

电动力学作业题

20240524

答题不要求用英语，但应尽量做到逻辑缜密、清晰可读。提交作业不必通过BB网，截止时间请助教决定。

静电学补充习题：

1. 考虑一半径为 a 的圆形薄片，其电荷面密度为 $\sigma = kr$ ，这里 r 为薄片上点到圆心的距离， k 为一有量纲的常参数。利用多级展开，求该带电圆形薄片在远场区的静电势分布（精确到电四极矩的贡献）。
2. 一带电球体半径为 a ，其电荷体密度具有球对称性， $\rho = \rho(r)$ 。求该带电球体在远场区的各阶电极矩（考虑到二阶极矩项）和静电势的分布。
3. 倘若把一个半径为 R_0 、介电常数为 ϵ 的介质球置于均匀外静电场 \mathbf{E}_0 中，介质球将发生极化。请计算介质球的极化强度 \mathbf{P} 以及介质球内部及表面上的束缚电荷分布。

静磁学习题：

1. 假设把一个磁偶极矩为 \mathbf{m} 的磁偶极子置于坐标原点，证明空间中的电流密度分布为 $\mathbf{j}(\mathbf{r}) = -\mathbf{m} \times \nabla \delta^{(3)}(\mathbf{r})$ 。
2. 请证明磁偶极子 \mathbf{m} （设其占据坐标原点）所激发的磁感应强度分布

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \right] + \frac{2\mu_0\mathbf{m}}{3} \delta^{(3)}(\mathbf{r})$$

满足静磁学基本方程组 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ 与 $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ 。作为对比，请证明置于原点的电偶极子 \mathbf{p} 所激发的电场强度分布

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{3(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{p}}{r^3} \right] - \frac{\mathbf{p}}{3\epsilon_0} \delta^{(3)}(\mathbf{r})$$

满足静电学基本方程组 $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon_0$ 与 $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ 。

3. 半径为 a 的无限长圆柱导体上有恒定电流 j 均匀分布在其截面上。设导体的磁导率为 μ_0 ，导体外介质的磁导率为 μ 。请通过在库仑规范中求解矢势微分方程确定导体圆柱内外空间中矢势的分布。
4. 把一磁导率为 μ 、半径为 a 的介质球置于均匀外磁场 \mathbf{B}_0 中，求介质球内外空间中磁感应强度 \mathbf{B} 的分布。