

实验报告

评分:

系 21 级 姓名 申向阳 日期 2024-06-21 No 1

实验题目: 自动控制原理笔记

实验目的:

$$\arctan A + \arctan B = \arctan \frac{A+B}{1-AB}$$

$$\arctan A - \arctan B = \arctan \frac{A-B}{1+AB}$$

如果 n 阶微分方程的特征根是 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 且无重根, 则把函数 $e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_2 t}, \dots, e^{\lambda_n t}$ 称为该微分方程所描述运动的模态, 也叫振型。每种模态代表一种类型的运动形态, 齐次微分方程的通解则是它们的线性组合, 即 $y_0(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \dots + C_n e^{\lambda_n t}$ 。系数 C_1, C_2, \dots, C_n 是由初始条件决定的常数。

如果特征根中有 m 重根, 则模态会具有形如 $t e^{\lambda t}, t^2 e^{\lambda t}, \dots$ 的函数;

如果特征根中有共轭复根 $\lambda = \sigma \pm j\omega$, 则其共轭复模态 $e^{(\sigma+j\omega)t}$ 与 $e^{(\sigma-j\omega)t}$ 可写成实函数模态 $e^{\sigma t} \sin \omega t$ 与 $e^{\sigma t} \cos \omega t$ 。

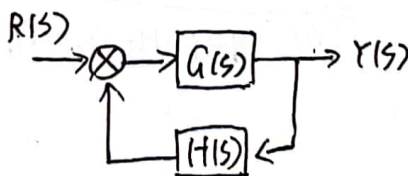
☆ 传递函数的极点可以受输入函数的激发, 在输出响应中形成自由运动的模态。

☆ 传递函数的零点并不形成自由运动的模态, 但它们却影响各模态在响应中所占的比重, 因而也影响曲线的形状。

☆ 传递函数的拉氏反变换是系统的脉冲响应

根轨迹增益 “首1”

~~传递函数~~



$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1 - G(s)H(s)}$$

↳ 闭环传递函数

$G(s)H(s)$ = 开环传递函数

$G(s)$ 前向通路传递函数。

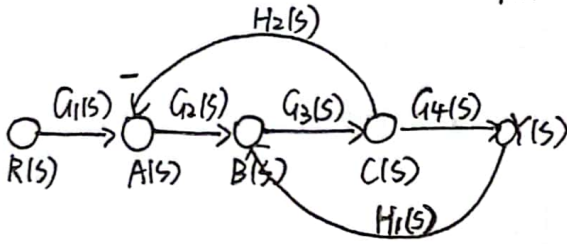
Mason 公式

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^N P_k \Delta_k$$

$P_k \cdot N \cdot \Delta_k$

$$\Delta = 1 - \sum L_{m1} + \sum L_{m2} - \sum L_{m3} + \dots$$

①



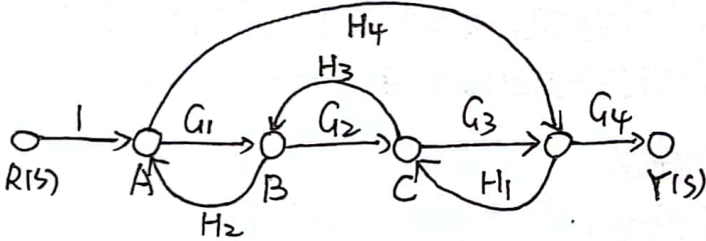
$$L_1 = G_3 G_4 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_3 H_2$$

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2) = 1 - G_3 G_4 H_1 + G_2 G_3 H_2$$

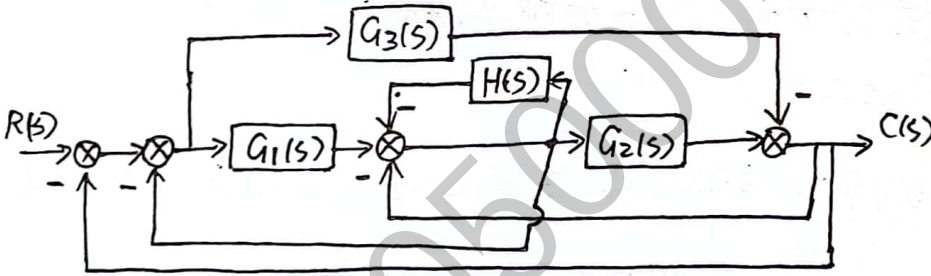
$$\Delta_1 = 1 \quad P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 \quad \therefore \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 - G_3 G_4 H_1 + G_2 G_3 H_2}$$

②



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 + G_2 H_4 (1 - G_2 H_3)}{1 - (G_1 H_2 + G_2 H_3 + G_3 H_1 + G_1 G_2 G_3 H_4) + G_1 H_2 G_3 H_1}$$

③



(6个)回路? 互不接触回路? 前向通路?

$$-H, -G_2, -G_1 G_2, -G_1$$

2.

$$-G_3, G_3$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 + (-G_3)(1 - (-H))}{1 - (-H - G_2 - G_1 G_2 - G_1 - G_3 + G_3) + G_3 (-H)}$$

实验报告

评分:

系 _____ 级 姓名 _____ 日期 2024-06-22 No. 2

实验题目: 第三章 线性系统的时域分析法.

实验目的:

上升时间 t_r } 有超调: 首次穿越稳态值的时间
 无超调: 由稳态值的10%上升至90%的时间
 调节时间 t_s 超调量 $\sigma\%$

一阶系统功能简单, 改善性能的空间和手段有限:

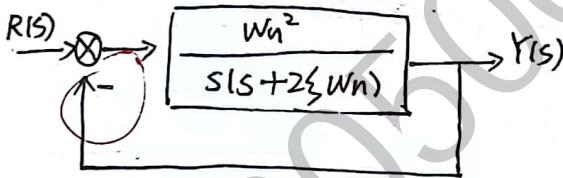
1. 选择元器件, 减小时间常数



$$\Phi(s) = \frac{1}{RCs+1} \quad T=RC$$

2. 引入反馈, 减小时间常数. 反馈有功率损失的副作用.

标准二阶系统



$$T(s) = \frac{W_n^2}{s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2}$$

① $\zeta = 1$ 临界阻尼, 有两个相同的实极点.

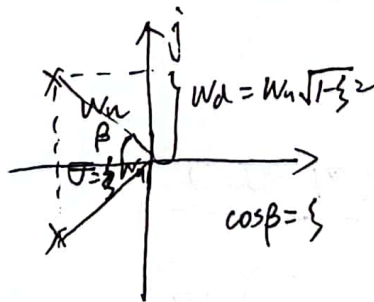
$$Y(s) = \frac{W_n^2}{(s+W_n)^2} \cdot \frac{1}{s}$$

$$= \frac{1}{s} - \frac{W_n}{(s+W_n)^2} - \frac{1}{s+W_n}$$

$$\xrightarrow{L^{-1}} y(t) = 1 - (1+W_n t) e^{-W_n t}$$

系统表现性能与一阶系统类似.

W_n : 系统固有频率/自然振荡频率 ② $0 < \zeta < 1$ 欠阻尼.



$$s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2 = 0$$

$$s_{1,2} = -\zeta W_n \pm W_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$= -\zeta W_n \pm j W_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$= -\sigma \pm j W_d$$

衰减系数 阻尼频率.

单位阶跃响应.

$$1(t) \rightarrow \boxed{T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}} \rightarrow y(t)$$

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \beta)$$

单位阶跃响应的稳态输出:

$$y_f = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1$$

零稳态误差.

$$\cos\beta = \zeta$$

① 上升时间: 首次到达稳态值条件

t_r

$$\omega_d t_r + \beta = \pi$$

$$\therefore t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - \beta}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

② 峰值时间 t_p : $\omega_d \cdot t_p = \pi$.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

③ 调节时间 t_s

$$\begin{cases} \Delta = 0.05 & t_s \approx \frac{3.5}{\zeta \cdot \omega_n} \\ \Delta = 0.02 & t_s \approx \frac{4.4}{\zeta \cdot \omega_n} \end{cases}$$

④ 超调量 $\sigma\%$

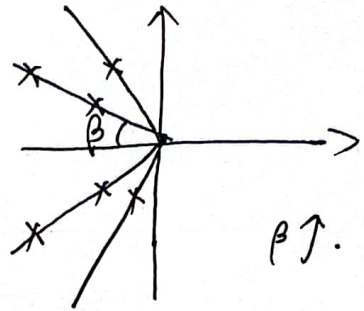
$$\sigma\% = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$$

⊕ ζ 与 $\sigma\%$ 负相关

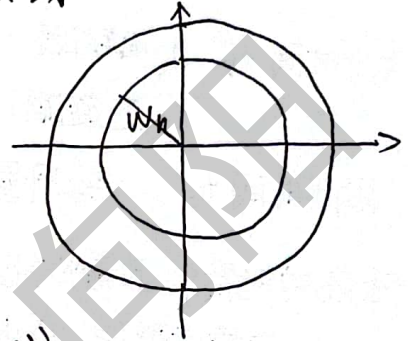
$$\frac{\zeta\omega_n}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad \text{极点的 Re 与 Im 之比}$$

当 $\frac{Re}{Im} = 1:1$ 时. $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$, $\sigma\% < 5\%$

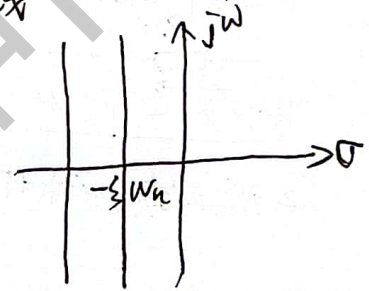
(1) 等阻尼线 (β 线, P.0 线)



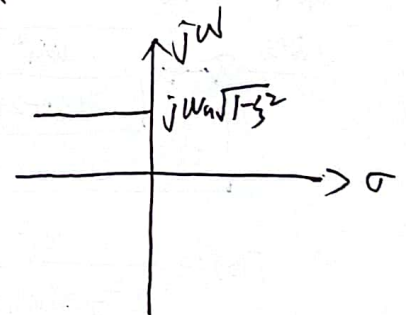
(2) 等 ω_n 线



(3) 等 t_s 线



(4) 等 t_p 线



实验报告

评分:

系 _____ 级 姓名 _____ 日期 _____ No. 3

实验题目: 高阶系统的时域分析

实验目的:

$$① T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \left(\frac{s+z}{z} \right)$$

额外的闭环零点有减小等效阻尼的趋势。

零点越靠近虚轴, 效应越明显。

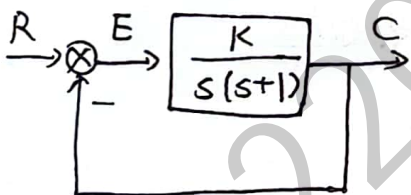
相当于加了个微分环节, 使波动增强

$$② T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \left(\frac{p}{s+p} \right)$$

额外的闭环极点有增大的趋势。

极点越靠近虚轴, 效应越明显。

被积分环节调理, 波动减弱。



$$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + \frac{K}{s(s+1)}} = \frac{s(s+1)}{s^2 + s + K}$$

$r=t$ 时 稳态误差 $e_{ss} \stackrel{r=t}{=} e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \Phi_e(s) \cdot \frac{1}{s^2}$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s+1}{s^2 + s + K} = \frac{1}{K}$$

线性系统的稳定性分析

劳斯判据 ✓

特征方程 $q(s)$ 正实部根的数目等于

Routh表首列中符号变化的次数
特别:

① 首列中有1个元素为0,

用无穷小正数 ϵ 代替0, 继续运算。

eg: $q(s) = s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10$

s^5	1	2	11
s^4	2	4	10
s^3	ϵ	6	0
s^2	$4 - \frac{12}{\epsilon}$	10	0
s^1	d_1		
s^0	10		

$$d_1 = \frac{(4 - \frac{12}{\epsilon}) \times 6 - 10\epsilon}{4 - \frac{12}{\epsilon}}$$

$$= \frac{10\epsilon^2 - 24\epsilon + 72}{4\epsilon - 12}$$

令 $\epsilon \rightarrow 0$, 首列符号变化2次。
系统不稳定。

② 存在全零行。

~~$q(s) = s^3 + 2s^2 + 4s + 8$~~

对全零行上一行作为构造辅助方程

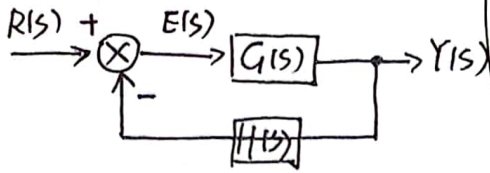
$\frac{dF(s)}{ds} = 0$ 系数替代全零行。

对了, 对于二阶系统, 保证闭环特征方程系数 > 0 , 就能保证闭环系统稳定

例: 确定使系统闭环极点全部落在 $s = -1$ 左边的 K 范围

原式中为 s , 令 $s = s' - 1$

3.6 线性系统的稳态误差计算



稳态误差: 误差信号的稳态分量

$$e_{ss}(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$$

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

∴ 系统的稳态误差取决于 $\left. \begin{array}{l} \text{输入信号} \\ \text{开环传递函数} \end{array} \right\}$

$$k_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) \quad \text{位置误差系数}$$

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s)H(s) \quad \text{速度误差系数}$$

$$k_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s) \quad \text{加速度误差系数}$$

$$G(s)H(s) = \frac{K \prod_{i=1}^m (T_i s + 1)}{S^N \prod_{j=1}^n (T_j s + 1)}$$

N - 系统型数, K 开环增益

$$G(s)H(s) = \frac{K}{S^N} G_0 H_0 \quad \lim_{s \rightarrow 0} G_0 H_0 = 1$$

⇒ 误差系数求解:

$$k_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{S^N}$$

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{S^{N-1}}$$

$$k_a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{S^{N-2}}$$

开环增益, e_{ss} , 系统型数
都在 $G(s)H(s)$ 下
判断的

☆ 系统型别

系统型别	静态误差系数			$r(t) = R \cdot 1(t)$	$r(t) = R \cdot t$	$r(t) = \frac{1}{2} R t^2$
	k_p	k_v	k_a	阶跃输入	斜坡输入	加速度输入
0	K	0	0	$e_{ss} = \frac{R}{1+K}$	$e_{ss} = \frac{R}{k_v}$	$e_{ss} = \frac{R}{k_a}$
I	∞	K	0	0	$\frac{R}{K}$	∞
II	∞	∞	K	0	0	$\frac{R}{K}$
III	∞	∞	∞	0	0	0

静态误差系数法求取 e_{ss} 的条件:

1. 输入为... 或三者线性组合
- 2.
3. P 适用于最小相角系统

如果一个稳定的线性时不变系统在复平面右半平面没有零点, 则该系统为最小相位系统。

☆☆ 减小稳态误差措施: (必考)

1. 增大开环增益 (首选) (设置串联积分环节)
2. 提高系统型数, 但会有显著的副作用 (降低系统稳定性, 恶化系统的动态性能)
3. 干扰对消技术

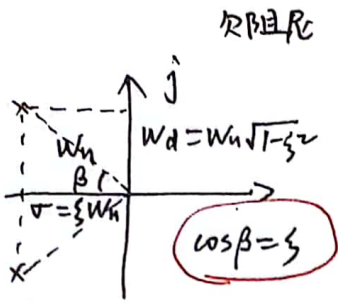
3.7 线性系统的校正

(1) 反馈控制

比例负反馈: 减小被包围环节的时间常数, 提高快速性; 增益损失

负反馈可以降低系统对参数的敏感性

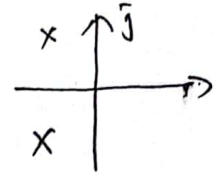
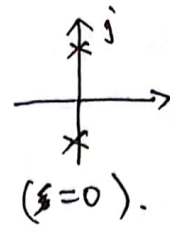
合理利用正反馈可以提高放大倍数。



$$s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2 = 0$$

$$s_{1,2} = -\zeta W_n \pm W_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$= -\underbrace{\zeta W_n}_{\sigma} \pm j \underbrace{W_n \sqrt{1 - \zeta^2}}_{W_d}$$



欠阻尼 ($0 < \zeta < 1$)

β : 阻尼角

★ 过阻尼调节时间 t_s 的计算:

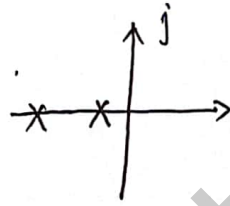
若 $T_1 \geq 4T_2$, 取 $t_s = 3T_1$ 相对误差 $\leq 10\%$.

$$s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2 = (s + \frac{1}{T_1})(s + \frac{1}{T_2})$$

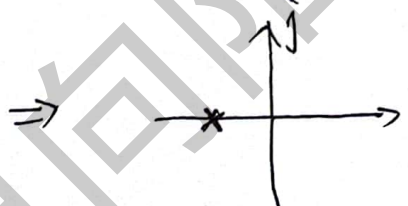
当 $\zeta = 1$, 即 $T_1/T_2 = 1$ 时, $t_s = 4.75 T_1$

$$-\frac{1}{T_1} = -\zeta W_n + W_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

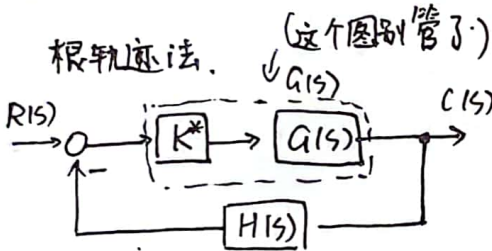
$$\begin{cases} T_1 = \frac{1}{W_n(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})} \\ T_2 = \frac{1}{W_n(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})} \end{cases} \quad (T_1 > T_2)$$



过阻尼 ($\zeta > 1$)



临界阻尼 ($\zeta = 1$)

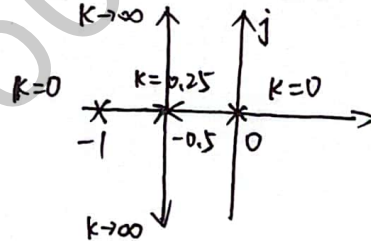


确定如下闭环系统的根轨迹

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad H(s) = 1$$

闭环传递: $\Phi(s) = \frac{K}{s^2 + s + K}$

$$s^2 + s + K = 0, \quad s_{1,2} = -0.5 \pm 0.5\sqrt{1-4K}$$



(两个极点, 无零点)

根轨迹图: 以系统根轨迹增益 K 为参变量, 当 $K \rightarrow 0 \rightarrow \infty$ 时, 系统闭环极点在 s 平面上变化的轨迹.

闭环特征方程: $1 + G(s)H(s) = 0$.

$$\angle G(s)H(s) = \sum \angle (s - z_i) - \sum \angle (s - p_j)$$

$$= (2R + 1)\pi$$

$$R = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



$$\text{开环传递: } G(s)H(s) = \frac{K^* (s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)}$$

由特征方程: $G(s)H(s) = -1$

$$\frac{K^* \prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)} = -1$$

$$K^* = \frac{\prod_{i=1}^m |s - z_i|}{\prod_{j=1}^n |s - p_j|}$$

根轨迹增益

相角条件 $\angle G(s)H(s) = 180^\circ + R \cdot 360^\circ \quad (R = 0, 1, 2, \dots, n - m - 1)$

幅值条件 $|G(s)H(s)| = 1$

满足相角条件, 一定在根轨迹上.

根轨迹绘制:

根据开环传递函数 $G(s)H(s) = \frac{k^*(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}$

与特征方程式的重根相对应。

- ① 根轨迹的起点和终点
- ② 根轨迹的分支数, 对称性, 连续性
- ③ 根轨迹的渐近线

④ 根轨迹的分离点与分离角

$G(s)H(s) = k^* \cdot \frac{P(s)}{Q(s)} = -1$

把 k^* 记作 k

$k = -\frac{Q(s)}{P(s)} \Rightarrow \frac{dk}{ds} = -\frac{Q'(s)P(s) - P'(s)Q(s)}{P^2(s)}$

$\frac{dk}{ds} = 0$

分离点坐标 d 是 $\sum_{i=1}^m \frac{1}{d-z_i} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{d-p_j}$ 的解

分离角 (设分离点处根轨迹分支数为 l):

$\frac{(2k+1)\pi}{l}$

渐近线与实轴的交点 (渐近中心):

$\sigma_a = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m}$ (\sum 极 - \sum 零)

渐近线与实轴的夹角:

$\phi_A = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}, k=0, 1, \dots, n-m-1$

⑤ 根轨迹与虚轴交点

A. $D(s) = 1 + G(s)H(s)|_{s=j\omega} = 0$. 利用特征方程. 实部 = 虚部 = 0.

B. 劳斯判据. 第一列含 k^* 的项为 0.

$\Rightarrow k^*$. 再利用 s^2 行的系数构成的辅助方程 $\Rightarrow s$

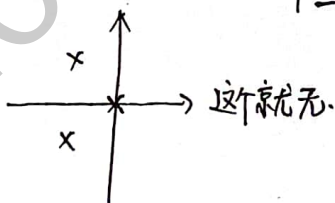
起始点/终止点

实轴上根轨迹段

分离点/会合点 \rightarrow 得看有没有

渐近线/渐近中心

确定根轨迹与虚轴交点 Δ (勿忘)



⑥ 根轨迹的起始角与终止角 (当开环零极点为复数时)

$\theta_{pi} \quad \psi_{zi}$

$\sum \text{零} - \sum \text{极} = -180^\circ \quad | \quad \frac{(2k+1)\pi}{l}$
 $k=0, \pm 1, \dots$

⑦ 根之和: $\sum_{i=1}^n \lambda_i = C$ ($n-m \geq 2$)

$n-m \geq 2$ 时, 闭环根之和保持一个常值.

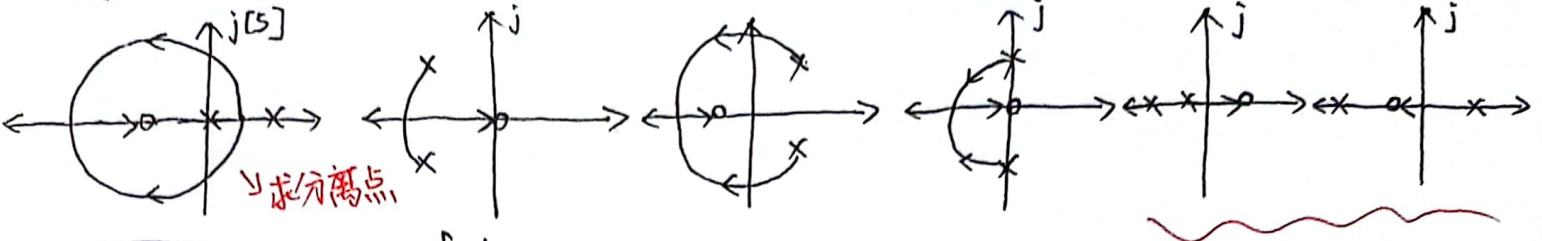
一部分根左移, 另一部分根必右移. 且移动总量为 0.

出射角与入射角

考试写五点

定理: 若系统有2个开环极点, 1个开环零点, 且在复平面存在根轨迹,

则复平面的根轨迹一定是以该零点为圆心的圆弧.



广义根轨迹 ?

1. 参数根轨迹.
2. 构造等效开环传递函数.
- 3.

"等效"的含义仅在闭环极点相同这一点上成立

$$D(s) = 1 + G(s)H(s) = 0$$

$$A \cdot \frac{P(s)}{Q(s)} = -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q(s) + AP(s) = 1 + G(s)H(s) = 0$$

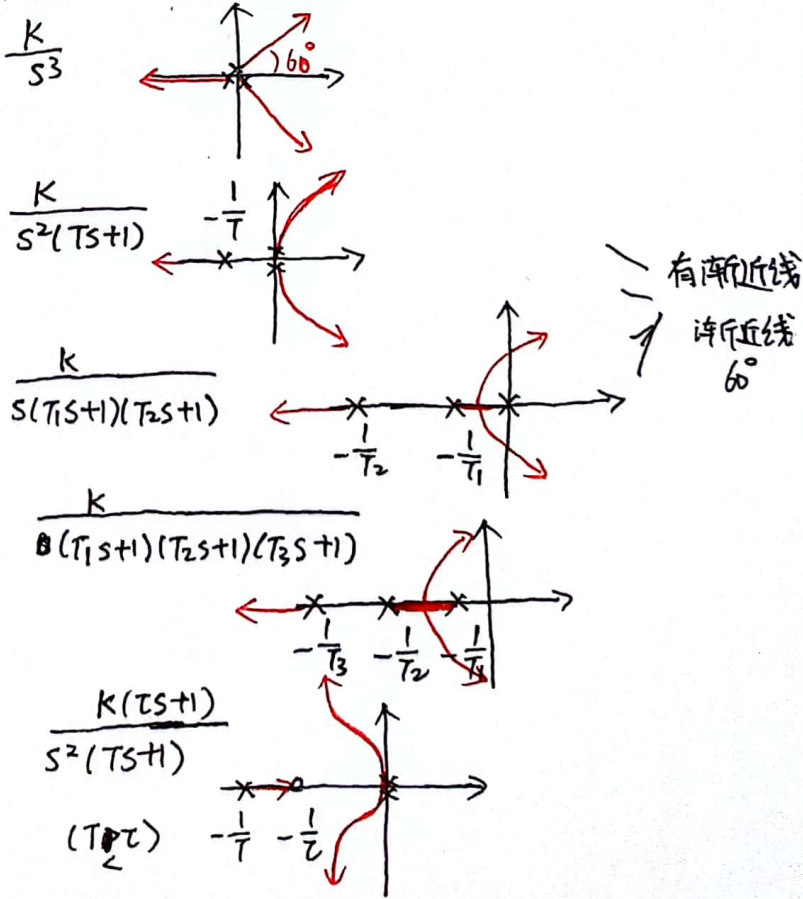
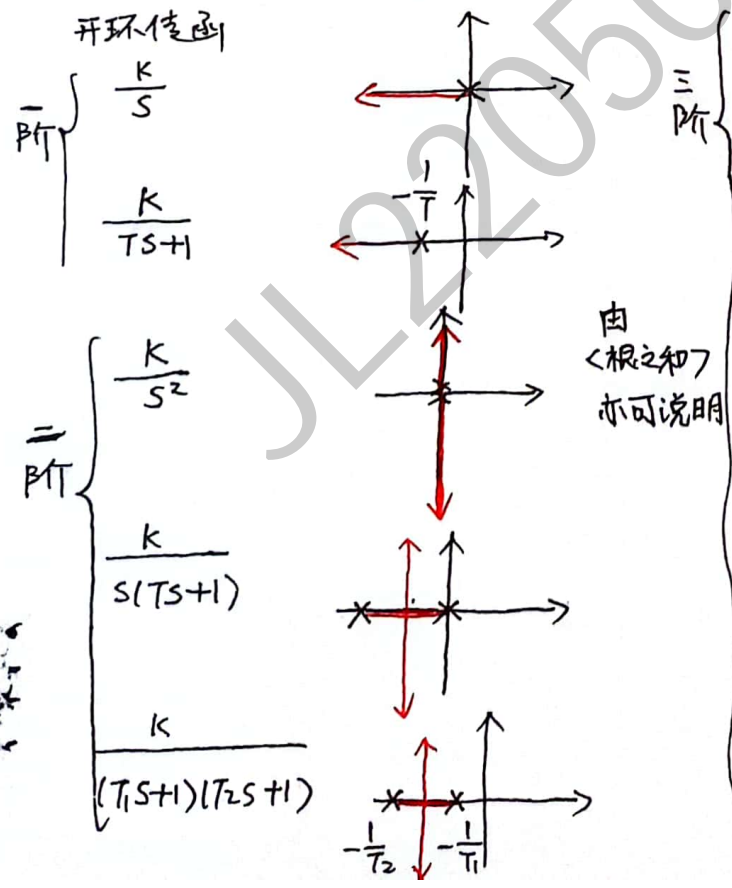
∴ 等效开环传递函数 $G_1(s)H_1(s) = A \cdot \frac{P(s)}{Q(s)}$

2. 零度根轨迹

正反馈.

不同之处:
 根轨迹在实轴上分布 → 右侧零极点之和为偶数.
 渐近线与实轴夹角 $\phi_a = \frac{2k\pi}{n-m} \cdot k=0, 1, \dots, n-m-1$
 起始角和终止角 $\sum \text{零} - \sum \text{极} = 0^\circ \sqrt{2k\pi} \cdot k=0, \pm 1, \dots$

典型传递函数的根轨迹



实验报告

评分:

系 _____ 级 姓名 _____ 日期 _____ No. 4

实验题目:

实验目的:

(2) 比例+微分(PD)控制

提前控制;对噪声敏感;信号弱,需放大.

不改变开环增益, e_{ss} 不变.

(3) 比例+积分(PI)控制

PI校正使系统型别提高一级, 提高稳态性能.

积分信号是迟后的,会使系统 稳定程度降低.

损失动态性能.

(4) PID控制 ✓

- 保留了 $\frac{1}{s}$ 项,可以提高系统型别, 提高稳态性能.

- 含有 k_d, k_i 2个可调参数,自由度大,可以 用以改善动态性能.

4.3 基于根轨迹的控制系统分析

增加合适的开环零点, 可以使根轨迹产生向左弯曲的倾向, 有利于提高系统稳定性和阻尼比。

增加开环极点, 将使根轨迹产生向右弯曲的倾向, 不利于系统稳定性, 但有利于稳态精度。

控制器校正方式(插入点不同, 效应迥异!)

三类最基本控制器对二阶系统性能的影响:

增加比例系数: $\sigma\% \uparrow$ t_s 不变 $e_{ss} \downarrow$
稳定性不变

增大纯微分系数: $\xi \uparrow$ $t_s \uparrow$ e_{ss} 不变
稳定性变差。

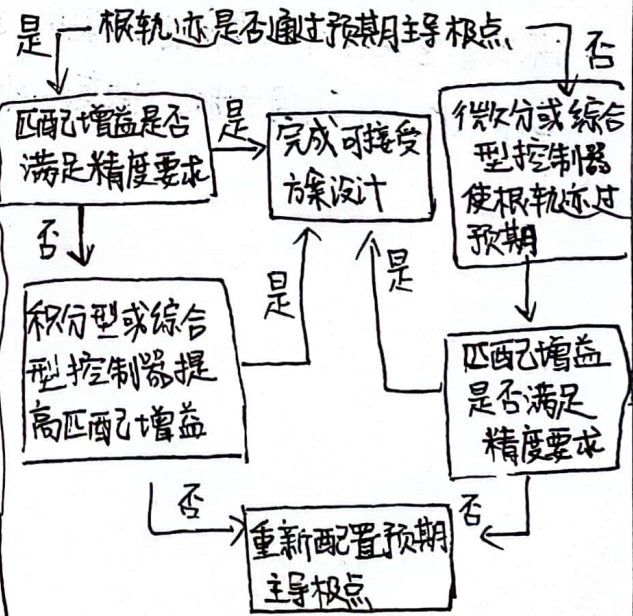
增大纯积分系数: $\sigma\% \uparrow$ $t_s \uparrow$, \downarrow 改善 e_{ss}
稳定性变差, 直至失稳。

$$G_c(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d \cdot s$$

PID 控制器参数对系统阶跃响应性能的影响

PID 增益系数	$\sigma\%$	t_s	e_{ss}
$K_p \uparrow$	\uparrow	影响小	\downarrow
$K_d \uparrow$	\downarrow	\downarrow	无影响
$K_i \uparrow$	\uparrow	\uparrow	\downarrow 直至 0

★ 控制器根轨迹设计的基本思路



实验报告

评分: _____

系 _____ 级 姓名 _____ 日期 _____ No. 5.

实验题目:

实验目的:

五、线性系统的频域分析法

~~$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$~~

$G(j\omega) = |G(j\omega)| \angle G(j\omega)$

~~$|G(j\omega)| = \frac{|G(s)|}{|r(t)|}$~~

~~$\angle G(j\omega) = \angle(G(s)) - \angle(r(t))$~~

幅相频率特性 (Nyquist)

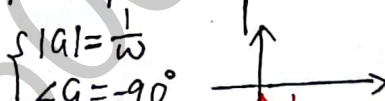
11) 比例环节 $G(s) = k \quad G(j\omega) = k$



12) 微分环节 $G(s) = s \quad G(j\omega) = j\omega$

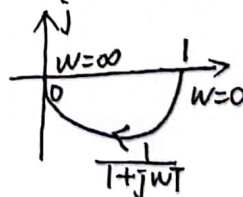


13) 积分环节 $G(s) = \frac{1}{s} \quad G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$



14) 惯性环节 $G(s) = \frac{1}{Ts+1}$

$G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T} \quad \begin{cases} |G| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} \\ \angle G = -\arctan \omega T \end{cases}$



15) 不稳定惯性环节

$G(s) = \frac{1}{Ts-1} \quad G(j\omega) = \frac{1}{j\omega T - 1} \quad |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 T^2 + 1}}$

$\angle G(j\omega) = -\arctan \frac{\omega T}{-1} = -(180^\circ - \arctan \omega T) = \arctan \omega T - 180^\circ$

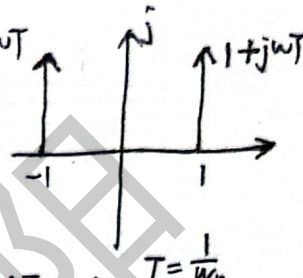


16) 一阶复合微分 $G(s) = Ts \pm 1$

$G(j\omega) = \pm 1 + j\omega T$

$|G| = \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$

$\angle G = \begin{cases} \arctan \omega T \\ 180^\circ - \arctan \omega T \end{cases}$



17) 二阶微分环节 $G(s) = T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1$

$= (\frac{s}{\omega_n})^2 + 2\zeta \frac{s}{\omega_n} + 1$

$G(j\omega) = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j 2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}$

$|G| = \sqrt{[1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}]^2 + [2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}]^2}$

$\angle G = \arctan \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}$



$\therefore \zeta > \zeta_2 > \zeta_1$

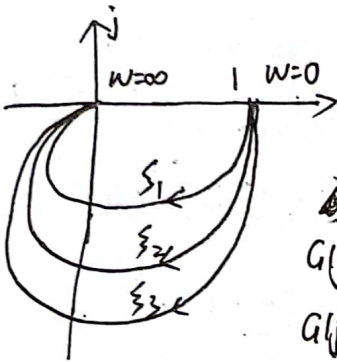
18) 振荡环节

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_n} + 1}$$

$$\|G(j\omega)\| = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}} \rightarrow \zeta \uparrow, \text{Im} \downarrow$$

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

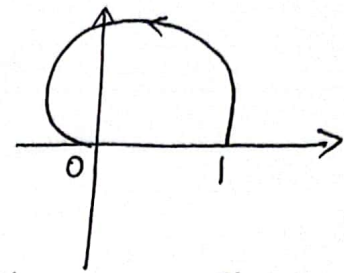
$$\angle G = -\arctan \frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}$$



$$\zeta_1 > \zeta_2 > \zeta_3$$

19) 不稳定振荡环节

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 - 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

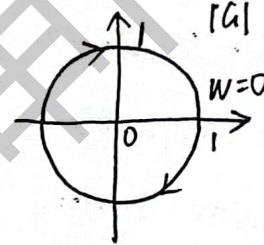


$$\begin{aligned} G(j0) &= 1 \angle 0^\circ \\ G(j\infty) &= 0 \angle -180^\circ \end{aligned}$$

110) 延迟环节 $G(s) = e^{-\tau s}$



$$G(j\omega) = e^{-j\omega\tau} \begin{cases} |G| = 1 \\ \angle G = -\tau\omega \end{cases}$$



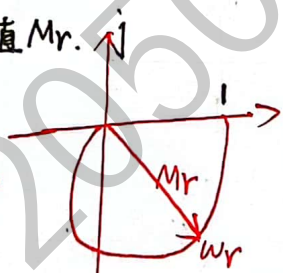
画 Nyquist:

- 1) 确定 $G(j\omega)$ 和 $G(j\infty)$
- 2) Nyquist 中间段
- 3) 必要时求出 $G(j\omega)$ 与实/虚轴交点.

谐振频率 ω_r 和 谐振峰值 M_r .

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}}$$



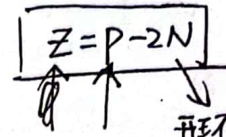
实验报告

评分:

系 21 级 姓名 申向阳 日期 2024-06-24 No 6.

实验题目:

实验目的:



开环幅相曲线 $GHI(jw)$
包围 $(-1, j0)$ 点的
圈数.

($Z=0$ 稳定)

5.2 Bode图

- 优点
- 1. 拓宽频率
 - 2. 绘图 easy
 - 3. 运算 easy

最小相位系统:

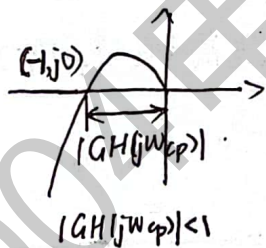
在 S 右半平面上既无极点也无零点, 同时无纯延迟环节的系统

$$\begin{cases} \omega_{vr} = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2} \\ M_r = \frac{1}{2\xi \sqrt{1-\xi^2}} \end{cases}$$

绘制系统开环 Bode 图:

- (1) 化 $G(s)$ 为尾 1 标准型
- (2) 顺序列出转折频率
- (3) 确定基准线
- (4) 叠加作图
- (5) 检查 $\begin{cases} L(\omega) \text{ 最右端曲线斜率} = -20(n-m) \text{ dB/dec} \\ \varphi(\omega) \Rightarrow -90^\circ(n-m) \end{cases}$

5.4 稳定裕量

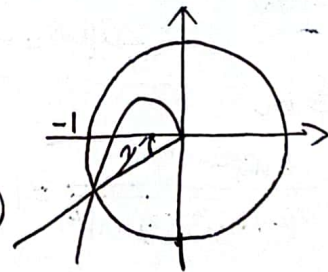


相角穿越频率 $\angle GH(jw_{cp}) = -180^\circ$

增益裕量 $K_g = \frac{1}{|GH(jw_{cp})|}$

闭环稳定时: $K_g > 1$

$K_g = 20 \lg |GH(jw_{cp})| = -L(\omega_{cp}) > 0 \text{ dB}$



增益穿越频率 ω_{cm} 满足

$|GH(j\omega_{cm})| = 1$

相角裕量

$\gamma = 180^\circ + \angle GH(j\omega_{cm})$

闭环稳定时应有: $\gamma > 0$

要会算相角裕量 and 增益裕量

5.3 频率域稳定判据

$\rightarrow G(s)H(s)$ 平面上映射曲线按顺时针方向包围 $(-1, j0)$ 点的周数.

$Z = N + P \rightarrow$ 开环极点在 S 右半平面的个数.

\downarrow

闭环极点在 S 右半平面的个数

一般要求: 相角裕度大于 40°

幅值裕度大于 $2(6 \text{ dB})$

5.5 闭环系统的频域性能指标.

三频段理论 \rightarrow 只适用于单位反馈的最小相角系统

1. $L(\omega)$ 低频段 \leftrightarrow 系统稳态误差 e_{ss} $\left(\frac{1}{K_v} \right)$

$$G(s) = \frac{K}{s^v} \begin{cases} 20\lg|G| = 20\lg K - v \cdot 20\lg \omega \\ \angle G_0 = -v \cdot 90^\circ \end{cases}$$

2. $L(\omega)$ 中频段 \leftrightarrow 系统动态性能 ($\sigma\%$, t_s)

最小相角系统 $L(\omega)$ 曲线斜率与 γ 的对立关系

-20dB/dec	-90°	$\gamma = 90^\circ$
-40dB/dec	-180°	$\gamma = 0^\circ$
-60dB/dec	-270°	$\gamma = -90^\circ$

希望 $L(\omega)$ 以 -20dB/dec 斜率穿越 0dB 线, 并保持较宽的频段.

3. $L(\omega)$ 高频段 \leftrightarrow 系统抗高频噪声能力

二阶系统

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)} \Rightarrow \begin{cases} |G(j\omega)| = \frac{\omega_n^2}{\omega\sqrt{\omega^2+(2\zeta\omega_n)^2}} \\ \angle G(j\omega) = -90^\circ - \arctan \frac{\omega}{2\zeta\omega_n} \end{cases}$$

① 截止频率 ω_c

$$|G(j\omega_c)| = \frac{\omega_n^2}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+(2\zeta\omega_n)^2}} = 1$$

$$\omega_c^2(\omega_c^2+4\zeta^2\omega_n^2) - \omega_n^4 = \omega_c^4+4\zeta^2\omega_n^2\omega_c^2 - \omega_n^4 = 0$$

$$\Rightarrow \omega_c = \sqrt{4\zeta^4+1-2\zeta^2} \cdot \omega_n$$

② 相角裕度: $\gamma = 180^\circ + \rho(\omega_c) = 90^\circ - \arctan \frac{\omega_c}{2\zeta\omega_n}$

$$\begin{aligned} &= \arctan \frac{2\zeta\omega_n}{\omega_c} \\ &= \arctan \frac{2\zeta}{\sqrt{4\zeta^4+1-2\zeta^2}} \end{aligned}$$

$\gamma \Leftrightarrow \zeta \rightarrow$ 近似 $\zeta = 0.01 \cdot \gamma$

③ $\sigma\% = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \times 100\% \quad \therefore \gamma \Leftrightarrow \zeta \Leftrightarrow \sigma\%$

④ $t_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n} (\Delta=5\%)$ 或 $t_s = \frac{4.4}{\zeta\omega_n} (\Delta=2\%)$

$$t_s \omega_c = \frac{3.5}{\zeta} \sqrt{4\zeta^4+1-2\zeta^2}$$

$$= 7 \cdot \frac{\sqrt{4\zeta^4+1-2\zeta^2}}{2\zeta} = \frac{7}{\tan\gamma}$$

高阶系统

$$\begin{cases} \sigma\% = [0.16 + 0.4(\frac{1}{\sin\gamma} - 1)] \times 100\% \\ t_s = \frac{\pi}{\omega_c} [2 + 1.5(\frac{1}{\sin\gamma} - 1) + 2.5(\frac{1}{\sin\gamma} - 1)^2] \\ M_r = \frac{1}{|\sin\gamma|} \quad (35^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ) \end{cases}$$

对于高阶 $M_r = \frac{1}{|\sin\gamma|}$

按时域的方法求 ζ 更快点, 对照系数就行.

实验报告

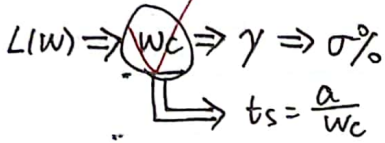
评分: _____

系 _____ 级 姓名 _____ 日期 _____ No. 7

实验题目:

实验目的:

用频域法估算高阶系统动态性能



系统带宽:

设 $\Phi(j\omega)$ 为系统闭环频率特性, 当幅频特性下降到零频以下 3dB 时, 对应的频率 ω_B

一阶系统: $G(s) = \frac{1}{Ts}$ $w_c = \frac{1}{T}$
 $\Phi(s) = \frac{1}{Ts+1}$ $w_B = \frac{1}{T}$

二阶系统: $\Phi(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$

$w_r = w_n \sqrt{1-2\zeta^2}$
 $M_r = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}}$

$M(w_b) = \frac{w_n^2}{\sqrt{(w_n^2 - w_b^2)^2 + (2\zeta w_n w_b)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow w_b = w_n \sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{2-4\zeta^2 + 4\zeta^4}}$

$t_s = \frac{3.5}{\zeta w_n}$

$w_b \cdot t_s = \frac{3.5}{\zeta} \sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{2-4\zeta^2 + 4\zeta^4}}$

$\therefore w_b$ 与 w_n 成正比, 与 ζ 成递减关系.

高阶系统

$\sigma\% = [0.16 + 0.4(M_r - 1)] \times 100\%$

$t_s = \frac{\pi}{w_c} [2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2]$

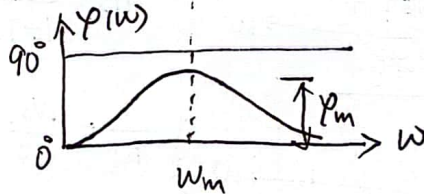
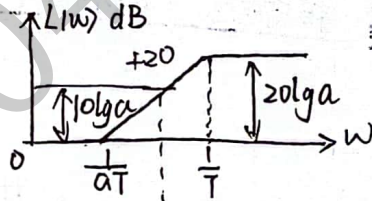
$(1 \leq M_r \leq 1.8)$

$M_r = \frac{1}{|\sin \gamma|} \quad (35^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ)$

线性系统的校正方法.

1. 串联超前校正.

$G_c(s) = a \cdot G_c'(s) = \frac{aTs+1}{Ts+1} \quad (a > 1)$



$w_m = \frac{1}{\sqrt{a}T}$

$\left. \begin{aligned} & \text{Right triangle with sides } a+1, a-1, \text{ and hypotenuse } 2\sqrt{a} \\ & \text{Angle } \phi_m \text{ is opposite to } a-1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \phi_m = \arcsin \frac{a-1}{a+1} \Rightarrow a = \frac{1+\sin \phi_m}{1-\sin \phi_m} \\ & L(w_m) = 10 \lg a \end{aligned}$

$\phi_m = \gamma^* - \gamma$

☆ 对数频率特性曲线的三频段理论 ☆

频段	对应性能		希望形状
	时域	频域	
低	稳态误差	开环增益 系统型别	陡高
中	0% t_s	截止频率 ω_c 相角裕度 γ	缓宽
高	系统抗高频干扰能力		陡低



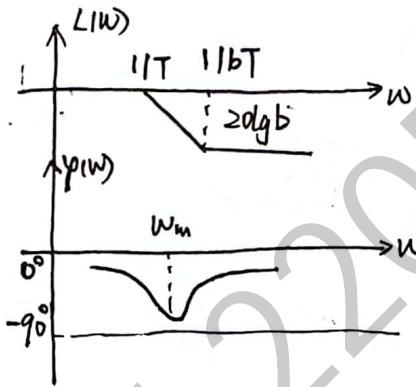
☆ 三种串联校正方式的比较. ✓

频率法串联校正适用范围

— 单位反馈的最小相角系统.

校正方法	校正网络特点	应用场合	效果
超前校正	幅值↑ 相角超前	$\omega_c \omega_c' < \omega_c^*$ $\gamma_c \gamma' < \gamma^*$	$\omega_c \uparrow, \gamma \uparrow$ (动态性能↑) 高频段↑(抬高) ∴ 抗高频干扰能力↓
滞后校正	幅值↓ 相角滞后	$\omega_c \omega_c' > \omega_c^*$ $\gamma_c \gamma' \ll \gamma^*$	$\omega_c \downarrow, \gamma \uparrow$ (损失快速性, 改善均匀性) 高频段↓(压低) ∴ 抗高频干扰能力↑
滞后超前校正	幅值↓ 相角超前	滞后及超前 均不奏效	$\omega_c \sim, \gamma \uparrow$ 高频段~

串联滞后校正:



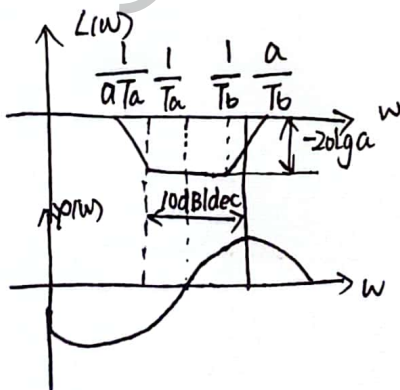
$$G(s) = \frac{1+bTs}{1+Ts}$$

$$\frac{1}{bT} = \frac{\omega_c}{\tau_0}$$

$$L_0(\omega_c) + 20\lg b = 0\text{dB}$$

$$180^\circ + \varphi(\omega_c) = \gamma^* + 5^\circ$$

滞后-超前网络特性



$$G_c(s) = \frac{(s + \frac{1}{T_a})(s + \frac{1}{T_b})}{(s + \frac{1}{aT_a})(s + \frac{a}{T_b})}$$

滞后
超前

实验报告

评分:

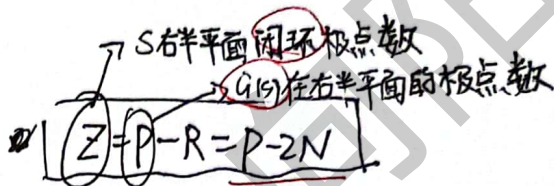
系 _____ 级 姓名 申向阳 日期 2024-06-24 No 8

实验题目: 在没有人直接参与的情况下, 利用控制装置控制器, 使被控对象的被控量自动地按照预定的规律运行。
 实验目的:

1. 什么是自动控制? 开环控制与闭环控制特点?

2. 对自动控制系统的性能要求?

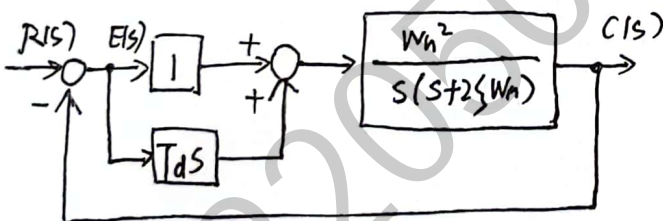
3. 什么是 Nyquist 稳定判据?



4. 比例微分控制和测速反馈控制的作用?

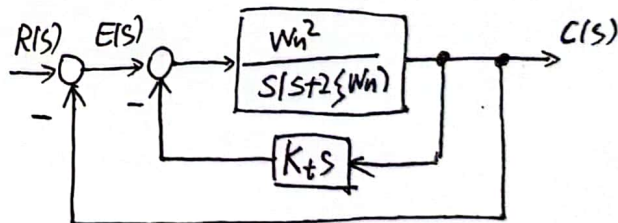
5. 简述在频域中设计控制系统要遵循的原则

6. 简述闭环零极点分布与系统性能的关系.



比例微分控制

对噪声敏感; 信号弱, 需放大
 较简单, 成本低
 不改变开环增益, e_{ss} 不变
 引入一个闭环零点 ($t_s \downarrow, \sigma\% \downarrow$)



测速反馈控制

有滤波作用, 信号强, 不需放大
 复杂, 成本高;
 改变开环增益, $e_{ss} \uparrow$
 不引入闭环零点

改善二阶系统性能的方法