

中国科学技术大学物理学院

20XX~20XX 学年第二学期期末考试试卷

A 卷 B 卷

课程名称: 量子物理 课程代码: PHYS1010

开课院系: 物理学院 考试形式: 半开卷

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

题号	一	二	三	四	五	六			总分
得分									

注意事项: 请在试卷留空处答题, 写不下时可在试卷反面继续。不交草稿纸。

一、 (33%) 选择题 (单选)

- () 1. 下列哪条不属于量子力学的公理假设?
 A. 薛定谔方程 B. 叠加原理 C. 统计解释 D. 不确定关系
- () 2. 下列哪个复合粒子是费米子?
 A. 由三个夸克 (夸克是费米子) 组成的质子 B. 正负电子构成的电子偶素
 C. 电子+质子构成的氢原子 D. 由两个夸克组成的π介子
- () 3. 设 $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle$ 是线性无关的单粒子态。现有两个 2 粒子纯态:
 $|a\rangle = 2|00\rangle + 6|01\rangle + 4|02\rangle + |10\rangle + 3|11\rangle + 2|12\rangle + |20\rangle + 3|21\rangle + 2|22\rangle$
 $|b\rangle = |00\rangle - |01\rangle + |02\rangle + 2|10\rangle - 2|11\rangle + 2|12\rangle$
 则可以断定,
 A. $|a\rangle, |b\rangle$ 两个态都是纠缠态 B. $|a\rangle$ 是纠缠态, $|b\rangle$ 不是纠缠态
 C. $|a\rangle$ 不是纠缠态, $|b\rangle$ 是纠缠态 D. $|a\rangle, |b\rangle$ 两个态都不是纠缠态
- () 4. 对于氦原子, 哪个论述是正确的?
 A. 单态能级低于三重态能级 B. 交换对称性导致基态是三重态
 C. 由于粒子的全同性, 两个核外电子的空间波函数必须满足交换反对称
 D. 两个核外电子的总波函数不可能交换对称
- () 5. 已知氢原子电子的波函数是

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{54\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_1}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a_1}\right)^2 e^{-\frac{r}{3a_1}} \sin^2 \theta e^{i2\varphi}$$

式中 a_1 为第一玻尔半径。则该电子的轨道角动量在 z 方向的分量为

- A. $2\hbar$ B. $\sqrt{6}\hbar$ C. \hbar D. $\sqrt{2}\hbar$

() 6. 在斯特恩-格拉赫实验中, 一束基态 Ag 原子通过磁场后分为两束, 这是由于

- A. Ag 原子中电子轨道角动量有两个不同的取值
 B. Ag 原子中电子轨道角动量有两个不同的空间取向
 C. Ag 原子中电子轨道磁矩有两个不同的取值
 D. Ag 原子中电子的自旋有两个不同的取值

() 7. 一个粒子的物质波频率为 ν , 那么

- A. 粒子的坐标以频率 ν 震荡
 B. 粒子的能量以频率 ν 震荡
 C. 粒子的波函数以频率 ν 震荡
 D. 粒子的所有物理量均以频率 ν 震荡, 没有确定的测量值

() 8. 下列哪组物理量不能够同时具有确定的测量值?

- A. x, p_y B. L_x, L_y C. p_x, p_y D. L_x, p_x

() 9. 在电子的杨氏双缝干涉实验中,

- A. 电子随机选择通过其中一条缝;
 B. 电子一分为二, 分别通过两条缝;
 C. 如果每次只有一个电子通过双缝时, 在屏幕上将不会看到相干条纹;
 D. 精确跟踪每个电子的轨迹, 则屏幕上不会有相干条纹。

() 10. 氢原子中处于 $n=2$ 的能级, 则 $\vec{l} \cdot \vec{s}$ 不可能的取值为

- A. 0 B. $-\hbar^2$ C. $\frac{1}{2}\hbar^2$ D. \hbar^2

() 11. 北京正负电子对撞机储存环中的电子动能为 1GeV, 则其 de Broglie 波长大约为

- A. 40fm B. 0.2fm C. 1.2km D. 1.2fm

二、 (27%) 填空题

1. 电子自旋角动量的大小为 _____ \hbar , 自旋磁矩的大小为 _____ μ_B 。
 2. 电子的自旋轨道耦合能为

$$\hat{W} = -\hat{\mu}_s \cdot \hat{B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2m_e^2 c^2 r^3} \hat{s} \cdot \hat{L}$$

计算对易子:

$$[\hat{J}_k, \hat{W}] = \text{_____};$$

(装订线内不要答题)

$$[\hat{L}_k, \hat{W}] = \text{_____} \cdot (\hat{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{L}})_k。$$

3. 如果单粒子量子态满足

$$\langle L_x \rangle = \langle L_y \rangle = 0, \quad \langle L_z \rangle = 2\hbar$$

那么有不确定关系 $\Delta L_x \Delta L_y \geq \text{_____}$ 。

4. 两电子系统处于总自旋 $S = 1$ 的状态, 物理量 $\hat{\mathbf{s}}_1 \cdot \hat{\mathbf{s}}_2$ 的可能取值是_____。

5. 两个自旋为 $1/2$ 的粒子组成复合系统, 粒子 A 处于本征值 $S_{z,A} = +\hbar/2$ 对应的本征态, 粒子 B 处于本征值 $S_{z,B} = +\hbar/2$ 对应的本征态, 则测得总自旋为零的概率是_____。

6. 已知一维粒子的波函数为

$$\psi(x) = e^{-\frac{x^2}{(2a)^2}}$$

那么动量的期望值是_____, 动能的期望值是_____。

三、 (10%) 写出非相对论粒子的物质波色散关系, 并求出物质波的相速度和群速度。

四、 (10%) 考虑宽度为 a 的一维无限深势阱

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } |x| < \frac{a}{2}; \\ +\infty, & \text{if } |x| \geq \frac{a}{2}. \end{cases}$$

$t = 0$ 时在 $x = 0$ 处释放一个点粒子。

(1) 求粒子处于第 n 个能级的几率与处于基态的几率之比。

(2) 这个比值是否会随时间改变?

五、 (10%)已知二能级系统处于纯态, 通过实验测得

$$\langle \sigma_z \rangle = z, \quad \langle \sigma_x \rangle = x$$

如果记系统的态矢为

$$\psi = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} \end{pmatrix}$$

请利用 σ_z 、 σ_x 的测量值确定参数 θ, ϕ 。

六、 (10%)在 Stern-Gerlach 实验中, 窄银原子束从左侧向右通过梯度磁场, 然后沉积在冷凝屏上。已知磁场区长度 $a = 15\text{cm}$, 磁场区右边缘与屏的距离 $b = 20\text{cm}$, 银原子速度 $v = 200\text{m/s}$ 。磁场强度的梯度值取多大时, 原子束在屏上的裂距为 2mm ? (银原子的相对原子质量是 108)

可能用到的物理常数和公式:

自然常数 $e = 2.718\ 281\ 828$, 圆周率 $\pi = 3.141\ 592\ 654$

真空中的光速 $c = 299\ 792\ 458\text{m/s}$ 普朗克常数 $h = 6.626\ 068\ 96 \times 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$

$\hbar = h/2\pi = 1.054\ 571\ 628 \times 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s} = 6.582\ 118\ 99 \times 10^{-22}\text{MeV} \cdot \text{s}$

$\hbar c = 197.326\ 9631\text{MeV} \cdot \text{fm}$ $hc = 1.239\ 841\ 875 \times 10^{-6}\text{m} \cdot \text{eV}$

电荷单位 $e = 1.602\ 176\ 487 \times 10^{-19}\text{C}$

精细结构常数 $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) \approx 1/137.035\ 999\ 679$

电子质量 $m_e = 0.511\text{MeV}/c^2 = 9.11 \times 10^{-31}\text{kg}$

质子质量 $m_p = 1.672\ 621\ 637 \times 10^{-27}\text{kg} = 938.272\ 013\text{MeV}/c^2$

Planck-Einstein 关系式 $E = h\nu, \vec{p} = \hbar\vec{k}$

Rydberg 常数 $R_\infty = 1.097\ 373\ 1534(13) \times 10^7\text{m}^{-1}$ 氢原子电离能 $13.605\ 691\ 93\text{eV}$

薛定谔方程 $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H}\psi$ 单粒子定态薛定谔方程 $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})\right)u(\vec{r}) = Eu(\vec{r})$

几率密度 $\rho = \psi^*\psi$ 几率流密度 $\vec{j} \stackrel{\text{def}}{=} i\frac{\hbar}{2m}(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi)$

基本对易关系 $[\hat{r}_j, \hat{p}_k] = i\hbar\delta_{jk}, [\hat{r}_j, \hat{r}_k] = [\hat{p}_j, \hat{p}_k] = 0$

力学量随时间的演化

$$\frac{d\hat{A}(t)}{dt} = \frac{\partial \hat{A}(t)}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar}[\hat{A}(t), \hat{H}]$$

不确定关系 $\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2}|\langle[\hat{A}, \hat{B}]\rangle|, \Delta x \Delta p_x = \frac{1}{2}\hbar$

Pauli 矩阵 $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \sigma_j\sigma_k = \delta_{jk}\mathbf{1}_{2\times 2} + i\epsilon_{jkl}\sigma_l$

Bohr 磁子 $\mu_B \stackrel{\text{def}}{=} \frac{e\hbar}{2m_e}$

高斯积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$