

机构示意图：可以不按比例绘制。

标注：构件编号、运动副代号、原动件运动方向。

机构运动简图

表示机构中各构件间相对运动

1. 抽象、近似 2. 运动副符号 3. 按比例

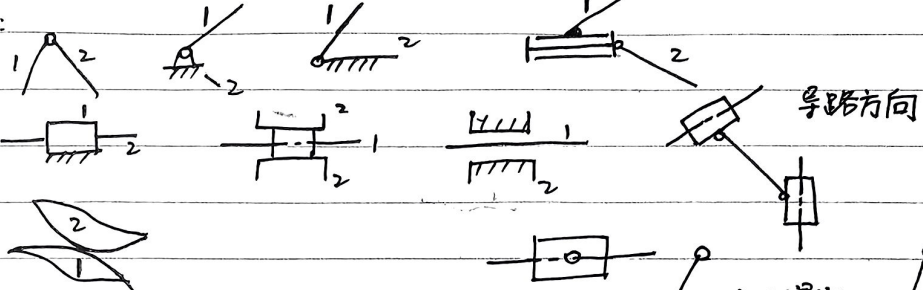
机架用斜线表示

平面运动副：

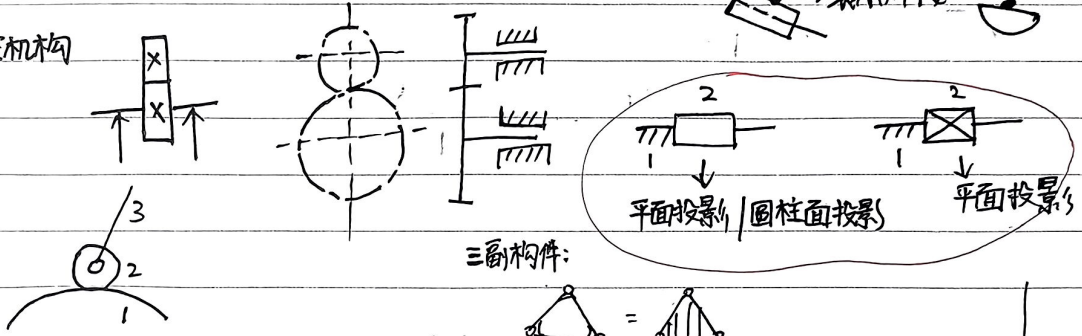
R: (转动副)

P: (移动副)

H: (平面高副)



齿轮机构



注意：与“”不同

运动链点：动一个或少数可带动其余。

平面机构自由度

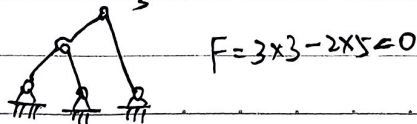
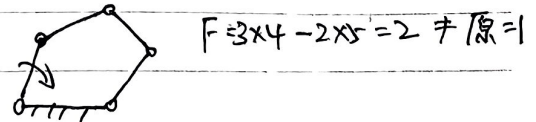
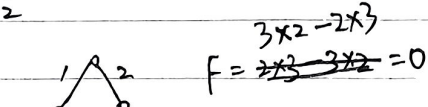
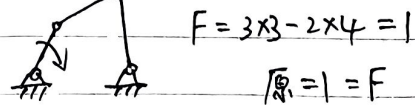
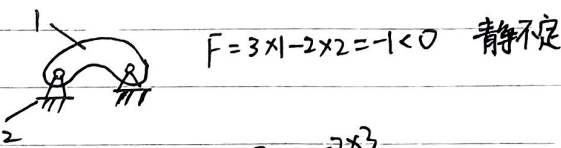
运动链：两个或两个以上构件
运动副
≠ 机构

闭链：每个构件至少包含两个运动副元素
封闭系统
开链：有的构件只包含一个运动副元素
→ 机械手、多自由度系统。

二、运动链成为机构的条件？ 可实现预期的机械运动 → 比较抽象

三、运动链自由度 $F = 3n - (2P_L + P_H)$

$F > 0$ (必要条件)
原 = F



扫码使用

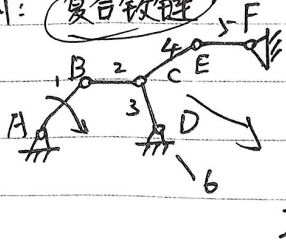
夸克扫描王



>2

→多个构件在同一个地方

特例: 复合铰链



$$F = 3 \times 5 - 2 \times 7 = 1 = \text{原动件数量}$$

5种情况

P: 导路 //

R: 轴线重合.

H: 接触点公法线重合.

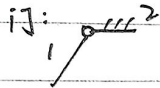
特定几何条件.

虚约束: 对独立运动不起限制作用的约束.

例① → R情况
2个构件, 多个R. 共轴线

→ (只有一个R起作用)

输入 → 输出有无数条
相同的传动路线



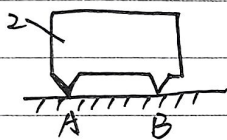
$$F = 3 \times 1 - 2 \times 1 = 1$$

例② → P情况: 2个构件, 多个P. 导路平行: (只有一个P起作用).



$$F = 3 \times 1 - 2 \times 1 = 1$$

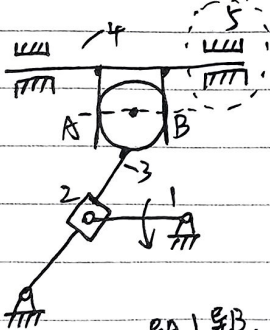
例③ → H情况



$$F = 3 \times 1 - 2 \times 0 - 1 \times 2 = 1$$

接触点

2个构件, 多个H. 公法线重合, 则只有一个H起作用.

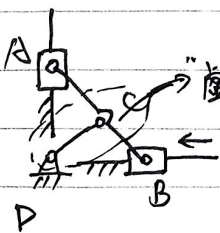


$$F = 3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 \times 2 = 0 \quad (X)$$

$$F = 3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 \times 1 = 1 \quad (\checkmark)$$

导A上导B. C. AB轴.

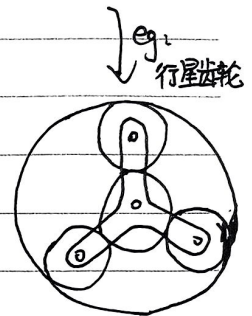
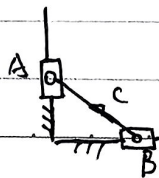
$$F = 3 \times 4 - 2 \times (4+2) = 0 \quad (X)$$



“虚约束”

CD被特定几何条件限制.

$$F = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1 \quad (\checkmark)$$

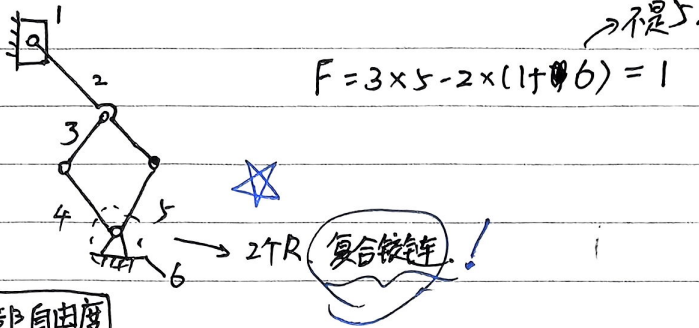


eg. 行星齿轮

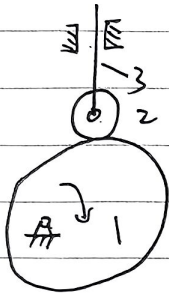
扫码使用

夸克扫描王

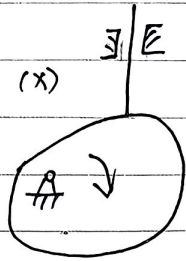
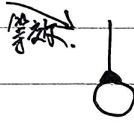




局部自由度



$F = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 = 2$ (x)



$F = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1$ (v)

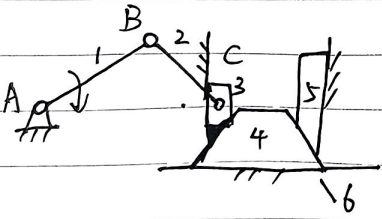
总结：
计算自由度时，要考虑虚约束

高副低代
复合铰链
虚约束
局部自由度

5种情况

- ① P: 导路平行
- ② R: 轴线重合
- ③ H: 接触点公法线重合
- ④ 特定几何条件
- ⑤ 输入 → 输出有多条相同的传动路线。这时，R按其中一个起作用

eg: 大纲之外:



$F = 3 \times 5 - 2 \times (3 + 5) = -1 < 0$

扫码使用

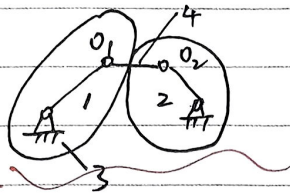
夸克扫描王



平面机构的结构分析

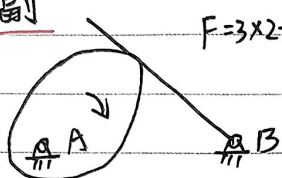
一、高副低代 原则：运动保持不变 $F.V.a$

瞬时代替：
最简单的方法是用两个转动副和一个构件代替一个高副



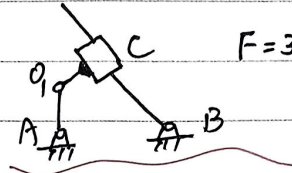
$$F = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1$$

$$F = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$



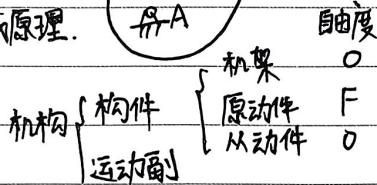
$$F = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1$$

\Rightarrow



$$F = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$

二、组成原理



从动件系统 \Rightarrow 自由度为0运动链 \rightarrow 杆组
不可再分

杆组自由度为0

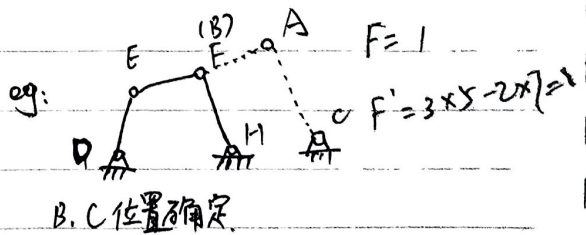
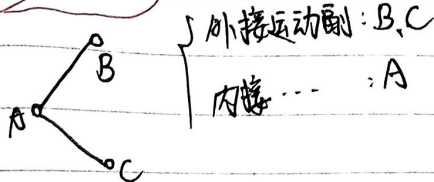
在机构中 + 杆组，不影响机构自由度

运动链成为杆组的条件

从动件个数 n . P_L . $P_H = 0$.

$$F = 3n - 2P_L = 0 \Rightarrow n \text{ 为偶数. } n = 2, 4, 6, \dots$$

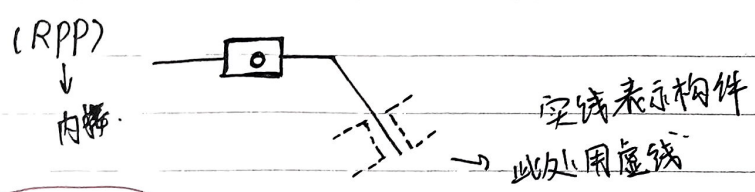
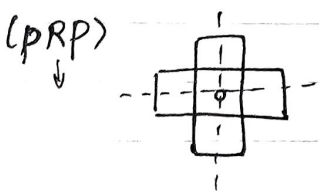
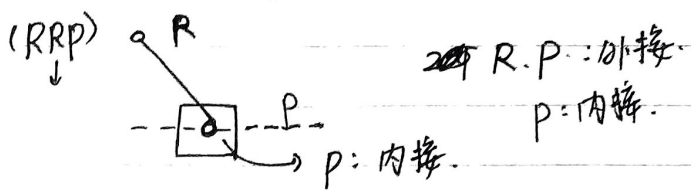
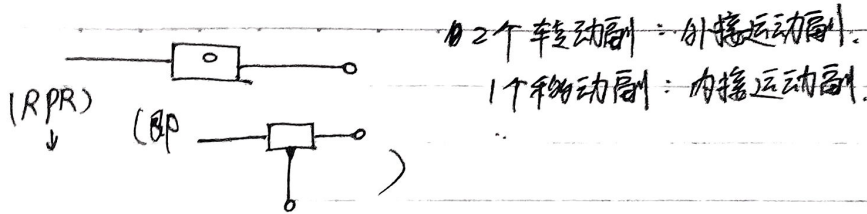
$n=2, P_L=3$



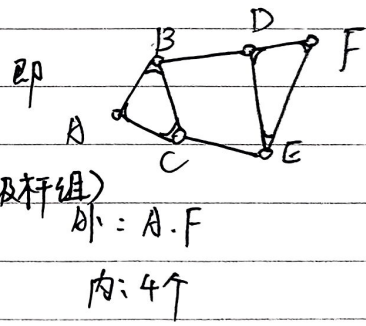
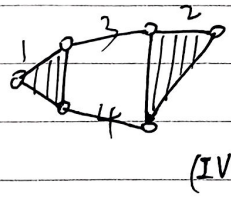
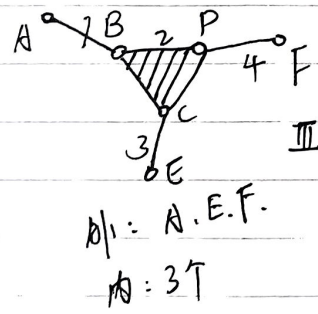
扫码使用

夸克扫描王

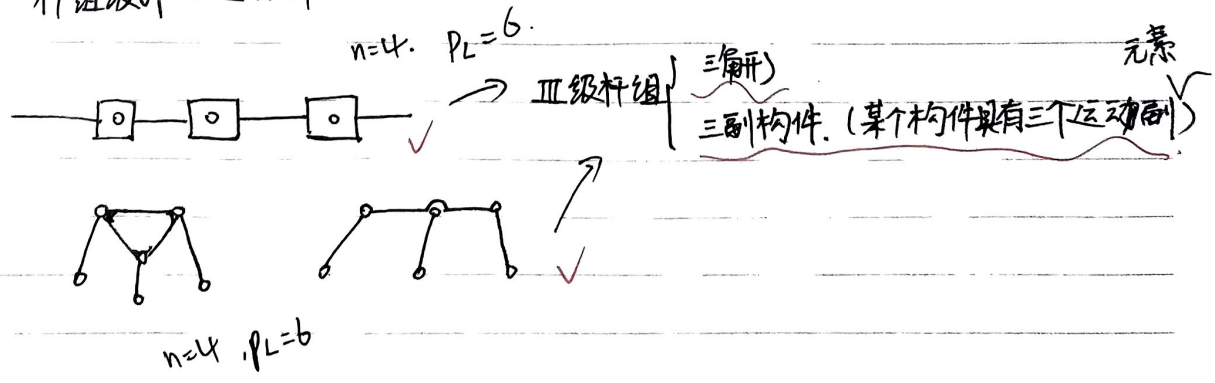




$n=4, PL=6$ (不可再分) 杆组

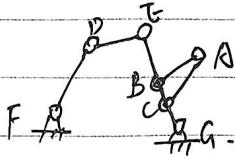


杆组级别: 由运动副封闭的边数开。



杆组添加作用：运动扩展

不能把外接运动副添加到同一个构件上，不然就开成了^{木行}架。
所有



机构级别：取决于所含杆组最高级别。

I级：

将已知的机构分解为原动件、机架和基本杆组并确定机构的级别。

三. 结构分析.

机构 } 原动件
 } 杆组
 } 机架

原则：从远离原动件的地方开始拆。

不是空间，而是运动关系的远离。| 杆组添加顺序的远离。

要领：① 化简 (注意三种特殊情况)

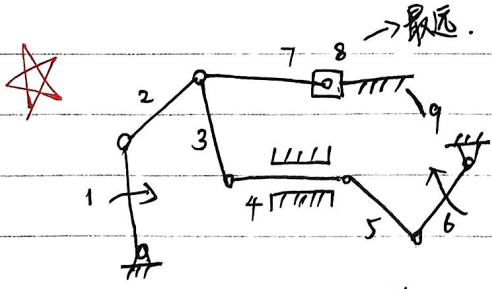
② 高副低代。

③ 从 $n=2$ 开始，直到只剩下机架、原动件为止。

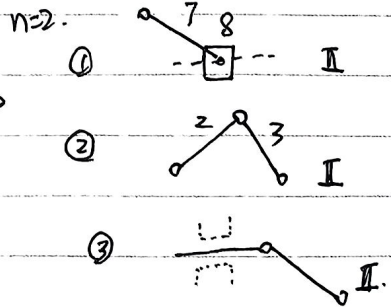
(首先判断是否能成为机构)

④ 杆组上不能改变机构自由度

⑤ 剩余机构，不允许 构件R有1个自由度 → 局部自由度。
运动副元素 ∈ 1个构件 → 虚约束。
(原动件除外)



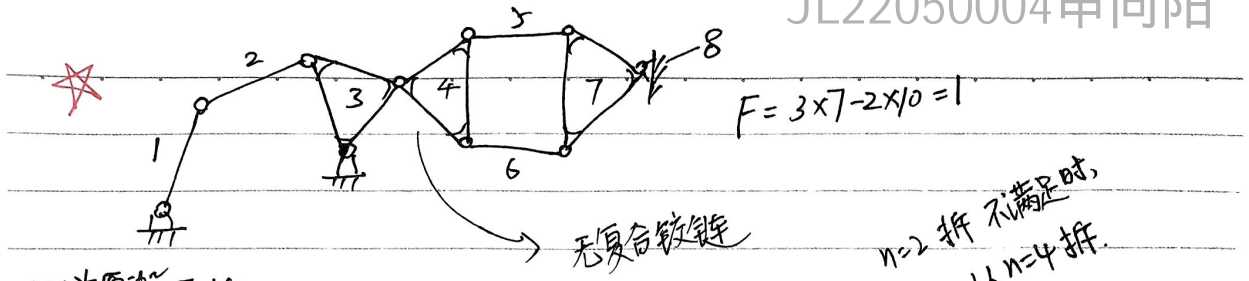
II级机构。



$$F = 3 \times 8 - 2 \times (9 + 2) = 2 = \text{原}$$

扫码使用

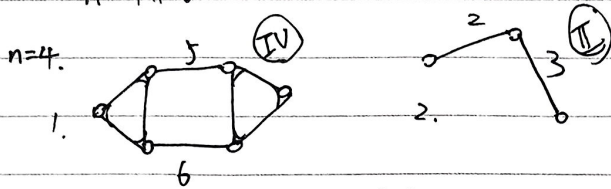




以1为原动件，从7拆。

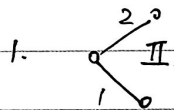
$n=2 \times$
 $n=4$ 开始。

$n=2$ 拆不满足时，
从 $n=4$ 拆。



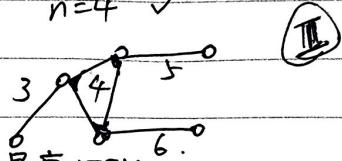
以7为原动件。

$n=2$ 开始，



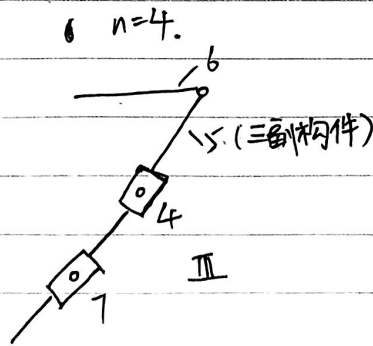
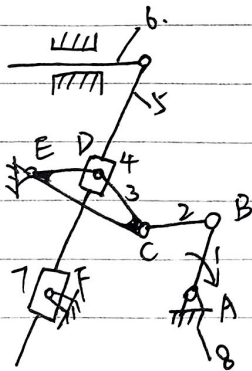
$n=2 \times$

$n=4 \checkmark$

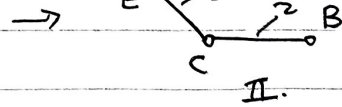


☆: 机构级别 取决于 ^{机构结构开式} (所含基本杆组的最高级别) 原动件位置。

$F=1$



$n=2$

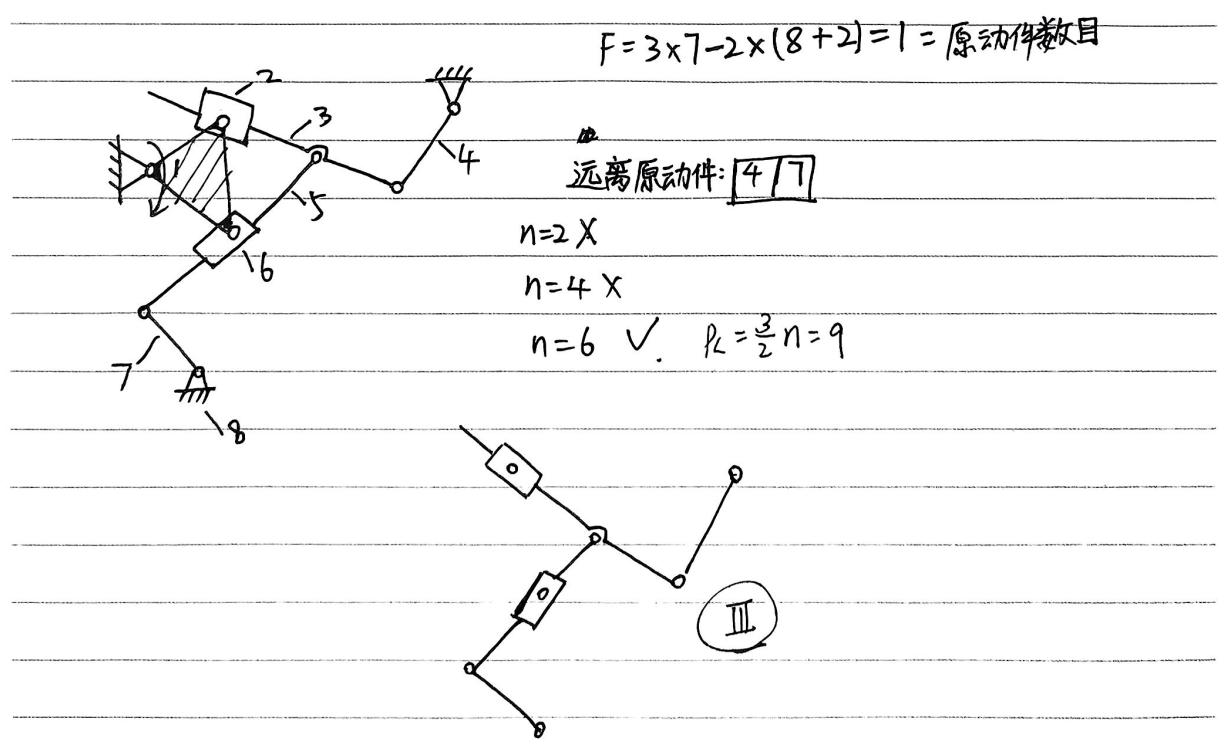
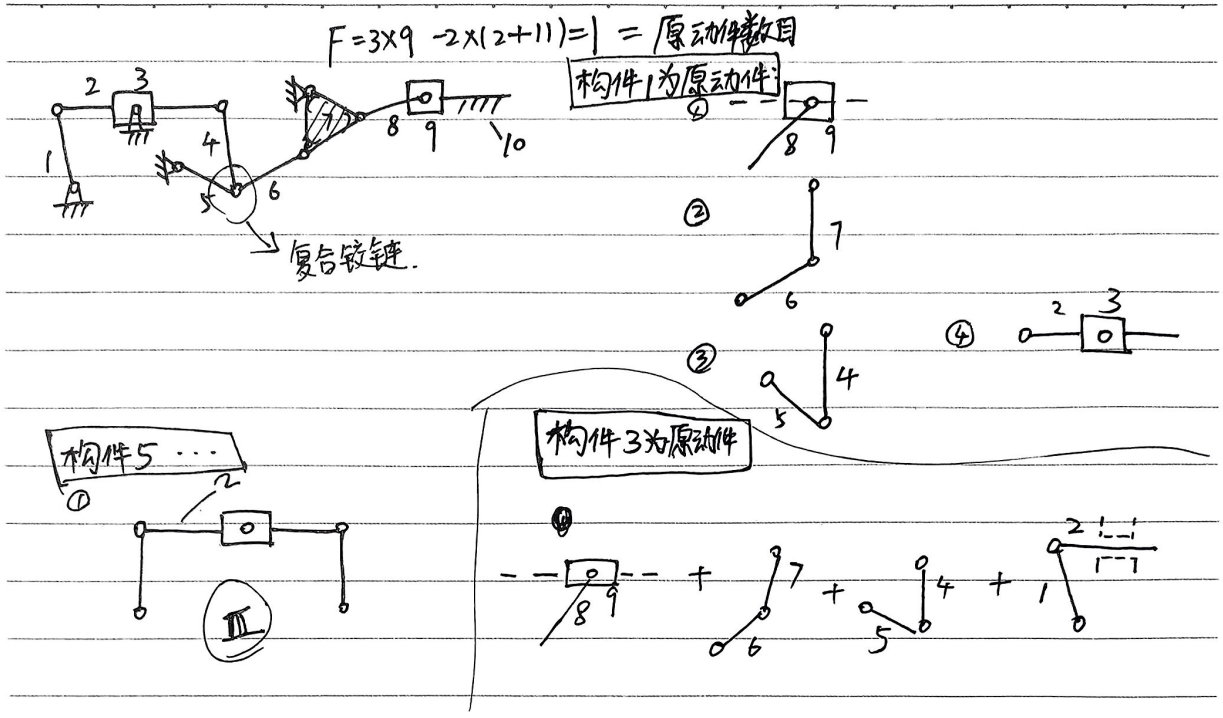


∴ ~~IV级机构~~ ∴ III级机构。

扫码使用

夸克扫描王





速度瞬心 Instant Center

任一瞬时，^{任何两个}刚体的相对运动绕一重合点转动。

瞬心：瞬时回转中心

I.C. 瞬时 $\left\{ \begin{array}{l} \text{相对}V=0 \\ V\text{相同} \end{array} \right\}$ 重合点

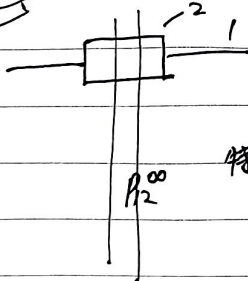
绝对瞬心：绝对 $V=0$
 相对瞬心：绝对 $V \neq 0$

不论两构件处在哪里，都有瞬心。

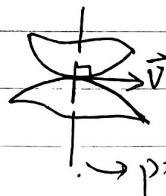
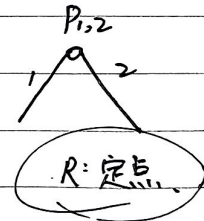
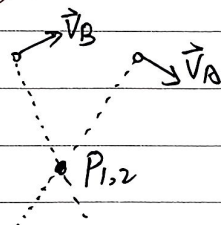
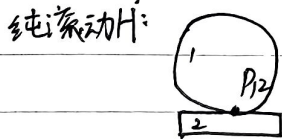
$$N = \frac{k(k-1)}{2}$$

N : I.C. 数目
 k : ~~瞬心~~ 构件数目

求 I.C.: ① 根据相对运动求



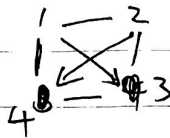
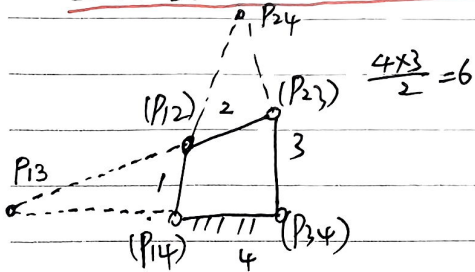
特征：
 1. 导路方向
 2. 有向性
 3. 可平移



② 两个构件通过运动副直接接触

③ 不直接接触齿:

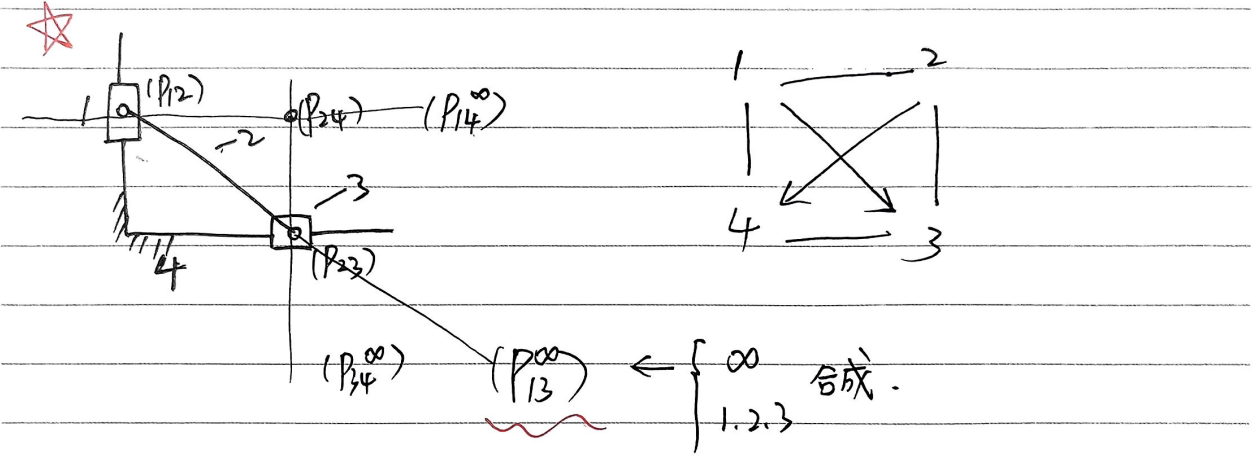
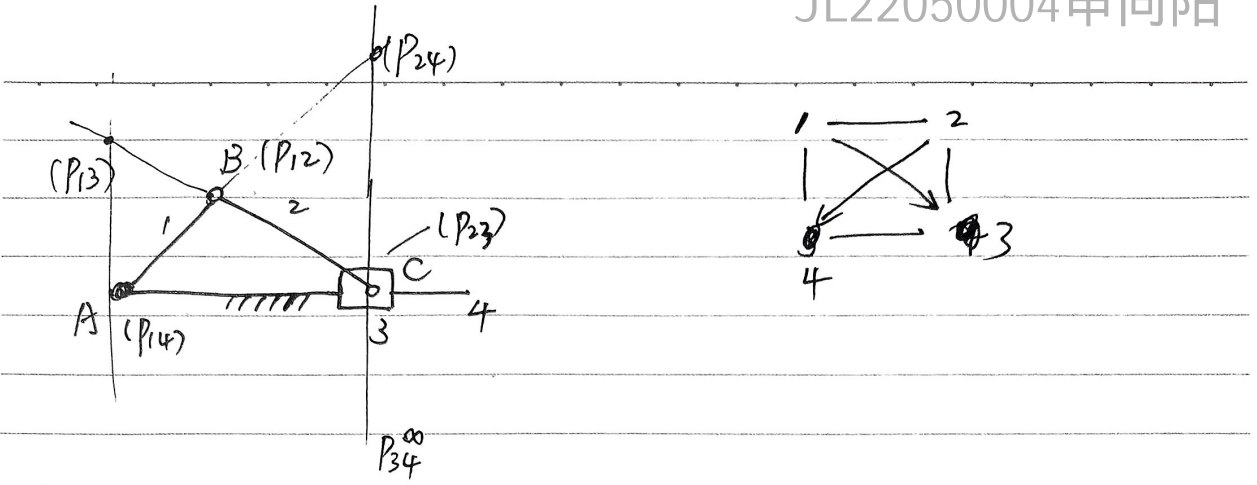
三心定理: 三个构件开成的三个瞬心一定共线。



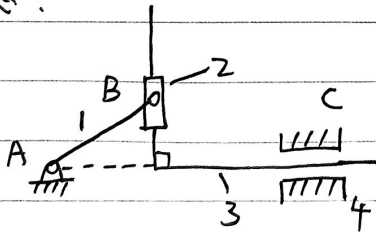
扫码使用

夸克扫描王

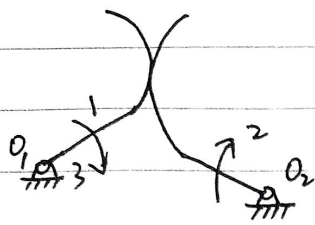




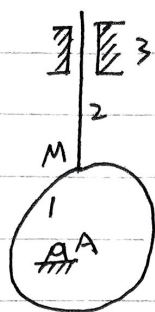
作业：求瞬心：



凸轮接触与曲面接触 高副低代



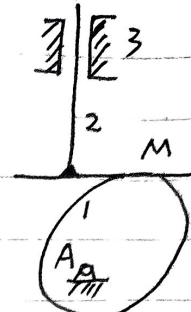
(a)



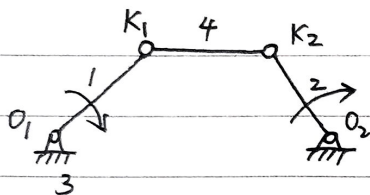
(b)



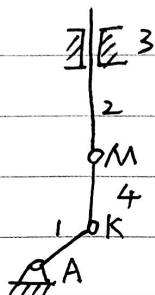
(c)



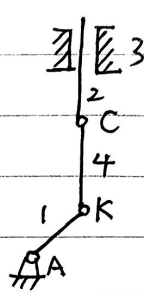
(d)



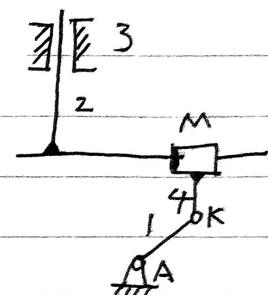
(a)



(b)

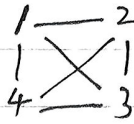
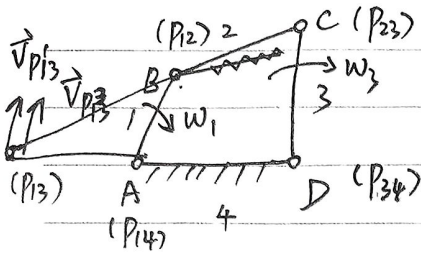


(c)



(d)



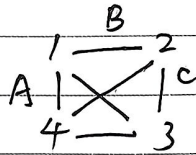
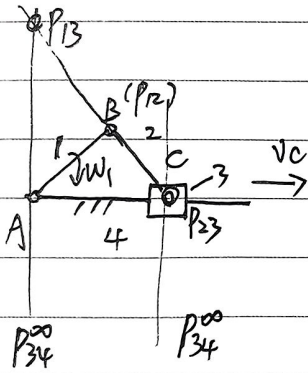


求 w_3

~~$\vec{V}_{P13} = \vec{V}_{P13}$~~

$w_1 \times l_{P13A} = w_3 \times l_{P13D}$

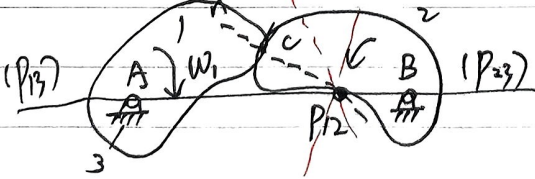
在 A.D 之间, w_1, w_3 反. $\frac{w_3}{w_1} = \frac{l_{AP13}}{l_{DP13}}$ $w_3 = \frac{l_{AP13}}{l_{DP13}} \cdot w_1$
 在 A.D 之外, w_1, w_3 同.



$\vec{V}_{P13} = \vec{V}_{P13}$

$w_1 \times l_{P13A} = w_2 \times l_{P13C}$

如何维持传动比? 高副接触, IC 在接触点的公法线上
 三心定理



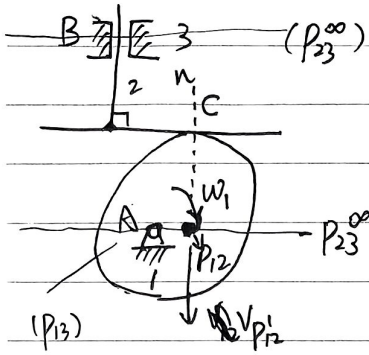
$\vec{V}_{P12} = \vec{V}_{P12}$
 $w_1 \times l_{AP12} = w_2 \times l_{BP12}$

P_{12} 在公法线和 $P_{13} P_{23}$ 交点处

P_{12} 可能在 AB 之内, 也可能

在 AB 之外 w_2 与 w_1 同向

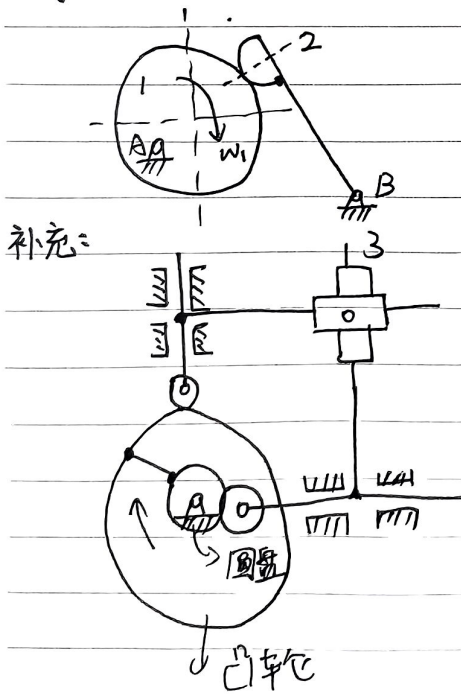




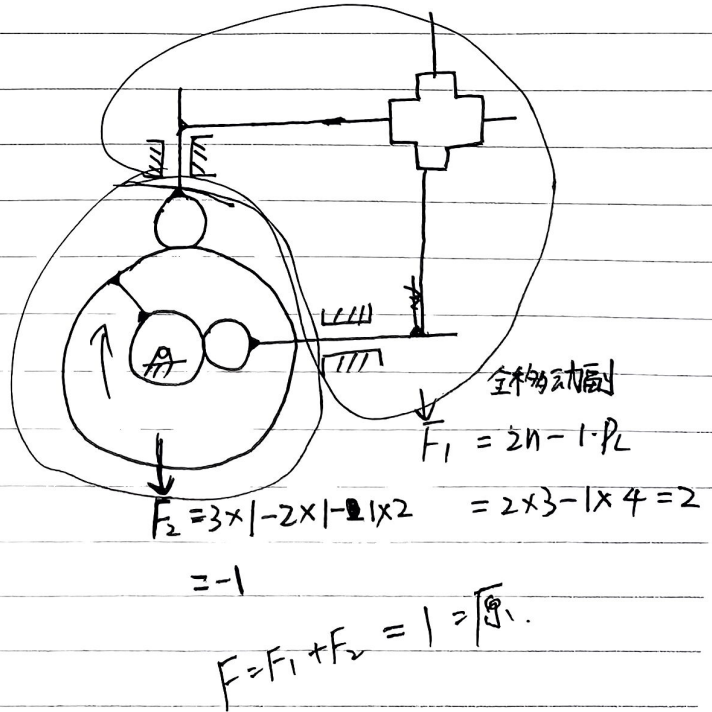
$$\vec{V}_{P_{12}} = \vec{V}_{P_{12}}$$

$$\omega_1 \cdot l_{P_{12}A} = V_2$$

作业:
求 ω_2



两杆垂直 R 无意义. 故去掉



扫码使用

夸克扫描王

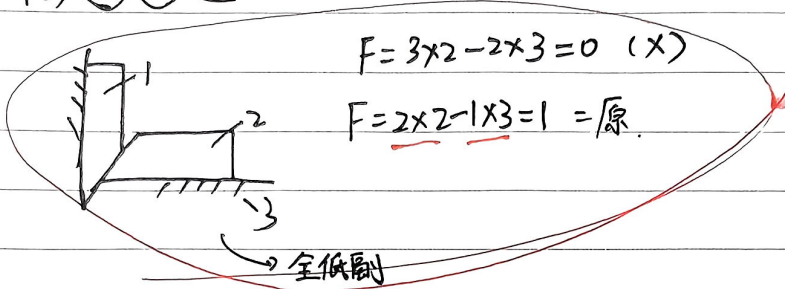


(6) 全空间: $F = 6n - 5P_5 - 4P_4 - \dots - 1 \cdot P_1$

(3) 平面: $F = 3n - 2P_2$

(2) 全铰动副: $F = 2n - 1 \cdot P_2$

所有构件都受到一个公共约束.
无 R, H.



2023.9.19

JL22050004申向阳

二、平面连杆机构

运动副
运动分析
设计应用
精度

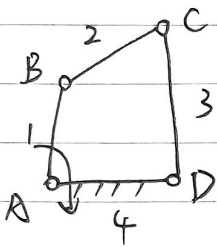
平面低副优点:

面接触压力小
易于润滑
加工精度高
易于加工

缺点

实现复杂运动困难
累积误差随杆数增加

§ 基本型式



机架 4

连架杆 1, 3

连杆: 2

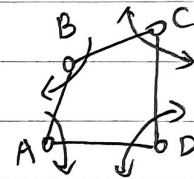
曲杆 1
摇杆 3

A - 整转副

D - 摆动副

根据两个连架杆运动不同分为

双曲柄机构
双摇杆机构
曲柄摇杆机构

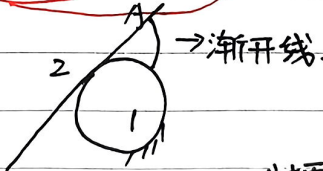
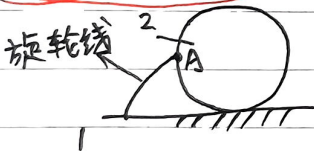


铰链四杆机构

低副的运动可逆性

低副的相对运动不变性

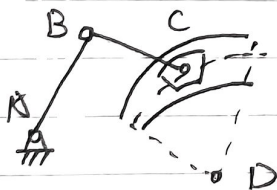
高副? 不具有



以 AB 为机架 - 双曲柄机构

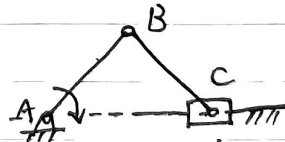
CD 双摇

曲柄滑块机构

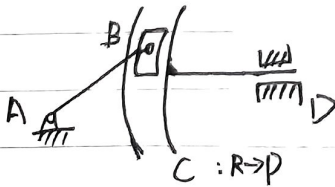


$l_{cd} \rightarrow \infty$

\Rightarrow

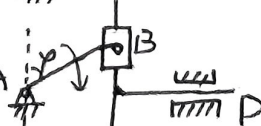


偏距
 $e=0$ 对心
 $e \neq 0$ 偏置



$l_{bc} \rightarrow \infty$

\Rightarrow



$s = l_{ab} \sin \varphi$ 正弦机构

杠杆机构

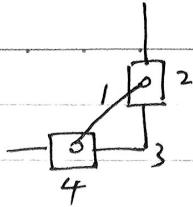


$s = a \tan \varphi$

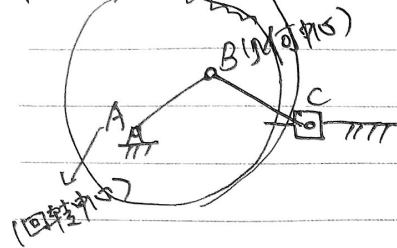
正切机构



以 为机架 | 双转块
 2/4 曲柄移动导杆
 3 双滑块.



偏心轮机构



存在曲柄的条件?

① 连架杆对应的转动副有一个是整转副

② R 存在条件

工作特性

R → 整转副条件:

$a - l_{min}$

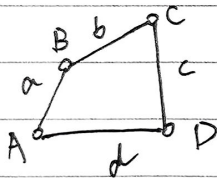
杆长之和条件

$l_{min} + l_{max} \leq \text{其余两杆之和}$

∃ 整转副 ⇔ ∃ 曲柄

$a < d$, 以 AD 为机架

意味着 ∃ 整转副 (R)



① $l_{min} + l_{max} > \text{其余杆之和}$ ⇒ 整转副
 ⇒ 双摇杆机构

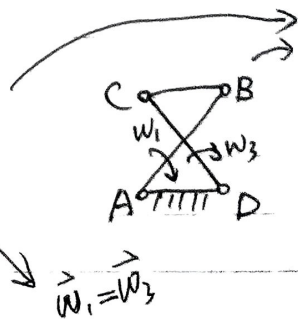
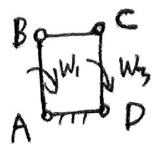
② $l_{min} + l_{max} \leq \text{其余}$ ⇒ 整转副

机架 $\left\{ \begin{array}{l} l_{min} \text{ 双曲柄} \\ l_{min} \text{ 对边} \text{ — 双摇杆} \\ l_{min} \text{ 邻边} \text{ — 一曲柄摇杆} \end{array} \right.$

ABCD : $AB=CD \neq AD=BC$

满足杆长之和条件 ⇒ 4R

(平行双曲柄机构)



区别?

$\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_3$

扫码使用

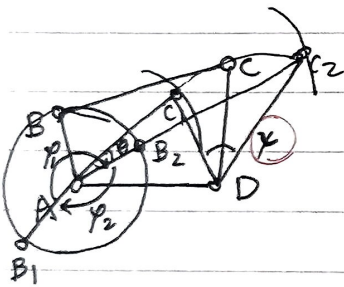
夸克扫描王



两个 l_{min} :

$$l_{min} + l_{max} \geq \Sigma \text{其余}$$

- > : 双摇杆机构.
- = : { 两个 l_{min} 相邻 : 3个 \downarrow 1个 \downarrow ~~曲柄~~ 什么机构取决于机架位置
- 两个 l_{min} 相对 双曲柄



AB, BC 拉直共线, C_2 最远
重叠共线, C_1 最近

$C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_1$
 从动件: γ γ
 主动件: $\rho_1 > \rho_2$

θ : 极位夹角 $\theta \in [0, 180^\circ)$

行程速度系数 $K = \frac{V_{快}}{V_{慢}} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$

$$t_1 = \frac{\rho_1}{\omega_1} > t_2 = \frac{\rho_2}{\omega_2}$$

$$v_1 = \frac{\omega_1 \rho_1}{t_1} \quad v_2 = \frac{\omega_2 \rho_2}{t_2}$$

慢 快

$$\theta = \angle C_2AD - \angle C_1A$$

$$\theta = \angle C_1AD - \angle C_2AD$$

$$K = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta} \geq 1$$

$K > 1$ 急回特性

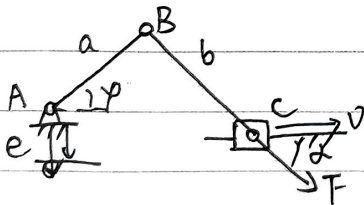
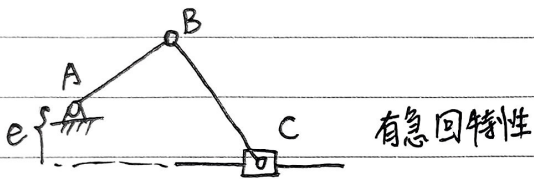
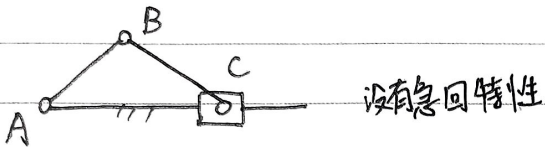
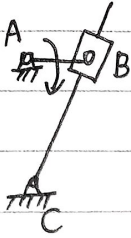
$$\cos \angle C_1AD = \frac{(BC-AB)^2 + AD^2 - CD^2}{2AD(BC-AB)}$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\rho_1 - \rho_2)$$

$$\cos \angle C_2AD = \frac{(BC+AB)^2 + AD^2 - CD^2}{2AD(BC+AB)}$$

$$\theta = \angle C_1AD - \angle C_2AD$$



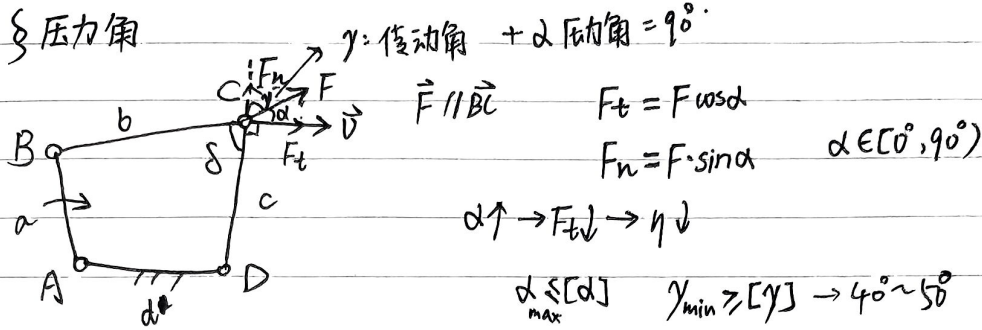


dmax, 当B在最高点时

$$\sin d = \frac{e + a \sin \alpha}{b}$$



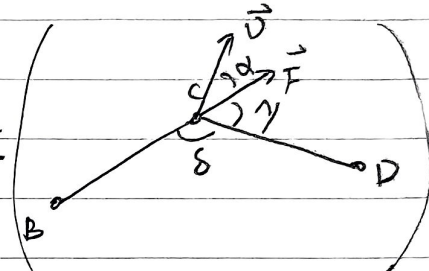
§ 压力角



δ : 机构位置角

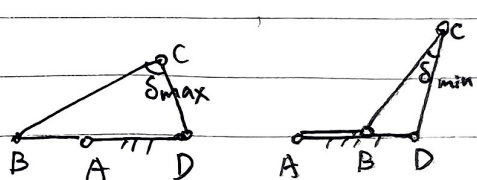
$\left\{ \begin{array}{l} \delta < 90^\circ \quad \gamma_{min} = \delta \\ 90^\circ < \delta < 180^\circ \quad \gamma_{min} = 180^\circ - \delta_{max} \end{array} \right.$

$\cos \delta = \frac{b^2 + c^2 - BD^2}{2bc}$

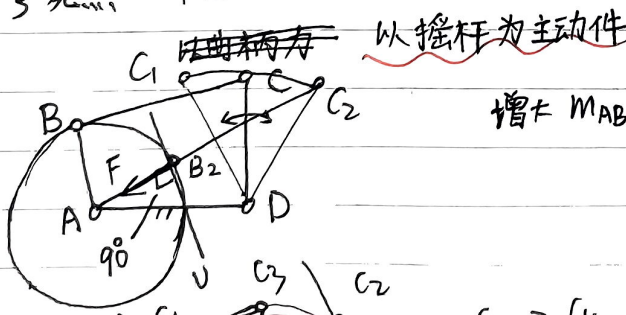


$\min \left\{ \begin{array}{l} \delta_{min} \\ 180^\circ - \delta_{max} \end{array} \right\} = \gamma_{min}$ $BD \downarrow : \delta \downarrow$

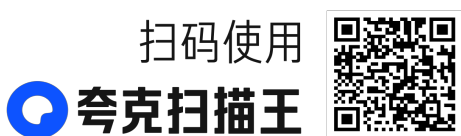
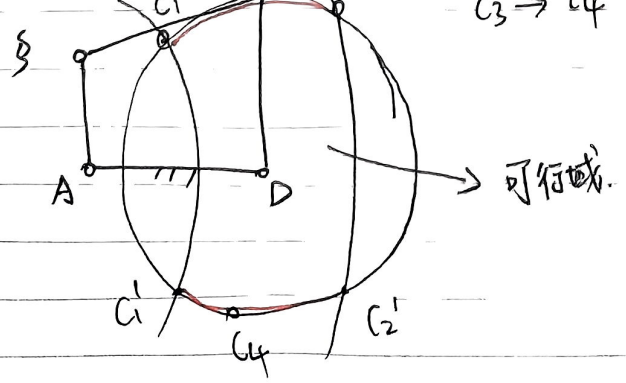
$BD_{min} = d - a$
 $BD_{max} = a + d$



§ 死点 $\vec{F} \perp \vec{v}$



应用: 缝纫机
夹紧机构



2023. 10. 08 (日)

设计

条件: 运动条件, 几何条件.

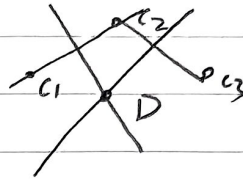
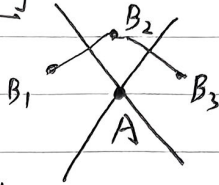
动→定

一. 图解法

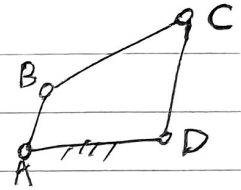
动→定 易

定→动

① 已知: B_1, C_1
三对应 B_2, C_2
 B_3, C_3



在圆弧上.



② 已知A, D, BC连杆上MN的三组对应位置.

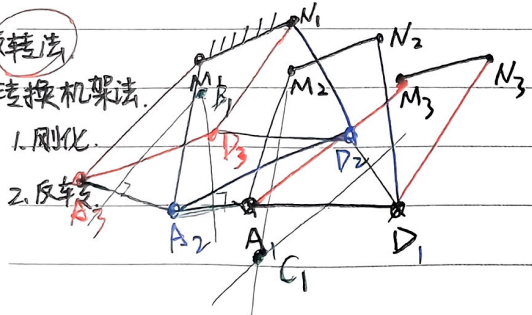
M_1, N_1
 M_2, N_2
 M_3, N_3 .

反转法

转换机架法.

1. 刚化.

2. 反转.



定→动 难.

MN→机架.

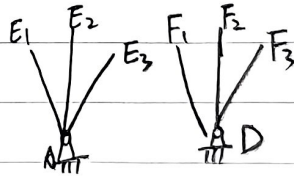
$\square M_1 M_1 D_2 A_2 \cong \square M_2 N_2 D A$

$\square M_1 N_1 D_3 A_3 \cong \square M_3 N_3 D A_1$

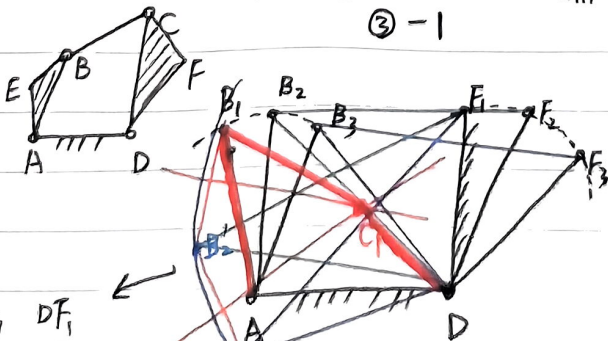
低副的相对运动不变性

此时得出的 B_1, C_1 是连杆BC在(连杆BC上两点MN在 M_1, N_1 位置) 时的位置.

③ 已知A, D, AEDF三对对应位置.



③-1



以 AB_1 为杆的第一位置 (对应听)

$\triangle DB_2' F_1 \cong \triangle DB_2 F_2 \Rightarrow B_2'$
 $\triangle DB_3' F_1 \cong \triangle DB_3 F_3 \Rightarrow B_3'$

AB_1, DF_1
 AB_2, DF_2
 AB_3, DF_3

(见课本 P85)

(以 DF 为机架时, C固定, B绕C转动)

确定B, 求C
右边任选一点, 推为边.

扫码使用

夸克扫描王

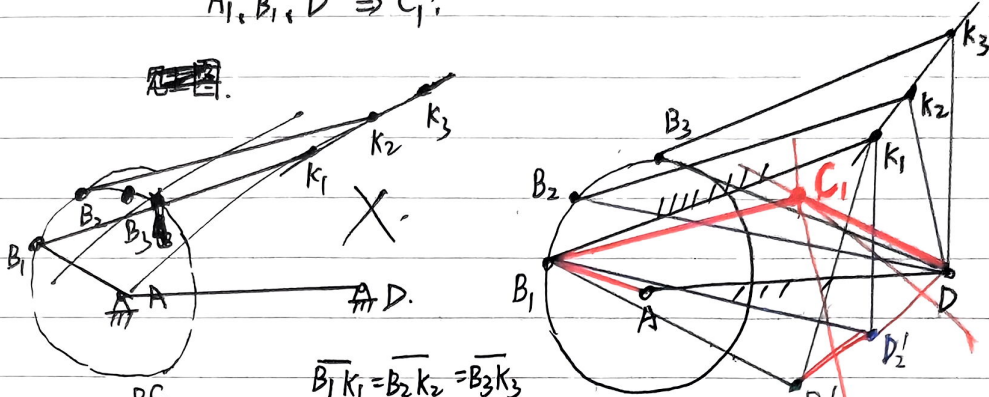


③-2

连杆上K点的三个位置

已知A, D, AB_1, AB_2, AB_3 , $(K \in BC)$, K_1, K_2, K_3 .

$A_1, B_1, D \Rightarrow C_1?$



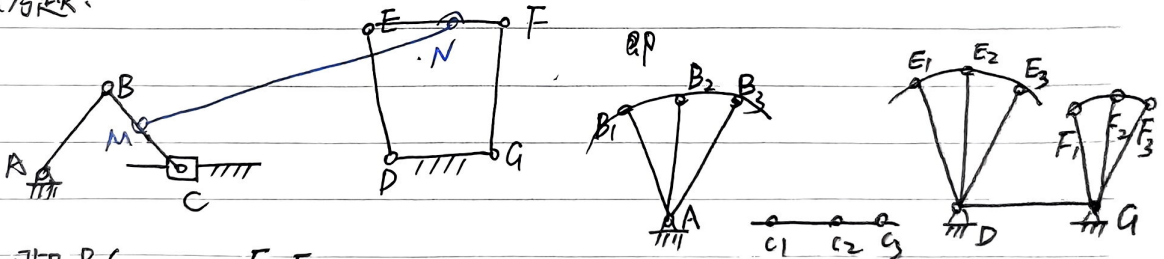
BC 为机架时, D 绕 C 转动.

$\overline{B_1K_1} = \overline{B_2K_2} = \overline{B_3K_3}$

$\Delta D'_2 B_1 K_1 \cong \Delta D B_2 K_2 \Rightarrow D'_2$
 $\Delta D'_3 B_1 K_1 \cong \Delta D B_3 K_3 \Rightarrow D'_3$

思考题:

M点确定, N唯一.



已知 $B_1 C_1$, $E_1 F_1$
 $B_2 C_2 \Rightarrow E_2 F_2$
 $B_3 C_3 \uparrow E_3 F_3$

设计MN

求满足条件的MN. ($M \in BC, N \in EF$)

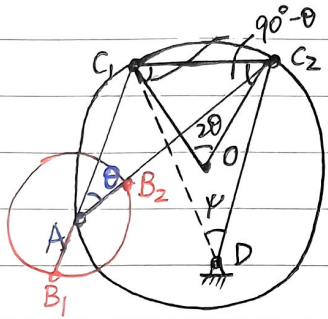
扫码使用

夸克扫描王



④ 曲柄摇杆 ABCD
 已知 $\left\{ \begin{array}{l} CD \text{ 杆长} \\ \text{摆角 } \psi (\psi_{max}) \\ \text{行程速度变化系数 } K \end{array} \right.$

设计四杆机构.



$$K = \frac{v_1}{v_2} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta} \quad K \geq 1$$

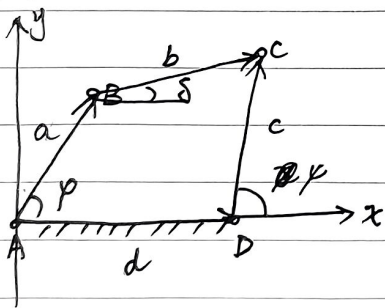
$$\downarrow$$

$$\text{极位夹角 } \theta = 180^\circ \cdot \frac{K-1}{K+1}$$

$$\begin{cases} AC_1 = b - a \\ AC_2 = b + a \end{cases} \quad d = \overline{AD}$$

$$\begin{cases} a = \frac{AC_2 - AC_1}{2} \\ b = \frac{AC_2 + AC_1}{2} \end{cases}$$

二. 解析法.



$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AD} + \vec{DC}$$

在 x, y 投影:

$$\begin{cases} x: a \cos \psi + b \cos \delta = d + c \cos \psi \\ y: \dots \dots \end{cases}$$



凸轮机构 (转角 φ)

平面凸轮机构

空间凸轮

P_{100}

形状: 盘形凸轮, 移动凸轮, 圆柱凸轮, 圆锥凸轮

分类: 按从动件上高副元素的几何形状分: 尖顶从动件, 滚子从动件, 平底从动件
 (实现复杂运动有限制)

按凸轮与从动件锁合方式分: 力锁合凸轮机构.

几何/形状锁合的凸轮机构.

(1) 沟槽凸轮机构. \rightarrow 设计复杂, 加工复杂

(2) 等宽

(3) 等径.

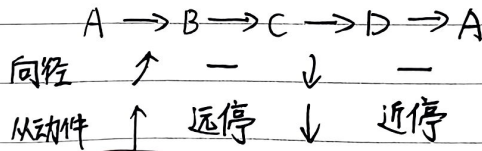
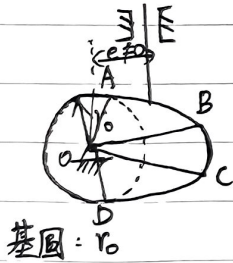
按从动件的运动形式分:

(1) 摆动 从动件凸轮机构

(2) 移动 \rightarrow (对心, 偏置).

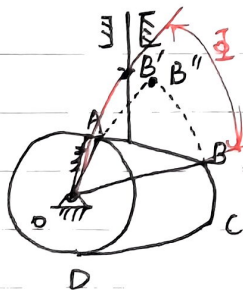
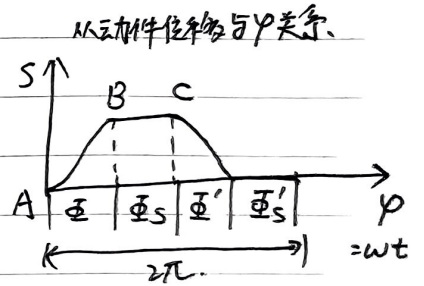
常用于高速

从动件运动规律.



Φ 推程运动角 $\neq \angle AOB$ Φ' 回程运动角

Φ_s 远程 ~~运动~~ 角 Φ'_s 近休止角



~~$\Phi = \angle BOB'$~~

$\Phi = \angle BOB'$

\rightarrow 该图: O, A, B'' 共线. $\angle B'O B > \angle AOB$ ($\angle B''OB$)

B' 在移动导路线上.

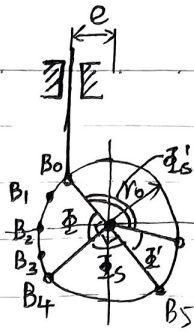
扫码使用

夸克扫描王

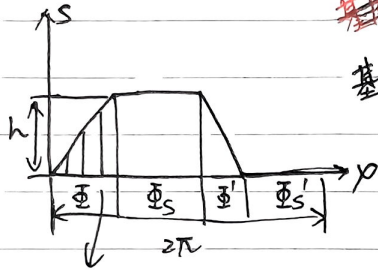
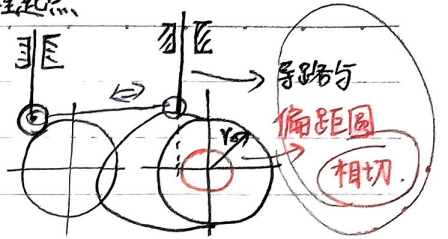


图解法设计

已知 $w, s(\varphi), r_0, e$
 \Rightarrow 轮廓?



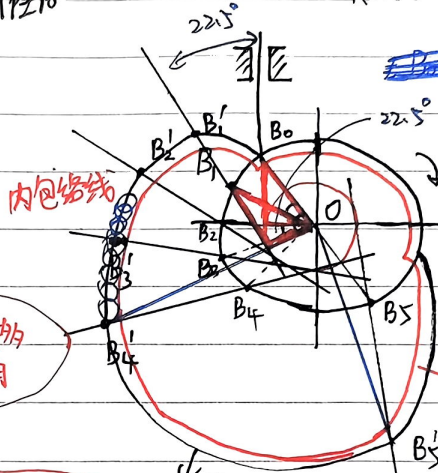
B_0 : 推程起点



基圆半径 r_0

尖底偏置直动从动件

均分4等份 每份 22.5°



尖底偏置直动从动件

滚子 r_r

凸轮的转角: 从动件两位置的
(φ) 线间的夹角

实际轮廓曲线

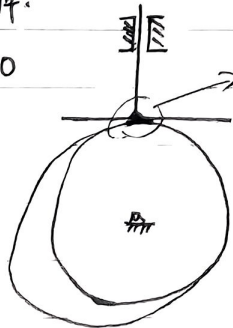
r_0 对应理论轮廓线上的基圆半径/最小向径

(B_1 : 假设从动件位移为0)

$B_4 \rightarrow B_5$ 圆弧一段

对于平底从动件:

一般: $e=0$



接触点不一定是这一点

以平底与导路交点为参考点

平底内包络线

摆动从动件 (自学)

扫码使用

夸克扫描王



§ 解析法

设计参考点

一、滚子偏置直动从动件盘形凸轮机构

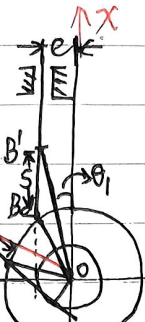
e 和 $S(p), r_0, r_f, e$

1. 理论

2. 实际 (内包络线)

3. 刀具中心轨迹 (外包络线)

凸轮外圆



$$|OB'| = \sqrt{e^2 + (s+s_0)^2}$$

$$B' \begin{cases} x' = s+s_0 \\ y' = e \end{cases}$$

$$s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}$$

$$|OB| = |OB'|$$

若利用砂轮端面 (相对于平族)

$$\frac{\bar{y}-y}{\bar{x}-x} = \frac{dy}{dx}$$



直动从动件

$$\theta_2 = \theta_1 + \angle BOB'$$

$$B: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos p & -\sin p \\ \sin p & \cos p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$|OB| = r \Rightarrow \begin{cases} x' = r \cos \theta_1 \\ y' = r \sin \theta_1 \end{cases}$$

$$B: \begin{cases} x = r \cos \theta_2 \\ y = r \sin \theta_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = (s+s_0) \cos p - e \sin p \\ y = (s+s_0) \sin p + e \cos p \end{cases}$$

理论

$$\eta = \begin{cases} +1 & \downarrow \text{凸轮转向系数} \\ -1 & \uparrow \end{cases}$$

$$B: \begin{cases} x = (s+s_0) \cos(\eta p) - (\delta e) \sin(\eta p) \\ y = (s+s_0) \sin(\eta p) + (\delta e) \cos(\eta p) \end{cases}$$

$$\delta = \begin{cases} +1 & +y \\ -1 & -y \end{cases} \text{ 从动件偏置方向系数}$$

微分几何

$$\text{曲线方程: } f(\bar{x}, \bar{y}, p) = 0 \Rightarrow (\bar{x}-x)^2 + (\bar{y}-y)^2 = r_f^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial p} = 0$$

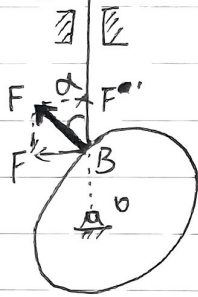
$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = x \pm r_f \frac{dy/dp}{\sqrt{(dx/dp)^2 + (dy/dp)^2}} \\ \bar{y} = y \mp r_f \frac{dx/dp}{\sqrt{(dx/dp)^2 + (dy/dp)^2}} \end{cases}$$



凸轮机构基本尺寸的确定

一. 压力角 $\alpha \rightarrow$ 机械效率

(不考虑 F_f 时)



$$F \begin{cases} F_n \\ F_t \end{cases} \quad F' = F \cos \alpha \rightarrow \text{有用} \quad \alpha \downarrow \downarrow F' \uparrow \\ F'' = F \sin \alpha \rightarrow \text{有害}$$

$\alpha \uparrow \rightarrow \alpha_{lim}$ 不论 F 多大, 都不足以产生运动. \rightarrow 自锁

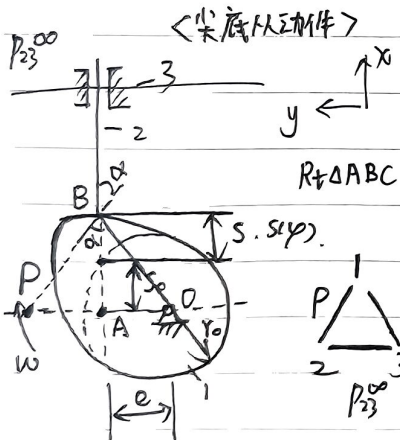
$\alpha \uparrow \Rightarrow \eta \downarrow$

$[\alpha]$ 许用压力角 $30^\circ \sim 38^\circ$ $\alpha \leq [\alpha]$

力锁合式, 外力 \rightarrow 回程 α 可以大. $[\alpha] = 70^\circ \sim 80^\circ$

α 为公法线 $n-n$ 与从动件运动方向的夹角.

α } 推程 h_{ope} 小
回程 h_{ope} 大



α } 法向力夹角

$$l_{AB} = s_0 + s = \sqrt{r_0^2 - e^2} + s$$

$$\vec{v}_{P1} = \vec{v}_{P2} = \vec{v}_2$$

$$\omega_1 l_{op} = v_2 = \frac{ds}{dt}$$

$$\therefore l_{op} = \frac{ds}{dt} / \omega_1 = \frac{ds}{d\varphi}$$

$$\therefore l_{AP} = l_{op} - l_{OA}$$

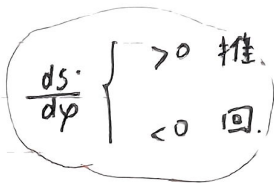
$$= \frac{ds}{d\varphi} - e$$

$$\tan \alpha = \frac{l_{AP}}{l_{AB}} = \frac{|\frac{ds}{d\varphi} - e|}{\sqrt{r_0^2 - e^2} + s}$$

P点的物理意义: 1, 2 构件的 I.C.

$$P = P_{12}$$

$$\vec{v}_{P1} = \vec{v}_{P2}$$



$$\alpha = \arctg \frac{|\frac{ds}{d\varphi} - e|}{\sqrt{r_0^2 - e^2} + s}$$

$$\eta \delta = \begin{cases} +1 & \text{正配置} \\ -1 & \text{负配置} \end{cases}$$

$\eta \delta = +1 \Rightarrow$ 推 $\alpha \downarrow$

$\eta \delta = -1 \Rightarrow$ 回 $\alpha \downarrow$

给定 $e, r_0 \downarrow \Rightarrow \alpha \uparrow$

$r_0 \Rightarrow$ 结构紧凑性

\rightarrow 两者矛盾

$r_0 \uparrow \Rightarrow \alpha \downarrow$

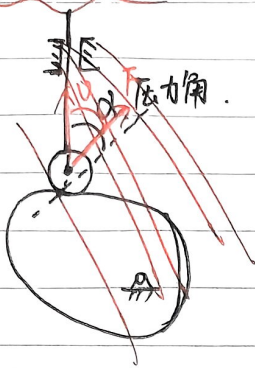
采用正配置, 有更好推程阶段 α .

扫码使用

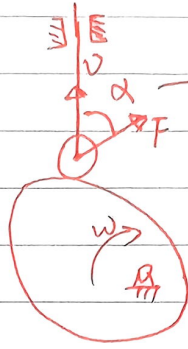
夸克扫描王



< 滚子从动件 >



压力角. 不要记错.



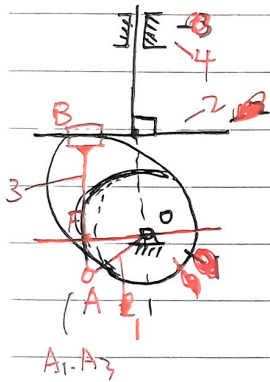
输入件对输出件的有效利用程度

对心直动

< 平底从动件 >

→ F、V 平行. $\alpha = 0^\circ$

缺: 凸轮轮廓必须是外凸



高副低代. 曲率半径 ρ .

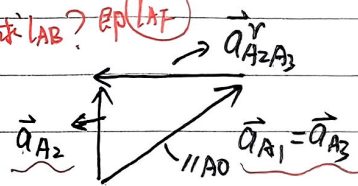
$S_0 = \gamma_0$

$l_{FB} = S + S_0(\gamma_0)$

$\rho = l_{AB} = l_{AF} + l_{FB}$

如何求 l_{AB} ? 即 l_{AF}

$\vec{a}_{A_2} = \vec{a}_{A_3} + \vec{a}_{A_2A_3}$



A_1, A_3

$A_1 = A_3$ 同一点

$\vec{a}_{A_2} = \vec{a}_{A_1} + \vec{a}_{A_2A_3}$

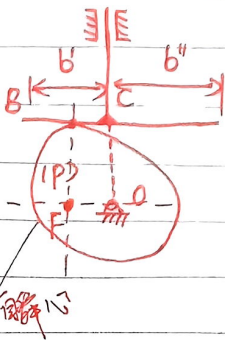
$\triangle A_1 O F$

大小	$\frac{d^2s}{dt^2}$	$\omega_1^2 l_{AO}$?
方向	// 导	// AO	$\perp AB$

$\frac{l_{AF}}{l_{AO}} = \frac{\frac{d^2s}{dt^2}}{\omega_1^2 l_{AO}} \Rightarrow l_{AF} = \frac{d^2s}{\omega_1^2}$
 l_{AO} 被消掉

$\rho = l_{AB} = S + \sqrt{\frac{d^2s}{\omega_1^2}} \geq \rho_{min}$

如何求 b', b'' ?



$S_0 \geq \rho_{min} - (S + \frac{d^2s}{\omega_1^2})|_{min}$

$\vec{v}_{P_1} = \vec{v}_{P_2}$

$\omega_1 \cdot l_{of} = \frac{ds}{dt}$

$\therefore l_{of} = \frac{ds}{\omega_1 dp}$

平底宽度不能太窄

扫码使用

夸克扫描王



2023.10.24

七 摩擦轮传动和带传动

P109

与其他传动型式相比

相同: 借助摩擦力传递运动和转矩

不同: 摩擦轮传动是直接接触。

带传动是靠中间挠性件—传动带进行传动

优:
缺:

- 优:
- ① 结构简单, 易于制造
 - ② 传动平稳, 工作噪声小
 - ③ 用作变速传动时, 传动比调节简便
 - ④ 过载时, 传动件间产生相对滑动, 可防止其他零件不致因过载而损坏。

具有过载保护功能

- 缺:
- ① 不能保持恒定的传动比, 传动精度低。
 - ② 不宜传递较大的转矩, 因此时压紧力必须很大, 致使传动的外廓尺寸增大, 结构不紧凑。
 - ③ 传动件工作表面磨损较快, 寿命低。
 - ④ 传动效率较低。

P110.

弹性滑动?

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

打滑?

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

速度损失率

弹性滑动可通过选用高弹性模量材料作轮面予以减轻, 不能完全根除。

P111 法向力的计算

$$F_n = \frac{k F_t}{f} \quad k: \text{载荷系数}$$

$$F_n = \frac{k}{f} \times \frac{1000 P}{v}$$

圆锥摩擦轮传动

扫码使用

夸克扫描王



带传动的失效形式 $\left\{ \begin{array}{l} \text{打滑} \\ \text{疲劳破坏} \end{array} \right. \begin{array}{l} F \leq F_{flim} \\ \sigma < [\sigma] \end{array}$

摩擦轮的材料 (P112)

- ① 弹性模量要大, 以减小弹性滑动和滚动摩擦损失。
- ② 摩擦系数要大。
- ③ 表面接触强度和耐磨性要好。
- ④ 在干摩擦条件下, 吸湿性要小。

粗糙度值 \neq 摩擦系数

↑
加工决定

P113: ☆☆☆

- (1) 在高速、高效率 and 尺寸要求紧凑的传动中, 常采用淬硬钢对淬硬钢。
- (2) 铸铁对铸铁相配的材料 v 较低。急冷/表面淬火 \rightarrow 硬化。
- (3) 钢/铸铁对工程塑料 v 较大。强度低。

为使磨损均匀, 一般, 轮面较软的摩擦轮最好用主动轮, 否则打滑时, 将使从动轮轮面遭受局部磨损, 影响传动质量。

P113 摩擦无级变速 (自学)

带传动的张紧方法: $\left\{ \begin{array}{l} \text{① 调节中心距} \\ \text{② 张紧轮 (自动张紧)} \end{array} \right.$

V带: \rightarrow 工作面: 两侧面
厚, 弯曲应力大。

平带

兼具
平带弯曲应力小
V带摩擦系数大



2023.10.27 (五)

2023.10.31 (二)

JL22050004 申向阳

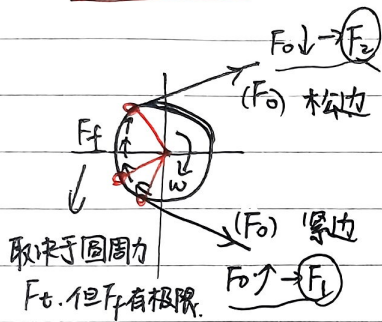


普通V带: 节宽(bp) | 拉压力为0

带传动的几何关系

上侧受拉, T侧受压.

带传动的受力分析 (必考)



$$F_1 = F_2 + F_f$$

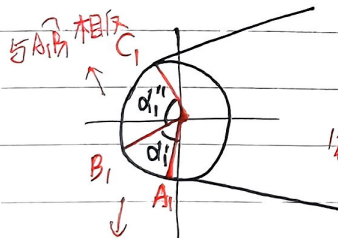
$$F_1 > F_2$$

$$F_1 - F_0 = F_0 - F_2$$

正常工作时, $F_f = F_t$

当 $F_2 > F_{lim}$ 打滑.

正常工作: $F_t < F_{lim}$, 有弹性滑动.

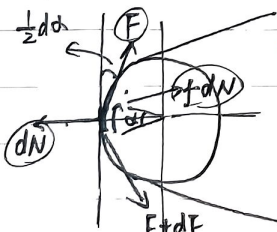


$$A_1 = V_{带A} = V_{轮}$$

$$C_1 = V_{带C} < V_{带A} = V_{轮}$$

包角: ① α_1'' : 滑动角, $C_1 B_1$ 滑动弧
② α_1' : 静角, $A_1 B_1$: 无摩擦力, 静弧.

$A_1 B_1$ 带与带轮无相对滑动, 无摩擦力



微积分

$$F_1 = F_2 \cdot e^{f \cdot \alpha}$$

$\alpha = \alpha_1$ 小带轮包角

当量摩擦系数: 对于平带: $f_v = f$
对于V带: $f_v = \frac{f}{\sin(\frac{\rho}{2})}$

ρ : 楔角

带传动所能传递的有效圆周力取最大值

- $F_0 \uparrow \rightarrow N \uparrow \rightarrow F_t \uparrow$
- $\alpha \uparrow \rightarrow F_t \uparrow$
- $f_v \uparrow \rightarrow F_t \uparrow$

避免打滑的条件: 有足够的 $f_v \alpha$ 和 F_0 值.

$$P = \frac{F_t \cdot v}{1000}$$

随着载荷增大.

$B_1 \rightarrow A_1$, 动弧 $A_1 C_1 \uparrow$. 当 B_1 与 A_1 重合时, 将会出现全面打滑

扫码使用

夸克扫描王



§ 带传动的应力分析 (P20)

紧边: $\sigma_1 = \frac{F_1}{A}$ ($\sigma_0 = \frac{F_0}{A}$)

松边: $\sigma_2 = \frac{F_2}{A}$

离心: $\sigma_c = \frac{F_c}{A} = \frac{qv^2}{A}$ v 越大, 带往外甩得越厉害

→ 对带寿命影响最大. 承载能力下降 $\therefore v < 25 \text{ m/s}$.

弯曲应力: $\sigma_b = \frac{E \cdot y}{\rho} = \frac{E \cdot \frac{\delta}{2}}{(D+\delta)/2} \approx E \cdot \frac{\delta}{D}$

当带的材料一定(即弹性模量 E 为常数)时,

若带厚度越大, 或带轮直径 (D) 越小, 则 $\sigma_b \uparrow$.

(δ)

→ 直径不宜太小.

在减速运动中, 一般小带轮直径比大带轮小, \therefore 小带轮处弯曲应力大.

最大应力 $\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_{b1} + \sigma_c$ 发生在 带紧边进入小带轮处 ★

\therefore 带传动小带轮 D_1 不能太小, 大带轮 D_2 不能太大.

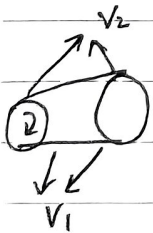
$\therefore \frac{D_2}{D_1}$ 不大, \therefore 带传动传动比不大 (太大会使体积大, 惯性大, 造成大的危害).

§ 弹性滑动, 打滑. 滑动率 (P21) $\rightarrow \epsilon = \frac{v_1 - v_2}{v_1}$

由拉力差引起,

由于过载引起的全面滑动, 可以避免

只要传递圆周力, 必然会发生弹性滑动. 不可避免



主动: $v_1 = \frac{\pi D_1 n_1}{60 \times 1000}$

从动: $v_2 = \frac{\pi D_2 n_2}{60 \times 1000}$

$v_1 > v_2$

n : 转速

$\epsilon = \frac{v_1 - v_2}{v_1} = \frac{\pi n_1 D_1 - \pi n_2 D_2}{\pi n_1 D_1}$

\downarrow
 $1\% \sim 2\%$ $= 1 - \frac{n_2 D_2}{n_1 D_1}$

传动比: $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1(1-\epsilon)}$

扫码使用

夸克扫描王



带传动 失效形式 设计准则

- 打滑 不打滑 $F \leq F_{lim}$
- 疲劳破坏 不发生疲劳破坏 $\sigma_{max} \leq [\sigma]$

具体做法:

$\sigma_1 + \sigma_{b1} + \sigma_c$

确定单根带所能传递的许用功率 $[P_0]$

根据带传动的设计功率 P_c 确定带安全工作的根数 $Z \geq \frac{P_c}{[P_0]}$

单根带所能传递的功率: 通过疲劳失效计算

$$P_0 = \frac{F \cdot v}{1000} = \frac{F_1 \left(1 - \frac{1}{e^{f\alpha}}\right) v}{1000} = \frac{\sigma_1 A \left(1 - \frac{1}{e^{f\alpha}}\right) v}{1000} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_{b1} - \sigma_c) \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{f\alpha}}\right) A \cdot v}{1000}$$

(太多会使带的载荷不均匀, 有些带会过早失效)
一般不会超过10, 5~8左右

实际工作中单根带所能传递的许用功率:

$$[P_0] = (P_0 + \Delta P_0) K_\alpha \cdot K_L$$

- 长度系数
- 包角系数
- 计时的功率增量

★ 带速一般限制在 5~25m/s 范围内,

带速过高时, 将产生较大的离心力, 减小正压力, 降低传动能力, 易打滑;
离心应力增大, 带易疲劳破坏.

带速过低, $P = F \cdot v$ 当传递功率一定, 带速过低将引起力的增大, 使带的根数增多.

带速一般限制在 10~20m/s, 传动能力充分利用.

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \times 1000}$$

比较★

齿轮传动

- 靠齿合传动
- 缓冲性不好
- 过载无保护
- 传动装置复杂
- 轴上受力较小
- 传动比恒定
- 外廓尺寸较小
- 寿命较长

带传动

- 靠摩擦传动
- 缓冲、吸振
- 过载保护
- 传动装置简单
- 轴上受力较大
- ... 不恒定
- ... 大
- ... 短

→ 张紧能工作
→ 丢速

传动中心距 a

- a_{max} 受安装空间限制
- a_{min} 受最小包角限制

扫码使用

夸克扫描王



齿轮传动

§2 齿廓啮合定律.

一. 定律

圆形 / 非圆形齿廓

区别

传动比是否是常数.

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

$\vec{O_1O_2}$

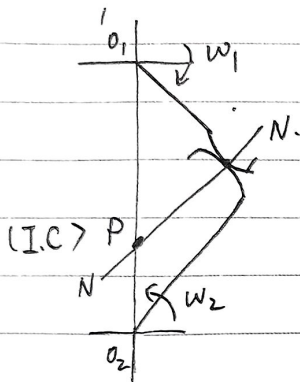
按传动的要求确定的节点.

★ 一对齿轮啮合, 任一瞬时两轮齿廓曲线啮合点公法线过连心线某点. → 定点.

假设

i_{12}	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1	2	(非圆齿轮)
ρ_1	0°	30°	60°	90°	

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}$$



当 i_{12} 为定值时, P 为定点.

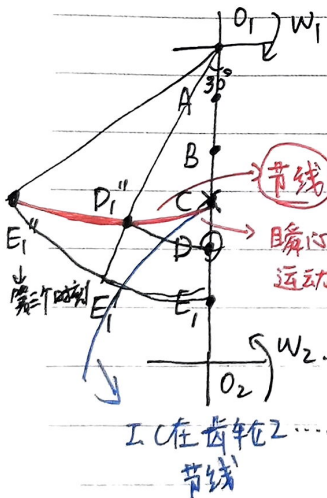
$$O_1E_1'' = O_2P_1'' = O_1C$$

此时节线为圆.

节圆. 上标 "''"

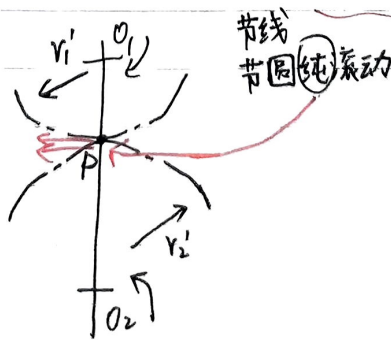
I. C 在机架平面内轨迹: $\vec{O_1O_2}$ 上. (三心定理).

~~在齿廓平面内的轨迹~~



对圆形齿廓, 又叫 "节圆"

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2'}{r_1'} \Rightarrow \text{节圆半径之比.}$$



二. 共轭曲线

(满足共轭要求的 g_2)

$$\left. \begin{array}{l} i_{12} \text{ 已知} \\ g_1 \text{ 已知} \end{array} \right\} \Rightarrow g_2?$$

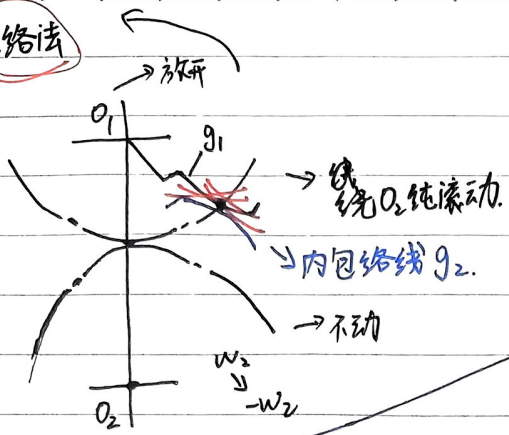
↓ 齿轮的齿廓曲线.

扫码使用

夸克扫描王

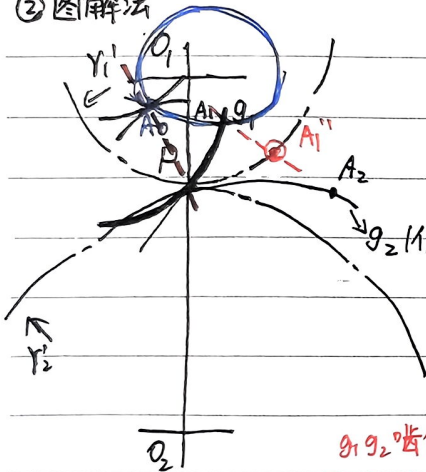


① 包络法



- ① $g_1, g_2 - P$ 点.
- ② $g_1 - A_1 \rightarrow A_0$
 $g_2 - A_2$
- ③ $A_2'' \leftarrow A_1''P = A_2''P$
- ④ A_2
(最后, 在 g_1 上的找几点
对应 g_2 上多点, 连接 g_2)

② 图解法



$t_1: g_1, g_2 - P$

$t_2: g_1 - A_1$
 $g_2 - A_2$ } 在 A_0 接触. where A_0 ?
但目的是求 A_2

\therefore 转动时 A_1 距 O_1 距离不变
 A_2 距 $O_2 \dots$
 $\therefore A_0$ 在这两个圆的交点处.

在 t_2 时刻, A_0 接触点 A_0 的公法线过 P 点

反过来想, 在 t_1 时刻, A_1 的公法线通过哪点?
假设是节圆上的 A_1''

现在, 由 $A_1'' \Rightarrow A_0$, 如何?

$A_1 \rightarrow A_0$ 时, $A_1'' \rightarrow P$.

$\therefore |A_1 A_1''|$ 定长. \therefore 以 P 为圆心, $|A_1 A_1''|$ 为 r 作圆
与 A_1 所在的圆的交点为 A_0 .

求 A_2
 $|O_2 A_0|$ 为 r , O_2 为心, 作圆.

$|O_2 A_0| = |O_2 A_2|$

$|A_2'' A_2| = |A_0 P|$

但在圆弧上什么位置还没
确定.

A_2'' 如何求?

t_2 时刻, $A_2'' \rightarrow P$: 纯滚动
 $A_1'' \rightarrow P$

已知 \rightarrow 未知
 $A_1'' P = A_2'' P$
至此, A_2'' 确定.

思路: $A_1 \rightarrow A_1'' \rightarrow A_0 \rightarrow A_2$
 $A_1'' \rightarrow A_2''$

$\star |A_0 P| = |A_2 A_2''| = |A_1 A_1''|$

$\Rightarrow A_2$

扫码使用

夸克扫描王



三、 g_1 ?

要求 $g_1 \rightarrow$ ① 曲率变化小

② 设计、加工、测量... 方便

g_0, g_1, g_2 分别是啮合点在

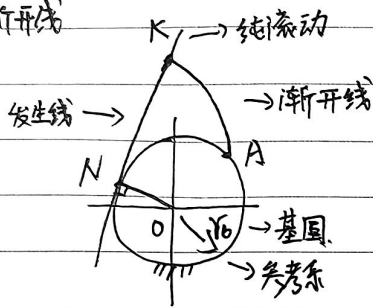
机架、齿1、齿2上的轨迹

一般 $i_{12} = C$, 采用 渐开线摆线

或 渐开线摆线 } 变态

渐开线 与 渐开线 齿廓

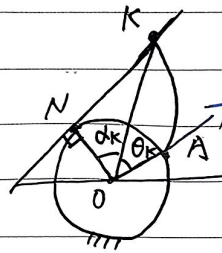
二、渐开线



$|OK| = r_k$

θ_k - 展角

α_k - 压力角



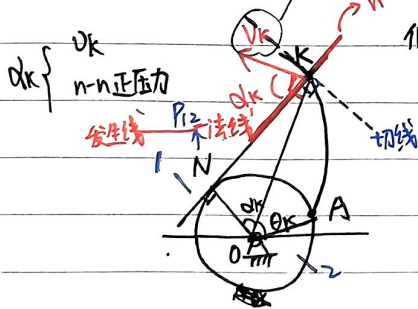
$\widehat{NA} = r_b (\theta_k + \alpha_k) = \widehat{NK}$

$\widehat{NK} = r_b \cdot \tan \alpha_k$

$\therefore \theta_k = \tan \alpha_k - \alpha_k$

$\hookrightarrow = \text{inv } \alpha_k$ 渐开线函数

△ why α_k 为压力角?



假设此时渐开线已经形成，以机架为参考系，此时渐开线绕O点转动 $\vec{v}_k \perp OK$

发生线就是K所在法线

N是K的瞬时中心 $\vec{v}_k \perp OK$

$OK = r_k = \frac{r_b}{\cos \alpha_k}$

渐开线性质

- $\widehat{NA} = \widehat{NK}$
- r_b 内无渐开线
- K-法线 相切 基圆 r_b
- r_k 不同, 对应 α_k 不同 $(r_k = \frac{r_b}{\cos \alpha_k})$
- 渐开线开状取切 r_b 当 $r_b \rightarrow \infty$ 时, $r_k \rightarrow \infty$ 渐开线 \rightarrow 直线

扫码使用

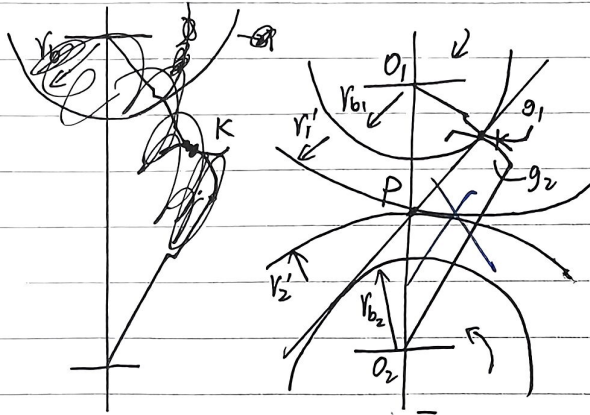
夸克扫描王



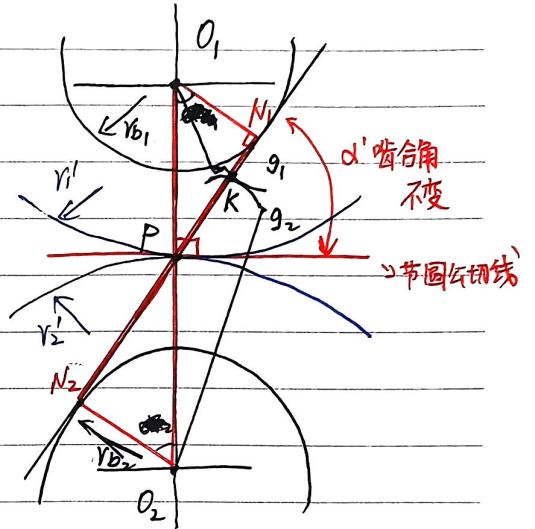
2023-11-7 (二)

二. 渐开线齿廓 是否满足 啮合定律? (满足)

g_1, g_2 公法线 $i_{12} = C$
 \downarrow
 P 定点.



g_1, g_2 对应基圆在各自 O_1, O_2 处.



$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r_2'}{r_1'} = \text{Const.}$$

当 O_1, O_2 变化时, $\frac{r_2'}{r_1'}$ 是否变化?
 (i_{12})

三. 啮合特点

$$\triangle O_1N_1P \sim \triangle O_2N_2P$$

$$O_1N_1 = r_{b1}, O_2N_2 = r_{b2}, \frac{r_{b2}}{r_{b1}} \text{ 定值.}$$

★ 可分性: 若安装时有误差, $\therefore \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$ 固定, $\therefore \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$ 固定, 则 i_{12} 不变.
 有较强的容错性. 对误差不敏感. $\overline{MN_2}$ = 啮合线.

$$\overline{N_1N_2} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}} \times \text{啮合线}$$

α' — 啮合角 (不变). 接触点公法线 > 啮合角
 节圆公切线 > 啮合角

两个齿轮啮合, 接触点压力方向 — 公法线方向

$$\therefore \alpha' = C. \therefore \text{正压力方向不变.}$$

~~力臂~~ \Rightarrow 力臂不变.

节圆 — 啮合产物
 基圆 — 固有参数

$$|O_1O_2| \uparrow \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_{12} = C. \\ r_1' \uparrow, r_2' \uparrow \end{array} \right. \downarrow \text{但比值不变}$$

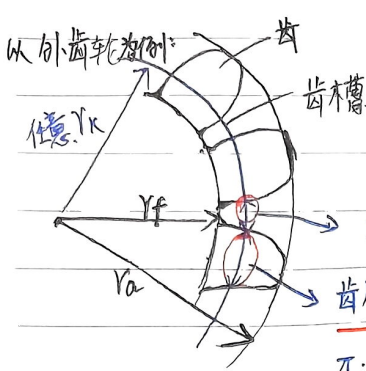
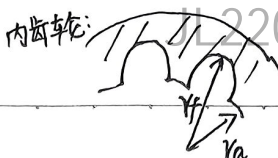
★ ② 传动平稳 \Rightarrow 对于定扭矩 \Rightarrow 正压力大小 = C.
 ★ ③ 节圆上的压力角 = 啮合角 α' .

扫码使用

夸克扫描王



§4 渐开线标准直齿圆柱齿轮



齿数 z (手能直接摸到的)
 齿顶圆: r_a
 齿根圆: r_f

齿槽宽: e_k
 齿厚: s_k → 齿距: $P_k = s_k + e_k$

$\pi \cdot d_k = z \cdot P_k$
 $d_k = z \cdot \frac{P_k}{\pi} = z \cdot m_k$ $m_k = \frac{P_k}{\pi}$ 模数 r_k 不同, m_k 不同.

把 m_k 标准化. — m (标准模数).

模数 = 标准模数的圆 → 分度圆 r, d, α, m . (不加标/下标)

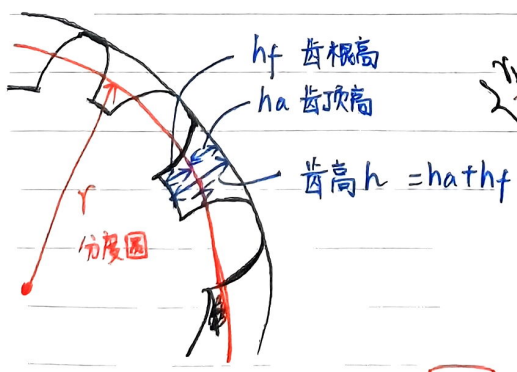
$r_k \uparrow, m_k \uparrow$ 单调变化. ∴ 分度圆是唯一的 (最佳)

对于分度圆: $d = z \cdot m, p = \pi \cdot m, s + e = p$. $r = \frac{1}{2} m \cdot z$

$\cos \alpha \cdot d_k = \frac{r_b}{r_k}, d_k = \cos^{-1} \frac{r_b}{r_k}$ ∴ 分度圆上压力角 $\alpha = \cos^{-1} \frac{r_b}{r}$
 $\therefore r_b = r \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} m z \cos \alpha$

标准压力角 $\alpha = 20^\circ, 25^\circ$

∴ $r = \frac{1}{2} m z$. ∴ 分度圆是固有参考点 (节圆/啮合产物) 不同.



$r_b = r \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} m z \cos \alpha$
 $P_b = P \cdot \cos \alpha = \pi m \cos \alpha$
 $\therefore r_b = \frac{1}{2} m z \cos \alpha$

m, z, α — 评价圆周参数
 h_a, h_f → ... 径向 ...

对于标准齿轮: $\begin{cases} s = e \\ m, \alpha \\ h_a, h_f \end{cases}$

齿顶高系数 $h_a = h_a^* \cdot m$
 $h_f = (h_a^* + c^*) m = h_a + c$

顶隙系数 $c = c^* \cdot m$

$s = e = \frac{1}{2} p = \frac{1}{2} \pi m$

扫码使用

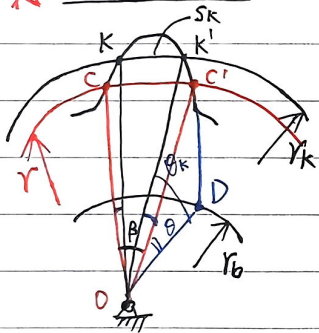


正常齿制: $\begin{cases} ha^* = 1 \\ C^* = a_{25}/a_{35} \end{cases}$ 短齿制: $\begin{cases} ha^* = 0.8 \\ C^* = 0.3 \end{cases}$

对于标准齿轮: 基本参数 $\begin{cases} m, d, z \\ ha^*, C^* \end{cases}$

$$\begin{cases} r_a = r + ha = \frac{1}{2}mz + ha^* \cdot m \\ r_f = r - hf = \frac{1}{2}mz - (ha^* + C^*) \cdot m \\ \text{顶隙 } C = C^* \cdot m \end{cases}$$

☆ 已知 r_k , 求 s_k 求任意圆上齿厚 (必考) P144



$$s_k = \widehat{KK'} = r_k \cdot \beta$$

求 β ?

$$\angle COC' = \frac{s}{r}$$

$$s = \frac{1}{2}\pi m$$

$$\beta = \frac{s}{r} - 2\angle KOC$$

$$\theta_k = \angle K'OD$$

$$\text{已知 } r_k, \therefore r_k = \frac{r_b}{\cos \theta_k} \quad \therefore r_k \rightarrow \theta_k$$

$$\therefore \theta_k = \text{tg} \theta_k - \theta_k \quad \therefore \theta_k \rightarrow \theta_k$$

即 $r_k \rightarrow \theta_k \rightarrow \theta_k$

同理 $r \rightarrow d \rightarrow \theta$

$\Rightarrow \angle KOC$

$$\beta = \frac{s}{r} - 2(\text{inv} \alpha_k - \text{inv} \alpha)$$

任意圆上的压力角 $\alpha_k = \arccos(\frac{r_b}{r_k})$

\therefore 任意圆上齿厚可求.

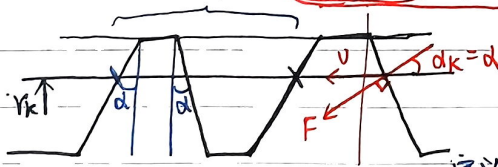
$$\therefore \angle KOC = \theta_k - \theta$$

齿条: $r_b \rightarrow \infty$

渐开线 \rightarrow 直线

同侧齿廓平行

p_k (所有 p_k 相同) $p_k = \pi m_k$



\therefore 所有 m_k 都是 m , 都是标准模数

\therefore 不存在分度圆

用分度圆定义无法描述一些性质

$$\alpha_k = \cos^{-1} \frac{r_b}{r_k} = \alpha$$

定义: 中线 $- s = e$

$$\alpha (\text{齿形角}) = \alpha_k (\text{压力角})$$

中线 \Leftrightarrow 分度圆

扫码使用

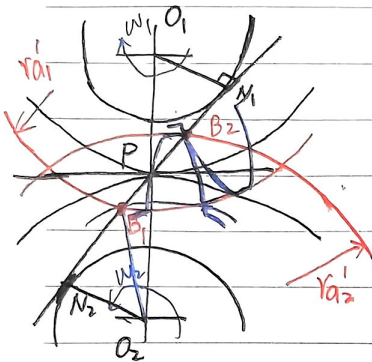
夸克扫描王



2023.11.10 (五)

§5. 渐开线齿轮啮合传动.

一. 传动过程. 正确啮合条件



$\overline{M_1N_2}$: 理论啮合线.

$\overline{B_1B_2}$: 实际啮合线

B_1, B_2 : (实际)啮合极限点

对于齿轮1:

进入: 根某一点

退出: 顶

对于齿轮2:

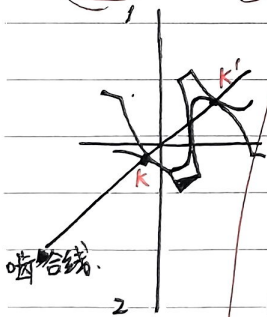
进入啮合: 顶

退出啮合: 以 O_2B_1 为半径画弧与齿2交于一点.

从该点退出啮合.

工作齿廓 - 工作段

二. 正确啮合条件:



$$\overline{k_1k'_1} = \overline{k_2k'_2}$$

(P_{b1}) (P_{b2})

法向齿距. (法节)

基圆齿距. (基节)

$$P_{b1} = P_{b2}$$

(P_b - 基圆上齿距)

$$zP_b = \pi d_b \quad P_b = \frac{\pi}{z} \cdot d_b = \frac{\pi}{z} \cdot d \cdot \cos \alpha = \frac{\pi}{z} \cdot m z \cos \alpha = m \pi \cos \alpha$$

$$P_{b1} = P_{b2}$$

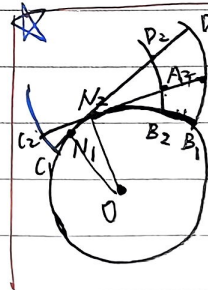
$$m_1 \pi \cos \alpha_1 = m_2 \pi \cos \alpha_2$$

$$m_1 \cos \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2$$

$$m_1 = m_2$$

$$\cos \alpha_1 = \cos \alpha_2$$

(必要条件)



同向?

$$\overline{D_1D_2} = \overline{A_1A_2} = \overline{B_1B_2}$$

法节 基节

反向:

$$\overline{A_2C_2} = \overline{D_2C_1}$$

扫码使用

夸克扫描王



三、无侧隙传动

无齿侧间隙

影响运动平稳性



若有侧隙：反转一冲击 希望侧隙=0.

若无侧隙：热胀冷缩，安装误差角度 希望侧隙 $\neq 0$

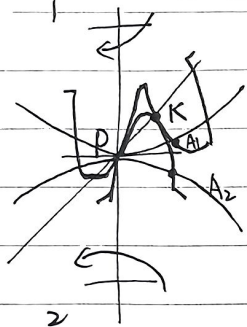
齿轮设计时：按无侧隙传动设计

保证有实际侧隙 —— 公差保证.



无侧隙条件：

$$p_1 k_1 = p_2 k_2$$



A_1, A_2 在 P 点相遇

$$\widehat{PA}_1 = \widehat{PA}_2$$

啮合弧

∴ 保证无侧隙传动
需 $e_1' = e_2'$

$$s_1' + e_1' = s_2' + e_2'$$

$$p_1' = p_2'$$

$$\Rightarrow s_1' = e_2'$$

∴ 无侧隙传动时 $\begin{cases} e_1' = s_2' \\ s_1' = e_2' \end{cases}$ ☆

对于标准齿轮：
无侧隙传动 $\begin{cases} m, d \\ h_a^*, c^* \\ s = e \end{cases}$
 $s_1 = e_1 = s_2 = e_2 = \frac{1}{2} \pi m$

∴ 标准齿轮： $s = e$

而无侧隙传动： $s_1' = e_2'$
 $s_2' = e_1'$

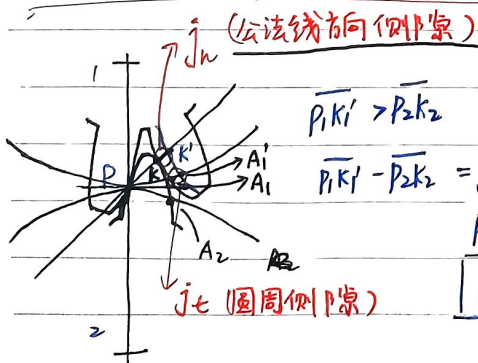
∴ 标准齿轮无侧隙传动时，
节圆与分度圆重合

标准齿轮的
标准安装 $\begin{cases} \text{侧隙} = 0 \\ r_1' = r_1 \\ r_2' = r_2 \end{cases}$

节圆与分度圆重合

$$a' = a = \frac{1}{2} (r_1 + r_2) = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2)$$

∴ 标准中心距.



$$p_1 k_1' > p_2 k_2$$

$$p_1 k_1' - p_2 k_2 = j_n$$

$$p_n = p_b = p' \cos \alpha'$$

$$j_n = j_t \cdot \cos \alpha'$$

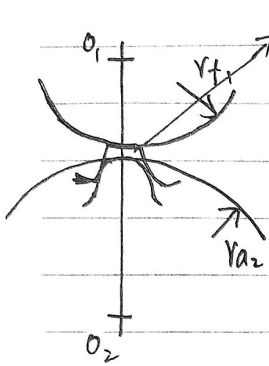
$$\frac{r_{b1} \cdot p_1}{r_1' \cdot p_1} = \cos \alpha'$$



-对无侧隙标准齿轮传动,其分度圆与节圆重合,啮合角=分度圆压力角

标准齿轮: 节圆、分度圆相重合.

顶隙: $C = C^* \cdot m$



$$C = a' - r_{a1} - r_{f2}$$

$$= (r_1 + r_2) - (r_1 + h_a^* \cdot m) - [r_2 - (h_a^* + C^*) \cdot m]$$

$$= C^* \cdot m$$

→ 齿顶圆₍₂₎ 与齿根圆₍₁₎ 不重合

$a' < a$? 不可以

$a' > a$ ✓

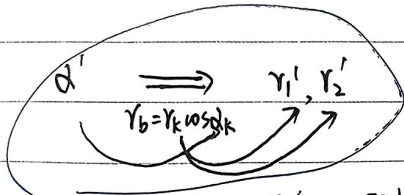
如何求侧隙?

问: $a' \Rightarrow j_n$?

$a' \Rightarrow d' \Rightarrow r_1', r_2' \Rightarrow \begin{matrix} s_1' & e_1' \\ s_2' & e_2' \end{matrix} \rightarrow e_1' - s_2' = j_t \Rightarrow j_n$

$a' = r_1' + r_2' = (r_1 + r_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$

$r_b = r_k \cos \alpha_k$
即 $(r_1 + r_2) \cos \alpha = r_b$
 $r' \cos \alpha' = r \cos \alpha = r_b$



$r_1', r_2' \Rightarrow s_1', \dots$, 即已知 r_k 求 s_k 前已述及 (上一节)

$a' > a$ 时, $\alpha' > \alpha$, $r_1' > r_1, r_2' > r_2$
 $\therefore a' = r_1' + r_2' = (r_1 + r_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = a \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$

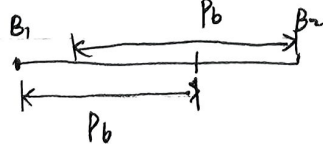
四. 连续性条件

$B_1 B_2 \geq P_b$

(必考)

重合度/重叠系数 $\epsilon_\alpha = \frac{B_1 B_2}{P_b} \geq 1$

eg: $\epsilon_\alpha = 1.2$



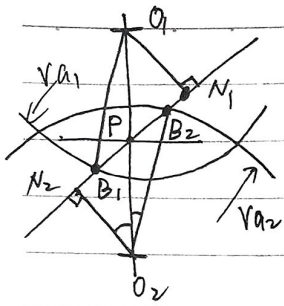
$\epsilon_\alpha = 1$. 始终只有一对齿啮合
 ϵ_α 越大, { 啮合齿对数越多
多对齿同时啮合时间 ↑ }

承载能力 ↑
平稳性 ↑

扫码使用

夸克扫描王





$$\overline{B_1B_2} = \overline{B_1P} + \overline{B_2P}$$

$$\overline{B_2P} = \overline{B_2N_2} - \overline{N_2P}$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \rightarrow \sqrt{r_2^2 - r_b^2}$$

在 Rt $\triangle B_2N_2O_2$

$$\therefore \overline{B_2N_2} = \sqrt{r_2^2 - r_b^2}$$

同理, 也可求 $\overline{B_1P}$

$$\epsilon_d = \frac{|B_1B_2|}{P_b}$$

(P147)

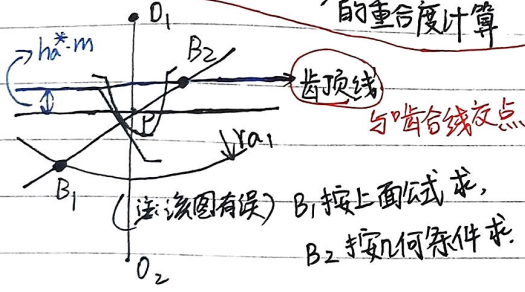
ϵ_d 与模数无关
随齿数 z_1, z_2 以及 h_a^* 的上升

ϵ_d 与 a' (中心距) 有关

$$= \frac{1}{2\pi} [z_1(\tan\alpha_{d1} - \tan\alpha) + z_2(\tan\alpha_{d2} - \tan\alpha)]$$

$a' \uparrow \Rightarrow d' \uparrow \Rightarrow \epsilon_d \downarrow$
 $h_a^* \uparrow \Rightarrow \epsilon_d \uparrow$ (必考)

对于齿轮与齿条啮合: 关键在于找 B_1, B_2 的重合度计算



刀具确定, z 确定.
刀具截面形状即齿轮齿槽形状.
完全靠开

常见齿轮加工方式: 仿形加工, 范成加工, 展成加工

§6 渐开线齿廓的切制原理

齿轮 m, d \leftrightarrow 刀具 m, d . 两者要一样.

- ① 刀具 $m, d \rightarrow$ 齿轮 m, d
 - ② d_a
 - ③ $a = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2)$
- 插齿, 滚齿 \rightarrow 生产效率高.

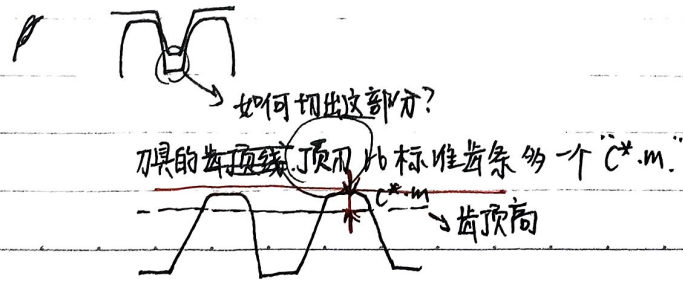
如何能用同一把刀具, 切制 "m-d 相同, z 不同" 齿轮?

$\therefore r_b = \frac{1}{2}mz \cos\alpha$

改变 i_{12}

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

齿顶圆与齿根圆不在同一个工序中加工出来, 可能会有偏心.
测量以齿根圆为基准.



扫码使用



§ 7 变位齿轮 (P151)

一. 采用变位齿轮原因 (标准齿轮的不足)

- (1) $z < z_{min}$
- (2) 使小/大齿轮寿命接近
- (3) $a' < a, a' > a$

二. 径向变位法

$x \cdot m$: 移距/变位.
 ↳ 移距系数/变位系数.

$x > 0$ 正变位
 $x = 0$ 零...
 $x < 0$ 负...

$ha^* \cdot m - x \cdot m \leq \sqrt{m} = \frac{1}{2} m z \sin^2 \alpha$

$\therefore x \geq ha^* - \frac{1}{2} z \sin^2 \alpha$

又 $\because z_{min} = \frac{2 ha^*}{\sin^2 \alpha}$

$\therefore x \geq ha^* \cdot \frac{z_{min} - z}{z_{min}}$

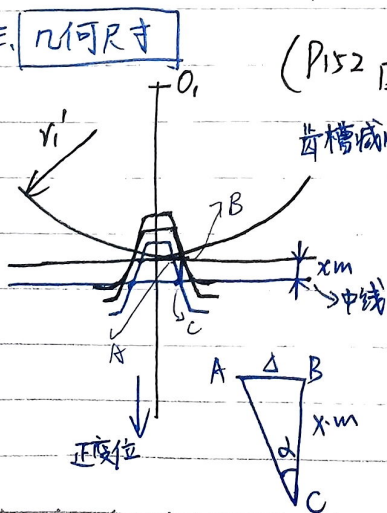
变位齿轮不根切条件.
 最小变位系数 $x_{min} = ha^* \cdot \frac{z_{min} - z}{z_{min}}$

加工变位齿轮过程

- 用齿轮作刀具
- ① 确定齿轮 m, α
 - ② 切削 da
 - ③ $f_{i12} = \frac{z_2}{z_1}$
 $a = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2)$

- 用齿条作刀具
- ① m, α
 - ②
 - ③ 传动比 i 不变 \rightarrow 节圆不变 $\rightarrow r_b$ 不变 ($r_b = r' \cos \alpha'$)
 $v = \omega_{齿} \times r'$

三. 几何尺寸



① 切削齿形是同- r_b 不同段
 ② 分度圆也不变

齿厚: $S' = \frac{1}{2} m \pi + 2x$

正变位齿轮齿厚: $S = \frac{1}{2} m \pi + 2x \cdot m \tan \alpha$

$s > e$

S_{ad} (度尖) 不能太小 $S_{ad} \geq (0.25 \sim 0.4) m$

正变位时, S_{ad} 要限制

$hf = (ha^* + c^*)m - x \cdot m$
 齿根高减小
 齿顶高 \uparrow

2023.11.17 (五)

四、变位齿轮啮合传动

四、变位传动的几何尺寸

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{正确啮合: } m \cdot \alpha \\ \text{连续性: } \Sigma a \\ \text{无侧隙传动: } \left\{ \begin{array}{l} s_1' = e_2' \\ s_2' = e_1' \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$p' = s_1' + e_1' = s_1' + s_2' \quad (1) \qquad s_k = r_k [\beta - 2(\theta_k - \theta)]$$

$$= (s_1 + s_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} + 2(r_1' + r_2') [\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha] = (s_1 + s_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} + 2(r_1 + r_2) [\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha] \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$$

$$p' = p_b / \cos \alpha' = p \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$\therefore (s_1 + s_2) + 2(r_1 + r_2) (\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha) = p = \pi m$$

$$\downarrow \quad \begin{array}{l} 2xm \text{tg} \alpha \\ s = \frac{\pi m}{2} + 2xm \text{tg} \alpha \end{array}$$

$$\therefore s_1 + s_2 = \pi m + 2(x_1 + x_2) m \text{tg} \alpha$$

$$\therefore \pi m + 2(x_1 + x_2) m \text{tg} \alpha + 2(r_1 + r_2) (\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha) = \pi m$$

$$\therefore \text{inv} \alpha' = \text{inv} \alpha + \frac{(x_1 + x_2) m \cdot \text{tg} \alpha}{r_1 + r_2} \rightarrow r = \frac{1}{2} m z$$

(变位齿轮啮合角)

$$\star \text{inv} \alpha' = \text{inv} \alpha + 2 \cdot \frac{x_\Sigma}{z_\Sigma} \text{tg} \alpha$$

$$\textcircled{1} x_\Sigma = 0, \alpha = \alpha' \rightarrow \text{分度圆与节圆重合}$$

$$r_1' = r_1, r_2' = r_2$$

$$\textcircled{2} x_\Sigma \neq 0, \alpha' \neq \alpha \quad \left\{ \begin{array}{l} \neq \\ \neq \end{array} \right.$$

变位...
无侧隙

$$a' = r_1' + r_2' = (r_1 + r_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$$

$$\star a' = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$$

\therefore 由 x_Σ 可以 $\Rightarrow a'$: (分析) ~~齿轮有侧隙~~ (设计) 由 $a' \Rightarrow \alpha' \Rightarrow x_\Sigma$

$$x_\Sigma \Rightarrow \alpha' \Rightarrow a'$$



五、变化齿轮传动类型

X_{Σ} $\begin{cases} =0 & \text{零传动} \\ >0 & \text{正传动} \\ <0 & \text{负传动} \end{cases}$

1. $X_1 + X_2 = 0$
 \downarrow
 $d' = d$
 $a' = a$

$X_1 = X_2 = 0$ 标准齿轮

$d = d'$
 不根切: $z_1, z_2 \geq 17$
 $z_1 + z_2 \geq 34$

$X_1 = -X_2 \neq 0$ 等变位齿轮传动

小齿轮: $X_1 > 0, \therefore z_1 \leq 17$
 大齿轮: $X_2 < 0$ i_{12} 一定时, z_2 也可以小.

$X_1 > ha^* \frac{17-z_1}{17}$
 $X_2 > ha^* \frac{17-z_2}{17}$

$X_1 + X_2 > ha^* \frac{34 - (z_1 + z_2)}{17}$

ha, hf 变化. 高度变位齿轮传动(等变位齿轮传动)

$\therefore z_1 + z_2 \geq 34$

- 优点: $\begin{cases} ① z_1 \leq 17 & \text{结构紧凑} \\ ② & \text{强度均衡} \\ ③ & \text{磨损改善} \\ ④ & a' = a \end{cases}$

- 缺点: $\begin{cases} ① & \text{需要成对制造使用} \\ ② & \text{正变位齿顶变尖} \\ ③ & \text{重合度略有下降} \end{cases}$

2. $X_{\Sigma} > 0$ 正传动 $\begin{cases} X_1, X_2 > 0 \\ X_1 > 0, X_2 < 0 \\ X_1 < 0, X_2 > 0 \end{cases}$ (需要避免)

可以 $z_{\Sigma} \leq 34 \Rightarrow$ 结构更紧凑.

$a' > a$. 正传动.

缺点: $\begin{cases} \text{成对使用} \\ Sa, \text{变尖} \\ \epsilon_a \downarrow \end{cases}$

3. $X_{\Sigma} < 0$ 负传动, $z_{\Sigma} > 2z_{min}$

$d' < d, a' < a$

缺点: $\begin{cases} \text{强度} \downarrow \\ \text{磨损} \uparrow \\ \text{成对使用} \end{cases}$

优: ϵ_a 略有 \uparrow .

正传动: $d \neq d'$ 可以称为“角度变化齿轮传动”

六、类型选择:

(1) 一般, 选择正传动 (结构紧凑, X 选择更灵活).

$z_{\Sigma} \leq 34$

(2) $a' = a$ 时, 等变位齿轮传动 (优先)

扫码使用

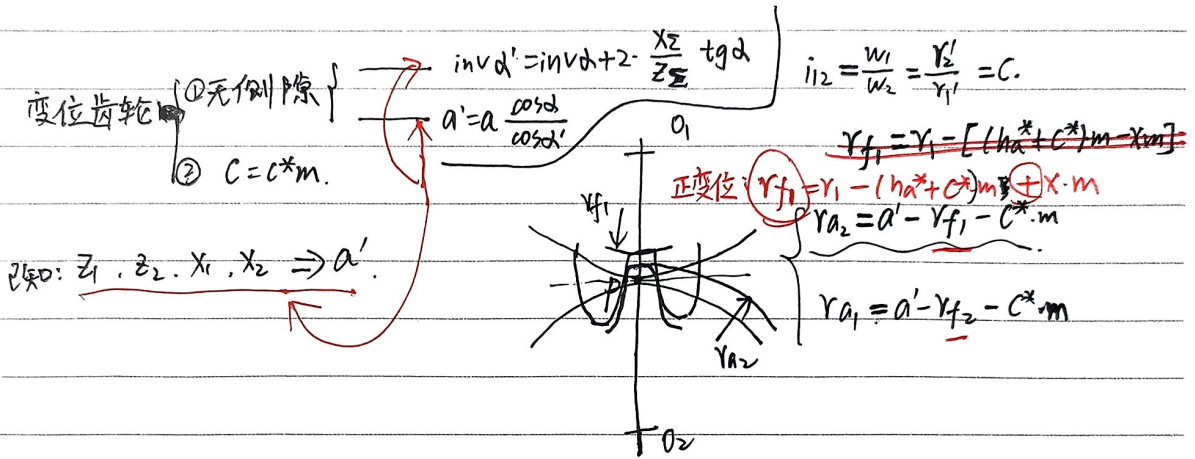
夸克扫描王



x_1, x_2 选择

① 基本要求: 不根切, 小齿轮 ② 正变位要关注 S_{a_1} , $\Sigma \geq 1$.
不干涉

② 传动质要求: 均衡磨损, 弯曲强度接近
节点处于两对齿同时啮合区域.



(齿条刀具与标准齿条不同, 有一个顶隙 $C^* \cdot m$ 的差距.)

$$\Sigma = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')]$$

扫码使用

夸克扫描王



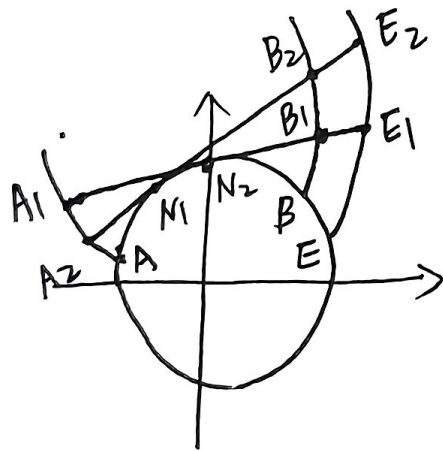
证明:

1. 标准齿轮和标准齿条啮合是否具有可分性? why?
2. 同一基圆的两条渐开线上任一点的法向距离相等.

1. 具有, 设齿条移动速度为 v_2 , 齿轮角速度 ω_1 .

$$i_{21} = \frac{v_2}{\omega_1} = r_1' \text{ (齿轮节圆半径)} = C = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha'}$$

2.



压力角=齿形角

$$\therefore \widehat{A_1 B_1} = \widehat{A_2 B_2} = \widehat{AB}$$

$$\parallel \parallel$$

$$\overline{A_1 B_1} \quad \overline{A_2 B_2}$$

$$\widehat{AB} \Leftarrow \overline{A_1 B_1} = \overline{A_2 B_2} \rightarrow \text{反侧}$$

$$\text{又} \because \overline{A_1 E_1} = \overline{A_2 E_2}$$

$$\therefore \overline{B_1 E_1} = \overline{B_2 E_2} = \widehat{BE}$$

同侧

法节=基节

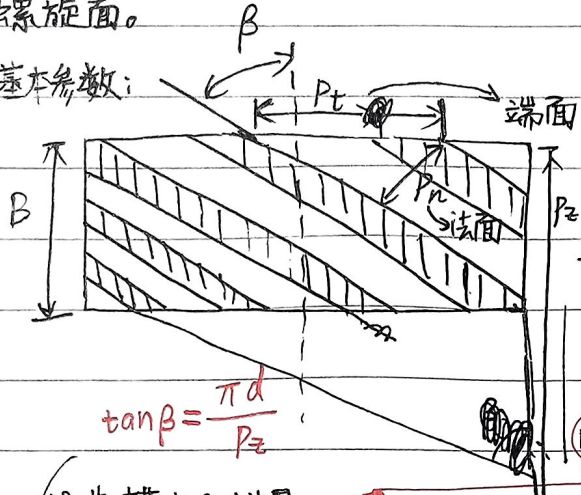


} 平行轴 ...
 } 交错轴 ...
 } 高速重载

§ 渐开线斜齿圆柱齿轮机构

与基圆柱母线成一夹角 β 的直线 kk' 在空间的轨迹则为斜齿圆柱齿轮的渐开螺旋面。

基本参数:



$$P_n = P_t \cos \beta$$

$$P_t = \pi m_t$$

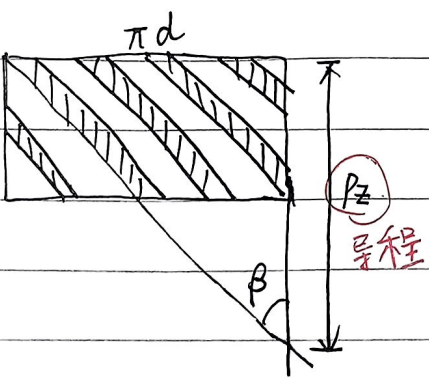
$$P_n = \pi m_n$$

$$m_n = m_t \cos \beta$$

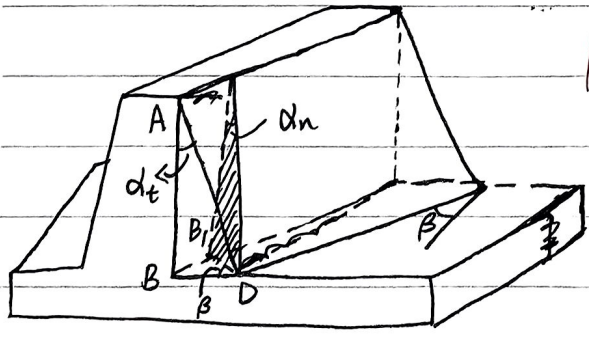
$$\tan \beta = \frac{\pi d}{P_z}$$

沿齿槽方向进刃
 载荷, 强度计算

法面模数 m_n 为标淮值



$$\tan \beta = \frac{\pi d}{P_z}$$



压力角

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cdot \cos \beta$$



∴ 无论从法面和端面来看, 轮齿的齿顶高、齿根高、顶隙都是相等的。

$$\therefore h_a = h_{at}^* m_t = h_{an}^* m_n$$

$$h_f = (h_{at}^* + c_t^*) m_t = (h_{an}^* + c_n^*) m_n = (h_{an}^* + c_n^*) \cdot m_t \cos \beta$$

$$\therefore h_{at}^* = h_{an}^* \cos \beta$$

$$c_t^* = c_n^* \cos \beta$$

2023.11.21 (二)

• 正确啮合条件:

1) $\beta_1 = -\beta_2$

2) 模数、压力角分别相等, $m_{n1} = m_{n2} = m_n$ $\alpha_{n1} = \alpha_{n2} = \alpha_n$

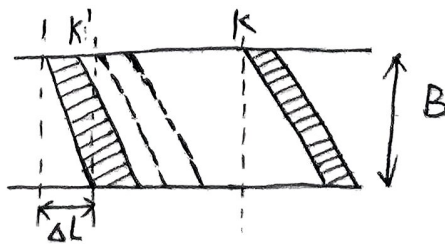
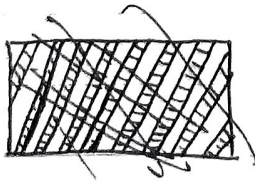
• 基本尺寸计算

$$a = \frac{1}{2} m_t (z_1 + z_2) \Rightarrow a = \frac{1}{2} m_n (z_1 + z_2) / \cos \beta$$

$$m_n = m_t \cos \beta$$

• 重合度

提高承载能力 two aspects } 接触线逐渐增大 逐渐减小
重合度 $\Sigma \uparrow$ (P161)



$\Delta \Sigma$ 纵向重合度

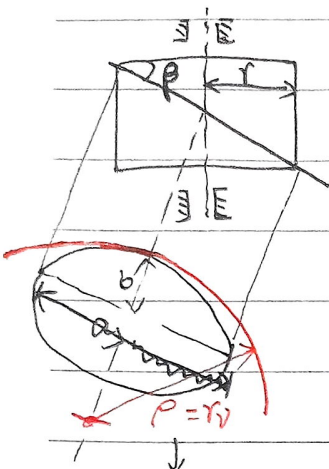
$$\Delta \Sigma = \frac{B \cdot \tan \beta}{p_t}$$

$$\Sigma = \Sigma_t + \Delta \Sigma$$



→ 代替法面...

• 当量齿轮 当量齿数



$$r_v = \rho = \frac{a^2}{b} = \frac{(r/\cos\beta)^2}{r} = \frac{r}{\cos^2\beta} \quad \Delta$$

$$r_v = \rho \quad r_v = \frac{r}{\cos^2\beta}$$

$r_v \rightarrow z_v?$

$$2\pi r_v = z_v (\pi m_n)$$

$$z_v = \frac{2\pi \cdot r/\cos^2\beta}{\pi \cdot m_n} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} m_t z}{m_n \cdot \cos^2\beta} = \frac{z}{\cos^3\beta}$$

矢径轴处的曲率半径

$$r_v = \frac{r}{\cos^2\beta}$$

$$z_v = \frac{z}{\cos^3\beta}$$

(3) 不产生根切的最小齿数比直齿轮少, 故结构紧凑

$$z_{min} = z_{vmin} \cos^3\beta = 17 \cos^3\beta$$

β 一般 $8^\circ \sim 20^\circ$ 之间

• 斜齿圆柱齿轮的特点:

(1) 在传动中, 其轮齿逐渐进入和逐渐脱离啮合, 传动平稳, 冲击和噪声小

(2) 重合度大, 故承载能力高, 运动平稳, 适用于高速传动

(3) 斜齿圆柱齿轮不相切的最小齿数为什么比直齿轮少?

(4) 斜齿轮在工作时有轴向推力 F_a , 且 $\beta \uparrow, F_a \uparrow$. 用人字齿可克服轴向推力

扫码使用

夸克扫描王



§ 齿轮传动的失效形式和材料 (P161)

- 齿根 — 轮齿的折断, 一般在受拉一侧
- 齿面 — 齿面的点蚀、磨损、胶合

1. 轮齿的折断

- (1) 疲劳折断
 - 现象: 齿根处产生裂纹 → 扩展 → 断裂.
 - 原因: 根部受交变应力作用 $\sigma_F > \sigma_{Flim}$.
 - 根部应力集中
 - 材料较脆
- (2) 过载折断
 - 原因: 脆性材料, 突然过载/冲击

- 提高抗折断能力
- ① 增大齿根过渡曲线半径。 — 设计
 - ② 降低表面粗糙度值。 — 加工
 - ③ 采用表面强化处理 (eg: 喷丸、辗压) — 热处理

2. 齿面的点蚀

润滑良好的闭式传动齿轮, 当齿轮工作一段时期以后, 常在轮齿的工作表面上出现疲劳点蚀。

现象: 齿面产生裂纹 → 油的挤压 → 金属剥落 → 靠近节线的齿根面上出现麻点。

原因: 齿面受交变接触应力作用 $\sigma_H > \sigma_{Hlim}$
 有润滑油存在的闭式传动, 齿面较软, 硬度 $\leq 350\text{HBS}$

在磨损严重的齿轮传动中, 特别是在开式齿轮传动中见不到点蚀现象, 这是因为表层的磨损速度比表层上出现疲劳裂纹的速度要快得多

提高齿面的接触疲劳强度?

- 提高齿面的硬度, 降低表面粗糙度值
- 在许可范围内采用最大的齿距系数和 $x_1 + x_2$ (增大齿轮传动的综合曲率半径)
- 增大润滑油粘度, 减小动载荷

扫码使用

夸克扫描王



3. 齿面磨损 常发生于润滑不良的开式齿轮传动

原因：
· 硬齿、软齿相啮合，由于相对滑动，软齿表面易被划伤
· 外界硬屑落入

措施：对于闭式传动：
① 热处理：提高齿面硬度
② 加工：降低表面粗糙度值
③ 工作：注意润滑油的清洁和定期更换。
④ 设计：采用角度变位齿轮传动，以减轻齿面滑动

对于开式...：注意环境整洁，减少硬屑侵入。

4. 齿面胶合

现象：齿面上沿相对滑动方向形成伤痕

原因：
(热胶合) 高速重载 → 高温失油 } →
(冷胶合) 低速重载 → 不易形成油膜

两齿面金属直接接触并粘接 → 齿面间相对滑动 → 较软齿面沿滑动方向被撕下一条条伤痕

措施：(P162)

• 齿轮计算准则是由失效形式确定的

闭式：点蚀、弯曲疲劳折断，胶合

开式：弯曲疲劳折断，磨损

↑ 高速大功率...

hope

齿面 → 硬

根 → 韧

扫码使用

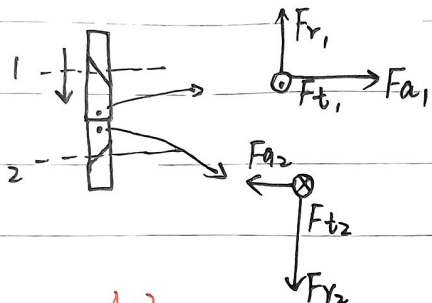
夸克扫描王



☆ 目的: 获得较高的韧性和塑性, 切削加工性能↑

调质: (淬火) 经 (高温回火) 的热处理过程.

斜齿圆柱齿轮传动的受力分析 (2023.11.21)



左右手 => 主动轮!

轴线拎起来 -> 判断左右旋转

☆ why?

齿轮应布置在远离转矩输入端

靠近的话, 轮齿扭转变形大.

转矩 -> 轴扭转变形 -> 载荷沿齿宽分布不均

2023.11.24 (五)

减小载荷集中的影响:

- 1. 齿轮制造精度↑
- 2. 轴及支承的刚度↑
- 3. 齿轮相对支承对称布置, 悬臂布置时, 减小悬臂长度
- 4. 齿宽小

齿面接触疲劳强度计算

重要参数: 综合曲率半径 d

闭式 -> 齿面点蚀 -> 接触疲劳强度计算



(c) $\sigma_H = \sqrt{\frac{F_{nc}}{\rho} \cdot \frac{E}{2\pi(1-\mu^2)}}$

1/p

节点处的 p 值虽然不是最小值, 但在节点处一般仅有一对齿啮合, 因此通常是在节点附近的齿根部分首先发生点蚀。因此, 在接触强度计算中以节点作为计算点。

两个斜齿轮在节点处接触, 可以看成是当量齿轮在该点啮合一样。

齿轮传动的齿面接触强度取决于模数 m 和齿数 z 的乘积。

$d = mz$

或 齿顶圆直径 d 或中心距大小。

$a = \frac{1}{2}m(z_1+z_2)$

m ↓: 切削量小

∴ 单纯增大一个而不改变 m, z 的值亦不能... ∴ z ↑ 提高平稳性 齿高 ↓ 滑动系数

扫码使用

夸克扫描王

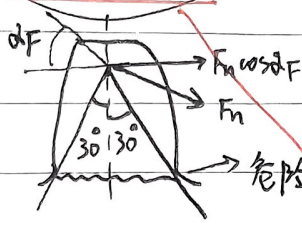


重要参数: m

齿根弯曲疲劳强度计算

$\sigma_F = Y_F \cdot \frac{F_t}{b m}$
悬臂梁

30°切线法



作轮齿对称线成30°角并与齿根过渡曲线相切的切线，
通过两切点平行于齿轮轴线的截面，即齿根危险截面

你假设全部载荷由一对齿来承担并作用在齿顶上

轮齿长期工作后，受拉侧先产生疲劳裂纹

齿形系数 $Y_F = \frac{6(l/m) \cos \alpha}{(s/m)^2 \cos \alpha}$

由于 l 与 s 均与模数成正比，故 Y_F 只取决于轮齿的开状
(随齿数 z 和变位系数 x 而异)

与模数 m 无关
单调关系

开式齿轮传动主要失效形式是磨损，目前尚无可靠的磨损计算方法。
故按弯曲强度进行计算时，为了补偿轮齿因磨损而被削弱，可将求得的模数增大10%

载荷集中系数 K_β

齿轮制造精度
支承是否对称，悬臂
轴的刚度
齿宽

动载荷系数 K_v

齿轮精度
圆周线速度

扫码使用

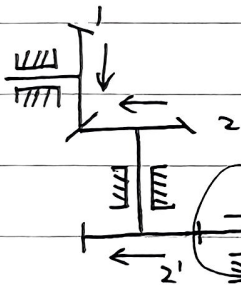
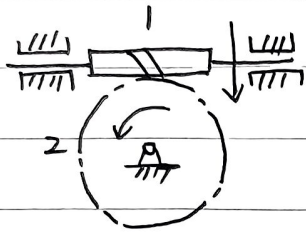
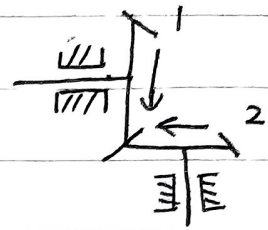
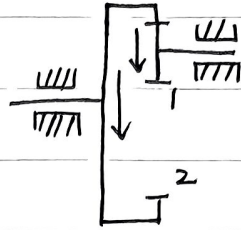
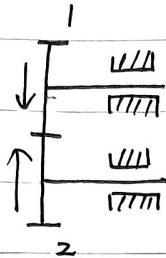
夸克扫描王



(齿)轮系

定轴轮系, 周转轮系, 组合轮系

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$



惰轮

不影响传动比, 只影响末轮转向

$$i_{15} = \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_2' z_3 z_4'}$$

定轴轮系:

$$i_{ik} = \frac{\omega_i}{\omega_k} = \frac{n_i}{n_k} = \frac{\text{所有从动轮齿数连乘积}}{\text{所有主动轮齿数连乘积}}$$

(1) 全部由平行轴圆柱齿轮组成的定轴齿轮系, 可在传动比计算公式的齿数比前乘以 $(-1)^m$, m 为外啮合齿轮的对数

$$i_{ik} = \frac{\omega_i}{\omega_k} = (-1)^m \frac{z_2 z_3 z_4 \dots z_k}{z_1 z_2' z_3' \dots z_{k-1}}$$

符号只针对平行轴.

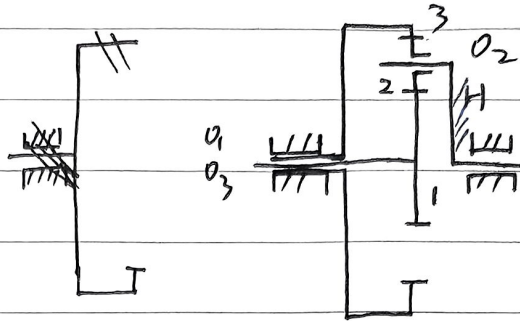
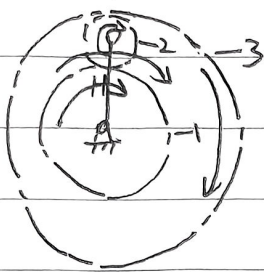
(2) 轮系中首末两轮轴线不平行时, 采用打箭头方式确定转向关系.

扫码使用

夸克扫描王



周转齿轮:



H: 系杆. 2: 行星轮. 1, 3 中心轮太阳轮

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = (-1)^1 \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = -\frac{z_3}{z_1}$$

	1	2	3	H
原	ω_1	ω_2	ω_3	ω_H
转	ω_1^H	ω_2^H	ω_3^H	0
	$\omega_1 - \omega_H$	$\omega_2 - \omega_H$	$\omega_3 - \omega_H$	$\omega_H - \omega_H$

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_1}$$

$\therefore F=2$ (自由度) . 1, 3 独立
差动轮系.

若上式 $\omega_3=0$. 则 $F=1$ 行星轮系
(3 不动)

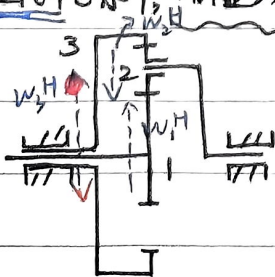
但上式 $i_{13}^H = -\frac{z_3}{z_1}$ ←

表明 1, 3 反向. 矛盾吗?

△ 注意上标.

实际中 1, 3 可以同向, 也可以反向.

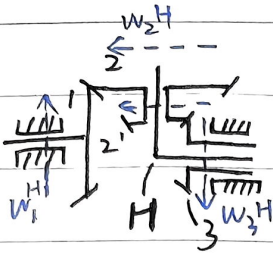
在转化轮系中, 用虚线表示角速度.



扫码使用

夸克扫描王

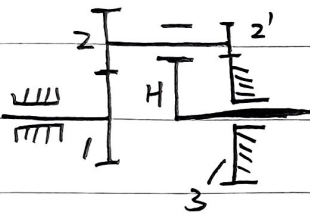




2-2' 双联齿轮. 1, 3 共轴线.
 $n_1 = 100, n_3 = -80$. 求系杆H角速度

$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = (+) \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$
 可以由改条件判断? No!
 题目万给都是 "+" ...
 用 (-) 判断不了. 用箭头判断
 $\therefore (-)$
 $\omega_H = \begin{cases} + & \text{与 } n_1 \text{ 同向} \\ - & \text{与 } n_1 \text{ 反向} \end{cases}$

$$\therefore i_{13}^H = - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}$$



$z_1 = 100, z_2 = 101, z_2' = 100, z_3 = 99$

求 i_{H1}

$$i_{H1} = \frac{\omega_H}{\omega_1}$$

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = (-) \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}$$

平行轴, 两次外啮合.

$$\therefore \omega_3 = 0 \quad \therefore (-) \Rightarrow = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - \frac{1}{i_{H1}}$$

$$\therefore \frac{101 \times 99}{100 \times 100} = 1 - \frac{1}{i_{H1}} \Rightarrow i_{H1} = 10000$$

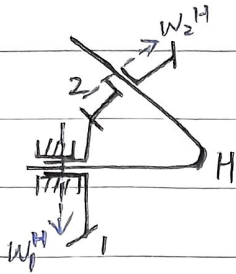
当 $z_1 = 99$ 时, $\frac{101 \times 99}{99 \times 100} = 1 - \frac{1}{i_{H1}} \Rightarrow i_{H1} = -100$

行星轮系可以实现传动比, 也可改变符号.

扫码使用

夸克扫描王





$$i_{12}^H = \frac{w_1^H}{w_2^H} = \frac{w_1 - w_H}{w_2 - w_H} \rightarrow \text{自由度为2.}$$

$$\therefore \frac{z_2}{z_1} \quad \text{当1固定, } w_1=0, \text{则} F=1$$

△ 复合轮系: 定 + 周
若干周.

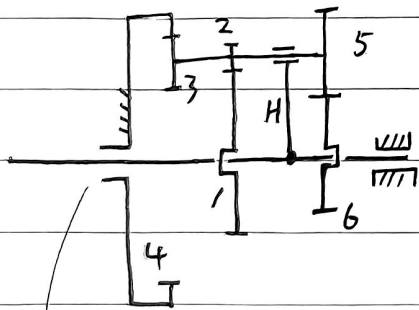
基本思路:

分解
联系

① 1个系杆, 多条传动路线.

② 多个系杆

③ 双重系杆 = 主系 + 辅助系



$$i_{16} = ?$$

1个系杆H

1, 4, 6 三个中心轮, 3个传动路线.

$$w_4 = 0.$$

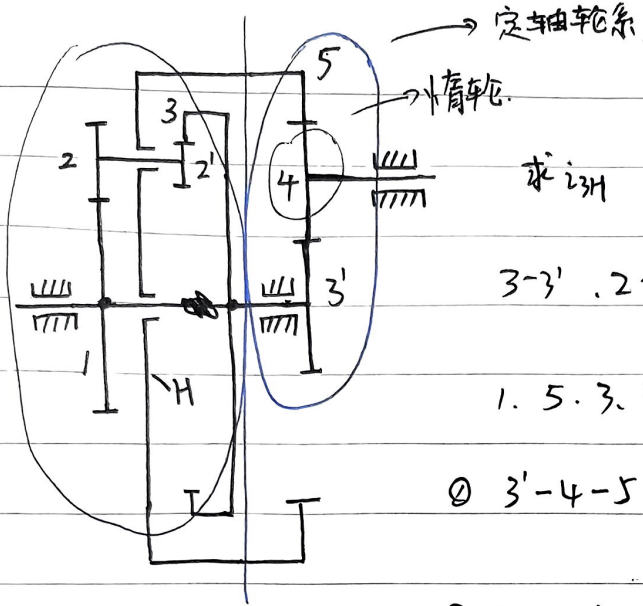
$$\begin{aligned} \textcircled{1} i_{14}^H &= \frac{w_1^H}{w_4^H} = \frac{w_1 - w_H}{w_4 - w_H} = \frac{w_1 - w_H}{w_4 - w_H} = 1 - \frac{w_1}{w_H} \\ \textcircled{2} i_{64}^H &= \frac{w_6^H}{w_4^H} = \frac{w_6 - w_H}{w_4 - w_H} = 1 - \frac{w_6}{w_H} \\ \textcircled{3} i_{16}^H &= \frac{w_1^H}{w_6^H} = \frac{w_1 - w_H}{w_6 - w_H} \end{aligned}$$

(知道其中两个, 可以推出第三个.)

$$\because w_4 = 0 \therefore \textcircled{1} \textcircled{2} \dots$$

$$\text{由} \textcircled{1} \textcircled{2} \Rightarrow i_{16} \quad i_{16} = \frac{w_1}{w_6} = \frac{\frac{w_1}{w_H}}{\frac{w_6}{w_H}}$$





求 i_{3H}

3-3', 2-2' 双联齿轮.

1. 5, 3, 4 齿轮轴线固定.

① 3'-4-5. $i_{3'5} = (-1) \frac{z_5}{z_{3'}} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_5}$

② 1-2-2', 3, H

$$i_{3H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = (-1) \cdot \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$$

$$\omega_3 = \omega_{3'}, \omega_5 = \omega_H$$

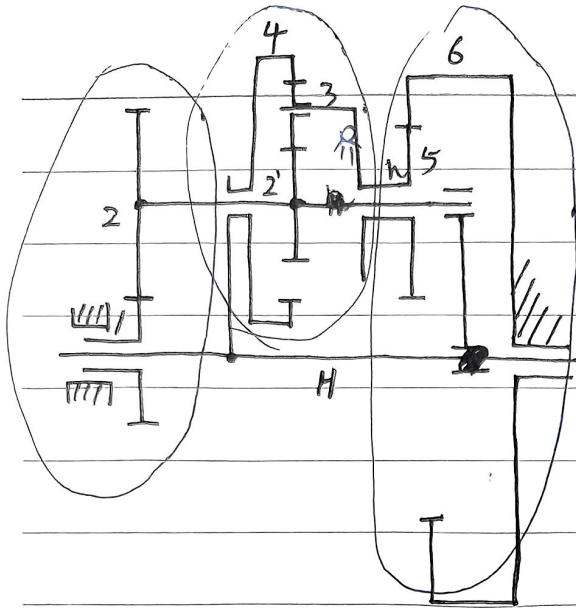
$$\therefore \begin{cases} -\frac{z_3}{z_{3'}} = \frac{\omega_3}{\omega_5} \\ -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = \frac{\omega_1 - \omega_5}{\omega_3 - \omega_5} \end{cases} \begin{array}{l} \text{二个方程三个未知量} \\ \text{可以得到二个未知量间的关系} \end{array}$$

finally. 可以得到 $i_{3H} = \frac{\omega_3}{\omega_H}$ 间的关系.

扫码使用

夸克扫描王





主系+辅助系杆.

假定 Z_1 已知

求 i_{1H}

1, 6 齿轮轴线固定

① 1, 2-2', H

$$i_{12}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}$$

② 6, 5, H

③ 2', 3, 4, H

$$i_{56}^H = \frac{\omega_5 - \omega_H}{\omega_6 - \omega_H} = \frac{z_6}{z_5}$$

$$\frac{\omega_{2'} - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = -\frac{z_4}{z_{2'}}$$

联系: $\omega_2 = \omega_{2'}$ $\omega_4 = \omega_H$ $\omega_5 = \omega_H$

三个方程, 四个变量 $\Rightarrow i_{1H}$



2023.11.24 (五)

圆锥齿轮 → 承载非圆柱...

大端 小端, 以大端 m 为标准值

用 背锥 上齿形来代替球面齿形

圆锥齿轮啮合, 相当于一对当量齿轮啮合.

$$r_{v1} = \frac{r_1}{\cos\delta_1} = \frac{mz_1}{2\cos\delta_1} \quad r_{v2} = \frac{r_2}{\cos\delta_2} = \frac{mz_2}{2\cos\delta_2} \quad m: \text{大端模数.}$$

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos\delta_1} \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos\delta_2}$$

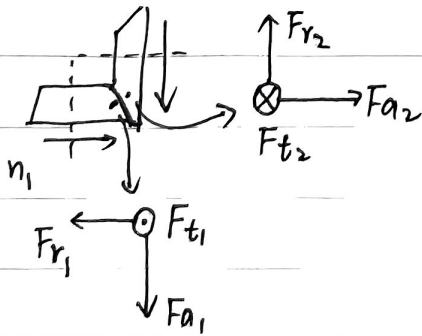
正确啮合条件 $m_1 = m_2 = m$

$$d_1 = d_2 = d$$

传动比: $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} = u$

$$\because \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ \quad r_1 = \frac{d_1}{2} = R \sin\delta_1 \quad r_2 = \frac{d_2}{2} = R \sin\delta_2$$

$$\therefore i_{12} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1} = \tan\delta_2 = u$$



圆周力 F_t

简化计算, 假设 F_n 作用在齿宽中部的节点上.

扫码使用

夸克扫描王



§ 蜗杆传动

按螺旋线头数 } 单头蜗杆
 } 多头蜗杆

螺旋线导程角 $\gamma = \beta_2$ (蜗轮)

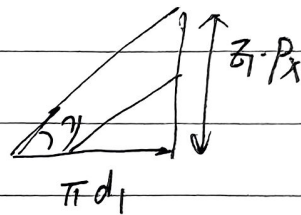
正确啮合条件: 限定条件 } 阿基米德蜗杆
 } 主平面内

$$\begin{cases} m_{t2} = m_{x1} = m \\ d_{t2} = d_{x1} = d \\ \gamma = \beta \end{cases}$$

• 蜗杆分度圆直径 d_1 直径系数 q .

$$q = \frac{d_1}{m}$$

$$d_1 = q \cdot m$$



• 蜗杆导程角

$$\tan \gamma = \frac{z_1 \cdot P_x}{\pi d_1} = \frac{z_1 \cdot \pi m}{\pi d_1} = \frac{z_1 \cdot m}{d_1} = \frac{z_1}{q}$$

z_1 : 蜗杆头数, 不是真实齿数.

P_x : 蜗杆轴向齿距.

z_1 一定, $q \uparrow, \gamma \downarrow$. 机械效率 \downarrow , 可能自锁.

\therefore hope $q \downarrow$. 但 $d_1 = q \cdot m \downarrow$ 刚度 \downarrow .

\therefore 选取 q < η 刚度

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

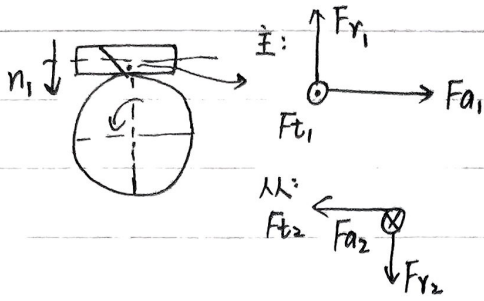
$$\text{中心距 } a = \frac{1}{2} (d_1 + d_2) = \frac{1}{2} m (q + z_2)$$

蜗杆: 齿面间的滑动速度: $v_s = v_1 / \cos \gamma$ 较大.

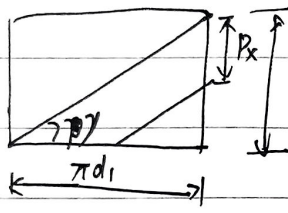
扫码使用

夸克扫描王





2023. 11.28 (三)



$$p_z = z \cdot p_x$$

$$\tan \gamma = \frac{p_z}{\pi d_1} = \frac{z_1 \cdot \pi m}{\pi d_1} = \frac{z_1 \cdot m}{d_1} = \frac{z_1}{q}$$

$$\eta = \frac{\tan \gamma}{\tan(\gamma + \rho_v)}$$

$\gamma \uparrow \quad \eta \uparrow$
 $\gamma \text{小时}$

$$\eta' = \frac{\tan(\gamma + \rho_v)}{\tan \gamma}$$

$\eta' < 0 \rightarrow$ 自锁 (反行程) 安全防护

$\gamma < 3^\circ 40'$ 自锁机构

$$i = \frac{n_1}{n_2} \neq \frac{r_2}{r_1} \times$$

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

蜗轮齿数一般不应少于28齿, 传递动力, 为增加运动平稳性,
蜗轮齿数易取多些, 但齿数 \uparrow , 蜗轮尺寸 \uparrow . \Rightarrow 蜗杆轴愈长且刚度 \downarrow .
 \therefore 蜗轮齿数不易过多. "32~80", 最好避免 z_1 与 z_2 有公因数,
有利于均匀磨损.

$z_1 = 1$ 单头蜗杆

$z_1 = 2$ 双头...

传递示数. 建议 \curvearrowright , 传力 \uparrow

扫码使用

夸克扫描王



蜗杆传动的失效形式和材料选择

(一)失效形式: 疲劳点蚀, 胶合磨损, 轮齿折断

一般情况下, 蜗杆的强度总高于蜗轮轮齿的强度,

因此失效总是在蜗轮上发生

由于在传动中, 蜗杆和蜗轮之间的相对滑动速度较大,

更容易产生胶合, 磨损.

(二)材料选择 (P185-186)

(1)材料与热处理方式

轮齿具有足够的强度和韧性 — 抵抗轮齿折断

齿面具有较高的硬度和耐磨性 — 抵抗齿面点蚀, 胶合, 磨损, 塑性变形

扫码使用

夸克扫描王



2023.12.05 (二)

§ 齿轮传动精度

• 转角误差的估算 (P208)

① 齿轮本身的误差 $\delta\varphi_1 = \frac{2F_i'}{d}$ → 切向综合误差.

② 偏心率 $\delta\varphi_2 = -\frac{4e}{d \cos\alpha}$ $\delta\varphi_2 = \frac{2e}{r_b}$

③ 轴承误差 $\delta\varphi_3 = \frac{2E_b}{d \cos\alpha}$

$$\delta\varphi_{\Sigma} = \sqrt{\delta\varphi_1^2 + \delta\varphi_2^2 + \delta\varphi_3^2}$$

对于减速链传动, 对从动轴传动精度影响最大的是最后一个齿轮的制造精度
增大最后一级(或几级)的传动比对减小转角误差是有利的.

• 提高齿轮传动精度的方法

① 不同类型的齿轮所能达到的精度是不同的

圆柱齿轮 > 蜗轮蜗杆 > 锥齿轮.

② 适当提高齿轮的制造精度, 特别是关键部位的齿轮.

③ 合理布置传动链, 正确分配各传动比.

§ 齿轮传动的空回

↳ 主动轮反向转动时, 从动轮滞后

原因: 一对齿轮有侧隙存在

侧隙影响因素 {

- 中心距增大: $j_{t1} = 2da \tan\alpha$ 法向侧隙 $j_n = j_t \cos\alpha$.
- 原始齿廓位移: $j_{t2} = E_{s1} + E_{s2}$
- 基圆偏心, 齿形误差
- 齿轮与轴齿合间隙
- 轴承误差: 滚动轴承径向跳动, 轴承与壳体的齿合间隙

减小空回方法: {

- 利用弹簧力
- 固定双片齿轮. 利用接角蜗轮丝.

扫码使用

夸克扫描王



齿轮传动链的设计

传动级数越少越好

① 先小后大原则分配传动比:

② 最小体积原则分配传动比.

③ 最小转动惯量原则分配传动比.

扫码使用

夸克扫描王

