_{1e}^2 = A^2 \cos^2 15^\circ / 2 = I_0 \cos^2 15^\circ / 2 \approx 0.47I_0,$$

$$I_o = A_{1o}^2 = A^2 \sin^2 15^\circ / 2 = I_0 \sin^2 15^\circ / 2 \approx 0.03I_0.$$

(2) 投影于第二块尼科耳棱镜  $N_2$  的 e 光和 o 光的振幅分别为

$$A_{2e} = A_{1e} \cos 15^\circ = A_1 \cos^2 15^\circ = (A/\sqrt{2}) \cos^2 15^\circ \approx 0.66A,$$

$$A_{2o} = A_{1o} \sin 15^\circ = A_1 \sin^2 15^\circ = (A/\sqrt{2}) \sin^2 15^\circ \approx 0.05A.$$

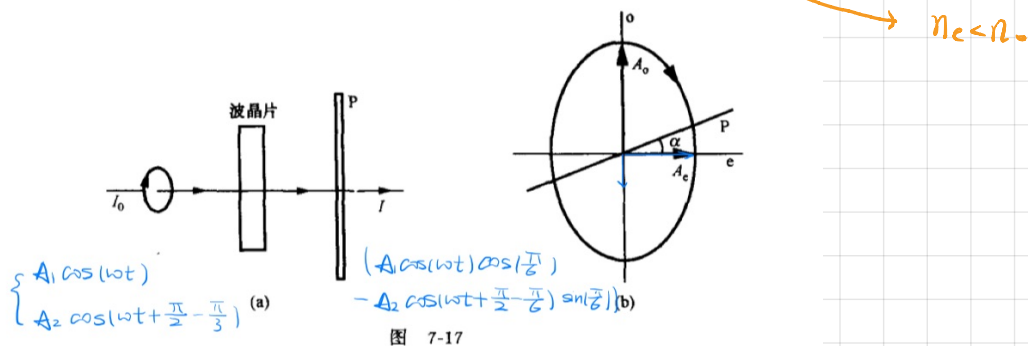
光强分别为

$$I'_e = A_{2e}^2 = I_0 \cos^4 15^\circ / 2 \approx 0.44I_0,$$

$$I'_o = A_{2o}^2 = I_0 \sin^4 15^\circ / 2 \approx 0.0022I_0.$$



6. 如图 7-17(a), 波长为  $\lambda$  的右旋椭圆偏振光通过由负晶体制成的一块波晶片. 椭圆光的总强度为  $I_0$ , 其强度极大值与极小值之比



为 4 : 1. 波晶片的光轴已对准椭圆光的短轴方向, 其造成的(有效)光程差  $(n_o - n_e)d = \lambda/6$ . 偏振片透振方向与光轴夹角为  $\alpha = \pi/6$ .

- (1) 求出射光强  $I$  (以  $I_0$  表示).
- (2) 如果入射光改为左旋, 其他条件不变, 出射光强为多少?
- (3) 在偏振片转动过程中, 出射光强的极大值和极小值(以  $I_0$  表示)分别为多少?

解 按题意作图 7-17(b), 图中  $\alpha = \pi/6$ .

(1) 由光强极大值  $I_{\max}$  和极小值  $I_{\min}$  的关系

$$I_{\max} + I_{\min} = I_0, \quad I_{\max} = 4I_{\min}$$

得

$$I_y = I_{\max} = 4I_0/5, \quad I_x = I_{\min} = I_0/5.$$

现用偏振光干涉的方法求  $I(\alpha)$ , 则可直接利用上题中式①得

$$I(\alpha) = I_{\min} \cos^2 \alpha + I_{\max} \sin^2 \alpha + \sqrt{I_{\min} I_{\max}} \sin 2\alpha \cos \delta,$$

式中  $\delta$  是从波晶片出射后的 o 振动与 e 振动之间的相位差, 它应当等于入射点的相位差  $\delta_1$ :

$$\delta_1 = \varphi_o - \varphi_e = +\pi/2$$

和波晶片体内传播的附加相位差  $\delta_2$ :

$$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d = -\pi/3$$

之和:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \pi/6.$$

最后得

$$\begin{aligned} I(\alpha) &= \frac{1}{5} I_0 \cos^2 \frac{\pi}{6} + \frac{4}{5} I_0 \sin^2 \frac{\pi}{6} + \frac{2}{5} I_0 \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{3}{20} I_0 + \frac{4}{20} I_0 + \frac{6}{20} I_0 = \frac{13}{20} I_0. \end{aligned}$$

(2) 如果入射光改为左旋, 则

$$\begin{aligned} \delta'_1 &= \varphi_o - \varphi_e = -\pi/2, \\ \delta_2 &= \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d = -\frac{\pi}{3}, \end{aligned}$$

所以

$$\delta = \delta'_1 + \delta_2 = -5\pi/6.$$

由于  $\cos \delta = -\sqrt{3}/2$ . 故出射光强为

$$I'(\alpha) = \frac{3}{20} I_0 + \frac{4}{20} I_0 - \frac{6}{20} I_0 = \frac{1}{20} I_0.$$

显然, 它不等于(1)右旋光入射时的结果.

(3) 由于从波晶片出射的两个正交振动之间的相位差为  $\delta = \pi/6$ , 故它们合成为斜椭圆光. 求斜椭圆长短轴方位及光强极值问题, 可直接利用上题给出的式④和⑤, 得

$$\begin{aligned} I_{\max} &= \frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \cos \frac{\pi}{3}} I_0 \\ &= \frac{5 + \sqrt{21}}{10} I_0 \approx 0.96 I_0. \end{aligned}$$

$$I_{\min} = \frac{5 - \sqrt{21}}{10} I_0 \approx 0.04 I_0.$$

7. 楔形水晶棱镜顶角为  $0.5^\circ$ , 棱边与光轴平行, 置于正交尼科耳棱镜之间, 使其主截面与两尼科耳棱镜的主截面都成  $45^\circ$  角. 以水银的  $4047 \text{ \AA}$  紫色平行光正入射. 问:

- (1) 通过第二块尼科耳棱镜看到的干涉图样如何?
- (2) 相邻暗纹的间隔  $d$  等于多少?
- (3) 若将第二块尼科耳棱镜的主截面转  $90^\circ$ , 干涉图样有何变化?
- (4) 维持两尼科耳棱镜正交, 但把水晶棱镜的主截面转  $45^\circ$ , 使之与第二块尼科耳棱镜的主截面垂直. 干涉图样有何变化?

**解** (1) 如图 7-18(a), 当第一块尼科耳棱镜  $P_1$  的透振方向与水晶棱镜的  $e$  轴成  $45^\circ$  夹角时, 从  $P_1$  透射出来的线偏振光进入水晶后被分解为  $o$  光和  $e$  光. 如图 7-18(b) 所示, 目前  $o$  振动平行于纸面,  $e$  振动垂直于纸面. 水晶为正晶体,  $o$  光比  $e$  光传播快, 即  $n_o < n_e$ . 由于水晶棱镜的厚度连续变化, 使出射面(斜面)上、下各点两个正交振

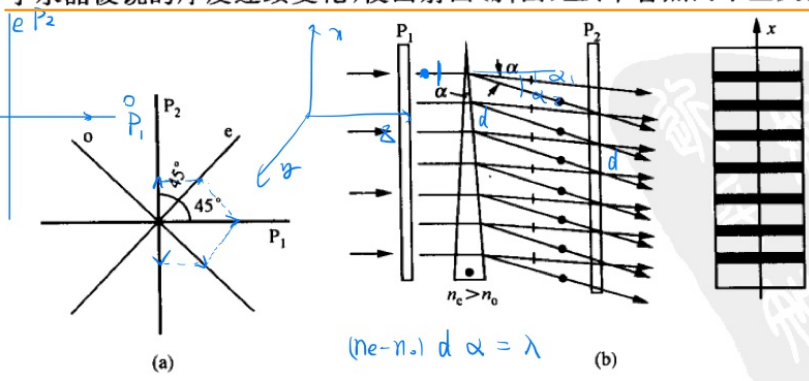


图 7-18

$$A_1 e^{i(\omega t + k(-\sin\alpha_1 x + \cos\alpha_1 y) + \varphi_1)}$$

$$+ A_2 e^{i(\omega t + k(-\sin\alpha_2 x + \cos\alpha_2 y) + \varphi_2)}$$

$$\underline{A_1^2 + A_2^2} + 2\sqrt{A_1 A_2} e^{i k [(-\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2)x + (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)y]}$$

动之间的相位差也随之连续变化, 合成结果为各种状态的椭圆光. 就传播方向看, 它们经斜面折射成为两束平行光, 其偏向角(相对于入射方向)在顶角  $\alpha$  很小的条件下分别近似为

$$\delta_e \approx (n_e - 1)\alpha, \quad \delta_o \approx (n_o - 1)\alpha,$$

于是后场就是这两束平行光的叠加场. 如果安置第二块偏振片(尼科耳棱镜)  $P_2$ , 后场就成为这两束平行光的干涉场; 干涉图样是一组平行于棱镜边的直条纹.

(2) 可以按照我们熟悉的两束平行光干涉的条纹间距公式, 直接求得目前水晶棱镜造成的相邻暗纹的间距为

$$d = \Delta x = \frac{\lambda}{\sin\delta_e - \sin\delta_o} \approx \frac{\lambda}{\delta_e - \delta_o} = \frac{\lambda}{(n_e - n_o)\alpha}$$

按  $\lambda = 4047 \text{ \AA}$ ,  $n_e = 1.56671$ ,  $n_o = 1.55716$ ,  $\alpha = 0.5^\circ$ , 算出

$$\Delta x \approx 4.86 \text{ mm}.$$

这些暗纹的具体位置正好使相位差  $\Delta\varphi = 2k\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ .

(3) 当我们将第二块尼科耳棱镜的透振方向(主截面)转  $90^\circ$ , 与第一块尼科耳棱镜一致时, 由于  $o$  轴、 $e$  轴的正向在  $P_2$  投影的相位差与未转动时相比增加  $180^\circ$ , 所以原来的暗线就成为亮纹, 而原来的亮纹位置出现了暗线; 其他方面(诸如条纹的形状、间距等)均无变化.

(4) 如果将水晶棱镜的主截面转  $45^\circ$  而与  $P_1$  主截面一致, 则射入水晶棱镜的是纯  $e$  光. 此时,  $o$  振动与  $e$  振动的相位差不起作用. 从棱镜出射的是同一振动方向的线偏振光, 被  $P_2$  全部消光,  $P_2$  后方呈一片暗场.

干涉图样  
与相位差无关

10. 图 7-21(a) 所示为杨氏干涉装置, 其中  $S$  为单色自然光源,  $S'_1$  和  $S'_2$  为双孔.

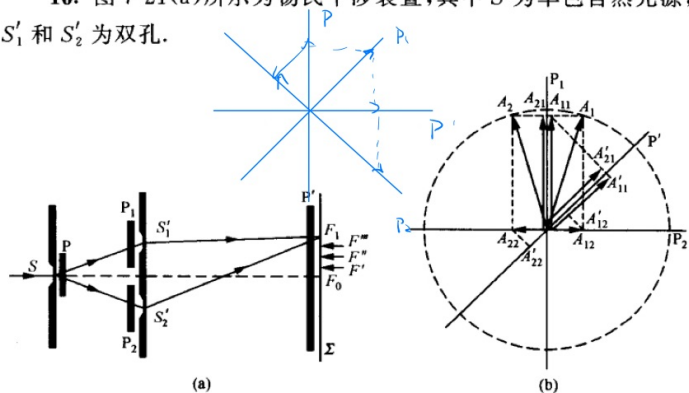


图 7-21

(1) 如果在  $S$  后放置一偏振片  $P$ , 干涉条纹是否发生变化? 有何变化? ● 亮度下降

(2) 如果在  $S'_1, S'_2$  之前再各放置一偏振片  $P_1, P_2$ , 它们的透振方向相互垂直, 并都与  $P$  的透振方向成  $45^\circ$  角, 幕  $\Sigma$  上强度分布如何?

(3) 在  $\Sigma$  前再放置一偏振片  $P'$ , 其透振方向与  $P$  平行. 试比较在这种情形下观察到的干涉条纹与  $P_1, P_2, P'$  都不存在时的干涉条纹有何不同?

(4) 同(3), 如果将  $P$  旋转  $90^\circ$ , 幕上干涉条纹有何变化? 亮-暗

(5) 同(3), 如果将  $P$  撤去, 幕上是否有干涉条纹?

(6) 类似(2)的布置, 屏幕  $\Sigma$  上的  $F_0, F_1$  分别是未加  $P_1, P_2$  时 0, 1 级亮纹所在处,  $F', F'', F'''$  分别是  $F_0, F_1$  的四等分点. 试说明  $F_0, F_1$  及  $F', F'', F'''$  各点的偏振状态.

**解** (1) 插入偏振片  $P$  后, 干涉条纹的形状、间距、衬比度均不

发生变化. 但由于自然光通过偏振片  $P$  时强度减半, 导致屏幕上的平均强度减半, 干涉条纹的亮度下降.

(2) 由于  $P_1, P_2$  的透振方向相互正交, 干涉场是两束振动方向互相垂直的线偏振光的叠加. 这时不满足“振动方向相同”这一相干条件, 屏幕上得不到干涉条纹, 而是一片均匀照明, 其强度是两束线偏振光的非相干叠加.

(3) 这时, 经  $P_1, P_2$  出射的两束相互正交的线偏振光都再次投影到  $P'$  的透振方向上, 使“振动方向相同”这一相干条件重新得到满足, 屏幕  $\Sigma$  上又出现了干涉条纹. 条纹的形状、间距、衬比度均与  $P_1, P_2, P'$  都不存在时相同, 但由于偏振片的二向色性,  $P_1, P_2, P'$  分别吸收了入射光线偏振光中与其透振方向垂直的分量, 因此与只有  $P$  单独存在时相比, 干涉条纹的亮度下降.

(4) 如果在(3)的布置中把  $P$  的透振方向旋转  $90^\circ$ , 由于两次投影引起的附加相位差改变了  $\pi$ , 原来的亮纹位置变成了暗纹, 而原来的暗纹位置现在变成了亮纹条纹; 其他性质均不发生变化.

(5) 如果在(3)的布置中将  $P$  撤去, 则投影到  $P'$  透振方向上的两个正交振动是来自于自然光的两个垂直分量; 而这两个垂直分量之间是没有稳定的相位关系的. 因此, 尽管此时“振动方向相同”仍然满足, 但由于“相位差稳定”这一相干条件被破坏, 屏幕上得到的是双光束的非相干叠加, 即此时干涉条纹消失,  $\Sigma$  面上的照明趋于均匀.

关于“自然光的两个垂直分量之间没有稳定相位关系”的这一结论, 我们已在第二章 § 9 习题 3 中用反证法作了证明. 这里, 我们将通过分析自然光的细微结构, 用另一方法来证明这一结论. 自然光是大量相位无规的轴对称分布的线偏振光的集合 (如图 7-21 (b)). 任取两个对称于  $P_1$  的线偏振光  $A_1$  和  $A_2$ , 其中  $A_1$  经两次投影于  $P'$  的方向后, 其强度是  $A'_{11}$  和  $A'_{12}$  的相干叠加;  $A_2$  经两次投影于  $P'$  的方向后其强度是  $A'_{21}$  和  $A'_{22}$  的相干叠加. 由对称性知,  $A'_{11} = A'_{21}, A'_{12} = A'_{22}$ ; 又由图可见,  $A_1$  和  $A_2$  分别在两次投影过程中引起的附加相位差之差为  $\pi$ . 因此分别相干叠加时, 得到的两个交叉项 (干涉项) 大小相等, 符号相反; 再次叠加时干涉项互相抵消, 所以透过  $P'$  的强度仍

透振方向垂直  
⇒ 非相干叠加  
⇒ 均匀

旋转 90° ⇒ 相位改变 π ⇒ 亮暗交替

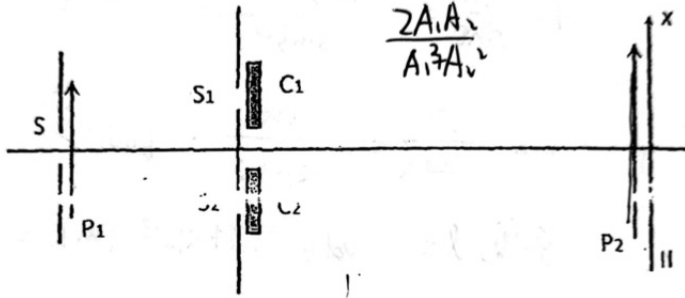
为非相干叠加的结果. 而自然光的大量线偏振光中, 像  $A_1, A_2$  这样对称分布的线偏振光总是成对出现, 相应的交叉项也总是成对出现, 相互抵消的. 综合分析, 取自自然光 (分别沿  $P_1$  和  $P_2$  的方向) 的两个总的垂直分量投影到  $P'$  的方向后, 其宏观后果仍表现为非相干叠加. 这就证明了自然光的两个垂直分量之间是没有稳定的相位关系的.

由以上证明, 也可看出(3), (4)中未撤去  $P$  时, 幕上能够得到干涉条纹, 是因为投影到  $P_1, P_2$  方向上的正交分量来自于自然光中  $P$  方向的分量; 再次投影到  $P'$  方向时, 由投影引起的相位差之差为  $\pi$  的情况不复存在, 从而交叉项不再成对出现, 所以其宏观后果仍表现为相干叠加.

(6) 此时,  $F_0, F_1$  两点分别为相位差为  $0, 2\pi$  的两个垂直振动的合成, 结果为线偏振.  $F''$  点为相位差为  $\pi$  的两垂直振动的合成, 结果也为线偏振, 但振动方向与  $F_0, F_1$  点的振动方向正交.  $F', F'''$  两点分别为相位差为  $\pi/2, 3\pi/2$ , 大小相等的两垂直振动的合成, 结果都为圆偏振, 一个左旋, 一个右旋; 而到底哪个为左旋, 哪个为右旋, 取决于  $P_1, P_2$  的绝对取向.

三、(15 分) 杨氏实验中,  $S$  为自然光单色点光源 (波长为  $\lambda$ ),  $P_1$  和  $P_2$  为理想偏振片,  $C_1$  和  $C_2$  为相同的波晶片 (光轴平行于入射表面),  $S_1$  和  $S_2$  间距为  $d$  且双孔大小相同, 他们与观察屏  $II$  相距  $D$ , 满足傍轴条件。问下列情形屏  $II$  上光强分布, 若有条纹其衬比度为多少?

- (1)  $P_1$  和  $P_2$  的透振方向与  $C_1$  和  $C_2$  的光轴平行;
- (2) 同 (1), 但除去  $C_2$ ;
- (3)  $C_1$  和  $C_2$  为  $\lambda/2$  波片, 且光轴相互垂直,  $P_1$  和  $P_2$  的透振方向与  $C_1$  的光轴平行;
- (4)  $C_1$  和  $C_2$  为  $\lambda/2$  波片, 其光轴方向与  $P$  的透振方向分别为  $\pm 45^\circ$ , 无  $P_2$ ;
- (5) 同 (4), 但  $C_1$  和  $C_2$  换为  $\lambda/4$  波片;
- (6)  $C_1$  和  $C_2$  为  $\lambda/4$  波片, 光轴方向均与  $P$  透振方向成  $45^\circ$ , 无  $P_2$ ;



- (1) | (5)  $\frac{1}{2}$
- (2) |
- (3)  $0_x$  (6)
- (4)  $\emptyset$

无条纹

垂直, 不满足相干条件

$$I_m \cdot I_m$$

$$I = \dots$$

4. 已知水晶对钠黄光的旋光率  $\alpha = 21.75^\circ/\text{mm}$ . 求左、右旋圆偏振光折射率之差  $\Delta n$ .

$$\varphi = \alpha d$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(n_1 - n_2) d}{2} = \varphi$$

解 由旋光率  $\alpha$  与折射率差  $\Delta n$  的关系:

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} \Delta n$$

得

$$\Delta n = \frac{\lambda \alpha}{\pi} = (5893 \times 10^{-7} / \text{mm}) \times \frac{21.75^\circ / \text{mm}}{180^\circ} \approx 7.121 \times 10^{-5}$$

4. 一块表面垂直于光轴的水晶片恰好抵消 10 cm 长、浓度为 20% 的麦芽糖溶液对钠光偏振面所引起的旋转. 对此波长, 水晶的旋光率  $\alpha = 21.75^\circ/\text{mm}$ , 麦芽糖的旋光比率  $[\alpha] = 144^\circ / (\text{dm} \cdot \text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ . 求此水晶片的厚度.

$$\varphi = N l \alpha$$

解 在麦芽糖溶液中偏振面的旋转角为

$$\psi_1 = [\alpha] N l$$

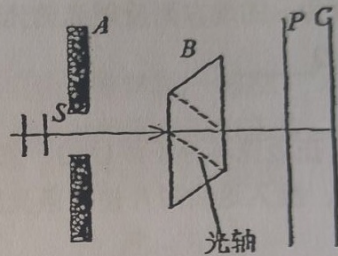
按题意, 此旋转角等于水晶片中所引起的旋转角

$$\psi_2 = \alpha d$$

由以上二式得, 此水晶片厚度应为

$$d = \frac{[\alpha] N l}{\alpha} = \frac{144^\circ / (\text{dm} \cdot \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}) \times 20\% \times 10 \text{ cm}}{21.75^\circ / \text{mm}} = 1.32 \text{ mm}$$

19. 如图所示,  $A$  是一块有小圆孔  $S$  的金属挡板,  $B$  是一块方解石, 其光轴方向在纸面内,  $P$  是一块偏振片,  $C$  是屏幕. 一束平行的自然光穿过小孔  $S$  后, 垂直入射到方解石的端面上. 当以入射光线为轴, 转动方解石时, 在屏幕  $C$  上能看到什么现象?



答: 一个光点围绕着另一个不动的光点旋转,

方解石每转过  $90^\circ$  角时, 两光点的明暗交变一次, 一个最亮时, 另一个最暗.

# 光的吸收、色散与散射

题

1、肥皂泡五颜六色。 ✓

等厚干涉

2、早晨的太阳是红色的。 ✓

瑞利散射

3、一些晶体会对物体成两个像。 ✓

双折射

4、日晕，月晕：空气质量较差时，在太阳或月亮周围出现的光圈。

圆屏衍射

5、鸟的羽毛五颜六色。

等厚

6、天是蓝色的，云是白色的。 ✓

瑞利散射

7、彩虹。

色散

8、透过三棱镜看太阳光会看到五颜六色。

色散

9、牛奶是白色的。

米-德拜散射

10、日照香炉生紫烟。

瑞利散射

米氏散射 } 牛奶白色  
瑞利 } 白云

1、“日照香炉生紫烟，遥看瀑布挂前川”中的“紫烟”。

瑞利散射。

2、日晕，月晕：空气质量较差时，在太阳或月亮周围出现的光圈。

圆屏衍射。

3、白云与乌云。

光的米-德拜散射（米氏散射）和光的折射（也可等效成吸收）。

4、什么是正常色散？什么是反常色散？

一般情况下，光通过介质时折射率随着波长增大而减小，称为正常色散；但是在吸收带内表现出折射率随着波长增大而增大，称为反常色散。

17. 两偏振片叠在一起，其偏振化方向夹角为  $45^\circ$ 。由强度相同的自然光和线偏振光混合而成的光束垂直入射在偏振片上，入射光中线偏振光的光矢量振动方向与第一个偏振片的偏振化方向间的夹角为  $30^\circ$ 。

(1) 若忽略偏振片对可透射分量的反射和吸收，求穿过每个偏振片后的光强与入射光强之比：  
 $\frac{5}{8}$  &  $\frac{5}{16}$

(2) 若考虑每个偏振片对透射光的吸收率为 10%，穿过每个偏振片后的透射光强与入射光强之比又是多少？  
 $\frac{5}{8} \times \frac{9}{10}$  &  $\frac{5}{16} \times \frac{9}{10}$

解：(1) 理想偏振片的情形，设入射光中自然光强度为  $I_0$ ，则总强度为  $2I_0$ 。穿过  $P_1$  后有光强

$$I_1 = 0.5I_0 + I_0 \cos^2 30^\circ,$$

得

$$I_1 / (2I_0) = 5/8 = 0.625$$

穿过  $P_1$ 、 $P_2$  之后，光强  $I_2 = I_1 \cos^2 45^\circ = I_1/2$

所以  $I_2 / (2I_0) = 5/16 = 0.313$

(2) 可透部分被每片吸收 10%。穿过  $P_1$  后光强

$$I_1' = I_1 \times 90\%,$$

$$I_1' / (2I_0) = 0.9I_1 / (2I_0) = 0.563$$

穿过  $P_1$ 、 $P_2$  之后，光强为  $I_2'$ ， $I_2' / (2I_0) = 0.253$

另外再求

## 光的量子性

- 10、双光子光电效应是指金属同时吸收两个光子的能量，产生光电子。对铝来说，移去一个电子所需的能量是  $4.2\text{eV}$ ，使用波长为  $400\text{nm}$  的强激光照射铝表面观察到双光子光电效应，测得的遏止电压是  $2.02\text{V}$ 。  $400\text{nm}$  光子的动量为  $1.658 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

$$h\nu = -eU + A$$

$$p = mc = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = mc^2 = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} c$$

$$2 \times \frac{3 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} \times 6.63 \times 10^{-34} - 4.2 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$c = \nu \lambda$$