

# 电动力学作业题

20240329

答题不要求用英语，但应尽量做到逻辑缜密、清晰可读。提交作业不必通过BB网，截止时间请助教决定。

1. 设  $A$ 、 $B$  和  $C$  是3个4-矢量。 (1). 倘若在惯性系  $\Sigma$  中这些4-矢量表达为：

$$A = 4e_0 + 3e_1 + 2e_2 + e_3, \quad B = 5e_0 + 4e_1 + 3e_2, \quad C = e_0 + 2e_1 + 3e_2 + 4e_3 \quad (1)$$

式中  $e_\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) 是  $\Sigma$  系的基矢。请证明  $A$  是类时矢量、 $B$  是类光矢量和  $C$  是类空矢量。 (2). 倘若进行惯性系的变换使得新惯性系  $\Sigma'$  中的基矢定义为：

$$e'_0 = \cosh \theta e_0 + \sinh \theta e_1, \quad e'_1 = \sinh \theta e_0 + \cosh \theta e_1, \quad e'_2 = e_2, \quad e'_3 = e_3 \quad (2)$$

请求出  $\Sigma'$  相对于  $\Sigma$  的物理3-速度  $\mathbf{v}$ ，并把  $A$ 、 $B$  和  $C$  这3个4-矢量在  $\Sigma'$  系中重新表达出来。

2. 设  $A$  与  $B$  是两个非零的、彼此正交的4-矢量， $A \cdot B = A^\mu B_\mu = 0$ 。请判断以下几种观点的正误： (1). 若  $A$  是类光4-矢，则  $B$  或者是类光4-矢、或者是类空4-矢。 (2). 若  $A$  与  $B$  均为类光4-矢，则它们必然成正比。 (3). 若  $A$  是类空4-矢，则  $B$  可以是类光4-矢，可以是类时4-矢，也可以是类空4-矢。 (4). 若  $A$  是类时4-矢，则  $B$  只能是类空4-矢。
3. 一个粒子的4-速度  $U^\mu$  与4-矢  $A^\mu = (3, 0, 0, 1)$  平行，请求出  $U^\mu$  在此惯性系中的诸笛卡尔分量。
4. 设粒子的4-速度在某惯性系  $S$  中可表为  $U^\mu = (2c, U^1, U^2, U^3)$ ，此处  $U^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 是3个待定常数。倘若存在另外两个4-矢  $A^\mu = (0, 1, 1, 1)$  和  $B^\mu = (0, 0, 0, 3)$  使得  $U^\mu A_\mu = 0$  和  $U^\mu B_\mu = 3c$ ，请设法确定粒子4-速度在  $S$  系中的表达式并求出其物理3-速度  $\mathbf{u}$ 。