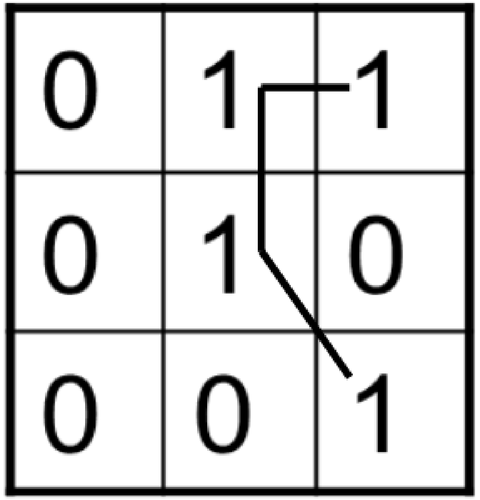
2.5 像素间的基本关系-邻接

- 4邻接
- 8邻接
- m邻接
  - 消除8邻接的二义性
  - 需满足以下两点：
    1. q在p的4邻域中
    2. q在p的对角邻域中，并且q与p的4邻域无交集



2.5 像素间的基本关系-距离

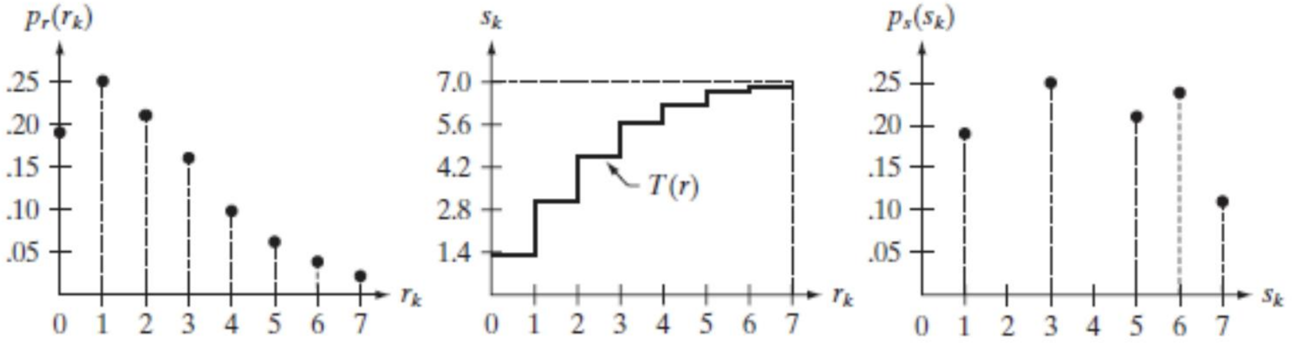
- 距离函数
  - L_p范数诱导的距离度量 $D(\mathbf{u},\mathbf{v}) = \|\mathbf{u}-\mathbf{v}\|_p = \left(\sum_{i=1}^{k}|u_i - v_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}$
- 城区距离(City-block)、曼哈顿距离: L_1范数
- 欧式距离(Euclidean): L_2范数
- 棋盘距离(Chessboard)
  - 定义: $D_8(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \max(|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|)$
  - 等价于L_∞范数，证明:

$$||d||_p = (|d_1|^p + \cdots + |d_k|^p)^{\frac{1}{p}}$$

$$\lim_{p\to\infty}||d||_p = \lim_{p\to\infty} d_{max}\left((\frac{|d_1|}{d_{max}})^p + \cdots + (\frac{|d_k|}{d_{max}})^p\right)^{\frac{1}{p}}$$

$$\lim_{p\to\infty} d_{max}(1^p + 0)^{\frac{1}{p}} \le \lim_{p\to\infty}||d||_p \le \lim_{p\to\infty} d_{max}(k \times 1)^{\frac{1}{p}}$$

3.3 直方图处理



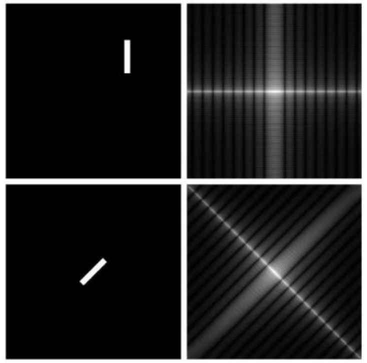
- 直方图均衡化:
  - $s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k}\frac{n_j}{MN} = \frac{(L-1)}{MN}\sum_{j=0}^{k} n_j\,, k = 0,1,2,\cdots, L-1$

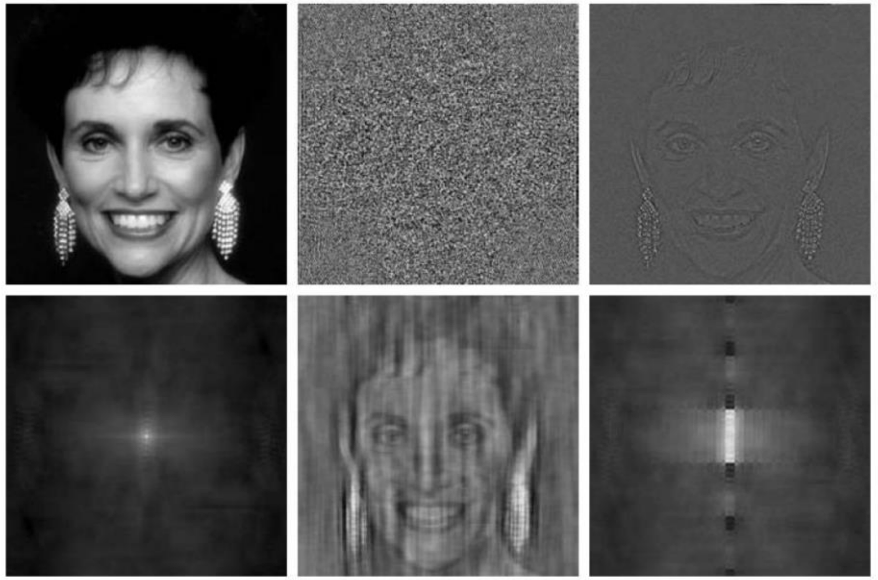
- 例题:
  - 证明: 对一副图片连续做两次直方图均衡化和一次的结果一样
    - 因为上式结果与亮度大小r_k无关，与出现频次n_j有关。(均衡只改变了直方图的密度)
    - 证明，将n_{s_j}带入， $n_{s_j} = n_{r_j} = n_j$

3.4 空间滤波

- 空域平滑
  - 均值滤波(去噪，模糊)，中值滤波(椒盐噪声)
- 空域锐化
  - 一阶微分: $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]^T$
  - 二阶微分: $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1), f(x, y-1) - 4f(x, y)$
    - 各向同性

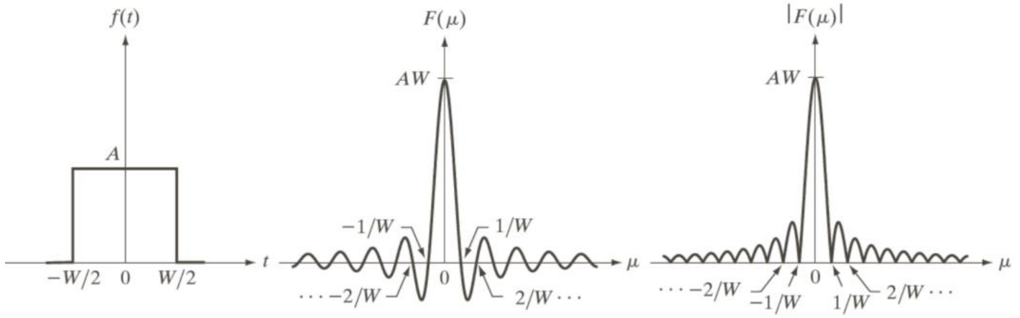
4.1 DFT





- DFT的变换与反变换公式
- 特性
  - 频谱的中心化: $f(x,y)(-1)^{x+y} \Leftrightarrow F(u-\frac{M}{2}, v-\frac{N}{2})$
  - 频谱图的中心点大小与平均灰度成正比: $F(0,0) = MN\frac{1}{MN}\sum_{1}^{M-1}\sum_{1}^{N-1} f(x,y) = MN\bar{f}$
  - 图像平移，频谱图不变: $f(x-a, y-b) \Leftrightarrow F(u,v)e^{-j2\pi(au+bv)}$
  - 图像旋转角度与频谱图一致: $f(r, \theta+\theta_0) \Leftrightarrow F(\omega, \varphi+\varphi_0)$
  - 相位图和图像中的形状特性有关

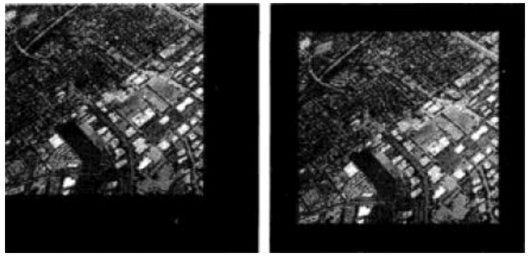
4.2 频率域滤波



- 步骤，书4.7.3小节
- 空间滤波和频域滤波
  - 低通滤波: 平滑滤波
  - 高通滤波: sobel算子(一阶)、Laplacian算子(二阶)
- 滤波器
  - ILPF的振铃效应 (矩形窗和Sa函数是一变换对)
    - 巴特沃斯型(1阶没有, 随着阶数上升而明显)，高斯型没有
- 同态滤波
  - 图像可表示为照射分量和反射分量的乘积
  - 通过取对数，分离图像的照射和反射分量

例题

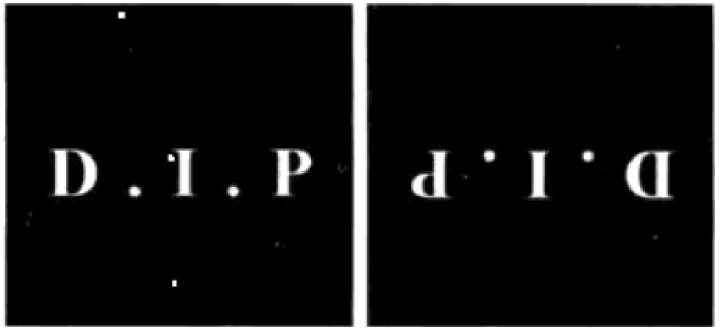
- 4.21-在末尾补零与在四周补零(数目相同)，滤波结果有什么变化?
  - 没有变化
  - 因为补零是为了在一个DFT计算周期内，避免前后的缠绕
  - 在反变换之后，裁去补零部分，结果相同



- 4.22-原始$\mathrm{M} \times N$的图像，补零后为P×Q
  - 原图像平均值和填充后图像平均值的比值是多少
    - $r = \frac{\bar{f}}{\bar{f}_p} = \frac{PQ}{MN}$
  - $F_p(0,0) = F(0,0)$?
    - $F_p(0,0) = PQ\bar{f}_p(x,y)$, $F(0,0) = MN\bar{f}(x,y) = MN\frac{PQ}{MN}\bar{f}_p(x,y) = PQ\bar{f}_p(x,y)$

例题

- 4.33-右侧图像由以下步骤得到:a)用$(-1)^{x+y}$乘以左侧图像; b)计算DFT; c)取该变换的复共轭; d)计算反DFT; e)用$(-1)^{x+y}$乘以结果实部。产生以下变化的原因。



$$
\begin{aligned}
\Im^{-1}\left[F^*(u,v)\right] &= \sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} F(u,v)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)} \\
&= \sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} F(u,v)e^{j2\pi(u(-x)/M+v(-y)/N)} \\
&= f(-x,-y)
\end{aligned}
$$

例题

- 4.42-假设有一组图像，这组图像是由对恒星事件分析的实验生成的。每一幅图像都包含一组明亮且松散的点，这些点对应于广袤宇宙空间中的星星。问题是这些星星因为大气折射导致的重叠照射几乎不可见。如果这些图像使用一组冲激建模为一个恒定照射分量的乘积，试提出一个增强过程。（设计为显示星星自身分量的同态滤波）
  - 星星建模为 $\delta(x-x_0, y-y_0)$，则图像为

    $$f(x,y) = K\delta(x-x_0, y-y_0)$$

  - 同态滤波

    $$\begin{aligned} z(x,y) &= \ln f(x,y) = \ln K + \ln \delta(x-x_0, y-y_0) \\ &= K' + \delta'(x-x_0, y-y_0). \end{aligned}$$

    $$\begin{aligned} \Im\left[z(x,y)\right] &= \Im\left[K'\right] + \Im\left[\delta'(x-x_0, y-y_0)\right] \\ &= \underbrace{\delta(0,0)}_{\text{陷波滤波器}} + e^{-2\pi(ux_0+vy_0)}. \end{aligned}$$