一、　　33%，每题 3 分

D A D D A

D C B D D D

二、　　27%，每空 3 分

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sqrt{3}$
2. 0，$\frac{ie^2\hbar}{8\pi\varepsilon_0 m_e^2 c^2 r^3}$
3. $\hbar^2$
4. $\frac{1}{4}\hbar^2$　$(\frac{3}{4}\hbar^2+\frac{3}{4}\hbar^2+2\vec{s}_1\cdot\vec{s}_2=1(1+2)\hbar^2)$
5. $\frac{1}{4}$　（$|\uparrow\rangle_x=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle+|\downarrow\rangle)\Longrightarrow|\uparrow\rangle_z|\uparrow\rangle_x=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\uparrow\rangle+|\uparrow\downarrow\rangle),|00\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle-|\downarrow\uparrow\rangle)\Longrightarrow 1/4$）
6. 0，$\frac{\hbar^2}{8ma^2}$

（

$$\psi=\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2\pi}a}}e^{-\frac{x^2}{(2a)^2}}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\sqrt{2\pi}ma}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{x^2}{(2a)^2}}\frac{d^2}{dx^2}e^{-\frac{x^2}{(2a)^2}}dx=\frac{\hbar^2}{8\sqrt{2\pi}ma^5}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{x^2}{2a^2}}[2a^2-x^2]dx=\frac{\hbar^2}{8ma^2}$$

）

三、　　10%

$$E=\frac{\vec{p}^2}{2m}\Longrightarrow\hbar\omega=\frac{\hbar^2\vec{k}^2}{2m}\Longleftrightarrow\omega=\frac{\hbar}{2m}k^2$$

（4 分）

$$v_p=\frac{\omega}{k}=\frac{\hbar}{2m}k$$

（3 分）

$$v_g=\frac{d\omega}{dk}=\frac{\hbar}{m}k$$

（3 分）

按相对论粒子答题的不给分。

四、　　10%

$$u_n(x)=\begin{cases}0, & \text{if } |x|\ge\frac{a}{2};\\ \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x+n\frac{\pi}{2}\right), & \text{if } |x|<\frac{a}{2}.\end{cases}$$

（4 分）

$$\psi(x,t=0)=\delta(x)=\sum_{n=1}^{+\infty}a_n u_n(x)$$

$$a_n=(u_n,\psi)=\int_{-\infty}^{+\infty}u_n^*(x)\delta(x)dx=u_n(0)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)$$

（2 分）

$$\mathrm{P}_n:P_1=\sin^2\left(n\frac{\pi}{2}\right)=\begin{cases}1, & n=1,3,5,\cdots;\\ 0, & n=2,4,6,\cdots.\end{cases}$$

（2 分）

$$a_n(t)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)\exp\left(-i\frac{E_n t}{\hbar}\right)$$

模平方后不含时，几率比不变。

（2 分）

五、　　10%

计算理论值：

$$\begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2}e^{-i\phi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2}\\ \sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi}\end{pmatrix}=\cos^2\frac{\theta}{2}-\sin^2\frac{\theta}{2}=\cos\theta$$

（3 分）

实验值等于理论值：

$$\cos\theta=\langle\sigma_z\rangle=z$$

（1 分）

同样有

$$\begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2}e^{-i\phi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2}\\ \sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi}\end{pmatrix}=\sin\theta\cos\phi$$

（3 分）

$$\sin\theta\cos\phi=\langle\sigma_x\rangle=x$$

（1 分）

解出：

$$\Longrightarrow\theta=\arccos z$$

（1 分）

$$\phi=\pm\arccos\frac{x}{\sqrt{1-z^2}}\mod 2\pi$$

（1 分）

六、　　10%

磁矩与外场作用的势能

$$W=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}=-\mu_z\left(\frac{dB}{dz}z\right)$$

（2 分）

银原子所受的作用力

$$F=-\nabla W=\mu_z\frac{dB}{dz}$$

（2 分）

通过磁场区后的横向偏移

$$\frac{1}{2}\frac{F}{m}\left(\frac{a}{v}\right)^2=\mu_z\frac{dB}{dz}\frac{a^2}{2mv^2}$$

通过右侧无磁场区的横向偏移

$$\frac{F}{m}\frac{a}{v}\cdot\frac{b}{v}=\mu_z\frac{dB}{dz}\frac{ab}{mv^2}$$

总共横向偏移

$$x=\mu_z\frac{dB}{dz}\frac{a^2}{2mv^2}+\mu_z\frac{dB}{dz}\frac{ab}{mv^2}=\mu_z\frac{dB}{dz}\frac{1}{2mv^2}(a^2+2ab)$$

（3 分）

两条斑纹的横向间隔

$$\Delta x=2x=\mu_B\frac{dB}{dz}\frac{1}{mv^2}(a^2+2ab)$$

（1 分）

磁场梯度应取为

$$\frac{dB}{dz}=\frac{mv^2\Delta x}{\mu_B(a^2+2ab)}=\frac{108\times1.67\times10^{-27}\times200^2\times0.002}{9.274\times10^{-24}\times(0.15^2+2\times0.15\times0.2)}=18.9\ \mathrm{T/m}$$

（2 分）