2020年春运筹学基础 期末试卷

Hank Wang 回忆

一. (10分) 已知线性规划问题

$$\min z = ax_1 + 2x_2 - 4x_3$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - bx_3 \geq 2 \\ -x_1 + cx_2 - x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

化为标准形式后, 约束条件为

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - bx_3 - x_4 + x_6 = 2 \\ -x_1 + cx_2 - x_3 + x_5 = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \cdots, 6 \end{cases}$$

用大M法求解得到最优单纯性表如下所示:

c_j			a	2	-4	0	0	M
$\boldsymbol{C_B}$	$\boldsymbol{X_B}$	$\boldsymbol{b}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
a	x_1	1	1	0	$-1/3$	$-2/3$	d	$2/3$
2	x_2	f	0	1	$-2/3$	$-1/3$	$1/3$	$1/3$
$c_j - z_j$			0	0	0	e	2	$M-6$

1. 求出此表中的a, b, c, d, e, f的值;
2. 写出最优解, 最优值
3. 判断该线性规划是否有唯一最优解, 并说明理由

二. (10分) 线性规划问题

$$\max z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 + x_5$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 \leq 6 \\ 4x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + x_5 \leq 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

已知其对偶问题最优解为$(4/3, 1/6)$, 请写出它的对偶问题并求出原问题的最优解及最优目标函数值.

三. (15分)

某公司有甲乙丙3个分工厂分别生产了同一种产品350, 250, 500件. 在公司生产前已有ABCD 4个客户分别订货150, 200, 300, 350件. 客户A和B在了解到公司完成订货任务后, 产品剩余100件, 因此都想增加订货购买剩余的100件产品. 公司卖给客户的产品利润如下表所示.

产地	利润(元/件)			
	A	B	C	D
甲	10	5	6	7
乙	8	2	7	6
丙	9	3	4	8

试以伏格尔法求得的解为初始解, 问公司如何安排供应才能使总利润最大.

四. (10分)

某计算机制造厂生产A, B, C三种型号的计算机, 装配工作在同一生产线上完成. 三种产品的工时消耗分别为5, 8, 12小时. 生产线每月正常运转时间为170小时; 三种产品的利润分别为每台1000, 1440, 2520元. 该厂经营目标如下(P_1为优先级因子, 表示目标为第i优先级)

P_1: 充分利用现有工时, 必要时可以加班

P_2: A,B,C的最低产量尽可能为5, 5, 8台, 并依单位工时的利润确定权系数;

P_3: 加班时间每月尽量不超过20小时;

P_4: A,B,C的月销售额尽可能保持在10,12,10台, 并依单位工时的利润确定权系数.

试建立其目标规划模型(不用求解).

五. (10分)

以$(1,1,1)$为初始试探解, 尽量用较少的检验次数求解以下0-1规划问题.

$$\max z = 8x_1 + 5x_2 + 4x_3$$
$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 \le 6 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 \ge 4 \\ x_2 + x_3 \ge 2 \\ x_1, x_2, x_3 = 0\text{或}1 \end{cases}$$

六. (15分)

有4项工作要分派给3个人完成, 每个人只能做1项或2项工作. 每项工作也只能由1个人完成, 各人完成各项工作所需费用如下表所示. 问应如何安排人选, 才能使完成这4项工作的总费用最低?

人员	A	B	C	D
甲	10	9	7	8
乙	5	8	7	7
丙	5	4	6	5

七. (18分)

某双核网络信息处理模块接收到的信息流为泊松流, 每秒钟到达36个数据包, 信息的输出服从负指数分布, 平均每个核每秒可处理20个数据包. 已知这两个核共享一个缓冲区, 该缓冲区可存储4个数据包, 当数据包到达而缓冲区已满时, 该数据包就不得不被丢弃. 试求:

1. 该排队模型属于哪种类型?
2. 数据包损失的概率有多大?
3. 该处理中心拟升级模块, 将双核升级为四核, 或将缓冲区扩充至可存储8个数据包, 哪种可以更好的避免数据包损失?

可能用到公式如下:

$$P_0 = \frac{1}{\sum\limits_{k=0}^{c} \frac{(c\rho)^k}{k!} + \frac{c^c}{c!} \cdot \frac{\rho(\rho^c - \rho^N)}{1-\rho}} \qquad \rho \neq 1$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{(c\rho)^n}{n!} P_0 & (0 \leq n \leq c) \\ \frac{c^c}{c!} \rho^n P_0 & (c \leq n \leq N) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 \rho (c\rho)^c}{c!(1-\rho)^2} \left[1 - \rho^{N-c} - (N-c)\rho^{N-c}(1-\rho)\right]$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda(1-P_N)}$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{m} \frac{m!}{(m-i)!} (\frac{\lambda}{\mu})^i}$$

$$P_n = \frac{m!}{(m-n)!} (\frac{\lambda}{\mu})^n P_0 \qquad (1 \leq n \leq m)$$

$$L_q = m - \frac{(\lambda+\mu)(1-P_0)}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{m}{\mu(1-P_0)} - \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\mu}$$

八 (12分)

一家手机店每个月销售100部手机, 手机的年度存储费用为27元, 商店每次订购需花费120元, 每台手机的加个取决于订购数量(见下表). 不允许缺货, 订购时间可以忽略不计. 求:

1. 最优订货批量和年订货次数

2. 总成本

订购手机数量	每台手机的价格(元)
1～80	1000
81～150	900
151以上	880