

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
满分	30	10	10	10	10	10	10	10	100
得分									

一. (计算30分, 每小题6分):

(1) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx;$

(2) $\int_0^1 \ln x dx;$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^{\tan x} \sin(t^2) dt;$

(4) $y' - \frac{2}{x}y = 2x^2$ 的通解;

(5) 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛点集及其和函数 $S(x)$.

二. (10分) 求在极坐标平面中 $r \leq 1 + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) 所表示的平面图形绕极轴旋转一周所产生旋转体的侧面积 S .

三. (10分) 求微分方程 $y'' + 4y = 9x \sin x$ 的通解.

四. (10分) 求积分 $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{\sin x + |\cos x|} dx$.

学号: _____

姓名: _____ 装订线 答题时不要超过此线

姓名: _____

学生所在院系: _____

五. (10分) 将 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ 在点 $x_0 = -4$ 处展开成 Taylor 幂级数, 并指出使展开式成立的 x 的变化范围.

六. (10分) 函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{2^{nx}}$ 在区间 $J = (0, +\infty)$ 中是否逐点收敛? 是否一致收敛? 要提供相应证明.

七. (10分) 设 $a_n = \int_0^1 \frac{1}{(1+t^3)^{2n}} dt$. 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ 的敛散性; 若收敛, 是条件收敛还是绝对收敛? 提供相应证明.

八. (10分) 设 $f(x), g(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续且非负, $f(x)$ 不恒为零, $g(x)$ 恒取正值. 对自然数 n , 记 $I_n = \int_a^b (f(x))^n g(x) dx$. 试证数列 $\{\frac{I_{n+1}}{I_n}\}$ 是收敛的, 且其极限为 $\max_{a \leq x \leq b} f(x)$.