12 左右

一、选择或填空题（每空2分，共30分）

1，下列陈述错误的是_____c_________

（a）数值概率算法一般是求数值计算问题的近似解 ✓

（b）Monte Carlo总能求得问题的一个解，但该解未必正确 ✓

（c）Las Vegas算法的一定能求出问题的正确解 决不返回错误的答案，即返回的结果必正确，

（d）Sherwood算法的主要作用是减少或是消除好的和坏的实例之间的差别 ✓ 但有时根本找不到答案

2，下列陈述错误的是_____d________

（a）概率算法的期望执行时间是指反复解同一个输入实例所花的平均执行时间 ✓

（b）概率算法的平均期望时间是指所有输入实例上的平均期望执行时间 ✓

（c）概率算法的最坏期望时间是指最坏输入实例上的期望执行时间 ✓

（d）概率算法的期望执行时间是指所有输入实例上的所花的平均执行时间

3，下述算法是求有限集X的势n=|X|，请选择正确语句填空，算法的时间复杂性是__$n^{\frac{1}{2}}$__量级。

___h_____SetCount(X) {k:=0;S:=空集;

a:=uniform(X);

do { k:=k+1;____a__S:=S并{a}_____;____a:=uniform(X)____d___________;

}while(__a不属于S__);

return 2k*k/pi; //pi=3.14159.......

}

（a）S:=S并{a}　　(b)a属于S　　(c)a不属于S

(d)a:=uniform(X)　　(e)S:={a}

(f)n量级　　（g）n^2量级

(h)n^(1/2)量级　　(i)lgn量级　　(j)常数量级

4，Sherwood算法中随机预处理提供了某种加密计算f(x)的可能，其步骤是：

(a)_______ 使用函数u将x加密为某一随机实例y_________________________

(b)__________ 将y提交给f计算出f(y)的值_____________________________

(c)_________ 使用函数v转换为f(x)____________________________

5，Las Vegas算法的一般形式为obstinate(x){repeat LV(x,y,success) until}

sucess; return y;};

当用他来解8皇后问题时，设LV成功的概率p=

二，简要回答下述问题（每题8分，共32分）

1，若要将一个偏y的，55%一正确的，一致的MC算法改进到95%一正确的算法，需要重复调用MC算法多少次？并给出推导过程。

(1 - (1 – 0.55)^x) >= 95% ——) 0.45^x <= 0.05 ——) x >= lg0.05/lg0.45 = 3.75 = 4

2，在分布式算法中，bit复杂性是指算法发送的所有消息中bit的总数；消息链复杂性是指算法的任何执行中最长消息链的长度，若某消息链是m^1，m^2，...，m^k，则消息m^i在因果关系上领先于消息m^(i-1)，该消息链的长度为k。请问这两种复杂度应分别属于通信复杂性和时间复杂性中的哪一种？并简述其理由。

3，在分布式算法的时间复杂性和ont－time复杂性中，一个msg的延迟分别假定为至多1个时间单位和恰好1个时间单位，但有时后者是前者的一个下界。为什么？举例说明。

- 时间复杂性

① 一个分布式算法的时间复杂性是满足下述两个假定的一个计算所耗费的最大时间

T1：一个进程在零时间内可计算任何有限数目的事件

T2：一个msg的发送和接受之间的时间至多为1个时间单位

缺点:针对一算法的所有计算，其结果可能是极不可能发生的计算。

① 一个分布式算法的one-time复杂性是满足下述假定的一个计算的最大时间

O1：同T1

O2：发送和接收一个msg之间的时间恰好是1个单位时间

缺点：某些计算可能被忽略，而其中可能有极其耗时的计算

表面上，1-time复杂性至少等于时间复杂性，因为T2假定下的最坏时间不会高于O2假定下的时间。但事实并非如此，而往往O1和O2假定之下的1-time复杂性是前一种时间复杂性的一个下界。

例如：在echo算法里1-time复杂性是O(D)，时间复杂性是Θ(N)，即使直径为1的网

络。

4，对于同步环，在一个均匀的leader选举算法中，为什么一个id为i的msg是以2^i速率被转发的？其目的是什么？

三，算法设计题：

1，量子运动的随机聚集过程可用量子赌博来描述。其规则是：

（1）开始时，A和B的赌本分别为x和y；

（2）每次通过掷一枚神奇的硬币来决定输赢，设正面A赢，反面B赢，但每次仍出硬币的正反面的概率正比于A和B当前的赌本；

（3）每次的输家将按固定的比例k从自己的赌本中付给赢家；

（4）设最小的赌本单位为1，若输家当前的赌本小于等于1，他付出自己的赌本后，游戏结束。

例如：设x和y的初值分别为20分和80分，k=10%，则第一次硬币仍出正面和反面的概率分别是20%和80%，若扔出的是正面，则B要付8分给A；第二次赌博时，x=28，y=72，硬币扔出正面和反面的概率将分别是28%和72%。赌博依此规则进行，直至一方赌光为止。

要求：

1——写一算法实现赌博游戏；（15分）

2——A和B最终输赢取决于什么？（3分）

3——请分析A、B最终输赢的概率。（5分）

（1）

变量说明：

a, b, p —— 整型

k —— 浮点小数

```
Gamble(A的赌本a,B的赌本b)
{
    While(a>0&&b>0)
    {
        p    = uniform(0..a+b)
```

```
        If(p<a)   //0~a-1正面，a~a+b-1背面
        {
            If( b > 1 )
            {
                a   = a + K * b
                b   = ( 1 - k ) * b
            }
            Else
            {
                b = -1
            }
        }
        Else
        {
            If( a > 1 )
            {
                b   = b + k * a
                a   = ( 1 - k ) * a
            }
            Else
            {
                a   = -1
            }
        }
    }
    If(a<0)   a输
    Else      b输
}
```

（2）取决于赌本

（3）A(a0,b0)=a0/(a0+b0) × A(a0+b0*k, (1-k)*b0) + b0/(a0+b0) * A((1-k)*a0, b0+a0*k)

2，设集合S和T中各有n个互不相同元素，要求：

1——写一Monte Carlo算法判定S和T是否相等；(10分)

2——分析算法出错的概率；(3分)

3——算法是否有偏，若有偏，偏什么？(2分)

(1)

```
MC(S,T) {
    i   = uniform(1..n)
    for j = 1 to n do {
        if S[i]=T[j]     return true
    }
    Return false
}
```

(2)

(3)偏假