

# 实验报告

电子信息技术 学院 21 级 04 班

学号 PB21061374

姓名 赵栋

日期 2023-12-24

## 实验六 信号通过 IIR 滤波器

### 6.1 实验目的

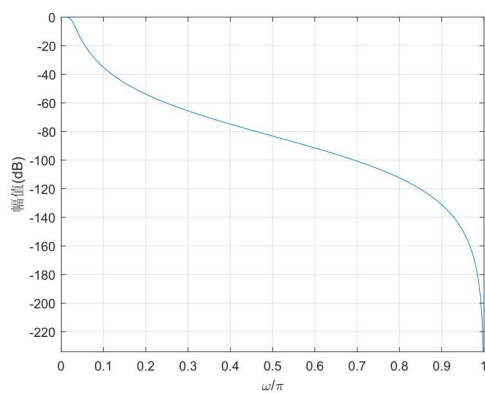
- (1) 理解系统对信号的作用、输入信号与输出信号的关系。
- (2) 任何复杂信号都可以看成是不同频率的简单正弦信号叠加的结果。

### 6.2 实验原理

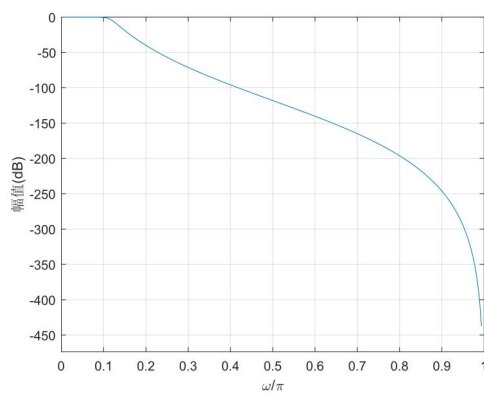
观察一个矩形波信号通过低通滤波器。通过设置滤波器不同的截止频率，可以看到矩形波信号时域波形的变化。随着截止频率的升高，时域波形越接近矩形。

### 6.3 实验内容和分析

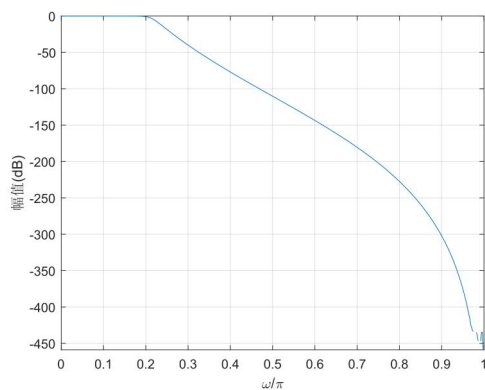
- (1) 设计一个 IIR 低通滤波器。通带起伏小于 1dB，止带衰减大于 40dB，过渡带宽小于  $0.1\pi$ ，通带截止频率为  $\omega_p(n) = r \cdot 2\pi/N$ ，其中  $r$  分别取 1, 5, 10, 15, 20, 40,  $N = 100$ ，设计得到的不同  $r$  值下的低通 IIR 滤波器的幅度特性如图 6-1(a) – (f) 所示。



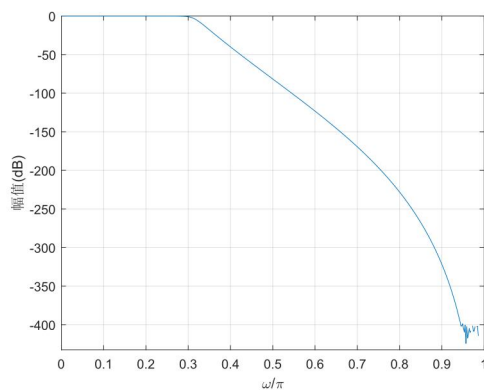
(a)  $r = 1$



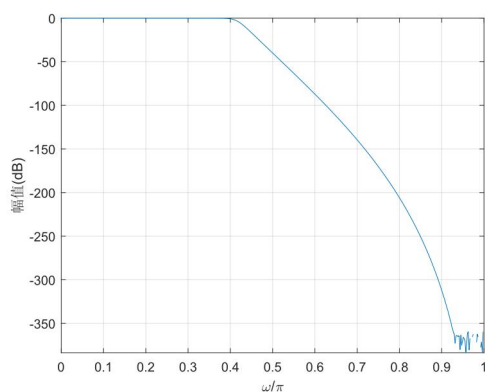
(b)  $r = 5$



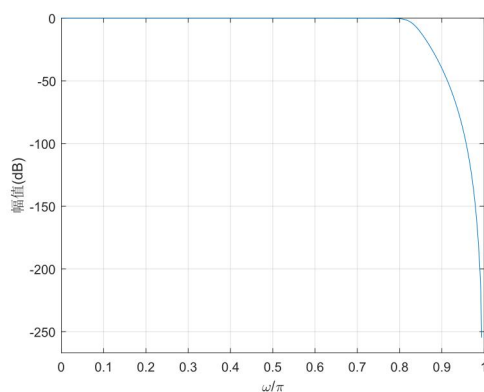
(c)  $r = 10$



(d)  $r = 15$



(e)  $r = 20$



(f)  $r = 40$

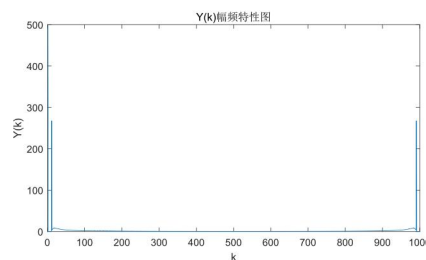
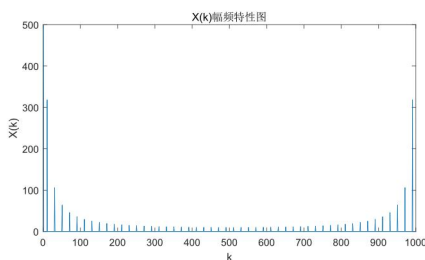
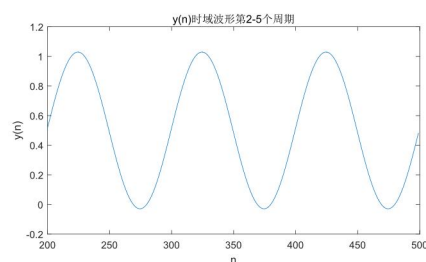
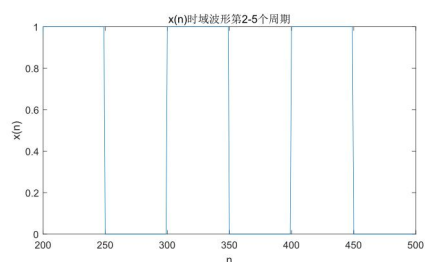
图 6-1 不同截止频率下低通滤波器的幅频特性

可以看出，随着 $r$ 的增大，截止频率 $\omega_p(n)$ 逐渐增大，因此设计出来的低通滤波器的通带也随之增大，即该滤波器可通过的低频频率成分更多。

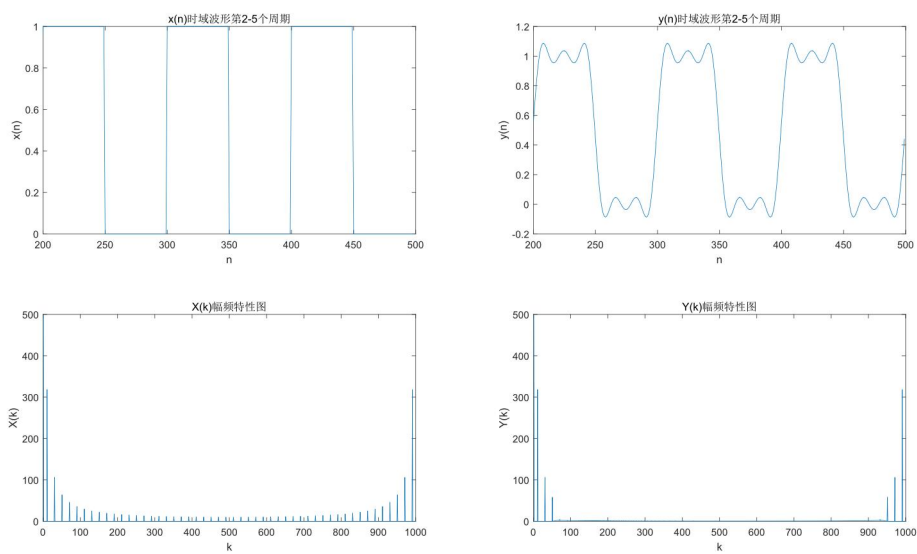
(2) 生成一个周期为 $N = 100$  的矩形信号序列 $x(n)$ ,

$$x(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq \frac{N}{2} - 1 \\ 0, & \frac{N}{2} \leq n \leq N - 1 \end{cases}$$

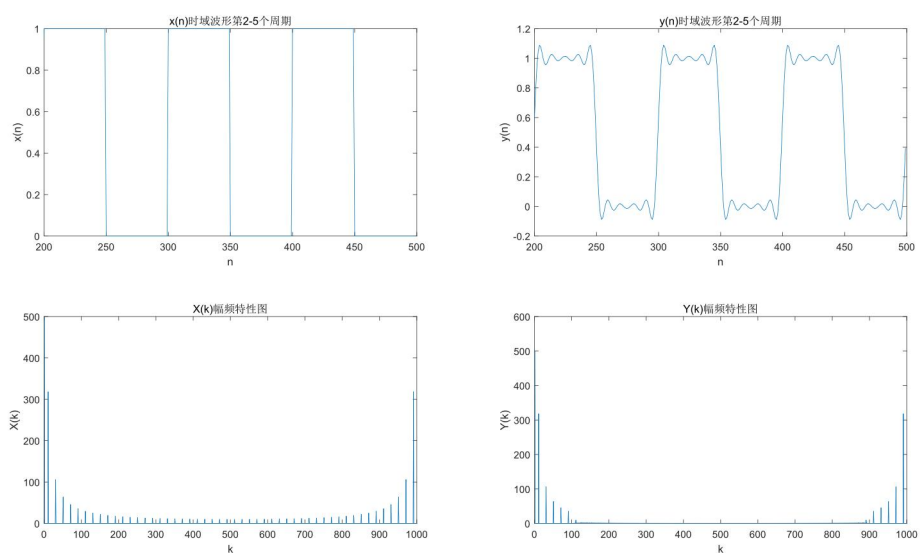
取 10 个周期长度，激励(1)中设计的低通滤波器，得到输出序列 $y(n)$ ，观察和比较滤波器取不同截止频率时 $x(n)$ 、 $y(n)$ 的时域波形、幅频特性的变化，其中时域波形只画出第 2 到第 5 个周期，得到的图像如图 6-2(a) – (f)所示。



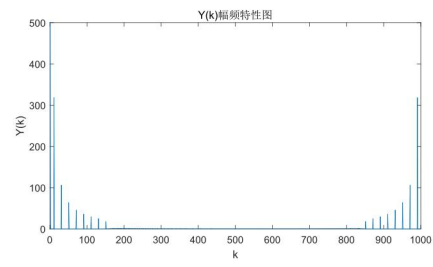
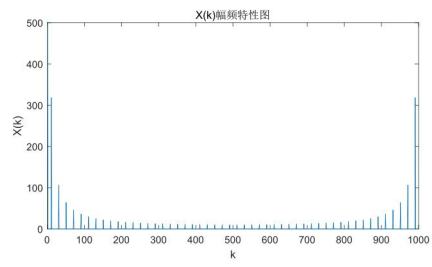
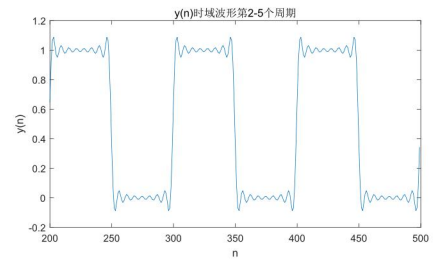
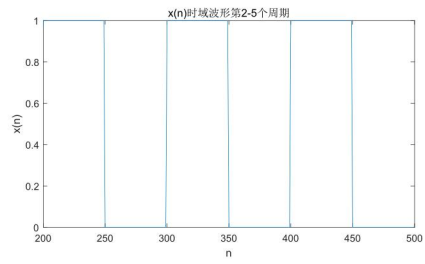
(a)  $r = 1$



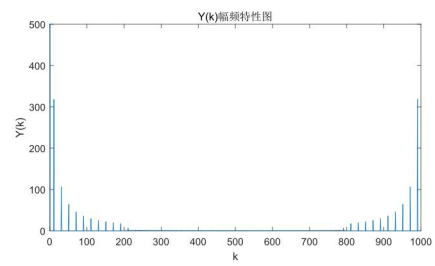
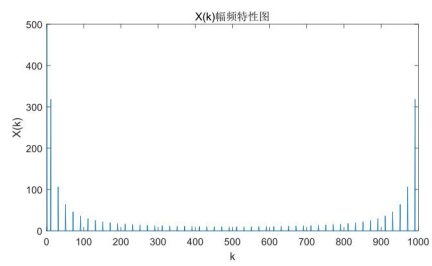
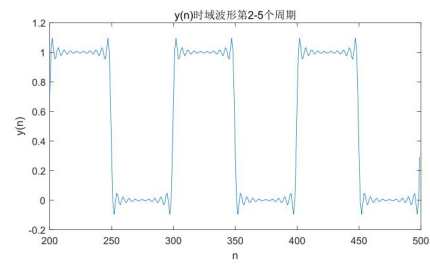
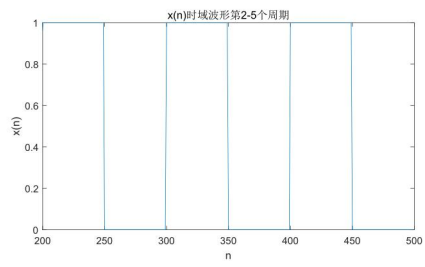
(b)  $r = 5$



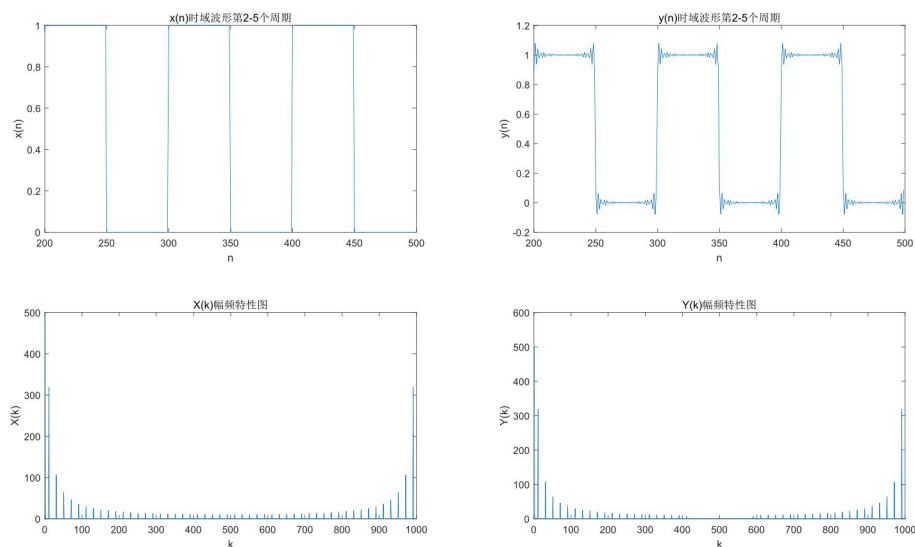
(c)  $r = 10$



(d)  $r = 15$



(e)  $r = 20$



$$(f)r = 40$$

图 6-2  $x(n)$ 、 $y(n)$ 时域图及频谱图

从上述一系列图像可以看出,随着截止频率的增大,低通滤波器能滤过的频率成分越来越多,因此对于过滤后的信号 $y(n)$ 而言,在时域上由近似单一频率成分的信号变为不同频率叠加的信号,而且随着通带增大, $x(n)$ 方波信号越来越还原,方波棱角附近的抖动频率也越来越高,棱角部分更加尖锐清晰。

在频域上可以更加清晰地看到滤波器的通带变化, $X(k)$ 和 $Y(k)$ 频谱图中间为高频成分,两端为低频成分,可以看出随着截止频率增大,可以通过的高频信号越来越多,因此 $y(n)$ 越来越还原 $x(n)$ ,被过滤的高频成分则在 $y(n)$ 方波棱角处体现。

- (3) 采用双线性变换法设计一个数字切比雪夫 I 型高通滤波器。当 $\omega \leq 0.2\pi$ 内,衰减大于 15dB; 当 $0.3\pi \leq \omega \leq \pi$ 时,衰减小于 1dB。设计得到的切比雪夫 I 型高通滤波器幅频特性图如图 6-3 所示,通过图像测量可以得到 $H(\omega)|_{\omega=0.36\pi} = -23.42\text{dB} < -15\text{dB}$ ,因此满足指标。观察 $x(n)$ 通过该高通滤波器后输出 $y_{hp}(n)$ 的时域波形,如图 6-4 所示,可以看出 $y_{hp}(n)$ 的时域信号主要包含的是高频信号。

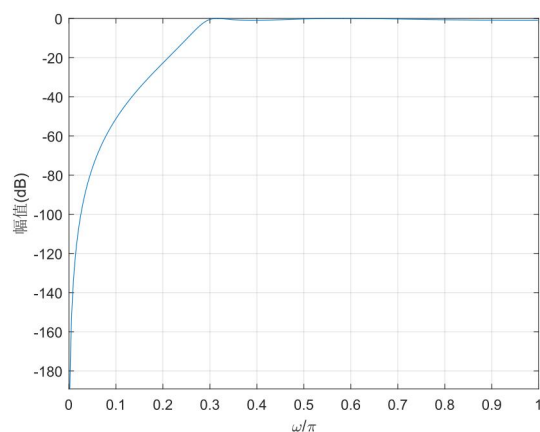


图 6-3 IIR 切比雪夫 I 型高通滤波器幅频特性图

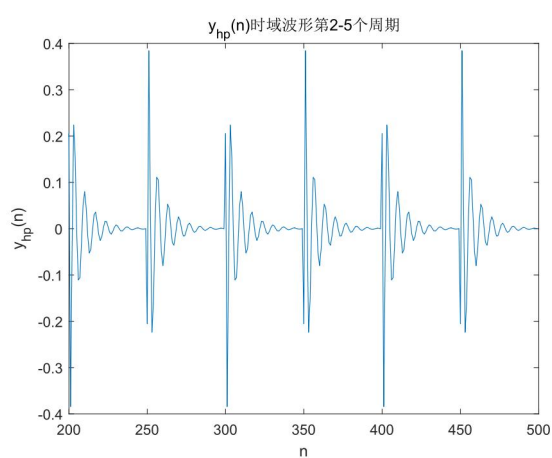
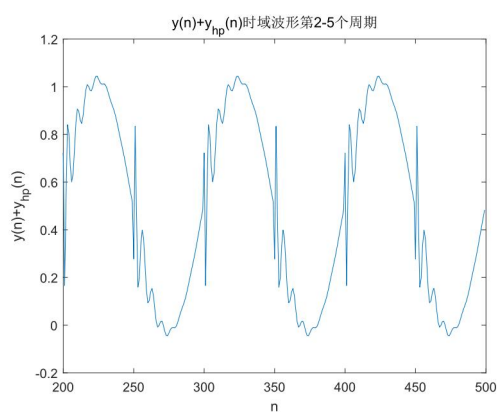
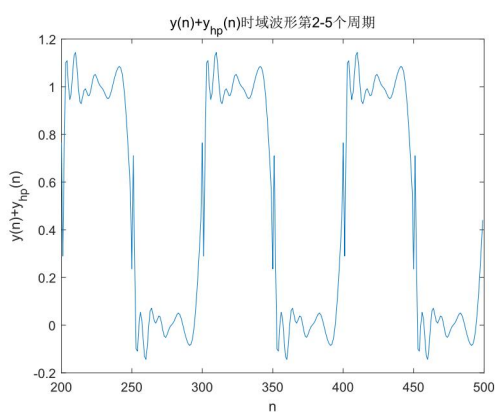


图 6-4  $y_{hp}(n)$  时域波形图

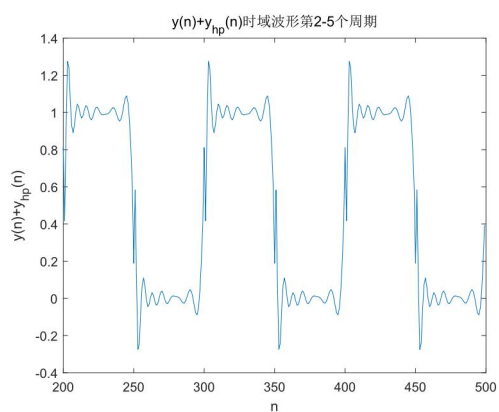
接着将(3)中不同截止频率时输出时域波形 $y(n)$ 与 $y_{hp}(n)$ 叠加并进行绘制，得到的结果如图 6-5(a) – (f)所示。



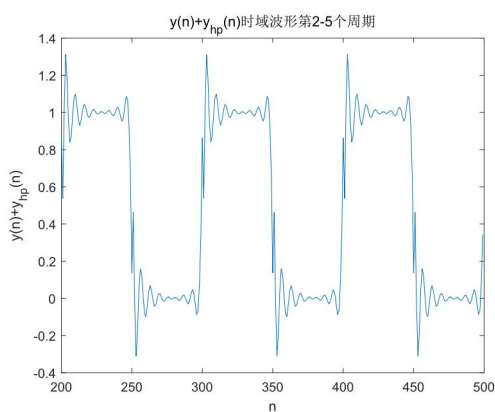
(a)  $r = 1$



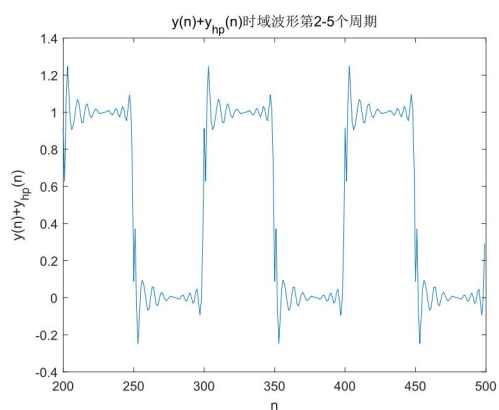
(b)  $r = 5$



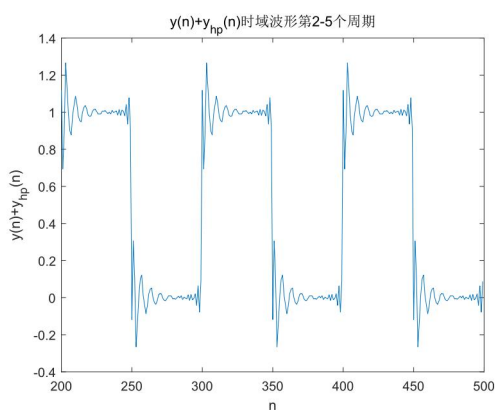
(c)  $r = 10$



(d)  $r = 15$



(e)  $r = 20$



(f)  $r = 40$

图 6-5 不同截止频率下  $y(n)$  与  $y_{hp}(n)$  叠加信号时域波形图

可以看出随着截止频率增大， $y(n)$  与  $y_{hp}(n)$  叠加信号与原信号越来越接近，但相对  $y(n)$  而言仍然有较大程度的失真。

## 6.4 实验总结

本次实验熟悉了 IIR 滤波器的设计方式，并利用 Butterworth 滤波器和 Chebyshev 滤波器设计低通和高通滤波器。然后还通过观察不同截止频率下的低通滤波器对输入信号的滤波作用，更加直接地观察到了滤波器是如何对不同频率的信号进行筛选的。

## 实验七 FIR 滤波器的窗函数设计方法

### 7.1 实验目的

- (1) 探究窗函数主瓣宽度和旁瓣电平对滤波器性能的影响。
- (2) 观察理解 Gibbs 效应。

### 7.2 实验原理

用窗函数法设计 FIR 滤波器，观察不同阶数下的通带起伏和过渡带宽度的变化。

### 7.3 实验内容和分析

采用矩形窗函数设计带通滤波器，中心频率为  $f_0 = 150\text{MHz}$ ，通带宽度为  $B = 100\text{MHz}$ ，上下阻带最小衰减大于  $20\text{dB}$ ，上下过渡带宽小于  $10\text{MHz}$ ，采样频率为  $f_s = 500\text{MHz}$ ，要求具有线性相位特性。

- (1) 使用 MATLAB 内置的 `fir1` 函数设计出符合指标要求的滤波器，这里由于矩形窗满足最小衰减要求(矩形窗的阻带最小衰减为  $21\text{dB}$ )，因此选择矩形窗作为对应窗函数。取阶数为  $N = \lceil 1.8\pi/\Delta\omega \rceil = 45$ ，由此设计出的带通 FIR 滤波器如图 7-1 所示。计算可知上截止频率为  $\omega_{st1} = (f_0 - B/2 - \Delta\omega) \times 2\pi/f_s = 0.36\pi$ ， $\omega_{st2} = (f_0 + B/2 - \Delta\omega) \times 2\pi/f_s = 0.84\pi$  从测量数据可知，在上截止频率处有  $H(\omega)|_{\omega=0.36\pi} = -21.34\text{dB} < -20\text{dB}$  满足指标，同时在下截止频率处有  $H(\omega)|_{\omega=0.84\pi} = -20.65\text{dB} < -20\text{dB}$  满足指标，因此该带通滤波器符合要求。

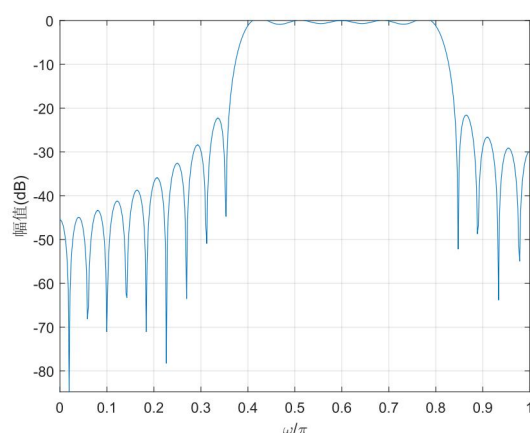


图 7-1 FIR 带通滤波器幅频特性图



(2) 增加和减少系统阶数 $N$ ，画出不同 $N$ 下的幅频特性曲线，这里以 $N = 45$  为分界线，分别取 $N = 30, 40, 45, 60, 90, 150$ ，得到的滤波器幅频特性曲线如图 7-2(a) – (f)所示。

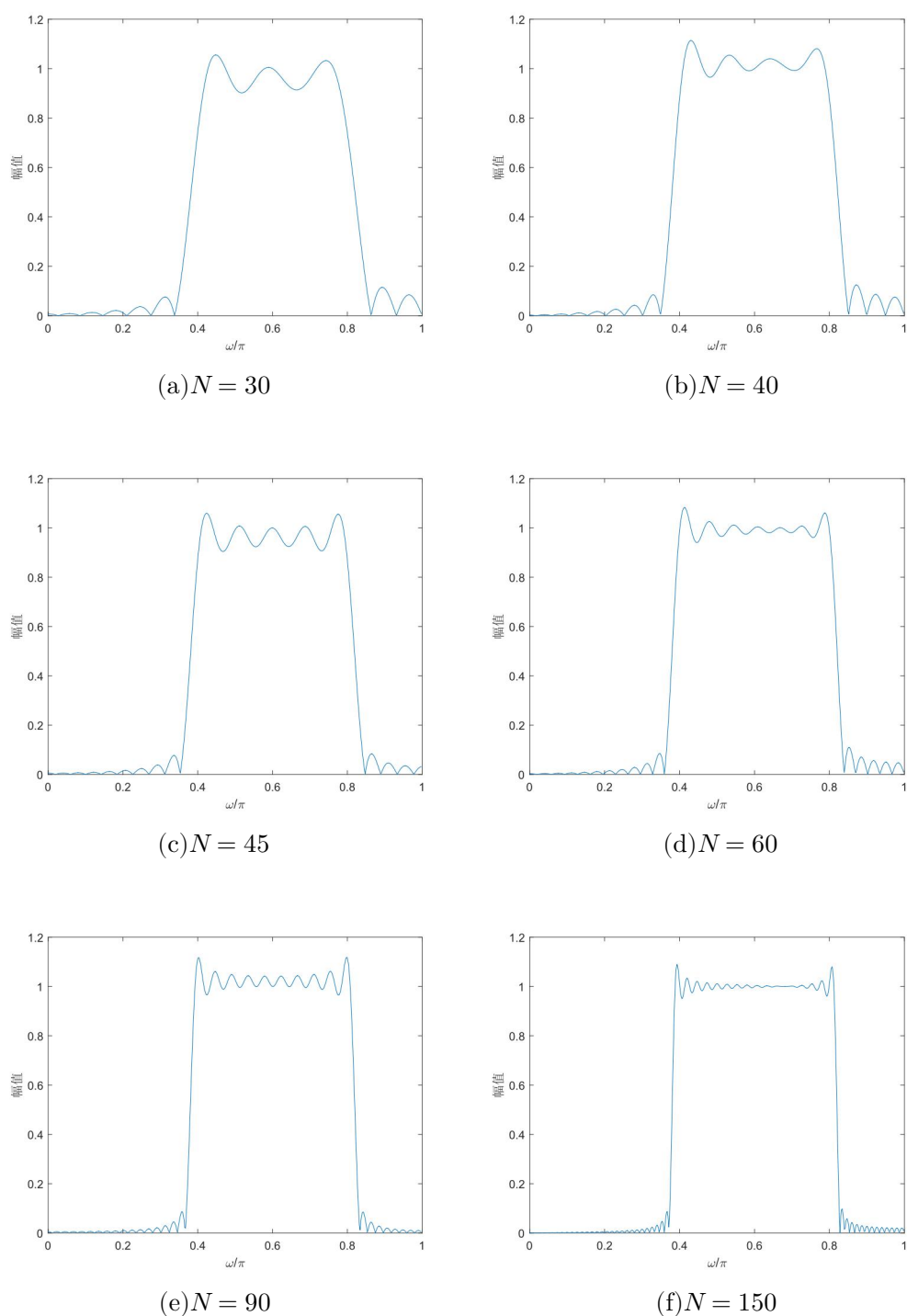


图 7-2 不同 $N$ 值下 FIR 低通滤波器的幅频特性图

从上述图像可以看出，在窗函数边缘有着不同程度的振荡，并由此产生肩峰和过冲，随着窗函数阶数 $N$ 的增大，过渡带宽度越来越低，且在过渡带边缘的信号振荡频率越来越高，但肩峰和过冲的大小基本保持不变，这便是窗函数设计法中经常遇到的 Gibbs 效应。这是因为随着阶数 $N$ 的增大，窗函数主瓣信号越来越窄，因此在与理想滤波器卷积过程中产生的过渡带变窄，振荡频率变高，但由于最高点增益保持不变，因此产生的肩峰和过冲值仍然保持不变。

## 7.4 实验总结

本次实验通过窗函数设计法设计了一个符合对应指标的 FIR 带通滤波器，学会了如何利用 MATLAB 中的 `fir1` 函数设计对应的 FIR 滤波器，并通过不断调整窗函数的阶数 $N$ ，在滤波器的幅频特性图中观察到了 Gibbs 效应。

## 实验八 线性相位系统

### 8.1 实验目的

- (1) 理解 IIR 滤波器的非线性相位特性与 FIR 滤波器的线性相位特性。
- (2) 探究两类相位特性对信号处理的影响。

### 8.2 实验原理

设计频带指标相同的 IIR 滤波器与 FIR 滤波器，观察两类滤波器对信号波形的影响。观察非线性相位的 IIR 滤波器发生的色散现象。

### 8.3 实验内容和分析

- (1) 设计 IIR 低通滤波器。通带截止频率  $0.8\pi$ ，通带起伏小于 1dB，过渡带宽小于  $0.1\pi$ ，止带衰减大于 40dB，幅度模型 Butterworth。设计得到的滤波器幅频特性和相频特性图如图 8-1 所示。

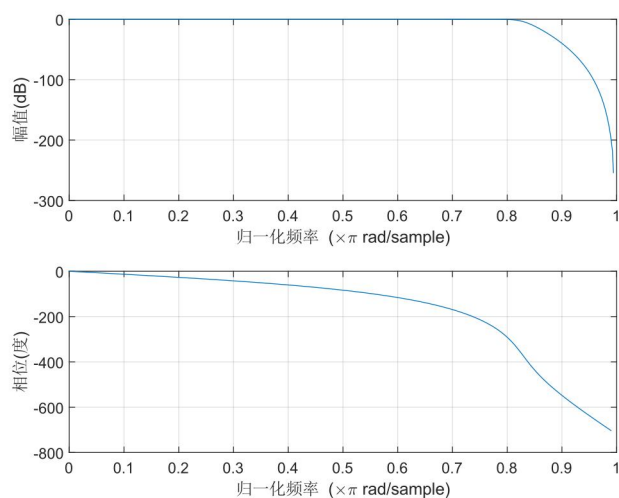


图 8-1 IIR 滤波器幅频特性和相频特性图

可以看出幅频特性图满足指标，相频特性图不是线性相位。接着使用 `grpdelay` 函数测量滤波器的群时延，得到的图像如图 8-2 所示。可以看出该滤波器群时延整体趋势为随着频率的增大先增大后减小，呈现出非线性相位特性。

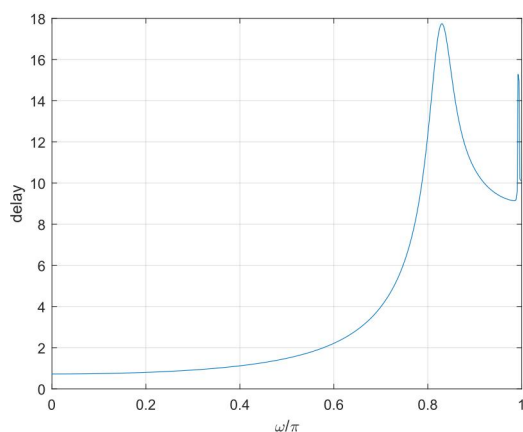


图 8-2 IIR 滤波器群时延图

(2) 设计 FIR 低通滤波器。通带截止频率  $0.8\pi$ ，过渡带宽小于  $0.1\pi$ ，止带衰减大于 40dB。线性相位特性，窗函数法。可以看出这里可以使用 Hamming 窗进行设计，阶数  $N = \lceil 6.6\pi / \Delta\omega \rceil = 74$ ，得到的 FIR 滤波器幅频特性和相频特性图如图 8-3 所示。

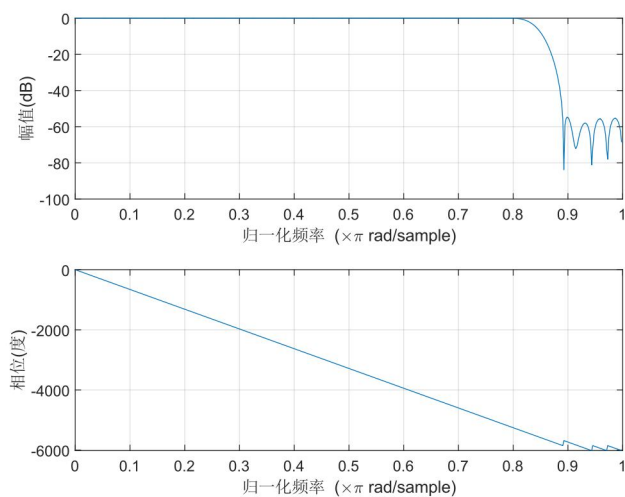


图 8-3 FIR 滤波器幅频特性和相频特性图

可以看出幅频特性图满足指标，且相频特性图满足线性相位。接着使用 `grpdelay` 函数测量滤波器的群时延，得到的图像如图 8-4 所示。可以看出该滤波器所有频率对应的时延均相同，呈现出线性相位特性。

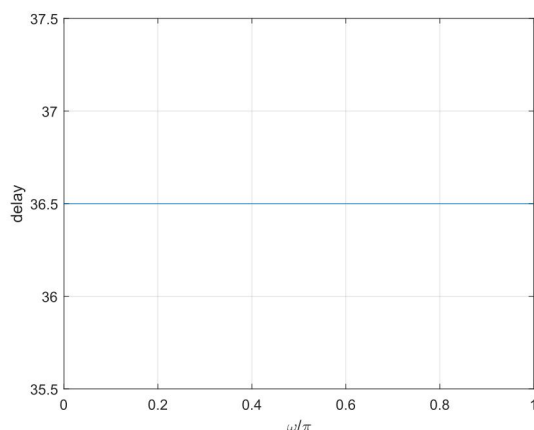


图 8-4 FIR 滤波器群时延图

(3)  $x_1(n) = \sin(\omega_1 n)$ ,  $x_2(n) = \sin(\omega_2 n)$ ,  $\omega_1 = 0.1\pi$ ,  $\omega_2 = 0.7\pi$ , 序列长度为  $N = 80$ , 分别输入 IIR 和 FIR 滤波器, 观察群延迟(系统时延), 如图 8-5 所示。可以看出对于两个不同频率的信号, IIR 滤波器并没有起到明显的延时作用, 甚至由于其非线性相位特性, 对于较高频率的信号会出现比较明显的信号失真现象; 而对于相同指标的 FIR 滤波器, 由于其线性相位特性, 对于输入的信号不同成分频率均能起到相位线性搬移的作用, 在时域上就能呈现出信号线性搬移的效果。

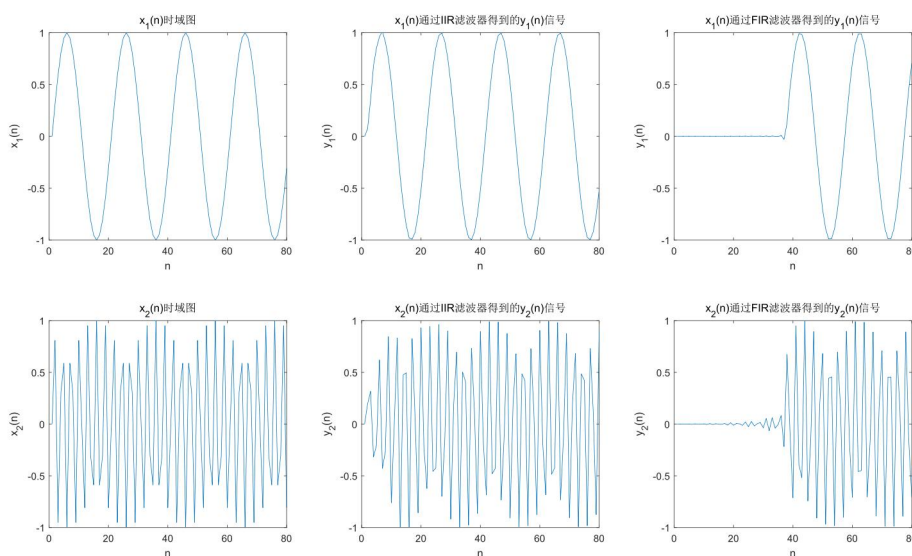
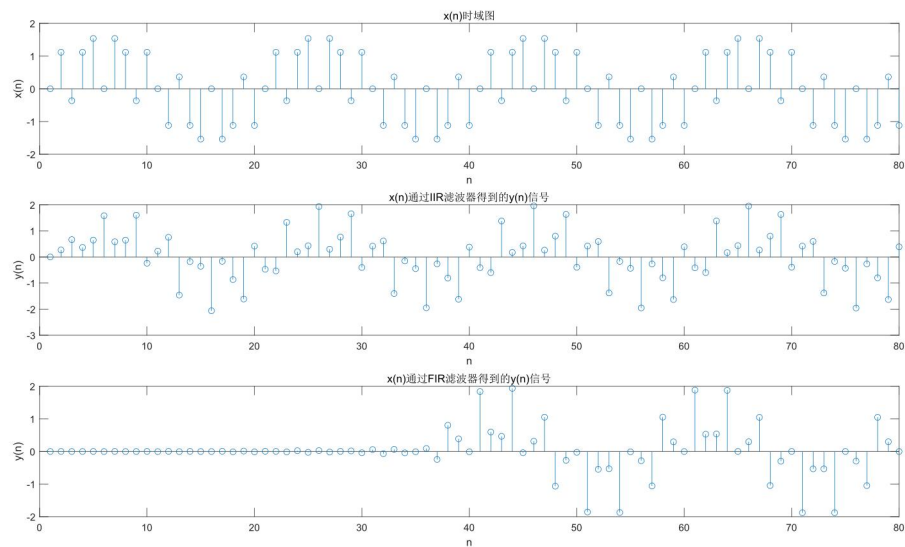


图 8-5  $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 分别通过 IIR 滤波器和 FIR 滤波器得到的时域信号

(4)  $x(n) = x_1(n) + x_2(n)$ , 分别输入 IIR 和 FIR 滤波器, 观察对比输入波形和两个输出波形, 其时域波形图如图 8-6 所示。类似地可以看出 IIR 滤波器对信号进行了非线性相位变换, 而 FIR 滤波器满足线性相位, 滤波后的信号整体进行了线性搬移。



## 8.4 实验总结

本实验通过对比了相同指标下的 IIR 和 FIR 滤波器，了解到了 IIR 的非线性相位特性和 FIR 的线性相位特性，并且在信号通过滤波器的过程中可以看到线性相位可以更好地保持信号的特征，并在整体上对信号进行线性搬移。