一、 （60%）选择题，每题两分

1. C、D 2. D 3. C 4. A 5. C 6. D
7. B 8. A 9. C 10. B 11. D 12. A

二、 （10%）

动量守恒

$$\hbar\vec{k}_1+\hbar\vec{k}_2=\vec{0}+\vec{0}\Longrightarrow\vec{k}_1=-\vec{k}_2\Longrightarrow\begin{cases}\lambda_1=\lambda_2=\lambda\\ \nu_1=\nu_2=\nu\end{cases}$$

能量守恒

$$2h\nu=2m_ec^2\Longrightarrow\nu=\frac{m_ec^2}{2\pi\hbar}=\frac{0.511\mathrm{MeV}}{2\pi\cdot 6.582\,118\,99\times10^{-22}\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{s}}=1.24\times10^{20}\mathrm{Hz}$$

$$\lambda=\frac{c}{\nu}=0.0243\text{Å}$$

三、 （10%）

第一激发态$n=2$

折合质量

$$\mu=\frac{1}{\frac{1}{m_e}+\frac{1}{m_e}}=\frac{1}{2}m_e$$

玻尔量子化条件（3 分）

$$\mu vr=n\hbar$$

库仑力等于离心力（3 分）

$$\frac{\mu v^2}{r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

解出（4 分）

$$r=\frac{8\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_ee^2}n^2=\frac{32\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_ee^2}$$

四、 （10%）

单球面的焦距

$$\Phi\overset{\mathrm{def}}{=}\frac{n'-n}{r},\qquad f'=\frac{n'}{\Phi},\qquad f=\frac{n}{\Phi}$$

左侧球面

$$\Phi_1=\frac{n-1}{a},\qquad f_1=\frac{1}{\Phi_1}=\frac{a}{n-1},\qquad f_1'=\frac{n}{\Phi_1}=\frac{na}{n-1}$$

右侧球面

$$\Phi_2=\frac{1-n}{-a}=\frac{n-1}{a},\qquad f_2=\frac{n}{\Phi_2}=\frac{na}{n-1},\qquad f_2'=\frac{1}{\Phi_1}=\frac{a}{n-1}$$

取左侧入射平行光，一次成像于右侧

$$s_1'=f_1'=\frac{na}{n-1}$$

处。二次成像的物距是

$$s_2=2a-\frac{na}{n-1}=\frac{n-2}{n-1}a$$

二次成像时的成像公式给出

$$\frac{\frac{n}{n-1}a}{\frac{n-2}{n-1}a}+\frac{\frac{1}{n-1}a}{s_2'}=1$$

$$s_2'=\frac{2-n}{2(n-1)}a$$

像方焦点在球心右侧距离

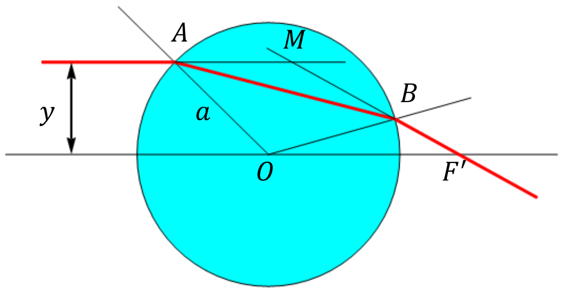
$$a+s_2'=\frac{n}{2(n-1)}a$$

处。

由对称性，物方焦点在球心左侧距离

$$\frac{n}{2(n-1)}a$$

处。



考虑从左侧沿光轴方向入射的平行光束。对近轴光线，第一次折射的入射角为

$$\arcsin\frac{y}{a}\approx\frac{y}{a}$$

由折射定律得折射角为

$$\angle BAO=\frac{y}{na}$$

第二次折射的入射角是

$$\angle ABO=\angle BAO=\frac{y}{na}$$

折射角是$\frac{y}{a}$。于是

$$\angle BF'O=\frac{y}{a}-\angle BOF'=\frac{y}{a}-\left[\pi-\frac{y}{a}-\left(\pi-2\frac{y}{na}\right)\right]=\frac{2(n-1)y}{na}$$

M点与F′点的水平距离是像方焦距，

$$f'=\frac{y}{\tan\frac{2(n-1)y}{na}}\approx\frac{na}{2(n-1)}$$

所以像方主点在球心。由对称性，物方主点也在球心，物方焦距$f=f'$。