

# 中国科学技术大学

## 2011—2012学年第一学期考试试卷

考试科目 概率论与数理统计 得分 \_\_\_\_\_

所在系 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

考试时间: 2012年1月6日下午2:30—4:30; 使用简单计算器

### 一. 简答(写出简要步骤, 40分)

1. (6分) 设工厂A和工厂B的产品的次品率分别为1%和2%, 现从由A厂和B厂的产品分别占60%和40%的一批产品中随机抽取一件, 发现是次品, 则该次品是A厂生产的概率是多少?
2. (6分) 从数1, 2, 3, 4中任取一个数, 记为X, 再从1,  $\dots$ , X中任取一个数, 记为Y, 则请问Y = 2这个事件发生的概率是多少?
3. (8分) 设X的概率函数为 $f(x) = (1 + \theta)x^\theta$ ,  $0 < x < 1$ , 检验假设 $H_0: \theta = 5 \leftrightarrow H_1: \theta = 3$ . 该检验的否定域为 $X > 1/2$ , 则犯第一类错误概率和第二类错误的概率分别为多少?
4. (6分) 已知一批零件的长度X(单位: cm)服从正态分布 $N(\mu, 1)$ , 从中随机抽取16个零件, 得到长度的平均值为40cm, 则 $\mu$ 的置信区间是多少?
5. (6分) 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 样本 $X_1, \dots, X_n$ 来自总体X的一组样本, 请问c取多少事使得 $c \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$ 为 $\sigma^2$ 的无偏估计?
6. (8分) 进行1000次独立重复试验, 每次试验中事件A发生的概率为0.25, 试问能以95%的把握保证1000次试验中事件A发生的频率与概率相差不超过多少?

### 二. (20分) 设随机向量 $(\xi, \eta)$ 服从区域D上的均匀分布, 其中D是由直线 $y = x$ , $x = 0$ , $y = 1$ 所围成的区域. 试求:

- (1)  $(\xi, \eta)$ 的联合密度 $p(x, y)$ ;
- (2)  $(\xi, \eta)$ 的边缘密度 $p_1(x)$ 和 $p_2(y)$ ;
- (3) 条件密度 $p(x|\eta = y)$ ;
- (4)  $E(\xi|\eta = y)$ .

### 四. (15分) 人体中某个基因的形态有三种, 分别是AA, Aa, aa, 每个人的基因型只可能为这三种形态之一. 用X = 0, 1, 2分别表示人的基因型为AA, Aa, aa. 设总体X中该基因的基因型概率分布如下表, 其中 $\theta > 0$ 为未知参数. 现从此总体随机抽取了100人, 其中30个人具有基因型AA, 40人为Aa, 30人为aa.

X	0	1	2
P	$\theta^2$	$2\theta(1 - \theta)$	$(1 - \theta)^2$

- (1) 求 $\theta$ 的矩估计 $\theta_1$ 和极大似然估计 $\theta_2$ ; 并分别计算相应的估计值.
- (2)  $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 是否是无偏的? 若否, 请修正.
- (3) 请问修正后的估计那个更有效?

五. (10分)为了解男性和女性对三种类型的啤酒：淡啤酒、普通啤酒和黑啤酒的偏好有没有差异，分别调查了180位男士和120位女士的喜好，得如下数据

	淡啤酒	普通啤酒	黑啤酒
男性	49	31	100
女性	51	20	49

请问男性和女性对着三种类型的啤酒的偏好有显著差异吗？( $\alpha = 0.05$ )

六. (15分) 为比较新旧两种肥料对产量的影响，研究者选择了面积相等、土壤等条件的相同的20块地，分别施用新旧两种肥料，得到的产量数据如下：

旧肥料	17	15	18	17	13	15
新肥料	16	19	20	22	18	19

假设两种肥料的产量分别服从正态分布，且总体独立而均值方差均未知。试根据以上数据判断：

(1) 两种肥料产量的方差是否相等( $\alpha = 0.05$ )?

(2) 新肥料获得的平均产量是否显著地高于旧肥料( $\alpha = 0.05$ )。

附录 分布及分位数： $\Phi(0.897) = 0.815$ ,  $u_{0.025} = 1.960$ ,  $u_{0.05} = 1.645$ ,  $t_{0.025}(13) = 2.16$ ,  $t_{0.025}(14) = 2.145$ ,  $t_{0.05}(13) = 1.771$ ,  $t_{0.05}(14) = 1.761$ ,  $\chi_{0.05}^2(1) = 3.841$ ,  $\chi_{0.05}^2(2) = 5.991$ ,  $F_{0.025}(6, 7) = 5.119$ ,  $F_{0.025}(7, 6) = 5.695$ .