

2024秋QFT期末回忆题

2025年1月13日

一、

1 填空题，以质量的幂次表示量纲，已知作用量 $[S] = M^0$ ，问： $[\mathcal{L}]$ 、 $[\psi]$ 、 $[\phi]$ 、 $[A_\mu]$ 、 $[e]$ ，其中 e 是QED耦合系数

根据下列相互作用项判断是否可重整：(i) $-ig\phi\bar{\psi}\gamma^5\psi$ (ii) $-G(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)$

2 写出 γ 矩阵的反对易关系，化简下列式子：(i) $\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_\mu$ (ii) $\text{tr}(p_1\gamma^\alpha k_1\gamma^\beta p_2\gamma_\beta k_2\gamma_\alpha)$

二、

1 $\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A_\nu)(\partial^\mu A^\nu) + \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)(\partial_\nu A^\nu) + \frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu$ ，求解 A 的运动方程

2 $\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A_\nu)(\partial^\mu A^\nu) + \frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu$ ，写出运动方程，阐述与1有何区别

三、拉氏量为： $\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - \frac{1}{2}M^2\phi^2 + \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi - ig\phi\bar{\psi}\gamma^5\psi$

1 写出费曼规则(传播子、顶角)

2 为什么相互作用项中的 i 是有必要的？拉氏量是否在变换 $\psi \rightarrow e^{i\alpha}\psi$ 下保持不变，如果是则用诺特定理求解守恒流

3 考虑标量粒子衰变为正反费米子的过程，质量满足什么关系这个过程才可以发生？求衰变率

四、考虑康普顿散射 $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$

1 画出所有低阶费曼图，写出散射振幅

2 设 $i\mathcal{M} = i\epsilon_\alpha^*(k')\epsilon_\beta(k)\mathcal{M}^{\alpha\beta}$ ，写出Ward identity，并选取其中一个进行证明

3 阐述规范对称性、流守恒、Ward identity之间的区别和联系

五(附加题)、

考虑旋量 ψ 、矢量 V_μ 和标量 ϕ 组成的系统，拉氏量为：

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}V_{\mu\nu}V^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\mu V_\mu V^\mu + (D'_\mu\phi)^*(D'^\mu\phi) - M|\phi|^2 - \frac{\lambda}{4}|\phi|^4$$

其中 $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$, $D_\mu = \partial_\mu - igV_\mu$, $D'_\mu = \partial_\mu - ig'V_\mu$, 这里 $g, g', \mu, m, M, \lambda$ 是常数。给定变换 $\psi \rightarrow e^{-i\alpha(x)}\psi$, 其中 $\alpha(x)$ 是实函数, 问如果要使拉氏量保持不变, V_μ 和 ϕ 要满足什么变换, 耦合参数需要满足什么条件?