

光学习题参考答案

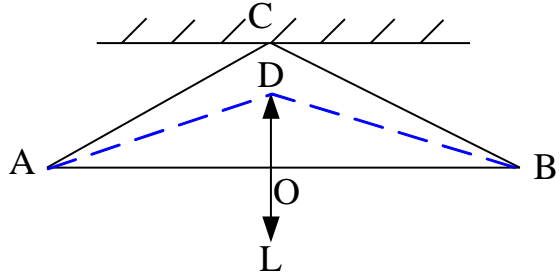
1-1 解: (B 点是 A 点的像)

由等光程原理, 对透镜而言,

$$\text{光程 } l_{AOB} = l_{ADB}$$

$$\text{显然 } l_{ADB} < l_{ACB}$$

$$\Rightarrow l_{AOB} < l_{ACB}$$



1.2 解:

(1): 由图 1-2 知,

$$OP_1 = \sqrt{b^2 + R^2 + 2bR \cos \theta_0};$$

$$OP_2 = \sqrt{b^2 + R^2 - 2bR \cos \theta_0}.$$

所以, 光程为:

$$l = OP_1 + OP_2 = \sqrt{b^2 + R^2 + 2bR \cos \theta_0} + \sqrt{b^2 + R^2 - 2bR \cos \theta_0}$$

(2)

$$\frac{dl}{d\theta_0} = \frac{-bR \sin \theta_0}{\sqrt{b^2 + R^2 + 2bR \cos \theta_0}} + \frac{bR \sin \theta_0}{\sqrt{b^2 + R^2 - 2bR \cos \theta_0}} = 0$$

从而得出:

$$\cos \theta_0 = 0, \text{ 或 } \sin \theta_0 = 0$$

所以,

$$\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$$

满足以上条件的角度为实际光线。

1-3 解:

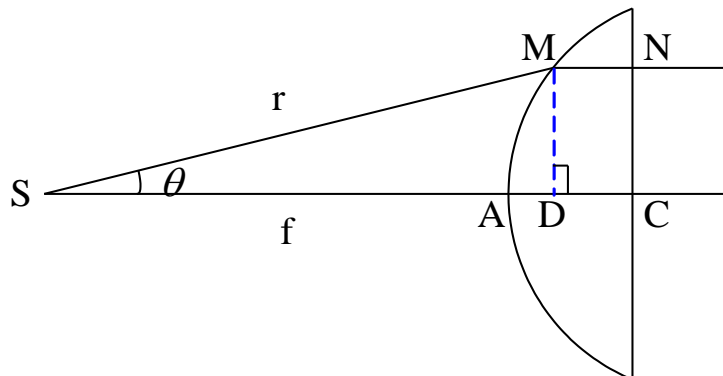
由题意知, 经过镜具

的出射光为平行光,

又由折射定律得,

$$MN \parallel AC$$

则有



$$r \cos \theta = f + \overline{AD} \Rightarrow \overline{AD} = r \cos \theta - f$$

又由等光程原理得 $r = f + n\overline{AD} = f + n(r \cos \theta - f)$

$$\Rightarrow r = \frac{f(1-n)}{1-n \cos \theta}$$

1-4 解：参看课本 P_{16} 图 1-13

考虑三角形 PSC ，有 $PS = [(x_1 + R)^2 + R^2 - 2(x_1 + R)R \cos \theta]^{1/2}$ ，当 θ 很小时，

$PS \approx x_1 + \frac{(x_1 + R)R\theta^2}{2x_1}$ ；同理有 $SQ \approx x_2 - \frac{(x_2 - R)R\theta^2}{2x_2}$ ；此时的 x_1 和 x_2 均表示线段长度的大小，

没考虑符号问题。则根据等光程原理 $n_1 PS + n_2 SQ = n_1 PO + n_2 OQ$ 得出

$$n_1 x_1 + n_1 \frac{(x_1 + R)R\theta^2}{2x_1} + n_2 x_2 - n_2 \frac{(x_2 - R)R\theta^2}{2x_2} = n_1 x_1 + n_2 x_2；则有 \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_2}{x_2} + \frac{n_1}{x_1}；考虑符号$$

法则，凡是光线和主轴交点在顶点左方的，线段长度为负，上式变为 $\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1}$ 。

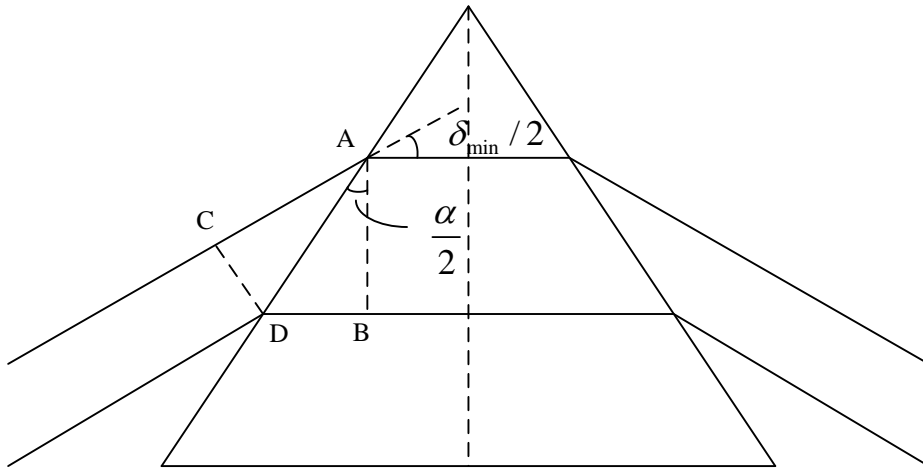
物体通过透镜成像，就是由物体发出的光束在它的两个球面上相继折射的结果。设在透镜主光轴上有一点物 P ，它经过第一球面成像于 P_1 ， P_1 可看作第二球面的物，再经第二球面成像于 P_2 ，它就是 P 点经透镜所成的像。

按照上面所讲的逐次成像原理，设透镜的折射率为 n ， S 为物距， S' 为像距， S'' 为物点经过左半球面折射后所成的像。

对左半球面而言，取 $x_1 = S$ ； $x_2 = S''$ ； $R = R_1$ ； $n_1 = 1$ ； $n_2 = n$ ，上式变为 $\frac{n-1}{R_1} = \frac{n}{S''} - \frac{1}{S}$

同理，对右半球面，有 $\frac{1-n}{R_2} = \frac{1}{S'} - \frac{n}{S}$ ，将两式相加即可得到 $\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

1-5 解
(1)



由等光程原理得 $\overline{AC} = n\overline{BD} \Rightarrow \overline{AD} \sin \frac{\alpha + \delta_{\min}}{2} = n\overline{AD} \sin \frac{\alpha}{2}$

$$\Rightarrow n = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_{\min}}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

1.6 解:

在半径相差 dr 的两球面为

$$ds = \sqrt{(dr)^2 + (rd\theta)^2 + (r \sin \theta d\varphi)^2}$$

所以, 光程为

$$dl = n(r)ds \geq n(r)dr$$

所以, 当满足

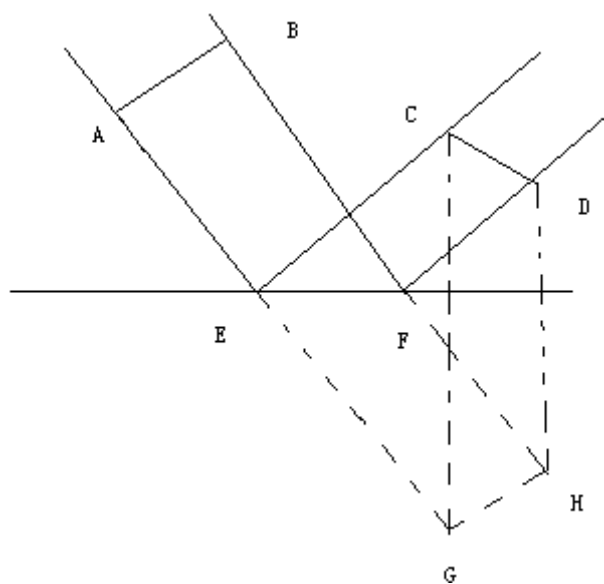
$$d\theta = d\varphi = 0$$

时, ds 最小, 从而光程取最小值为

$$\int n(r)dr$$

由 $d\theta = d\varphi = 0$ 知, 光线在介质中传播不改变方向, 即经过 O 点和任意点 A 的光线为直线。

1.7 解:



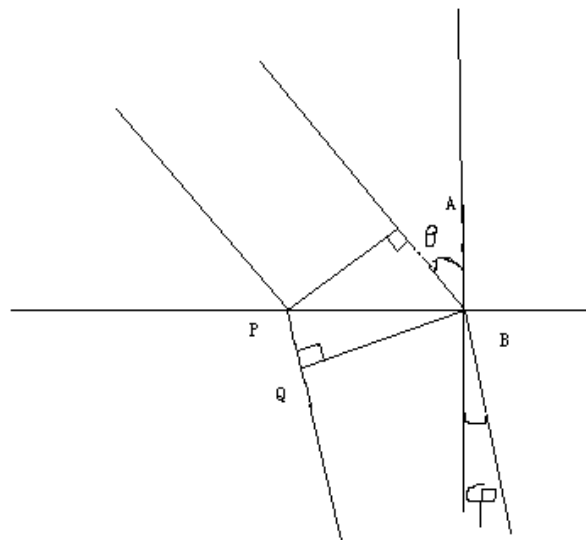
由对称性和三角形全等可知 $EG=CE, FH=DH$,

$$l_{AEC} = AE + EC = AE + EH = AG$$

$$l_{BFD} = BF + FD = BF + FH = BH$$

$$AG = BH$$

$$l_{AEC} = l_{BFD}$$



设

$$PB = x$$

$$AB = x \sin \theta$$

$$PQ = x \sin \varphi$$

$$n = \frac{\sin \theta}{\sin \varphi}$$

$$\Rightarrow AB = nPQ$$

2-1 解: 由关系式 $\Delta x = \frac{D\lambda}{dn}$ 知:

(1) 当置于空气中时, $\Delta x = 632.8\mu m$;

(2) 当置于水中时, $\Delta x = 475.8\mu m$ 。

2-2 解: $\Delta x = \frac{x}{N} = 3.44 * 10^{-3} m$

由 $\Delta x = \frac{\lambda D}{d}$ 可知

$$\lambda = \frac{\Delta x * d}{D} = 5.88 * 10^{-7} m$$

2-3 解: 两管都充满空气时, 光程差 $\Delta l = 0$ 为 0 级最大, 慢慢变成移动 98 级最大光程差,

$$\Delta l = D \cdot n_{\text{空气}} - D \cdot n_{\text{真空}} = m\lambda$$

$$\Rightarrow n_{\text{空气}} = \frac{m\lambda + Dn_{\text{真空}}}{D} = 1.00029$$

2-4 解 : 因为: $d \sin \theta = d \frac{x}{D} = j\lambda$

所以 $d \frac{\Delta x}{D} = j\Delta\lambda$

$$\Delta x = \frac{jD\Delta\lambda}{d} = 220\mu m$$

2-5 解: 光程差 $\Delta l = (n-1) d \Rightarrow \frac{m\lambda}{n-1} = 8.5\mu m$

2-6 解: 由题意知, 横向相干宽度为

$$d_c = \frac{ld}{b} = \frac{R\lambda}{b} = \frac{0.2 * 546 * 10^{-9}}{0.25 * 10^{-3}} = 0.4368mm$$

(1) 由于

$$d = 0.5mm$$

所以, $d > d_c = 0.4368mm$

故屏上看不到干涉条纹。

(2) 由 $l = \frac{db}{\lambda}$, 代 $d = 0.5 * 10^{-3} m, b = 0.25 * 10^{-3} m$

得

$$l \approx 22.849 cm$$

所以,

$$\Delta l = l - R = 2.89 cm$$

2-13 解: $\Delta l = \frac{\lambda}{2n \sin \alpha} \Rightarrow \frac{\Delta l}{\lambda} = \frac{1}{2n \sin \alpha} = const$

所以,

$$\frac{\Delta l_1}{\lambda_1} = \frac{\Delta l_2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{\Delta l_1} \Delta l_2$$

带相关参数得未知波长为 $\lambda = 6429 \text{ \AA}$

2-14 设相邻两条纹对应的高度差为 Δh , $\Delta h = \frac{\lambda}{2n} = 2.73 \times 10^{-7} m$

则 $\sin \alpha = \frac{\Delta h}{\Delta l}$

$$D = L \cdot \tan \alpha = L \cdot \sin \alpha = \frac{\Delta h}{\Delta l} \cdot L = 2.275 \times 10^{-5} m$$

2-15 解: 设刀刃比晶体的高度高 h , 等厚干涉条纹间距为

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2n \sin \alpha}$$

在玻璃与晶体间夹角很小时, $\tan \alpha = \sin \alpha \approx \frac{h}{d}$

则有, $\Delta h = d(\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) = \frac{\lambda d}{2n} \left(\frac{1}{\Delta l'} - \frac{1}{\Delta l} \right)$

代入数据, $\Delta h = 6.25 \times 10^{-7} m$

2-16 解: A 处为暗纹, 根据等厚干涉暗纹位置公式 $2nt + \frac{\lambda}{2} = (m + \frac{1}{2})\lambda$ 得出

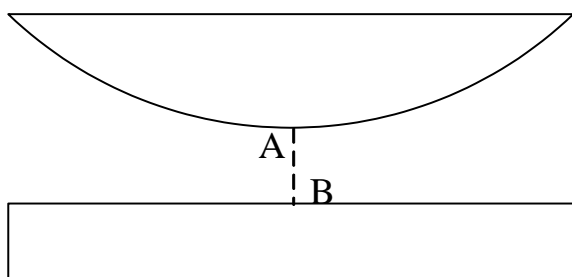
$$t = \frac{m\lambda}{2n} = \frac{(11-1)\lambda}{2n} = \frac{10 \times 6328 \times 10^{-10}}{2 \times 2.21} = 1.432 \times 10^{-6} m$$

2-17 解: (1) 考虑到牛顿环的中心点不一定密切接触, 可靠的测量方

法应当如题所述。

$$R = \frac{(r_{m+N}^2 - r_m^2)}{N\lambda}$$

$$R = 0.1m$$



(2) 环半径 $d_m = 2r_m \propto \sqrt{\frac{\lambda}{n}}$

$$d_5' = d_5 \sqrt{\frac{1}{n}} = 0.61mm$$

$$d_{15}' = 1.47mm.$$

2-18 解:

$$\text{最高可分辨级次 } m' = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 2000$$

$$r_{m'} = \sqrt{(m'+1)R\lambda} = 0.0253m$$

2-19 解: 透镜与平板接触时 $r_m = \sqrt{mR\lambda}$

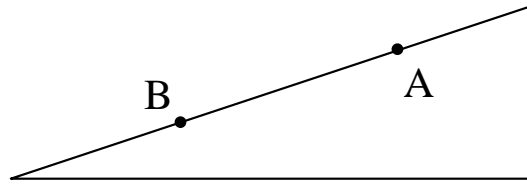
透镜上移 Δh 后 $r_m' = \sqrt{R(m\lambda - 2\Delta h)}$

$$\frac{D'}{D} = \frac{r_{20}'}{r_{20}} = \sqrt{\frac{m\lambda - 2\Delta h}{m\lambda}}$$

$$D' = 0.687 \times 10^{-2} \cdot \sqrt{1.78/11.78} = 2.67 \times 10^{-3} cm$$

2-20 解: 色彩顺序为黄、绿、蓝、红和黄时, 可知两黄纹之间

$$\Delta m = \pm 1 \quad \Delta t = \lambda / 2n, \quad \Delta t = 1933 \text{ \AA}$$



色彩顺序为黄、绿、蓝、绿和黄时，红光小时可能是因为增透效果

2-21 解：光程差为 $\Delta l = 2nt + \frac{\lambda}{2}$ (由空气到薄膜到空气，有 $\frac{\lambda}{2}$ 的光程差)

相干相长时， $\Delta l = m\lambda$

$$m = 3, 4 \quad \text{相应波长为 } 5940 \text{ \AA}, 4243 \text{ \AA}.$$

相干相消时， $\Delta l = (m + \frac{1}{2})\lambda$

$$m = 3 \quad \text{相应波长为 } 4950 \text{ \AA}.$$

课本 51 页：从光疏到光密介质界面上反射的光比从光密到光疏界面上反射的光少走 $\frac{\lambda}{2}$ 的光程。

2-22 解：膜厚度 d 应满足： $2nd = (m + 1/2)\lambda$ (没有 $\frac{\lambda}{2}$ 的光程差)

$$d = \frac{(m + 1/2)\lambda}{2n} = (2m + 1)1057.7 \text{ \AA}$$

$$m = 0, 1, 2, \dots \quad d = 1057.7 \text{ \AA}, 3173.1 \text{ \AA}, \dots$$

2-25 解：(1) 在相同视场之内，条纹数目变小。条纹变稀，说明薄膜变薄，条纹向里吞 310

环，因而位移绝对值为： $\Delta h = N \frac{\lambda}{2} = 2.947 \mu m$

(2) 中心级别的绝对数 k 取决于膜厚度 h。而 k, h 从及视场角范围 θ 开始时，都是未知的，

为此，考虑镜面移动前有：

$$2h = k\lambda \quad (1)$$

$$2h\cos\theta = (k-10)\lambda \quad (2)$$

镜面移动后有：

$$2(h-\Delta h) = (k-10)\lambda \quad (3)$$

$$2(h-\Delta h)\cos\theta = (k-10-5)\lambda \quad (4)$$

由式(1)和式(2)，式(3)和式(4)分别得：

$$k\lambda\cos\theta = (k-10)\lambda$$

$$(k-10)\lambda\cos\theta = (k-15)\lambda$$

以上两式相比消去 $\cos\theta$ ，解出 $k=20$

(3) 显然，移动后，中心亮环级别为10，向外数第五个亮环的干涉级别为5

2-26 解：课本 65 页，最大相干光程差为 $\Delta l_{\max} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ ，当两相干波的光程差大于最大相干光程差，则干涉条纹消失。

在一个狭缝后放置一玻璃片后，两光线的光程差为 $t(n-1) = \Delta l_{\max}$

$$\text{则 } t = \frac{\lambda^2}{(n-1)\Delta\lambda} = 0.01\text{m}$$

2-27 解：由公式 2-9-9 可知测量的量程为 $\Delta t = \bar{\lambda}^2 / 2\Delta\lambda$ 代入数据即可计算：

$$(1) \quad \Delta t = 0.207\text{m}$$

$$(1) \quad \Delta t = 200\text{m}$$

2-28 解：(1) 一个条纹间距为 $\Delta t = \lambda/2$ ，探测器能分辨的距离为：

$$\Delta l = 0.1\Delta t = 3.029 \times 10^{-8}\text{m}$$

$$(2) \quad l_{\max} = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda} = 0.39\text{m}$$

$$2-30 \text{ 解： } \Delta\lambda = \frac{\lambda(1-R)}{\pi m\sqrt{R}}$$

$$2nh = m\lambda \quad (\text{取 } \theta = 0)$$

联立上述两式得

$$h = \frac{\lambda^2 (1-R)}{2n\pi\sqrt{R}\Delta\lambda} = \frac{6000^2 * 10^{-20} (1-0.95)}{2\pi\sqrt{0.95} * 0.001 * 10^{-10}} m$$

$$= 2.94 cm$$

2-31 解： 亮斑满足的方位条件：

$$2nh \cos \theta_k = k\lambda$$

中央亮斑级别由 $2nh = k\lambda$ 决定

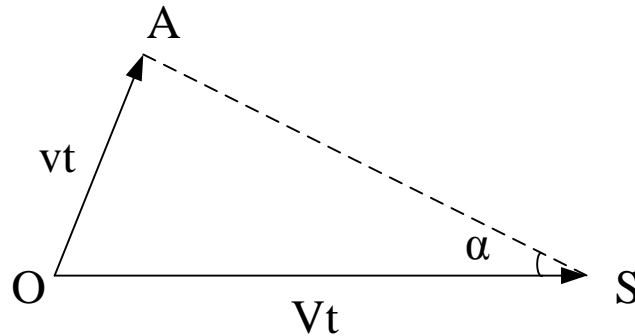
所以，第 10 圈亮环角半径 θ_k 有：

$$\cos \theta_k = \frac{(k_0 - 10)\lambda}{2nh} = 1 - 10 \frac{\lambda}{2nh} \approx 0.99975$$

则 $\theta_k \approx 1^\circ 17'$ ， 所以 $2\theta_k \approx 2^\circ 34'$

3-1 解：

考虑 t 时刻后，如图



显然当 α 最大时， α 为半圆锥角，此时有

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{vt}{Vt}\right) = \arcsin\left(\frac{v}{V}\right)$$

3-2 解： $k = \frac{\rho^2}{\lambda} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{b} \right)$

令 $b \rightarrow \infty$ ， 则 $k=4$ ，所以 $k>4$

当 $k=5, 7, 9$ 时, 分别为前三次亮斑

$$b_5 = 8m, b_7 = 2.67m, b_9 = 1.6m$$

当 $k=6, 8, 10$ 时, 分别为前三次暗斑

$$b_6 = 4m, b_8 = 2m, b_{10} = 1.33m$$

3-3 解: $k = \frac{\rho_k^2}{\lambda} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{b} \right),$

代初始条件, 可算得 $k = 0.33 < 1$, 所以当孔增大时, k 为奇数时亮纹, k 为偶数时暗纹。

(1) k 取奇数时, 中心为亮斑,

$$k = 1, \rho_1 = 0.87mm$$

$$k = 3, \rho_3 = 1.51mm$$

(2) k 取偶数时, 中心为暗斑,

$$k = 2, \rho_2 = 1.23mm$$

$$k = 4, \rho_4 = 1.74mm$$

3-4.解: 这种情况相当于自由传播时的所有半波带都被遮掉一半, 各半环 (半波带) 对场点贡献的振幅因而减半, 而相位关系不变。故此时的合成振幅为

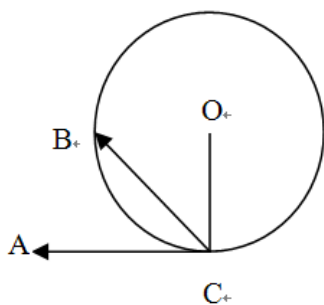
$$A(P_0) = \frac{1}{2} A_0(P_0)$$

强度

$$I(P_0) = \frac{1}{4} I_0$$

即几何阴影线上各点的光强是自由传播时的四分之一。

3-5 解: 参看 P104, 例题 2。运用矢量叠加法, 这时边缘与中心光程差为 $\frac{3}{4}\lambda$, 相位相差 $\frac{3}{2}\pi$, 振幅曲线应取 BC 一段, OC 为自由传播时的振幅, 则可知光强为自由传播时的 2 倍。



3-7 解: 由公式 $f = \frac{\rho_1^2}{\lambda}$ 直接代

$$(1) f = 23.6m$$

(2) 由

$$\frac{f}{f'} = \frac{\rho_1^2}{\rho_1'^2} \Rightarrow \frac{\rho_1'}{\rho_1} = \sqrt{\frac{f'}{f}} = 0.103 \quad \text{即缩小到原来的十分之一。}$$

3-8

$$f \cdot \lambda = \frac{\rho_k}{k} = \text{常数}$$

$$f_1 \lambda_1 = f_2 \lambda_2$$

$$f_2 = \frac{f_1 \lambda_1}{\lambda_2} = 42.67cm$$

3-10 证明: 设 a、b 两屏互补, 造成的衍射场分别为 $\tilde{U}_a(P)$, $\tilde{U}_b(P)$, 自由传播场为 $\tilde{U}_0(P)$, 则由巴比涅原理有

$$\tilde{U}_a(P) + \tilde{U}_b(P) = \tilde{U}_0(P)$$

在夫琅禾费衍射中, 相应的自由波场是将衍射屏取走时的波场, 这时根据几何光学可知, 在透镜 L_2 的后焦面上只有 $\theta = 0$ 的地方有个几何亮点, 其余地方 $\tilde{U}_0(P)$ 等于零。因而, 在接收屏幕上除中心点外, 其他地方有

$$\tilde{U}_a(P) = -\tilde{U}_b(P)$$

因此

$$I_a(P) = I_b(P)$$

即除零级斑中心以外的区域, 互补屏造成的衍射强度分布完全一样。

3-13 解：暗斑位置满足： $\theta \approx \sin \theta = m \frac{\lambda}{a}$, ($m = \pm 1, \pm 2, \dots$)

$$\Delta l_m \approx f \theta \approx mf \frac{\lambda}{a}$$

$$\Rightarrow \Delta l_1 = 1.03mm$$

$$\Delta l_2 = 2.06mm$$

3-14 极小对应的的 θ 角

$$\theta_m = \arcsin \frac{m\lambda}{a} \cdot \frac{m\lambda}{a}$$

$$\text{距离 } d = f \cdot \theta_m = \frac{m\lambda}{a} f$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{2\lambda_1}{3\lambda_2} = \frac{0.3}{0.42}, \lambda_2 = \frac{2 \times 0.42}{3 \times 0.3} \lambda_1 = 5500 \text{ \AA}$$

3.15: 当最短波长的 $m+1$ 级暗纹与最长波长的 m 级暗纹重合时则分辨不出衍射条纹, 即有

$$(m+1)\lambda_2 / a = m\lambda_1 / a$$

$$1 + \frac{1}{m} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$m = 5$$

则至少看到 4 级

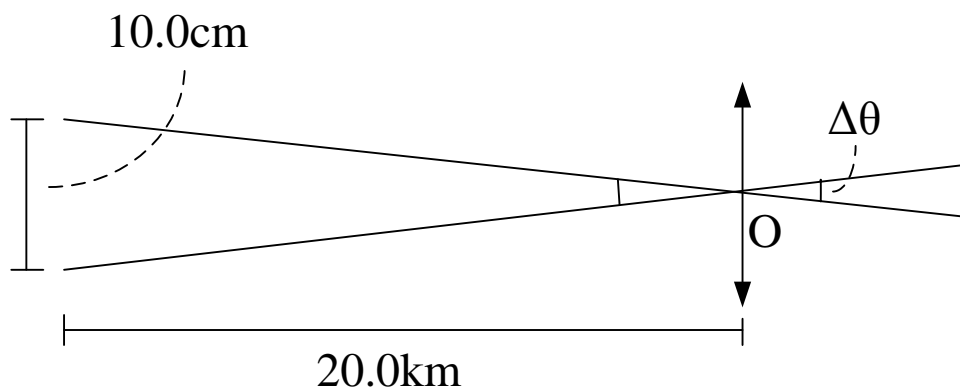
3.17

$$\Delta \theta = \frac{1.22\lambda}{D}, \text{ 取 } \lambda = 5500 \text{ \AA}$$

$$D = \frac{1.22\lambda}{\Delta \theta} = 2.237m$$

$$\text{角放大率 } \frac{2.68 \times 10^{-4}}{3.00 \times 10^{-7}} = 893$$

3-18 解:



$$\begin{cases} \Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} \\ \Delta\theta = \frac{10.0\text{cm}}{20.0\text{km}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = 2.44 \times 10^5 = 2.44 \times 0.5^{-6} \times 10^5 = 10^6 \text{ m}$$

分辨率: $N = \frac{1}{\Delta\theta f} = 1000 \text{ 条/毫米}$

3-19 解: 参看课本 116 页 (3-6-4) 公式, 令 $N=2$, 代入即可得到。

3-20 解: 由光栅方程 $d \sin \theta_k = k\lambda$

(1) 一级光谱: $\theta_{1\max} = \arcsin\left(\frac{\lambda_{\max}}{d}\right) = 0.43\text{rad} = 24.83^\circ$

同理, $\theta_{1\min} = 0.24\text{rad} = 13.88^\circ$

角宽度: $\Delta\theta_1 = \theta_{1\max} - \theta_{1\min} = 0.19\text{rad} = 10.97^\circ$

(2) 二级光谱: $\theta_{2\max} = \arcsin\left(\frac{2\lambda_{\max}}{d}\right) = 1.00\text{rad} = 57.2^\circ$

$\theta_{2\min} = 0.50\text{rad} = 28.6^\circ$

角宽度: $\Delta\theta_2 = 0.50\text{rad} = 28.6^\circ$

由于 $\theta_{2\min} > \theta_{1\max}$, 故这两级光谱没有重叠。

3.21

$$d \sin \theta = k \lambda$$

$$d = \frac{k \lambda}{\sin \theta} = \frac{\lambda}{\sin \theta} = 1.03 \times 10^{-6}$$

$$k \leq \frac{d}{\lambda} = 1.6$$

看不到二级

3-22 解:

(1)

$$d \sin \theta = \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\sin \theta'}{\sin \theta}$$

$$\Rightarrow \lambda' = \lambda \frac{\sin \theta'}{\sin \theta} = 4599 \text{ \AA}$$

(2)由

$$k = \frac{d \sin \theta}{\lambda} \leq \frac{d}{\lambda} = 3.8$$

所以能看到三级光谱。

3-27 解: 参考 P121-122, 例 2 和例 3

(1)一级光谱:

$$\theta_1 = \arcsin \frac{\lambda}{d} = \arcsin \frac{5893}{5 \times 10^4} = 6.77^\circ$$

$$\text{角间距 } \delta \theta = D_\theta \delta \lambda = \frac{\delta \lambda}{d \cos \theta_1} = 1.21 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\text{半角宽 } \Delta \theta_1 \approx \Delta \theta_2 = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_1} = 1.187 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

即 $\delta \theta > \Delta \theta$, 故能分辨。

$$(2) \delta \lambda_{\min} = \frac{\lambda}{kN} = 0.32 \text{ \AA}$$

3.28

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{kN}$$

$$N = \frac{\lambda}{k\delta\lambda} = 1823$$

3.29 解：光栅零点位置满足 $d \sin \theta = (k + \frac{m}{N})\lambda, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; m = 1, 2, \dots, N-1$

$$d = 1\text{mm}, l = 3\text{mm}, f = 1\text{m}, \sin \theta = \frac{l}{f}$$

$$390\text{nm} \leq \lambda \leq 700\text{nm}$$

$N=2$, 则 $m=1$, 代入数据可得 $k=4, 5, 6, 7$, 相应的波长为 666.7nm 、 545.5nm 、 461.5nm 、 400nm

$$3-32 \text{ 解: } d \sin(\theta_B) = k\lambda_B^k \quad d = \frac{10^{-3}}{1.2 \times 10^{-3}} = 8.3 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\theta_B = 20^\circ$$

$$(1) \lambda_B^1 = 5357 \text{ \AA}$$

$$(2) k = \frac{d \sin(2\theta_B)}{\lambda} \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{8.7 \times 10^{-7} \text{ m}}{5357 \times 10^{-10} \text{ m}} = 1.55$$

故只能观察到一级光谱。

$$3-33 \text{ 解: } 2d \sin \theta = k\lambda \quad \lambda = 0.049 \text{ \AA}$$

思考题:

2. 设上层介质折射率 n_1 , 下层介质折射率 n_2 , 由临界角公式

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

根据布儒斯特定律

$$\tan \theta_b = \frac{n_2}{n_1}$$

则有

$$\tan \theta_b = \frac{n_2}{n_1} = \sin \theta_c = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

所以

$$\theta_b = 35.3^\circ$$

5-1 解：由马吕斯定律 $I = I_0 \cos^2 \alpha$ ，得

(1) 1.0 $\alpha = \arccos \sqrt{1} = 0^\circ$

(2) 0.8 $\alpha = \arccos \sqrt{0.8} = 26.57^\circ$

(3) 0.6 $\alpha = \arccos \sqrt{0.6} = 39.23^\circ$

(4) 0.4 $\alpha = \arccos \sqrt{0.4} = 50.77^\circ$

(5) 0.2 $\alpha = \arccos \sqrt{0.2} = 63.43^\circ$

(6) 0.0 $\alpha = \arccos \sqrt{0} = 90^\circ$

5.2 解：自然光可以分解为两个振幅相等振向垂直且无固定相位关系的线偏振光，所以通过

第一个偏振片后 $I_1 = \frac{1}{2} I_0$

根据马吕斯定律可得经过四个偏振片后透射光的光强为：

$$I = \frac{I_0}{2} (\cos^2 30^\circ)^3 = \frac{27}{128} I_0$$

5-5 解：(1) 由于满足布儒斯特定律

$$\tan \theta_B = 57^\circ$$

所以反射光中 P 分量为 0，只存在 S 分量，故反射光全偏振， $P = 1$ 。

(2) 自然光，有 $E_{s0} = E_{p0}$

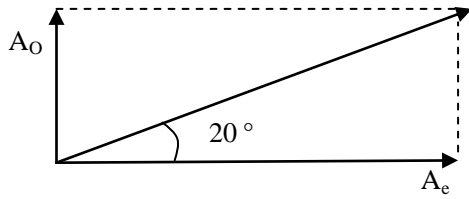
所以透射光，

$$I_{\max} = (0.649 E_{p0})^2$$

$$I_{\min} = (0.593 E_{s0})^2$$

所以
$$P = \frac{64.9\%^2 - 59.3\%^2}{64.9\%^2 + 59.3\%^2} = 0.09$$

5-8 解：



射入射光振幅为 A ， o 光、 e 光振幅分别为

$$A_o = A \sin 20^\circ$$

$$A_e = A \cos 20^\circ$$

$$A_o / A_e = \tan 20^\circ \approx 0.36$$

应注意光强与折射率成正比， e 光折射率与传播方向有关。 O 光和 e 光的强度分别为：

$$I_o = n_o A_o^2 = n_o A^2 \sin^2 20^\circ$$

$$I_e = n(\theta) A_e^2 = n(\theta) A^2 \cos^2 20^\circ$$

强度之比：

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{n_o}{n(\theta)} \tan^2 20^\circ$$

若光轴与晶体表面平行，则有

$$n(\theta) = n_e$$

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{n_o}{n_e} \tan^2 20^\circ = 0.16$$

5-9 解：自然光垂直射入 A 以后，被分解为平行于晶体 A 主截面 e_1 振动和垂直主截面的 O_1

振动，由于光轴与表面既不平行又不垂直， O_1 光和 e_1 光的传播方向不同，从 A 出射后被分解为垂直 A 表面的两束光，其强度分别为

$$I_{o1} = I_{e1} = \frac{I_0}{2}$$

这两束光射入 B 以后，又分别被分解为 B 内的 O_2 和 e_2 ，一般来说其方向也要继续分离，从 B 出射的将有四束光（除了特殊夹角外）。

$$\begin{cases} I_{o1o2} = I_{o1} \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha \\ I_{o1e2} = I_{o1} \sin^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \sin^2 \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{e1e2} = I_{e1} \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha \\ I_{e1o2} = I_{e1} \sin^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \sin^2 \alpha \end{cases}$$

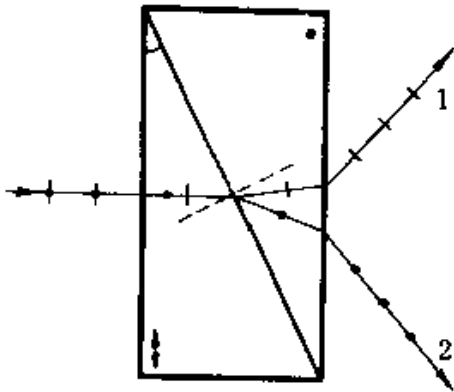
$$\alpha = 0^\circ, \text{ 两条, } I_{o1o2} = I_{e1e2} = \frac{I_0}{2}$$

$$\alpha = 45^\circ, \text{ 四条, } I_{o1o2} = I_{o1e2} = I_{e1o2} = I_{e1e2} = \frac{I_0}{4}$$

$$\alpha = 90^\circ, \text{ 两条, } I_{o1e2} = I_{e1o2} = \frac{I_0}{2}$$

5-12 解:

经过第一个交界面斜面时, 光线 1 由折射率 $n_e \rightarrow n_o$, 光线 2 由折射率 $n_o \rightarrow n_e$, 入射角 α , 折射角分别为:



$$i_1 = \arcsin\left(\frac{n_e}{n_o} \sin \alpha\right) \approx 13.41^\circ$$

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{n_o}{n_e} \sin \alpha\right) \approx 16.78^\circ$$

这两条光线照射在右侧界面时, 入射角分别为:

$$i'_1 = \alpha - i_1 \approx 1.59^\circ, i'_2 = \alpha - i_2 \approx -1.78^\circ,$$

相应的折射角为:

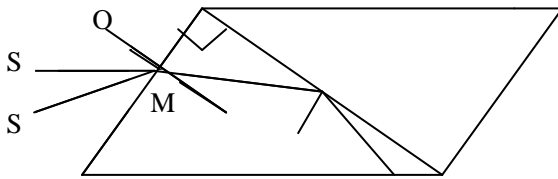
$$i_1'' = \arcsin(n_o \sin i_1') \approx 2.637^\circ$$

$$i_2'' = \arcsin(n_e \sin i_2') \approx -2.646^\circ$$

所以出射线的夹角为：

$$\Delta = i_1'' - i_2'' \approx 5.28^\circ$$

5.13



O 光全反射临界角

$$\theta_c = \arcsin \frac{n}{n_0} = \arcsin \frac{1.550}{1.658} \approx 69.2^\circ$$

所以从 AC 界面入射的 O 光折射角 $\theta_r = 90^\circ - 69.2^\circ = 20.8^\circ$

根据折射定律 $\angle OMS_0 = \arcsin(n_0 \sin 20.8^\circ) = 36.1^\circ$

而 $\angle OMS = \angle AC'C = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$

所以 $\angle S_0MS = 36.1^\circ - 22^\circ = 14.1^\circ$

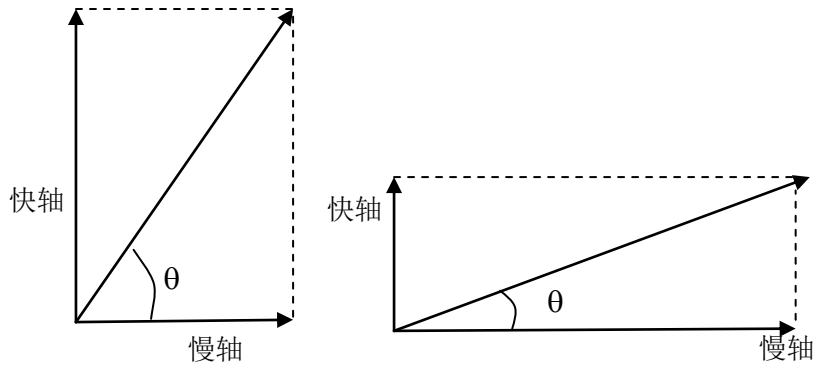
5.14 解：

(1) 对于石英

$$n_e - n_o = 0.009$$

$$d = \frac{\lambda}{4(n_e - n_o)} = 16 \mu m$$

(2)



$$\frac{E_{\text{快}}}{E_{\text{慢}}} = \frac{E \sin \theta}{E \cos \theta} = \tan \theta$$

$$\tan \theta = 1/2 \text{ 或 } 2$$

$$\theta = 26.56^\circ \text{ 或 } 63.43^\circ$$

5.15 解:

(1) 线偏振光垂直入射到方解石晶体表面, o 光, e 光的振幅分别为:

$$E_o = E \sin \alpha, E_e = E \cos \alpha$$

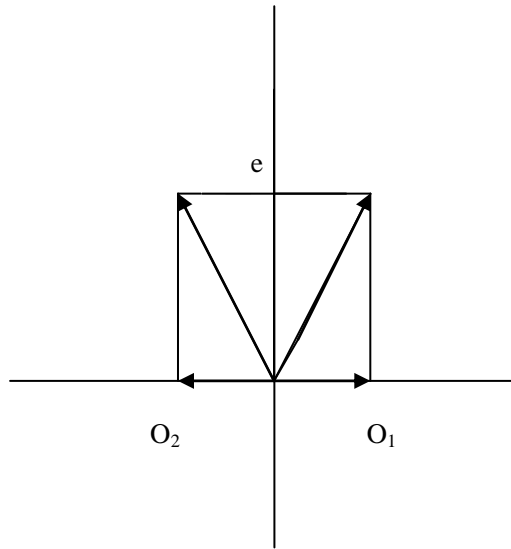
$$\text{两种光强之比为: } \frac{E_o^2}{E_e^2} = \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^2 = \left(\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} \right)^2 = \frac{1}{3}$$

$$(2) (n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{2} + m\lambda$$

$$d = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}{n_o - n_e} = \frac{m + \frac{1}{2}}{0.172} \times 589 = 32 \left(2m + \frac{1}{2}\right) \text{ nm}$$

当 $m=0$ 时, $d=1712.2\text{nm}$

(3)



将线偏振光分解为 o 光和 e 光，经过 1/2 波片，o 光比 e 光慢 π 相位，成为 o_2 ，振动面相对于入射光振动面偏转了 $30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 。

5.16 解：方解石是负晶体，光轴是快轴，既 y 轴； $\frac{\lambda}{4}$ 波片既 $\delta' = \frac{\pi}{2}$

对比课本图形 5-37

$$(1) \delta_\lambda = \frac{3\pi}{2}$$

$$\therefore \delta_{\text{出}} = \delta_\lambda + \delta' = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 2\pi \quad , \text{也既 } 0$$

\therefore 出射光为第一三象限内的线偏振光。

$$(2) \delta_\lambda = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{所以 } \delta_{\text{出}} = \delta_\lambda + \delta' = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$$

所以出射光为第二四象限内的线偏振光。

(3)

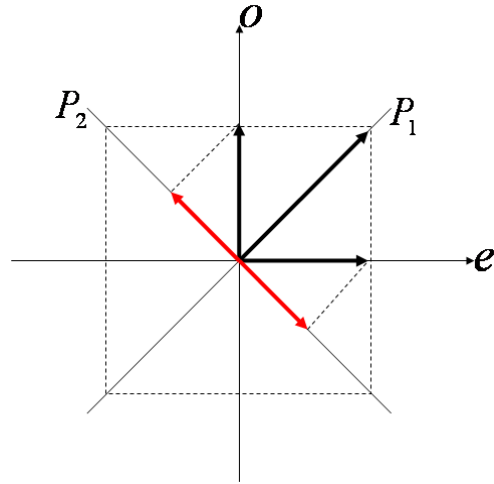
$$\delta_\lambda \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi \right)$$

(是二四象限，答案错误)

$$\therefore \delta_{\text{出}} = \delta_\lambda + \delta' \in \left(2\pi, \frac{5\pi}{2} \right) \text{ 既 } \left(0, \frac{\pi}{2} \right)$$

\therefore 出射光为椭圆长轴在二四象限的左旋椭圆偏振光。

5-17 解：



由图可知，这是偏振光的干涉，

$$I = \frac{I_1}{2}(1 - \cos \Delta\varphi_C) = I_1 \sin^2 \frac{\Delta\varphi_C}{2}$$

$$\Delta\varphi_C = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e) = (2m + 1)\pi,$$

得到 $d = (2m + 1)\lambda / 2(n_o - n_e) = (m + 1/2)\lambda / (n_o - n_e)$,

最小厚度 $d = \lambda / 2(n_o - n_e) = 1712.2nm$

(1) 经过第一个偏振片后，自然光成为线偏振光，

$$I_1 = \frac{I_0}{2}$$

(2) 再经过方解石后，出现 o 光 e 光，振幅：

$$A_o = A_1 \sin 45^\circ, A_e = A_1 \cos 45^\circ$$

(3) A_o, A_e 经过第二个偏振片后，只剩下偏振平行于 P_2 方向的，其强度为：

$$I_3 = I_{o2} + I_{e2} + 2\sqrt{I_{o2}I_{e2}} \cos \Delta\varphi$$

其中，

$$I_{o2} = A_{o2}^2 = A_o^2 (\cos 45^\circ)^2 = \frac{I_o}{8}$$

$$I_{e2} = A_{e2}^2 = A_e^2 (\sin 45^\circ)^2 = \frac{I_o}{8}$$

$$\Delta\varphi = \Delta\delta + \delta' = \pi + \pi = 2\pi$$

所以,

$$I_3 = I_o / 2$$

5-19 解: 课本 198 页公式 5-8-3

(1) 两偏振片正交时,

$$I = \frac{I_1}{2} (1 - \cos \delta')$$

$$\text{暗纹 } \delta' = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e) = 2m\pi, \text{ 对应波长}$$

$$\lambda = \frac{d(n_o - n_e)}{m} = \frac{0.025 \times 10^6 \times 0.72}{m}$$

(2) 两偏振片平时, $I = \frac{I_1}{2} (1 + \cos \delta')$

$$\text{暗纹 } \delta' = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e) = (2m + 1)\pi, \text{ 对应波长}$$

$$\lambda = \frac{2d(n_o - n_e)}{2m + 1} = \frac{2 \times 0.025 \times 10^6 \times 0.72}{2m + 1}$$

5.20 解: (1) 参看课本 199 页。波晶片上薄下厚呈尖劈状, 从波晶片表面出射的光从上到下对应的光程差也逐渐增加, 当紫光正入射且两偏振片垂直时, 在厚度 d 满足

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d = 2m\pi$$

的地方出现暗纹；而厚度 d 满足

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d = (2m+1)\pi$$

的地方出现亮纹。整个屏上呈现出明暗相间的平行于棱镜边的等厚直条纹。

(2) 相邻暗纹相对应的波晶片的厚度差 Δd 等于

$$\Delta d = \frac{\lambda}{|n_o - n_e|} = \frac{4047 \times 10^{-10}}{1.56671 - 1.55716} = 4.24 \times 10^{-5} m$$

相邻暗纹间距 $\Delta l = \Delta d / \tan \alpha = \frac{4.24 \times 10^{-5}}{\tan 0.5^\circ} = 4.87 mm$

(3) 将第二块偏振片转 90° ，与第一块平行时候，原来的暗纹就变成亮纹，原来的亮纹变成暗纹。

(4) 当晶片的主截面转 45° 而与第一块偏振片透振方向平行时，则射入水晶棱镜的是纯 e 光。此时，从棱镜出射的是同一振动方向的线偏振光，被第二块偏振片全部消光，第二块偏振片后方呈一片暗场。

5-21 解：(1) 现象是出现等间距的明暗干涉条纹。

(2) p_1, p_2 正交，补偿器的光轴与它们的透振方向为 45 度。故 p_1, p_2 在不同象限。

投影相位差为 π 。穿过巴比涅补偿器后 $\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} [(n_e - n_o)(d_1 - d_2)] + \pi$

当 $\delta' = 2m\pi$ 时出现暗纹，相邻暗纹 δ' 相差 2π 。

$$\text{干涉条纹间距 } l = \frac{\lambda \cot \alpha}{2(n_e - n_o)} = \frac{5892.90 \times \cot 2.75^\circ}{2 \times (1.553 - 1.544)} = 0.682 mm$$

转动补偿器的光轴，将看到干涉条纹的数变化，但是条纹间距不变。当透振方向与光轴成 90 度时，将产生消光现象。

5-26 解：由 $I = I_0 e^{-\alpha l}$ 得到 $l = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{I_0}{I}$

$$\alpha = 0.32 cm^{-1}, l_1 = \frac{1}{0.32} \ln \frac{1}{0.1} = 7.196 cm$$

同理， $l_2 = 5.029 cm, l_3 = 2.166 cm, l_4 = 0.697 cm$

5-30 解：根据角色散率的定义和棱镜的性质，得

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda}$$

由柯西公式得折射率为 $n = A + \frac{B}{\lambda^2} = 1.55482$

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3} = -5.4849 \times 10^{-5} \text{ nm}^{-1}$$

将 n 和 $\frac{dn}{d\lambda}$ 得数值代入前式，得

$$\begin{aligned} D &= \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{50^\circ}{2}}{\sqrt{1 - 1.55482^2 \sin^2 \frac{50^\circ}{2}}} \times (-5.4849 \times 10^{-5} \text{ nm}^{-1}) \\ &= -6.1502 \times 10^{-5} \text{ rad / nm} \end{aligned}$$

5-32 解：根据瑞利散射定律，散射光强度与波长的四次方成反比，则

$$I_{red} : I_{blue} = \lambda_{blue}^4 : \lambda_{red}^4 = 4300^4 : 6900^4 = 0.151$$

5-33 解：由瑞利散射定律

$$I_s(\lambda) \propto \lambda^{-4}$$

所以，散射光所占比例为：

$$\int_{3900}^{5500} \frac{c}{\lambda^4} / \int_{3900}^{6200} \frac{c}{\lambda^4} = 85.7\%$$