

中国科学技术大学

2020年春季考试试卷

考试科目: 量子力学C 得分: _____

题目	1	2	3	4	5	6	总分
分数	30	10	15	15	15	15	100
得分							

注意事项 (a) 尽可能以一个PDF格式的文件形式提交; (b) 请在测试限制的时间内提交, 逾期会被标记并可能影响成绩; (c) 解答非选择题应写出必要的文字说明, 方程式和主要演算步骤.

1. **选择题** 每小题 5 分. 在下面每小题中选择一个你认为正确的答案, 不选, 错选或多选均不得分.

30分

1.1 量子力学中态和力学变量可以用矢量(左矢, 右矢)和线性算符表示. 用数学描述, 一个表示态的矢量有如下的任意性

- a. 它的方向
- b. 它的大小和方向
- c. 它的方向和相因子
- d. 它的大小和相因子

1.2 设一系统处于角动量算符 L^2 和 L_z 的本征态 $|l, m\rangle$, 对应于 L^2 和 L_z 的本征值 $l(l+1)\hbar^2$ 和 $m\hbar$, $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$. 那么对该系统测量 L_y^2 的平均值是

- a. $m^2\hbar^2$
- b. $\frac{1}{2}\{l(l+1) - m^2\}\hbar^2$
- c. $\frac{1}{3}l(l+1)\hbar^2$
- d. $l(l+1)\hbar^2$

1.3 束缚态指的是系统存在于有限空间区域内的态. 对于束缚态定态, 系统的能量

- a. 取分立和连续的本征值
- b. 取连续本征值
- c. 取分立本征值
- d. 不能确定

1.4 氢原子的能级公式为 $E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), 其中 m 和 e 分别是电子的质量和电荷, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (h 是Plank常数). 对于电子偶素体系 ($e^+ - e^-$ 束缚体系), 其能级为

- a. $E_n = -\frac{me^4}{8\hbar^2 n^2}$
- b. $E_n = -\frac{me^4}{4\hbar^2 n^2}$
- c. $E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}$
- d. $E_n = -\frac{me^4}{\hbar^2 n^2}$

1.5 引发原子能级精细结构的因素是

- a. 轨道角动量和电子自旋
- b. 磁场和轨道角动量

c. 磁场和电子自旋

d. 磁场, 轨道角动量和电子自旋

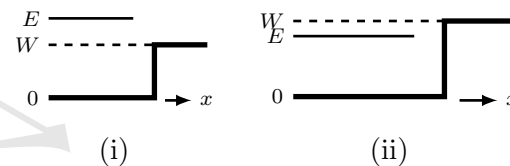
1.6 多电子原子系统中, 考虑到电子间相互作用的Columnb(库仑)力, 不同电子之间有一耦合能量 $-\frac{1}{2}V_{rs}\sigma_r \cdot \sigma_s$, 其中 V_{rs} 是只关系到这两个电子(r 态和 s 态)的Columnb力势能, σ_r 和 σ_s 为这两个电子的自旋Pauli算符. 量 $\sigma_r \cdot \sigma_s$ 是以下因素引起的

- a. 电子的自旋磁矩耦合
- b. 电子的轨道和自旋角动量耦合
- c. 电子的全同粒子性质
- d. 以上都不是

10分 2. 一个三维各向同性谐振子的能量本征值是 $\hbar\omega(n + \frac{3}{2})$, $n = 0, 1, 2, \dots$ 试求能级简并度.

15分 3. 一个质量为 m , 能量为 E 的粒子从左入射, 碰到高度为 W 的势壁, 分两种情况

- i. $W < E$,
- ii. $W > E$.



题 3 图

求反射波函数, 表示成 $A \exp(i\varphi)$ 的形式, 其中 A 和 φ 是实数, 且 $A > 0$, 并求势壁处的反射系数.

15分 4. 宽度为 a 的一维无限深势阱中, 一个质量为 m 的粒子处于基态. 现突然将势阱宽度以其中心对称地扩展至原来的2倍, 问在扩展后的系统中,

- i. 粒子处于基态的几率是多少?
- ii. 如果测量能量, 那么可能的测量结果是什么? 能量测量的平均值是多少?

15分 5. 一个质量为 m 的粒子在一维谐振子势场中运动, 非相对论极限下Hamilton量表示为 $H = \frac{1}{2m}(p^2 + m^2\omega^2 q^2)$, 基态能量是我们熟知的 $\frac{1}{2}\hbar\omega$. 考虑动能 $T = \frac{p^2}{2m}$ 的相对论修正, 计算基态能量的修正, 精确到 $\frac{1}{c^2}$ 阶, c 为光速.

提示: 相对论情形下, 动能形式上定义为

$$T = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} - mc^2.$$

可能用到算符 $\eta = (2m\hbar\omega)^{-1/2}(p + im\omega q)$ 和 $\bar{\eta} = (2m\hbar\omega)^{-1/2}(p - im\omega q)$ 的性质,

$$\bar{\eta}\eta = \frac{H}{\hbar\omega} + \frac{1}{2}, \quad \eta\bar{\eta} = \frac{H}{\hbar\omega} - \frac{1}{2}.$$

可能用到的积分公式,

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1} e^{-x} dx, \quad \Gamma(z+1) = z\Gamma(z), \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}, \quad \Gamma(1) = 1.$$

- 15分 6. 某个特殊的一维势阱具有下列束缚态单粒子能量本征函数: $\psi_a(x), \psi_b(x), \psi_c(x), \dots$, 其中 $E_a < E_b < E_c < \dots$. 两个没有相互作用的粒子置于该势阱中. 对下列各种情况下, 求这个双粒子系统可能达到的两个最低能级的总能量值; 与上述两个能级对应的所有可能的波函数 (用 ψ 表示空间部分, $|j, m\rangle$ 表示自旋部分, 其中 j 是总自旋量子数, m 是总自旋的 z 分量量子数); 上述能级各自的简并度.
- i. 两个自旋为1/2的可区分粒子;
 - ii. 两个自旋为1/2的全同粒子;
 - iii. 两个自旋为0的全同粒子.