

电路理论基础
(陈希有主编 第三版 高等教育出版社)

参考答案

答案 1.1

解：图示电路电流的参考方向是从 a 指向 b。当时间 $t < 2\text{s}$ 时电流从 a 流向 b，与参考方向相同，电流为正值；当 $t > 2\text{s}$ 时电流从 b 流向 a，与参考方向相反，电流为负值。所以电流 i 的数学表达式为

$$i = \begin{cases} 2\text{A} & t < 2\text{s} \\ -3\text{A} & t > 2\text{s} \end{cases}$$

答案 1.2

解：当 $t = 0$ 时

$$u(0) = (5 - 9e^0)\text{V} = -4\text{V} < 0$$

其真实极性与参考方向相反，即 b 为高电位端，a 为低电位端；

当 $t \rightarrow \infty$ 时

$$u(\infty) = (5 - 9e^{-\infty})\text{V} = 5\text{V} > 0$$

其真实极性与参考方向相同，

即 a 为高电位端，b 为低电位端。

答案 1.3

解：(a) 元件 A 电压和电流为关联参考方向。元件 A 消耗的功率为

$$p_A = u_A i_A$$

则

$$u_A = \frac{p_A}{i_A} = \frac{10\text{W}}{2\text{A}} = 5\text{V}$$

真实方向与参考方向相同。

(b) 元件 B 电压和电流为关联参考方向。元件 B 消耗的功率为

$$p_B = u_B i_B$$

则

$$i_B = \frac{p_B}{u_B} = \frac{-10\text{W}}{10\text{V}} = -1\text{A}$$

真实方向与参考方向相反。

(c) 元件 C 电压和电流为非关联参考方向。元件 C 发出的功率为

$$p_C = u_C i_C$$

则

$$u_C = \frac{p_C}{i_C} = \frac{-10\text{W}}{1\text{A}} = -10\text{V}$$

真实方向与参考方向相反。

答案 1.4

解：对节点列 KCL 方程

节点③: $i_4 - 2\text{A} - 3\text{A} = 0$, 得 $i_4 = 2\text{A} + 3\text{A} = 5\text{A}$

节点④: $-i_3 - i_4 + 8\text{A} = 0$, 得 $i_3 = -i_4 + 8\text{A} = 3\text{A}$

节点①: $-i_2 + i_3 + 1\text{A} = 0$, 得 $i_2 = i_3 + 1\text{A} = 4\text{A}$

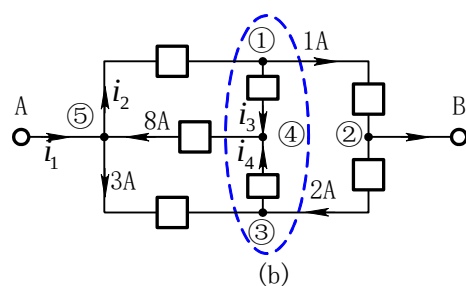
节点⑤: $-i_1 + i_2 + 3\text{A} - 8\text{A} = 0$, 得 $i_1 = i_2 + 3\text{A} - 8\text{A} = -1\text{A}$

若只求 i_2 , 可做闭合面如图(b)所示, 对其列 KCL 方程, 得

$$-i_2 + 8\text{A} - 3\text{A} + 1\text{A} - 2\text{A} = 0$$

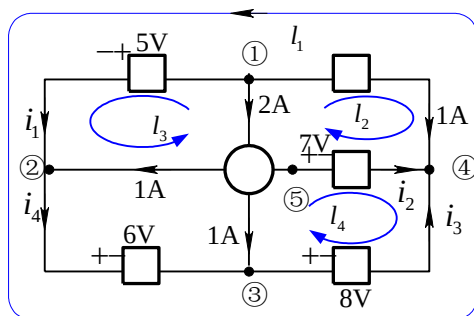
解得

$$i_2 = 8\text{A} - 3\text{A} + 1\text{A} - 2\text{A} = 4\text{A}$$



答案 1.5

解：如下图所示



(1)由 KCL 方程得

节点①:

$$i_1 = -2A - 1A = -3A$$

节点②:

$$i_4 = i_1 + 1A = -2A$$

节点③:

$$i_3 = i_4 + 1A = -1A$$

节点④:

$$i_2 = -1A - i_3 = 0$$

若已知电流减少一个，不能求出全部未知电流。

(2)由 KVL 方程得

回路 l_1 :

$$u_{14} = u_{12} + u_{23} + u_{34} = 19V$$

回路 l_2 :

$$u_{15} = u_{14} + u_{45} = 19V - 7V = 12V$$

回路 l_3 :

$$u_{52} = u_{51} + u_{12} = -12V + 5V = -7V$$

回路 l_4 :

$$u_{53} = u_{54} + u_{43} = 7V - 8V = -1V$$

若已知支路电压减少一个，不能求出全部未知电压。

答案 1.6

解：各元件电压电流的参考方向如图所示。

元件 1 消耗功率为:

$$p_1 = -u_1 i_1 = -10V \times 2A = -20W$$

对回路 l 列 KVL 方程得

$$u_2 = u_1 + u_4 = 10V - 5V = 5V$$

元件 2 消耗功率为:

$$p_2 = u_2 i_1 = 5V \times 2A = 10W$$

元件 3 消耗功率为:

$$p_3 = u_3 i_3 = u_4 i_3 = -5V \times (-3)A = 15W$$

对节点①列 KCL 方程

$$i_4 = -i_1 - i_3 = 1A$$

元件 4 消耗功率为:

$$p_4 = u_4 i_4 = -5W$$

答案 1.7

解: 对节点列 KCL 方程

节点①:

$$i_3 = -5A + 7A = 2A$$

节点③:

$$i_4 = 7A + 3A = 10A$$

节点②:

$$i_5 = -i_3 + i_4 = 8A$$

对回路列 KVL 方程得:

回路 l_1 :

$$u_1 = -i_3 \times 10\Omega + i_5 \times 8\Omega = 44V$$

回路 l_2 :

$$u_2 = i_4 \times 15\Omega + i_5 \times 8\Omega = 214V$$

答案 1.8

解: 由欧姆定律得

$$i_1 = \frac{30V}{60\Omega} = 0.5A$$

对节点①列 KCL 方程

$$i = i_1 + 0.3A = 0.8A$$

对回路 l 列 KVL 方程

$$u = -i_1 \times 60\Omega + 0.3A \times 50\Omega = -15V$$

因为电压源、电流源的电压、电流参考方向为非关联, 所以电源发出的功率分别为

$$P_{u_s} = 30V \times i = 30V \times 0.8A = 24W$$

$$P_{i_s} = u \times 0.3A = -15V \times 0.3A = -4.5W$$

即吸收 4.5W 功率。

答案 1.9

解：(a) 电路各元件电压、电流参考方向如图(a)所示。

由欧姆定律得

$$i_R = u_S / R = 10 \cos(\omega t) \text{V} / 2\Omega = 5 \cos(\omega t) \text{A}$$

又由 KCL 得

$$i = i_R - i_S = (5 \cos \omega t - 8) \text{A}$$

电压源发出功率为

$$p_{u_S} = u_S \cdot i = 10 \cos(\omega t) \text{V} \cdot (5 \cos \omega t - 8) \text{A}$$

$$= (50 \cos^2 \omega t - 80 \cos \omega t) \text{W}$$

电流源发出功率为

$$p_{i_S} = u_S i_S = 10 \cos(\omega t) \text{V} \cdot 8 \text{A}$$

$$= 80 \cos(\omega t) \text{W}$$

电阻消耗功率为

$$p_R = i_R^2 R = [5 \cos(\omega t) \text{A}]^2 \times 2\Omega$$

$$= 50 \cos^2(\omega t) \text{W}$$

(b) 电路各元件电压、电流参考方向如图(b)所示。

电压源发出功率为

$$p_{u_S} = -u_S i_S = -10 \text{V} \times 8 \cos(\omega t) \text{A}$$

$$= -80 \cos(\omega t) \text{W}$$

由 KVL 可得

$$u = u_R + u_S = 8 \cos(\omega t) \times 2\Omega + 10 \text{V} = (16 \cos \omega t + 10) \text{V}$$

电流源发出功率为

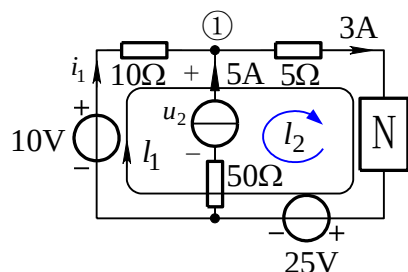
$$p_{i_S} = u i_S = [16 \cos(\omega t) + 10] \text{V} \times 8 \cos(\omega t) \text{A} = [128 \cos^2(\omega t) + 80 \cos(\omega t)] \text{W}$$

电阻消耗功率为

$$p_R = u_R i_S = 16 \cos(\omega t) \text{V} \times 8 \cos(\omega t) \text{A} = 128 \cos^2(\omega t) \text{W}$$

答案 1.10

解：取电阻元件和网络 N 电压、电流为关联参考方向如图所示。



对节点①列 KCL 方程

$$i_1 = -5 \text{A} + 3 \text{A} = -2 \text{A}$$

对回路列 KVL 方程

回路 l_1 :

$$i_1 \cdot 10\Omega + 3A \times 5\Omega + u_N = -25V + 10V$$

得

$$u_N = -10V$$

回路 l_2 :

$$-u_2 + 5\Omega \times 3A + u_N + 5A \times 50\Omega = -25V$$

得

$$u_2 = 280V$$

网络 N 吸收的功率

$$P_N = u_N \times 3A = -30W$$

电流源发出的功率

$$P_{i_s} = u_2 \times 5A = 1400W$$

注释：根据电流源的特性，图中与电流源串联的电阻只影响电流源端电压或者说只影响电流源提供的功率。

答案 1.11

解：设各元件电压电流方向如图所示。

$$i_2 = 3A - 0.5A = 2.5A$$

$$i_3 = \frac{8V}{4\Omega} = 2A$$

对节点列 KCL 方程

节点①：

$$i_2 = 3A - 0.5A = 2.5A$$

节点②:

$$i_1 = i_2 + i_3 = 2.5\text{A} + 2\text{A} = 4.5\text{A}$$

对回路 l 列 KVL 方程:

$$10\Omega \times i_2 + 5\Omega \times 3\text{A} + u = 8\text{V}$$

得

$$u = -32\text{V}$$

电压源发出的功率

$$P_{U_s} = 8\text{V} \times i_1 = 8\text{V} \times 4.5\text{A} = 36\text{W}$$

电流源发出的功率

$$P_{i_s} = -u \times 3\text{A} = 32\text{V} \times 3\text{A} = 96\text{W}$$

答案 1.12

解:

$$i = \frac{4\text{V}}{4\Omega} = 1\text{A}, u = 1\Omega \times 2\text{A} = 2\text{V}$$

受控电压源发出的功率

$$P_{\text{CCVS}} = 3i \times 2\text{A} = 3\Omega \times 1\text{A} \times 2\text{A} = 6\text{W}$$

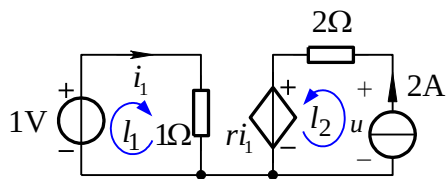
受控电流源发出的功率

$$P_{\text{VCCS}} = -4\text{V} \times 0.25u = -4\text{V} \times 0.25u = -4\text{V} \times 0.25\text{S} \times 2\text{V} = -2\text{W}$$

注释: 受控电源可能处于供电状态, 例如图中的 CCVS, 也可能处于用电状态, 例如图中的 VCCS

答案 1.13

解: 对回路列 KVL 方程



回路 l_1 :

$$i_1 \times 1\Omega = 1V \quad i_1 = 1A$$

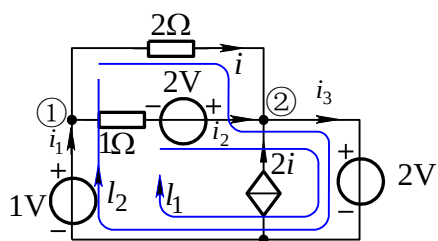
回路 l_2 :

$$u + 2\Omega \times 2A = -ri_1$$

将 $u = 6V$, $i_1 = 1A$ 代入, 解得 $r = 2\Omega$

答案 1.14

解: 设各元件电流参考方向如图所示。



对回路列 KVL 方程:

回路 l_1 :

$$1\Omega \times i_2 = 2V - 2V + 1V \quad \text{得 } i_2 = 1A$$

回路 l_2 :

$$2\Omega \times i = -2V + 1V$$

得

$$i = -0.5A$$

对节点列 KCL 方程:

节点①:

$$i_1 = i + i_2 = 0.5A$$

节点②:

$$i_3 = i + i_2 + 2i = -0.5\text{A}$$

1V 电压源发出的功率：

$$P_{1V} = 1V \times i_1 = 1V \times 0.5A = 0.5W$$

与 1Ω 串联的 2V 电压源发出的功率：

$$P_{2V,1\Omega} = 2V \times i_2 = 2V \times 1A = 2W$$

2V 纯电压源发出的功率：

$$P_{2V} = -2V \times i_3 = -2V \times (-0.5A) = 1W$$

受控电流源发出的功率：

$$P_{CCCS} = 2V \times 2i = 2V \times 2 \times (-0.5A) = -2W ,$$

实际吸收 2W 功率。

答案 1.15

解：

(a)对节点①列 KCL 方程得

$$i_1 = i - \beta i$$

由 KVL 得

$$u = u_R + u_s = i_1 R + u_s = (1 - \beta)iR + u_s$$

(b)由 KCL 得

$$i_0 = i_s + i$$

由 KVL 得

$$u = ri_0 + Ri_0 = (r + R)i_0 = (r + R)(i_s + i)$$

(c)由 KCL ,

$$i_2 = gu_2 + i = gR_2 i_2 + i \text{ 得 } i_2 = \frac{i}{1 - gR_2}$$

由 KVL 得

$$u = R_1 i + ri + R_2 i_2 = (r + R_1 + \frac{R_2}{1 - gR_2})i$$

注释：图(c)电路中不含独立电源，其 $u-i$ 关系为比例关系。

答案 1.16

解：

(a) S 断开时，电压源的电压、电流及功率与右侧电阻的电压、电流及功率对应相同；S 闭合时，由于中间电阻 R 是并联接入电路，故右侧电阻 R 的电压、电流及功率不受影响。但由于所接入的电阻电流和功率与右侧电阻相同，故电压源的电流及提供功率要增大一倍。

(b) S 断开时，两个电阻的电流、电压和功率相同，电流源的电流与两个电阻的电流相同，电压和功率是每个电阻的二倍。当 S 闭合时，上侧电阻被短路，由于右侧电阻始终与电流源相串联，故右侧电阻 R 的电压、电流及功率不受影响。电流源的电压、电流和功率与右侧电阻的电压、电流和功率相同，电压和功率均降低了一半。

答案 2.1

解：本题练习分流、分压公式。设电压、电流参考方向如图所示。

(a) 由分流公式得：

$$I = \frac{2\Omega \times 3A}{2\Omega + R} = \frac{2}{3}A$$

解得

$$R = 75\Omega$$

(b) 由分压公式得：

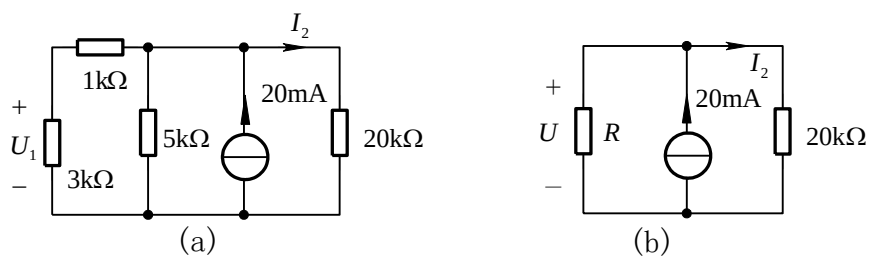
$$U = \frac{R \times 3V}{2\Omega + R} = \frac{2}{3}V$$

解得

$$R = \frac{4}{7}\Omega$$

答案 2.2

解：电路等效如图(b)所示。



图中等效电阻

$$R = (1+3)\text{k}\Omega // 5\text{k}\Omega = \frac{(1+3) \times 5}{1+3+5} \text{k}\Omega = \frac{20}{9} \text{k}\Omega$$

由分流公式得：

$$I_2 = 20\text{mA} \times \frac{R}{R + 20\text{k}\Omega} = 2\text{mA}$$

电压

$$U = 20\text{k}\Omega \times I_2 = 40V$$

再对图(a)使用分压公式得：

$$U_1 = \frac{3}{1+3} \times U = 30\text{V}$$

答案 2.3

解：设 R_2 与 $5\text{k}\Omega$ 的并联等效电阻为

$$R_3 = \frac{R_2 \times 5\text{k}\Omega}{R_2 + 5\text{k}\Omega} \quad (1)$$

由已知条件得如下联立方程：

$$\begin{cases} \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 0.05 & (2) \\ R_{eq} = R_1 + R_3 = 40\text{k}\Omega & (3) \end{cases}$$

由方程(2)、(3)解得

$$R_1 = 38\text{k}\Omega \quad R_3 = 2\text{k}\Omega$$

再将 R_3 代入(1)式得

$$R_2 = \frac{10}{3} \text{k}\Omega$$

答案 2.4

解：由并联电路分流公式，得

$$I_1 = 20\text{mA} \times \frac{8\Omega}{(12+8)\Omega} = 8\text{mA}$$

$$I_2 = 20\text{mA} \times \frac{6\Omega}{(4+6)\Omega} = 12\text{mA}$$

由节点①的 KCL 得

$$I = I_1 - I_2 = 8\text{mA} - 12\text{mA} = -4\text{mA}$$

答案 2.5

解：首先将电路化简成图(b)。

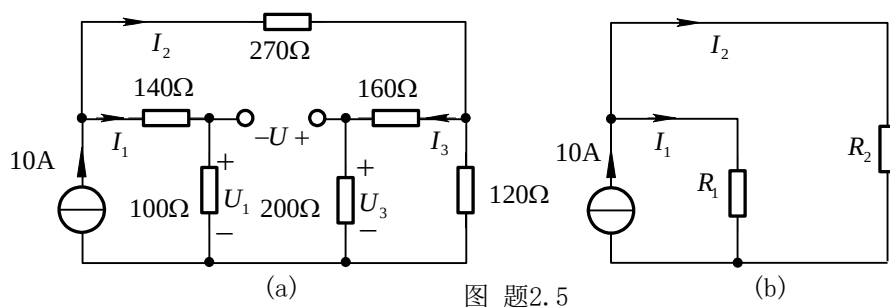


图 题2.5

图中

$$R_1 = (140 + 100)\Omega = 240\Omega$$

$$R_2 = \left[270 + \frac{(200 + 160) \times 120}{(200 + 160) + 120} \right] \Omega = 360\Omega$$

由并联电路分流公式得

$$I_1 = 10\text{A} \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 6\text{A}$$

及

$$I_2 = 10 - I_1 = 4\text{A}$$

再由图(a)得

$$I_3 = I_2 \times \frac{120}{360 + 120} = 1\text{A}$$

由 KVL 得,

$$U = U_3 - U_1 = 200I_3 - 100I_1 = -400\text{V}$$

答案 2.6

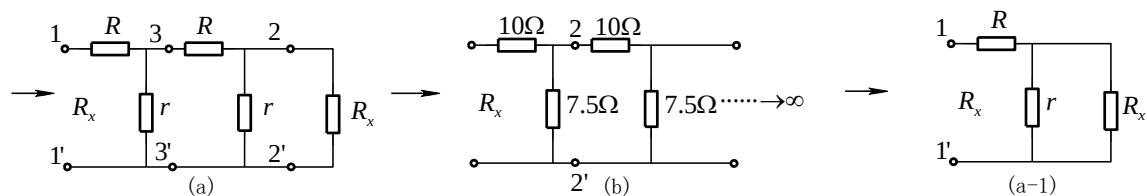


图 2.6

解: (a) 设 R 和 r 为 1 级, 则图题 2.6(a) 为 2 级再加 R_x 。将 2-2' 端 R_x 用始

端1-1' R_x 替代, 则变为4级再加 R_x , 如此替代下去, 则变为无穷级。从始端1-1' 看等效电阻为 R_x , 从3-3'端看为 $\infty-1$ 级, 也为 R_x , 则图(a)等效为图(a-1)。

$$R_x = R + \frac{rR_x}{r + R_x}$$

解得

$$R_x = (R \pm \sqrt{R^2 + 4Rr}) / 2$$

因为电阻为正值, 所以应保留正的等效电阻,

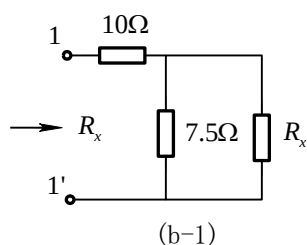
即

$$R_x = (R + \sqrt{R^2 + 4Rr}) / 2 \quad (1)$$

(b) 图(b)为无限长链形电路, 所以从11'和22'向右看进去的等效电阻均为

R_x ,

故计算 R_x 的等效电路如图(b-1)所示。参照图(a-1)及式(1)得:



$$R_x = (R + \sqrt{R^2 + 4Rr}) / 2$$

代入数据得:

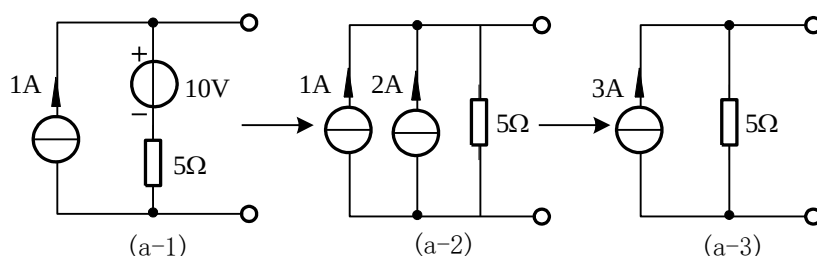
$$R_x = \frac{10 + \sqrt{10^2 + 4 \times 10 \times 7.5}}{2} \Omega = 15\Omega$$

所以

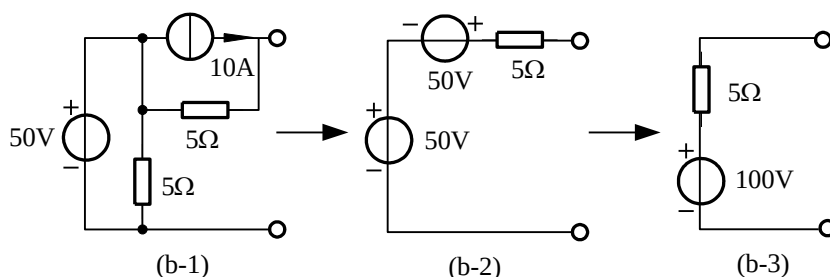
$$R_x = 15\Omega$$

答案 2.7

解 (a) 电流源 I_s 与电阻 R 串联的一端口，其对外作用，可用电流源 I_s 等效代替，如图(a-1)；再将电压源与电阻的串联等效成电流源与电阻的串联，如图(a-2)；将两个并联的电流源电流相加得图最简等效电路(a-3)。



(b) 图(b)中与电压源并联的 5Ω 电阻不影响端口电压、电流。电路的化简过程如图(b-1)至图(b-3)所示。

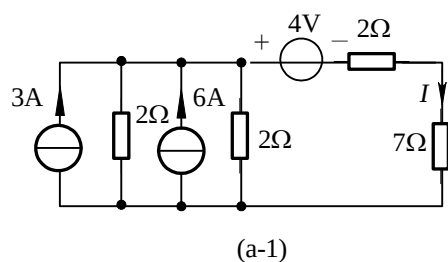


注释：在最简等效电源中最多含两个元件：电压源与串联电阻或电流源与并联电阻。

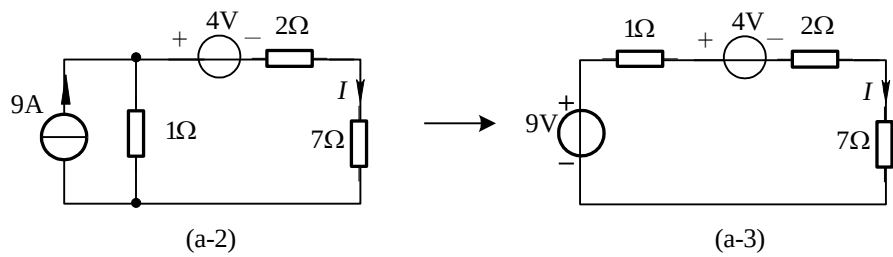
答案 2.8

解：(a)

(1)将电压源串电阻等效为电流源并电阻，如图(a-1)



(2)将两并联电流源电流相加，两 2Ω 电阻并联等效为 1Ω 电阻， 2A 电流源与 2Ω 电阻并联等效为 4V 电压源与 2Ω 电阻串联，如图(a-2)



(3)再等效成图(a-3), 由(a-3)求得

$$I = \frac{(9-4)V}{(1+2+3)\Omega} = 0.5A$$

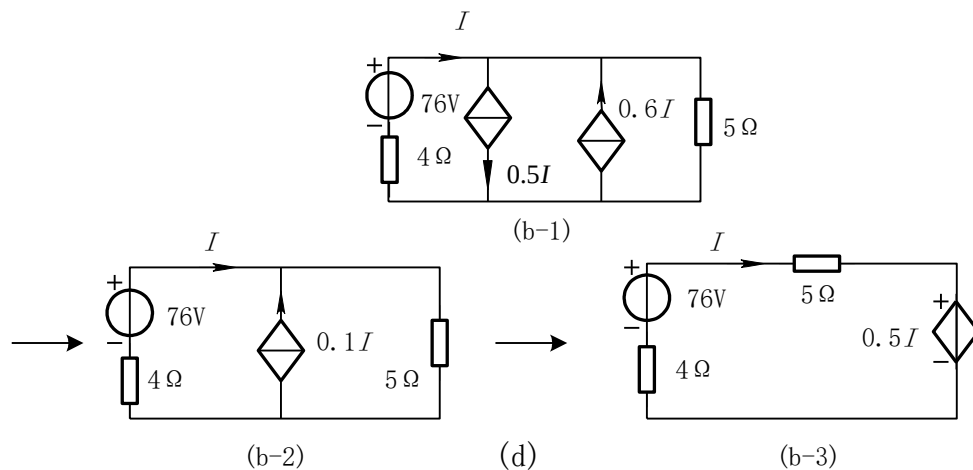
(b)

(1) 将电压源串电阻等效为电流源并电阻, 电流源并电阻等效成电压源串电阻,

如图(b-1);

(2)将两并联受控电流源电流相加, 如图(b-2);

(3)再将电流源并电阻等效成电压源串电阻, 如图(b-3);



对等效化简后的电路, 由 KVL 得

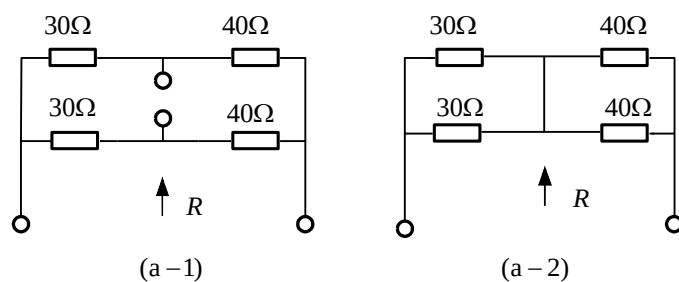
$$76V - 0.5I = (4+5)I$$

$$I = 76V / 9.5\Omega = 8A$$

答案 2.9

解：

(a) 此电路为平衡电桥，桥 30Ω 电阻上的电流均为零，将其断开或短接不影响等效电阻，分别如图 (a-1) 和 (a-2) 所示。



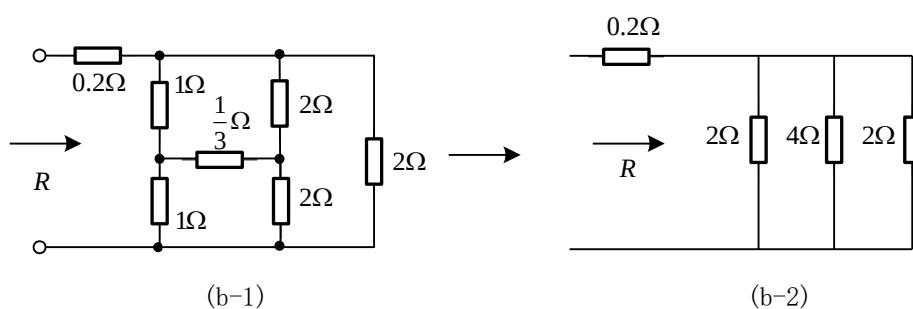
由图(a-1)得：

$$R = \frac{(30 + 40)\Omega}{2} = 35\Omega$$

或由图(a-2)得

$$R = \frac{30\Omega}{2} + \frac{40\Omega}{2} = 35\Omega$$

(b) 对图(b)电路，将 6Ω 和 3Ω 并联等效为 2Ω ， 2Ω 和 2Ω 并联等效为 1Ω ， 4Ω 和 4Ω 并联等效为 2Ω ，得图 (b-1) 所示等效电路：



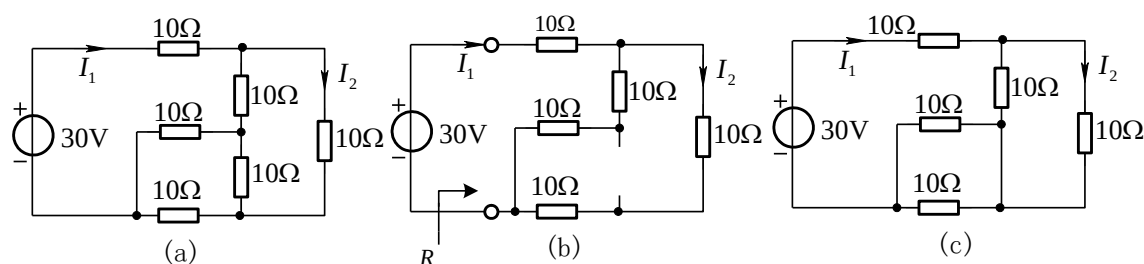
在图 (b-1) 中有一平衡电桥，去掉桥 $(1/3)\Omega$ 的电阻，再等效成图 (b-2)，易求得

$$R = \left(0.2 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}} \right) \Omega = 1\Omega$$

答案 2.10

解：此题有两种解法。

解法一：由图(a)可以看出，此图存在平衡电桥。可将图(a)化为图(b)或(c)的形式。



以图(b)为例计算

图中

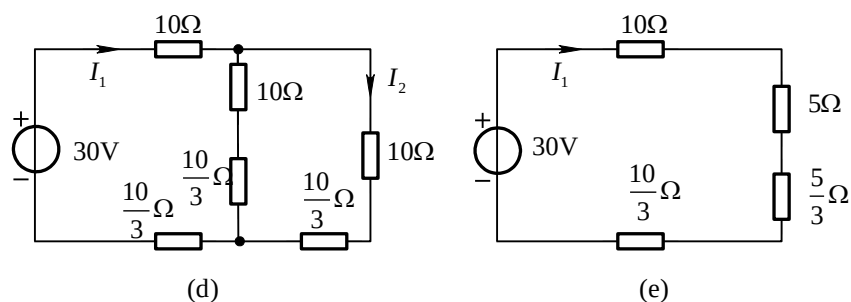
$$R = 10\Omega + \frac{1}{2}(10 + 10)\Omega = 20\Omega$$

$$I_1 = \frac{30V}{R} = 1.5A$$

由分流公式得

$$I_2 = \frac{1}{2}I_1 = 0.75A$$

解法二：将图中下方的三角形联接等效成星形联接，如图(d)。进一步化简成图(e)



由图(e)求得：

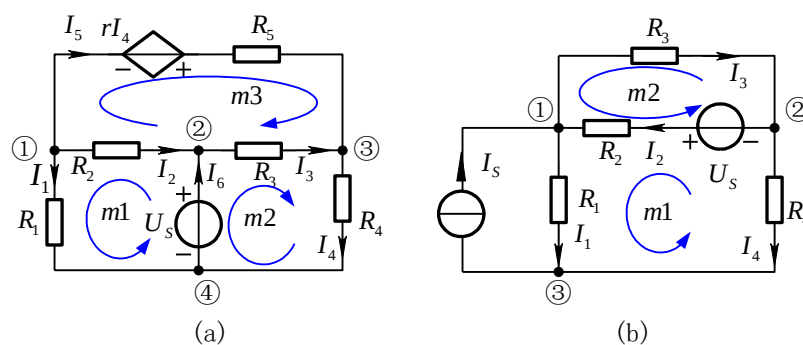
$$I_1 = \frac{30\text{V}}{(10+10/3+5+5/3)\Omega} = 1.5\text{A}$$

再由图(d)求得：

$$I_2 = 0.75\text{A} - \frac{1}{2}\text{A} = 0.75\text{A}$$

答案 2.11

解：如图所示



(a) 对独立节点列 KCL 方程

$$\text{节点①: } I_1 + I_2 + I_5 = 0$$

$$\text{节点②: } -I_2 + I_3 - I_6 = 0$$

$$\text{节点③: } -I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

对网孔列 KVL 方程

$$\text{网孔 } m1: R_1 I_1 - R_2 I_2 = U_s$$

$$\text{网孔 } m2: R_3 I_3 + R_4 I_4 = U_s$$

$$\text{网孔 } m3: R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_5 I_5 = -rI_4$$

(b) 对独立节点列 KCL 方程

$$\text{节点①: } I_1 - I_2 + I_3 = I_s$$

$$\text{节点②: } I_2 - I_3 + I_4 = 0$$

对网孔列 KVL 方程，电流源所在支路的电流是已知的，可少列一个网孔的 KVL 方程。

$$\text{网孔 } m1: R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_4 I_4 = U_s$$

$$\text{网孔 } m2: R_2 I_2 + R_3 I_3 = U_s$$

答案 2.12

解：图(a)、(b)为同一电路模型，选取了不同的回路列支路电流方程。图(a)选取网孔作为回路，网孔 2 和网孔 3 包含电流源，电流源的电压 U 是未知的，对包含电流源的回路列 KVL 方程时必须将此未知电压列入方程。图(b)所取回路只

让回路 3 包含电流源，如果不特别求取电流源电压，可以减少一个方程。

(a) 对节点①列 KCL 方程：

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0.1\text{A}$$

对图示网孔列 KVL 方程

$$\text{网孔 } m1: \quad 10\Omega I_1 + 20\Omega I_2 = 4\text{V}$$

$$\text{网孔 } m2: \quad -20\Omega I_2 - 5\Omega \times 0.1 = -U$$

$$\text{网孔 } m3: \quad 5\Omega \times 0.1\text{A} + 10\Omega I_3 = U - 2\text{V}$$

(b) 对节点①列 KCL 方程：

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0.1\text{A}$$

对图示回路列 KVL 方程

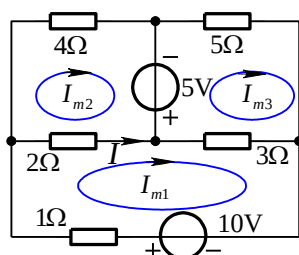
$$\text{回路 } l1: \quad 10\Omega I_1 + 20\Omega I_2 = 4\text{V}$$

$$\text{回路 } l2: \quad -20\Omega I_2 + 10\Omega I_3 = -2\text{V}$$

$$\text{回路 } l3: \quad 5\Omega \times 0.1\text{A} + 10\Omega I_3 = U - 2\text{V}$$

答案 2.13

解：选网孔为独立回路，如图所示



所列方程如下：

$$\begin{cases} (1+2+3)\Omega \times I_{m1} - 2\Omega \times I_{m2} - 3\Omega \times I_{m3} = 10\text{V} \\ -2\Omega \times I_{m1} + (2+4)\Omega \times I_{m2} = 5\text{V} \\ -3\Omega I_{m1} + (3+5)\Omega \times I_{m3} = -5\text{V} \end{cases}$$

联立解得

$$I_{m1} = 2.326\text{A} \quad , \quad I_{m2} = 1.61\text{A} \quad , \quad I_{m3} = 1.71\text{A} \quad .$$

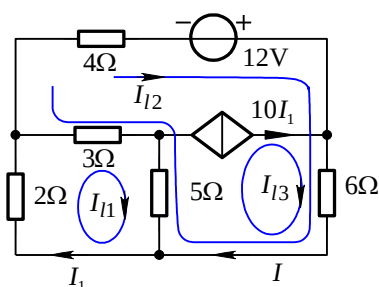
利用回路电流求得支路电流

$$I = I_{m1} - I_{m2} = 0.717\text{A}$$

答案 2.14

解：选如图所示独立回路，其中受控电流源只包含在 $l3$ 回路中，其回路电流

$I_{l1} = 10I_1$ ，并且可以不用列写该回路的 KVL 方程。回路电流方程如下：



$$\begin{cases} (2+3+5)\Omega \times I_{l1} - (3+5)\Omega \times I_{l2} - 5\Omega \times I_{l3} = 0 \\ -(3+5)\Omega \times I_{l1} + (3+4+6+5)\Omega \times I_{l2} + (5+6)\Omega \times I_{l3} = 12V \\ I_{l3} = 10I_{l1} \end{cases}$$

联立解得

$$I_{l1} = 1A$$

$$I_{l2} = -5A$$

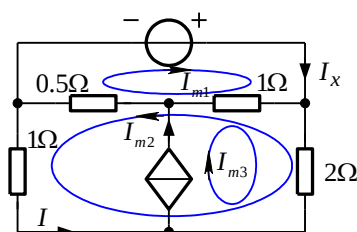
$$I_{l3} = 10A$$

所求支路电流

$$I = I_{l2} + I_{l3} = 5A$$

答案 2.15

解：适当选取独立回路使受控电流源只流过一个回路电流，如图所示。



对图示三个回路所列的 KVL 方程分别为

$$\begin{cases} (0.5+1)\Omega \times I_{m1} + (0.5+1)\Omega \times I_{m2} - 1\Omega \times I_{m3} = 5V \\ (1+0.5)\Omega \times I_{m1} + (0.5\Omega + 1\Omega + 2\Omega + 1\Omega) \times I_{m2} - 3\Omega \times I_{m3} = 0 \\ I_{m3} = 2I \end{cases}$$

由图可见，控制量和待求电流支路所在回路均只有一个回路电流经过，即

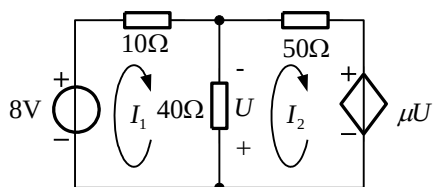
$I_{m2} = I$ ， $I_{m1} = I_x$ 。这样上式可整理成

$$\begin{cases} (0.5\Omega + 1\Omega) \times I_x + (0.5\Omega + 1\Omega) \times I - 1\Omega \times 2I = 5V \\ (1\Omega + 0.5\Omega) \times I_x + (0.5\Omega + 1\Omega + 2\Omega + 1\Omega) \times I - 3\Omega \times 2I = 0 \end{cases}$$

解得

$$I_x = 5A$$

答案 2.16



解：选图示回路列回路电流方程：

$$\begin{cases} (10 + 40)\Omega \times I_1 - 40\Omega \times I_2 = 8V \\ -40\Omega \times I_1 + (40 + 50)\Omega \times I_2 = -\mu \times 40\Omega \times (I_2 - I_1) \end{cases}$$

整理得：

$$\begin{cases} 50\Omega \times I_1 - 40\Omega \times I_2 = 8V \\ -4(1 + \mu)\Omega \times I_1 + (9 + 4\mu)\Omega \times I_2 = 0 \end{cases}$$

当上述方程系数矩阵行列式为零时，方程无解，

令

$$\begin{vmatrix} 50 & -40 \\ -4(1 + \mu) & (9 + 4\mu) \end{vmatrix} = 0$$

得：

$$\mu = -7.25$$

答案 2.17

解：图(a)、(b)为同一电路模型，选取了不同的回路列回路电流方程。

(a) 在图(a)中以网孔作为独立回路。电流源的两端电压 U 是未知的，应将其直接列入回路电流方程：

$$\begin{cases} (10+20)\Omega \times I_{m1} - 20\Omega \times I_{m2} = 4V - 10V \\ -20\Omega \times I_{m1} + (20+15)\Omega \times I_{m2} + U = 10V \\ 8\Omega \times I_{m3} + 2\Omega \times I - U = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{补充方程 } -I_{m2} + I_{m3} = 0.1A \quad (2)$$

将控制量用回路电流来表示：

$$I = I_{m1} - I_{m2} \quad (3)$$

将(1)、(2)式代入(3)式，整理得：

$$\begin{cases} 30\Omega \times I_{m1} - 20\Omega \times I_{m2} = -6V \\ -20\Omega \times I_{m1} + 35\Omega \times I_{m2} + U = 10V \\ 2\Omega \times I_{m1} - 2\Omega \times I_{m2} + 8\Omega \times I_{m3} - U = 0 \\ -I_{m2} + I_{m3} = 0.1A \end{cases}$$

(b) 适当选取独立回路使电流源只流过一个回路电流，如图(b)所示。这样该回路电流 I_{m3} 便等于电流源 $0.1A$ 。因此减少一个待求的回路电流。对图(b)所示三个回路所列的 KVL 方程分别为

$$\begin{cases} (10+20)\Omega \times I_{m1} + 20\Omega \times I_{m2} = 4V - 10V \\ 20\Omega \times I_{m1} + (8+15+20)\Omega \times I_{m2} - 8\Omega \times I_{m3} - 2\Omega \times I = -10V \end{cases} \quad (1)$$

$$(2)$$

消去控制量：

$$I = I_{m1} + I_{m2} \quad (3)$$

补充方程：

$$I_{m3} = 0.1A \quad (4)$$

将式(3)、(4)式代入(1)、(2)式整理得

$$\begin{cases} 30\Omega \times I_{m1} + 20\Omega \times I_{m2} = -6V \\ 18\Omega \times I_{m1} + 41\Omega \times I_{m2} = -9.2V \end{cases}$$

答案 2.18

解：以节点①为参考点的各节点电压相对以节点④为参考点的节点电压降

低了 $\Delta U = U_{n1} - U_{n4} = 7V$ 。

则

$$U'_{n1} = 0$$

$$U'_{n2} = U_{n2} - \Delta U = 5V - 7V = -2V$$

$$U'_{n3} = U_{n3} - \Delta U = 4V - 7V = -3V$$

$$U_{n4} = U_{n4} - \Delta U = 0 - 7V = -7V$$

答案 2.19

解：已知

$$U_{n4} = 1V, \quad U_{14} = -3V, \quad U_{31} = -5V, \quad U_{23} = -7V$$

根据 KVL, 得

$$U_{n1} = U_{14} + U_{n4} = -3V + 1V = -2V$$

$$U_{34} = U_{31} + U_{14} = -5V - 3V = -8V$$

$$U_{n3} = U_{34} + U_{n4} = -8V + 1V = -7V$$

$$U_{n2} = U_{23} + U_{n3} = -7V - 7V = -14V$$

答案 2.20

解：取节点③为参考节点，对节点①和②列节点电压方程。

$$\begin{cases} (1+2)S \times U_{n1} = (10-5)A \\ (3+4)S \times U_{n2} = (5+4)A \end{cases}$$

解得：

$$U_{n1} = 5/3V, U_{n2} = 9/7V$$

$$U = -U_{n1} + U_{n2} = 0.38V$$

$$P = U \times 5 = 1.9W$$

答案 2.21

解：1A 电流源与 20Ω电阻相串联的支路对外作用相当于 1A 电流源的作用。

对节点①、②列出节点电压方程如下：

节点①：

$$\left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{40\Omega}\right)U_{n1} - \frac{1}{40\Omega}U_{n2} = 1A + \frac{20V}{40\Omega}$$

节点②：

$$-\frac{1}{40\Omega}U_{n1} + \left(\frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{50\Omega}\right)U_{n2} = -\frac{20V}{40\Omega} + \frac{50V}{50\Omega}$$

解得

$$U_{n1} = 14V, \quad U_{n2} = 10V$$

电流源电压

$$U = 20\Omega \times 1A + U_{n1} = 34V$$

电流源发出功率

$$P = U \times 1A = 34W$$

答案 2.22

解：对节点①、②列出节点电压方程如下：

节点①：

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_{n1} - \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_{n2} = I_s + \frac{U_s}{R_2}$$

节点②：

$$-\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)U_{n2} = -\frac{U_s}{R_2}$$

答案 2.23

解：对节点①、②、③列出节点电压方程如下：

$$\text{节点①: } \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right)U_{n1} - \frac{1}{R_2}U_{n2} - \frac{1}{R_4}U_{n3} = -\frac{U_s}{R_4} \quad (1)$$

$$\text{节点②: } -\frac{1}{R_2}U_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_{n2} = -\beta I \quad (2)$$

$$\text{节点③: } -\frac{1}{R_4}U_{n1} + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)U_{n3} = \frac{U_s}{R_4} + \beta I \quad (3)$$

用节点电压表示控制量电流

$$I = -\frac{U_{n1}}{R_1} \quad (4)$$

将式(4)代入式(2)、(3)消去电流 I ，整理得：

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right)U_{n1} - \frac{1}{R_2}U_{n2} - \frac{1}{R_4}U_{n3} = -\frac{U_s}{R_4} \\ -\left(\frac{1}{R_2} + \frac{\beta}{R_1}\right)U_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_{n2} = 0 \\ \left(-\frac{1}{R_4} + \frac{\beta}{R_1}\right)U_{n1} + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)U_{n3} = \frac{U_s}{R_4} \end{cases}$$

答案 2.24

解：(a) 对图(a)电路，选①、②、③节点电压及电流 I 为待求量列 KCL 方程。

$$\text{节点①: } (\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{0.5\Omega})U_{n1} - \frac{1}{0.5\Omega}U_{n2} - \frac{1}{2\Omega}U_{n3} = -\frac{5V}{2\Omega}$$

$$\text{节点②: } -\frac{1}{0.5\Omega}U_{n1} + (\frac{1}{0.5\Omega} + \frac{1}{1\Omega})U_{n2} - \frac{1}{1\Omega}U_{n3} = I$$

$$\text{节点③: } -\frac{1}{2\Omega}U_{n1} - \frac{1}{1\Omega}U_{n2} + (\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{1\Omega})U_{n3} = \frac{5V}{2\Omega} - 5A$$

根据电压源特性列补充方程 $U_{n2} = 10V$

解得 $I = 11A$

(b) 对图(b)电路，选①、②、③节点电压及电流 I 为待求量列 KCL 方程。

$$\text{节点①: } (\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{0.5\Omega}) \times U_{n1} - \frac{1}{0.5\Omega} \times U_{n2} = -I$$

$$\text{节点②: } -\frac{1}{0.5\Omega} \times U_{n1} + (\frac{1}{0.5\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{1\Omega}) \times U_{n2} - \frac{1}{1\Omega} \times U_{n3} = 0$$

$$\text{节点③: } -\frac{1}{1\Omega} \times U_{n2} + \frac{1}{1\Omega} \times U_{n3} = I - 5A$$

根据电压源特性列补充方程

$$U_{n3} - U_{n1} = 5V$$

解得

$$I = 8A$$

答案 2.25

解：

$$\text{节点①: } (G_2 + G_3)U_{n1} - G_2U_{n2} - G_3U_{n3} - I_1 = -I_{S3}$$

$$\text{节点②: } -G_2U_{n1} + (G_2 + G_5)U_{n2} + I_1 - I_4 = 0$$

$$\text{节点③: } -G_3U_{n1} + (G_3 + G_6)U_{n3} + I_4 + I_7 = I_{S3} + G_6U_{S6}$$

根据电压源特性列补充方程

$$U_{n1} - U_{n2} = U_{S1}$$

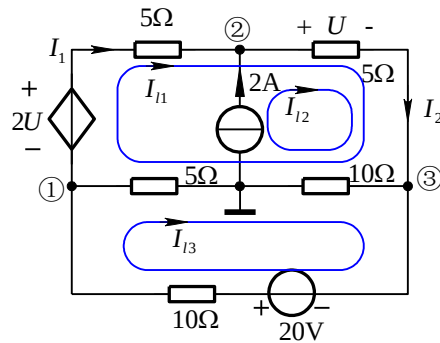
$$U_{n3} = -U_{S7}$$

根据电阻元件特性方程

$$I_4 = G_4(U_{n3} - U_{n2})$$

答案 2.26

解：如图所示



解法一：用节点电压法

$$\text{节点①: } \left(\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{10\Omega}\right)U_{n1} - \frac{1}{5\Omega}U_{n2} - \frac{1}{10\Omega}U_{n3} = -\frac{2U}{5\Omega} + \frac{20V}{10\Omega} \quad (1)$$

$$\text{节点②: } -\frac{1}{5\Omega}U_{n1} + \left(\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{5\Omega}\right)U_{n2} - \frac{1}{5\Omega}U_{n3} = \frac{2U}{5\Omega} + 2A \quad (2)$$

$$\text{节点③: } -\frac{1}{10\Omega}U_{n1} - \frac{1}{5\Omega}U_{n2} + \left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{5\Omega}\right)U_{n3} = -\frac{20V}{10\Omega} \quad (3)$$

用节点电压表示控制量电压

$$U_{n2} - U_{n3} = U \quad (4)$$

解得

$$U_{n1} = \frac{10}{3}V, U_{n2} = 35V, U_{n3} = \frac{40}{3}V$$

$$I_2 = \frac{U_{n2} - U_{n3}}{5\Omega} = \frac{13}{3}A, I_1 = I_2 - 2A = \frac{7}{3}A,$$

解法二：用回路电流法，取回路如图所示。

回路 I1:

$$(5 + 5 + 10 + 5)\Omega I_{l1} + (5 + 10)\Omega I_{l2} - (5 + 10)\Omega I_{l3} = 2U \quad (1)$$

回路 I2:

$$I_{l2} = 2A \quad (2)$$

回路 I3:

$$-(5+10)\Omega I_{l1} - 10\Omega I_{l2} + (5+10+10)\Omega I_{l3} = 20V \quad (3)$$

用回路电流表示控制量

$$U = (I_{l1} + I_{l2}) \times 5\Omega \quad (4)$$

将(4)式代入(1)式, 解得

$$I_{l1} = \frac{7}{3}A, \quad I_{l3} = 3A$$

$$I_1 = I_{l1} = \frac{7}{3}A, \quad I_2 = I_{l1} + I_{l2} = \frac{13}{3}A$$

答案 2.27

解: 列节点电压方程:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{1k\Omega} + \frac{1}{4k\Omega}\right)U_{n1} - \frac{1}{4k\Omega}U_{n3} &= \frac{1.2V}{1k\Omega} \\ \left(\frac{1}{4k\Omega} + \frac{1}{2k\Omega}\right)U_{n2} - \frac{1}{2k\Omega}U_{n3} &= 0 \end{aligned}$$

由运算放大器的端口特性, 得

$$U_{n1} = U_{n2}$$

解得

$$U_{n1} = \frac{48}{35}V = 1.371V, U_{n3} = \frac{72}{35}V = 2.057V$$

答案 2.28

解: 列节点电压方程:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2k\Omega} + \frac{1}{4k\Omega} + \frac{1}{4k\Omega}\right)U_{n1} - \frac{1}{4k\Omega}U_{n2} = \frac{1V}{2k\Omega} \\ -\frac{1}{4k\Omega}U_{n1} + \left(\frac{1}{4k\Omega} + \frac{1}{10k\Omega}\right)U_{n2} - \frac{1}{10k\Omega}U_{n3} = 0 \\ -\frac{1}{10k\Omega}U_{n2} + \left(\frac{1}{10k\Omega} + \frac{1}{5k\Omega}\right)U_{n3} = I_o \end{cases}$$

由运算放大器端口特性得,

$$U_{n2} = 0$$

解得:

$$I_o = -0.375A$$

答案 2.29

解：设运放输出端电流为 I_o 。如图所示，列节点电压方程：

$$\begin{cases} (\frac{1}{20\text{k}\Omega} + \frac{1}{40\text{k}\Omega} + \frac{1}{25\text{k}\Omega})U_{n1} - \frac{1}{25\text{k}\Omega}U_{n2} - \frac{1}{20\text{k}\Omega}U_{n3} = 0 \\ -\frac{1}{20\text{k}\Omega}U_{n1} + (\frac{1}{10\text{k}\Omega} + \frac{1}{20\text{k}\Omega})U_{n3} = \frac{U_i}{10\text{k}\Omega} \end{cases}$$

由运算放大器端口特性得

$$U_{n3} = 0$$

解得

$$U_o = U_{n2} = -5.75U_i, \text{ 即 } U_o/U_i = -5.75$$

答案 2.30

解：列节点电压方程：

$$\begin{cases} (\frac{1}{5\text{k}\Omega} + \frac{1}{20\text{k}\Omega} + \frac{1}{10\text{k}\Omega})U_{n1} - \frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n2} - \frac{1}{20\text{k}\Omega}U_{n4} = 2\text{mA} \\ -\frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n1} + (\frac{1}{10\text{k}\Omega} + \frac{1}{10\text{k}\Omega} + \frac{1}{25\text{k}\Omega})U_{n2} - \frac{1}{25\text{k}\Omega}U_{n3} - \frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n4} = 0 \\ -\frac{1}{20\text{k}\Omega}U_{n1} - \frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n2} + (\frac{1}{20\text{k}\Omega} + \frac{1}{10\text{k}\Omega})U_{n4} = 0 \end{cases}$$

由运算放大器端口特性，得

$$U_{n4} = 0$$

解得

$$U_{n1} = 5\text{V}, U_{n2} = -2.5\text{V}$$

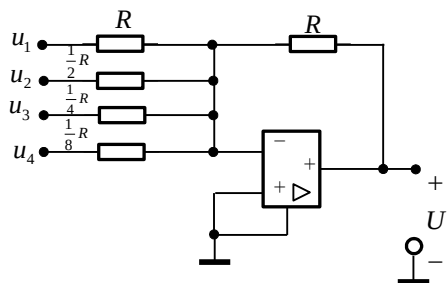
$$U_o = U_{n3} = -27.5\text{V}$$

答案 2.31

解：由题意可知，此 4 输入单输出的数模转换器输出电压与输入电压的关系

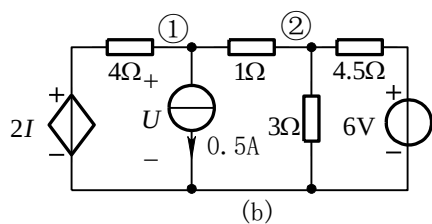
即为一个加法器，输入端所接电阻分别为 $2^0 R$ 、 $2^1 R$ 、 $2^2 R$ 、 $2^3 R$ ，反馈电阻为 R 。

根据加法器电路，此电路可设计如下图所示。



答案 3.1

解：应用置换定理，将电阻 R 支路用 $I = 0.5\text{A}$ 电流源代替，电路如图(b)所示。



对电路列节点电压方程：

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4\Omega} + 1\Omega\right) \times U_{n1} - U_{n2} &= \frac{2I}{4\Omega} - 0.5\text{A} \\ -U_{n1} + \left(1\Omega + \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{4.5\Omega}\right) \times U_{n2} &= \frac{6\text{V}}{4.5\Omega} \\ I &= 0.5\text{A} \end{aligned}$$

解得

$$U_{n1} = 1\text{V}$$

则

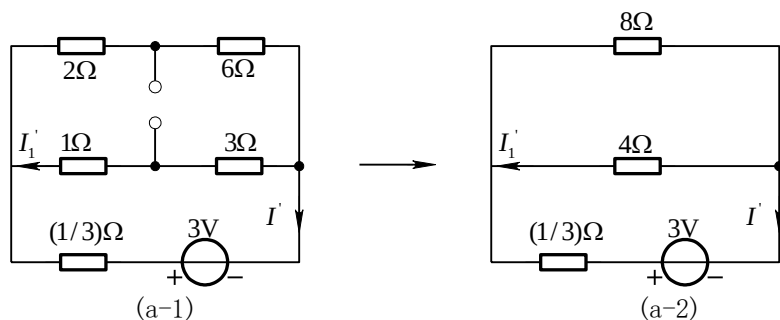
$$R = \frac{U_{n1}}{I} = 2\Omega$$

答案 3.2

解：

(a) 本题考虑到电桥平衡，再利用叠加定理，计算非常简单。

(1) 3V 电压源单独作用，如图(a-1)、(a-2)所示。



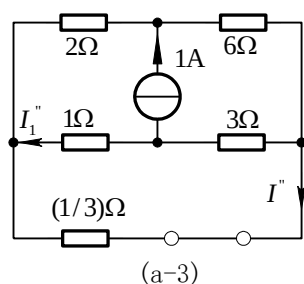
由图(a-2)可得

$$I' = \frac{3V}{\frac{1}{3}\Omega + \frac{4 \times 8}{4+8}\Omega} = 1A$$

由分流公式得：

$$I_1' = -I' \times \frac{8\Omega}{4\Omega + 8\Omega} = -\frac{2}{3}A$$

(2) 1A 电流源单独作用，如图(a-3)所示。



考虑到电桥平衡，

$$I'' = 0,$$

在由分流公式得：

$$I_1'' = -1A \times \frac{1}{1+3} = -\frac{3}{4}A$$

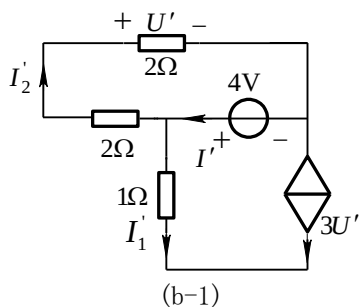
(3) 叠加：

$$I = I' + I'' = 1A \quad I_1 = I_1' + I_1'' = -17/12A$$

$$P_{1\Omega} = 1 \times I_1^2 = 2.007W$$

(b)

(1) 4V 电压源单独作用，如图(b-1)所示。



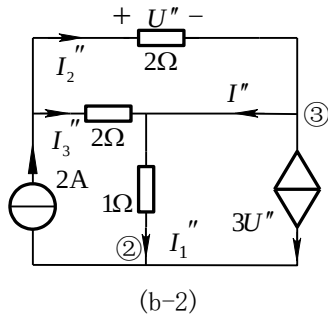
由图(b-1)可得，

$$U' = \frac{2\Omega \times 4V}{(2+2)\Omega} = 2V$$

$$I_1' = -3U = -6A$$

$$I' = I_2' + I_1' = -5A$$

(2) 2A 电流源单独作用，如图(b-2)所示。



$$U'' = \frac{2 \times 2}{2 + 2} \Omega \times 2A = 2V$$

$$I_2'' = \frac{1}{2} \times I_3'' = 1A$$

对节点②列 KCL 方程得，

$$I_1'' + 3U'' = 2A \quad I_1'' = 4A$$

对节点③列 KCL 方程得，

$$I'' + I_2'' + 3U'' = 0$$

解得

$$I'' = 5A$$

(3) 叠加

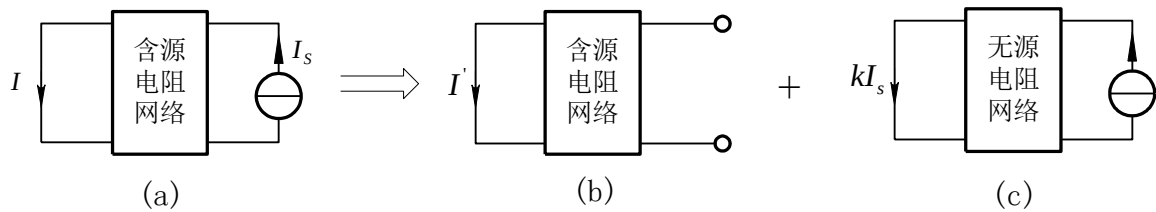
$$I_1 = I_1' + I_1'' = -6A - 4A = -10A$$

$$I = I' + I'' = -5A - 5A = -10A$$

$$P_{1\Omega} = I_1^2 \times 1\Omega = 100W$$

答案 3.3

解：利用叠加定理，含源电阻网络中的电源分为一组，其作用为 I' ，如图(b)所示。 I_s 为一组，其单独作用的结果 I'' 与 I_s 成比例，即： $I'' = kI_s$ ，如图(c)所示。



$$I = I' + I'' = I' + kI_s \quad (1)$$

将已知条件代入(1)式得

$$\begin{cases} 0 = I' + k \times 4A \\ -1A = I' + k \times 2A \end{cases}$$

联立解得：

$$I' = 2A, k = \frac{1}{2}$$

即：

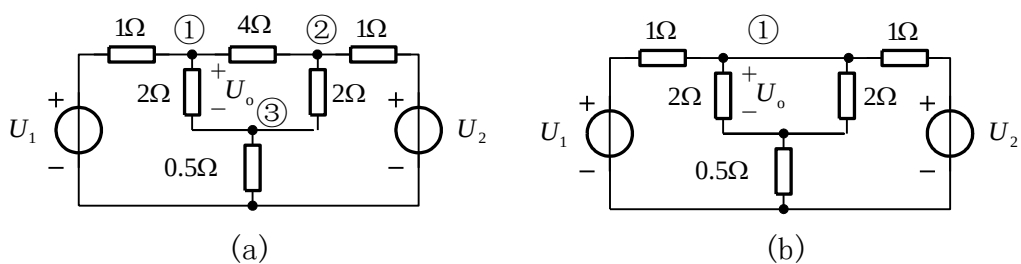
$$I = -2A + \frac{1}{2} \times I_s$$

将 $I = 1A$ 代入，解得

$$I_s = 6A$$

答案 3.4

解：(1) $U_1 = U_2 = 5V$ 时，电路对称， $U_{n1} = U_{n2}$ ，可化简成图 (b) 所示。



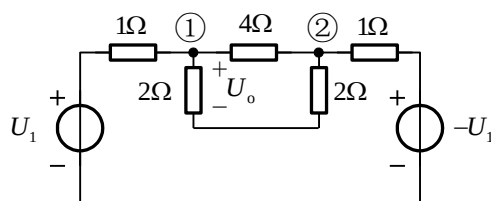
对电路列节点电压方程，得

$$(1 + 1 + \frac{1}{1.5})S \times U_{n1} = \frac{U_1}{1\Omega} + \frac{U_2}{1\Omega}$$

$$U_{n1} = 3.75V$$

$$U_o = U_{n1} \times \frac{1\Omega}{(1 + 0.5)\Omega} = 2.5V$$

(2) 当 $U_1 = -U_2 = 3\text{V}$ 时, 0.5Ω 上电流为零, 图(a)电路可化简成图(c)所示。



(c)

由分压公式得

$$U_{12} = \frac{4\Omega // 4\Omega}{1\Omega + (4\Omega // 4\Omega) + 1\Omega} [U_1 - (-U_1)] = 3\text{V}$$

解得

$$U_o = U_{12} / 2 = 1.5\text{V}$$

(3) 当 $U_1 = 8\text{V}$, $U_2 = 2\text{V}$ 时, 可看作 $U_1 = (5+3)\text{V}$, $U_2 = (5-3)\text{V}$, 即可视(a)、

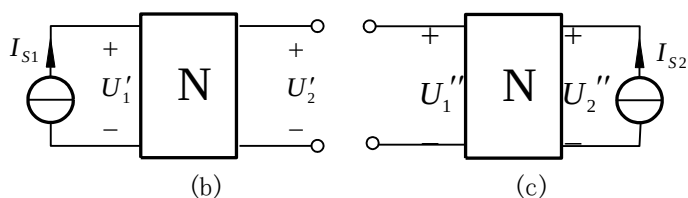
(b)电路所加激励之和。应用叠加定理,

$$U_o = U'_o + U''_o = 2.5\text{V} + 1.5\text{V} = 4\text{V}$$

注释: 差模或共模电压作用于对称电路时, 可以采用简便计算方法; 将一般电压分解成差模分量与共模分量代数和, 再应用叠加定理也可简化计算。

答案 3.5

解: 根据叠加定理, 将图(a)等效成图 (b)与图 (c)的叠加。



由已知条件得

$$U'_1 = \frac{P_{I_{S1}}}{I_{S1}} = \frac{28\text{W}}{2\text{A}} = 14\text{V}$$

$$U'_2 = 8\text{V}$$

$$U''_1 = 12\text{V}$$

$$U''_2 = \frac{P_{I_{S2}}}{I_{S2}} = \frac{54\text{W}}{3\text{A}} = 18\text{V}$$

所以 I_{S1} 、 I_{S2} 共同作用时

$$U_1 = U'_1 + U''_1 = 26\text{V} \quad U_2 = U'_2 + U''_2 = 26\text{V}$$

每个电源的输出功率分别为

$$P_{I_{S1}} = I_{S1}U_1 = 52\text{W} \quad P_{I_{S2}} = I_{S2}U_2 = 78\text{W}$$

答案 3.6

解：应用戴维南定理或诺顿定理

(1) 图(a)电路求开路电压和等效电阻，分别如图(a-1)和图(a-2)所示。

$$U_{OC} = 3\text{A} \times 5\Omega + (-5\text{V}) = 10\text{V}$$

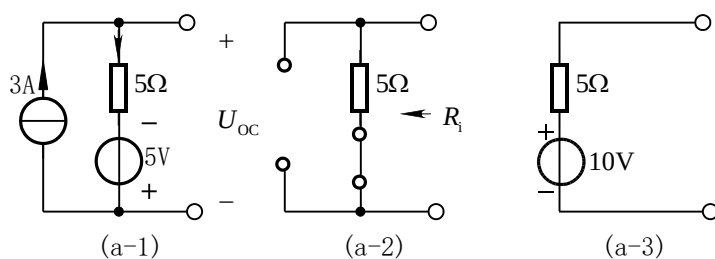
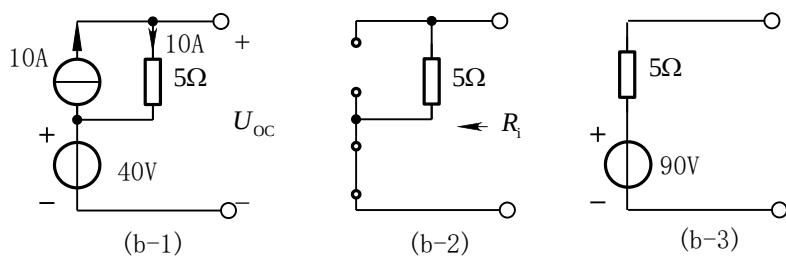


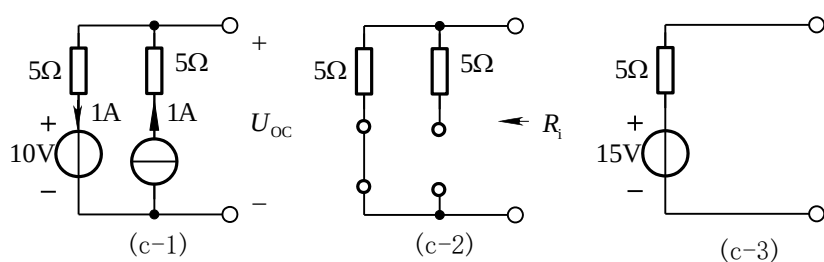
图 (b) 电路等效过程如下：



$$U_{OC} = 10A \times 5\Omega + 40V = 90V$$

$$R_i = 5\Omega$$

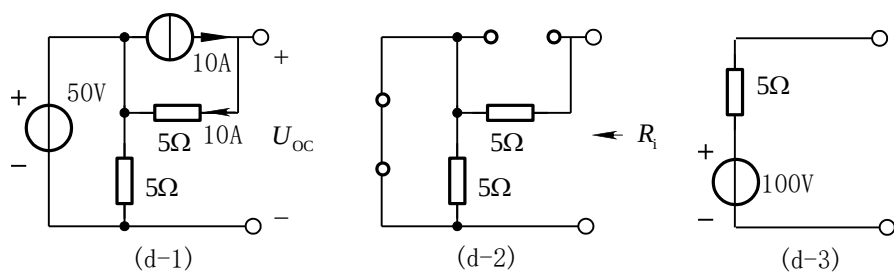
图 (c) 电路等效过程如下:



$$U_{OC} = 1A \times 5\Omega + 10V = 15V$$

$$R_i = 5\Omega$$

图 (d) 电路等效过程如下:



$$U_{OC} = 10A \times 5\Omega + 50V = 100V$$

$$R_i = 5\Omega$$

图 (e) 电路等效过程如下:

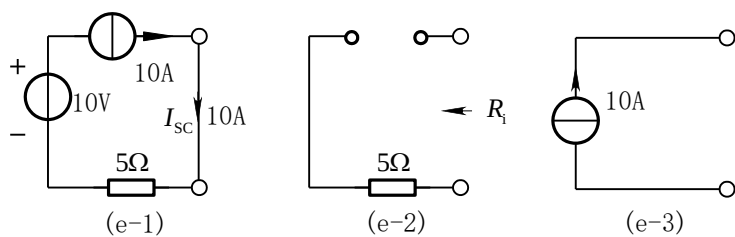


图 (f) 电路等效过程如下:

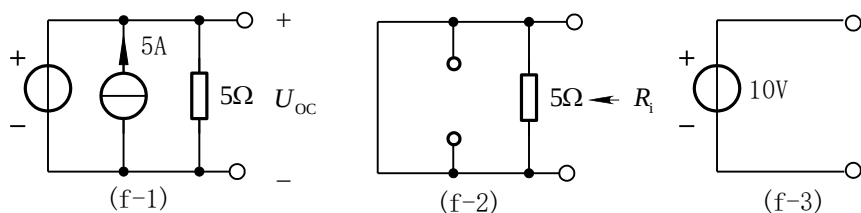


图 (g) 电路等效过程如下:

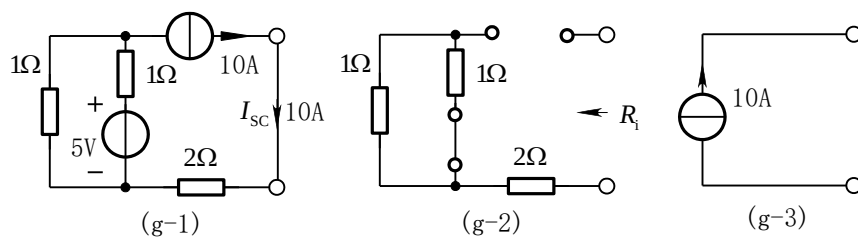
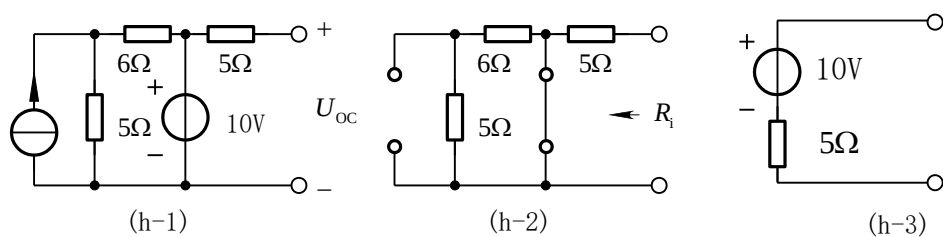
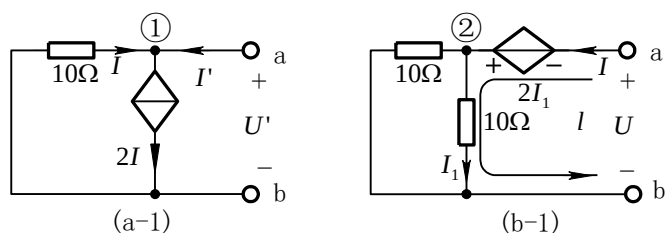


图 (h) 电路等效过程如下:



如果电路的等效内阻为非零的确定值, 则电路既存在戴维南等效电路, 又存在诺顿等效电路; 如果电路的等效内阻为零, 则只能等效成戴维南电路; 如果电路的等效内阻为无穷大, 则只能等效成诺顿电路。

答案 3.7



解：(a)

(1)求开路电压 U_{oc}

开路时，对节点①由 KCL,

$$-I + 2I = 0, I = 0$$

开路电压

$$U_{oc} = 8V - 10\Omega I = 8V$$

(2)求等效电阻

求 R_i 时 8V 独立电压源置零,外加电压 U' ，如图(a-1)所示。

由 KVL 得

$$U' = -10\Omega I$$

对节点①由 KCL 得,

$$I' = 2I - I = I$$

$$R_i = \frac{U'}{I'} = \frac{-10\Omega I}{I} = -10\Omega$$

(b)

(1)求开路电压

对节点①列 KCL 方程

$$I_2 = 1A - I_1 \quad (1)$$

对回路 l_1 列 KVL 方程得

$$U_{oc} = -2\Omega I_1 + 10\Omega I_1 = 8\Omega I_1 \quad (2)$$

对回路 l_2 :

$$10\Omega I_1 - 10\Omega I_2 = 20V \quad (3)$$

将式 (1) 代入式 (3)，与式 (2) 联立，解得

$$I_1 = 1.5A \quad U_{oc} = 12V$$

(2)求等效电阻

求 R_i 时将独立源置零，外加激励电流 I 求 ab 端口响应电压 U_f ，如图(b-1)所示。

由图(b-1)可知,

$$I_1 = \frac{1}{2}I \quad (1)$$

对回路 I_1 列 KVL 方程

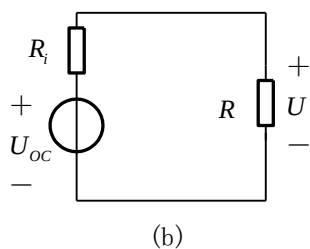
$$U = -2\Omega I_1 + 10\Omega I_1 = 8\Omega I_1 \quad (2)$$

将式 (1) 代入式 (2), 得

$$R_i = \frac{U}{I} = 4\Omega$$

答案 3.8

解: 将含源电阻网络化为戴维南等效电路, 如图 (b)所示。由此图求得:



$$U = \left(\frac{U_{oc}}{R_i + R} \right) \times R \quad (1)$$

将 $R = 10\Omega$ 时, $U = 15V$; $R = 20\Omega$, $U = 20V$ 代入式 (1), 得

$$\begin{cases} 15V = \left(\frac{U_{oc}}{R_i + 10\Omega} \right) \times 10\Omega \\ 20V = \left(\frac{U_{oc}}{R_i + 20\Omega} \right) \times 20\Omega \end{cases}$$

联立解得:

$$R_i = 10\Omega \quad U_{oc} = 30V$$

(1) 式可表示为

$$U = \left(\frac{30V}{10\Omega + R} \right) \times R$$

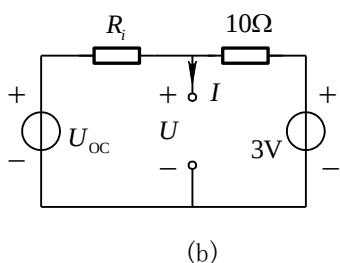
当 $R = 30\Omega$ 时

$$U = \frac{30V}{(10+30)\Omega} \times 30\Omega = 22.5V$$

注释：一端口外接电路发生变化时，宜采用戴维南或诺顿定理进行分析。

答案 3.9

首先将开关右侧电路化简为戴维南等效电路，如图 (b) 所示，其开路电压为 3V，等效电阻为 10Ω



开关断开时 $U=13V$ 得：

$$\frac{U_{OC} - 13V}{R_i} = \frac{13V - 3V}{10\Omega} = 1A$$

开关短接时 $I=3.9A$ 得：

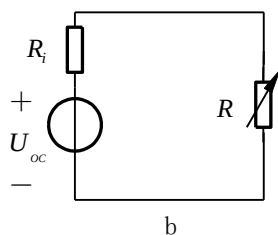
$$I = \frac{U_{OC}}{R_i} + \frac{3V}{10\Omega} = 3.9A$$

联立求解得：

$$U_{OC} = 18V \quad , \quad R_i = 5\Omega$$

答案 3.10

解：将含源电阻网络等效为戴维南电路。如图 (b) 所示。负载电阻 R 消耗的功率可表示为



$$P_R = \left(\frac{U_{oc}}{R_i + R} \right)^2 \times R \quad (1)$$

将已知条件分别代入 (1) 式, 得

$$\begin{cases} \left(\frac{U_{oc}}{R_i + 10\Omega} \right)^2 \times 10\Omega = 22.5W \\ \left(\frac{U_{oc}}{R_i + 20\Omega} \right)^2 \times 20\Omega = 20W \end{cases}$$

联立解得

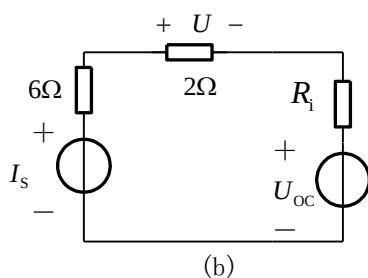
$$R_i = 10\Omega \quad U_{oc} = 30V$$

当 $R = 30\Omega$ 时

$$P_R = \left(\frac{U_{oc}}{R_i + 30\Omega} \right)^2 \times 30\Omega = \left(\frac{30V}{(10 + 30)\Omega} \right)^2 \times 30\Omega \approx 16.9W$$

答案 3.11

解: 将图 (a) 电路化简如图 (b) 所示。



$$U = \frac{6\Omega I_s - U_{oc}}{(6 + 2)\Omega + R_i} \times 2\Omega$$

代入两个已知条件:

$$I_s = 2A \text{ 时, } U = 0: \quad U_{oc} = 6\Omega \times 2A = 12V$$

$$I_s = 0 \text{ 时, } U = -2V: \quad U_{oc} = -(8\Omega + R_i) \times \frac{-2V}{2\Omega} = 8V + R_i \times 1A$$

解得:

$$U_{oc} = 12V \quad R_i = 4\Omega$$

答案 3.12

解：(1) 根据叠加定理和齐性定理，将电流 I 写成一般表达式

$$I = I' + I'' = KI_s + I'' \quad (1)$$

式中， $I' = KI_s$ 是电流源单独作用时产生的电流； I'' 是 N 内独立电源作用产生的电流。

由已知条件得

$$1.2\text{mA} = K \times 0 + I''$$

$$1.4\text{mA} = K \times 10\text{mA} + I''$$

解得

$$K = 0.02, \quad I'' = 1.2\text{mA}$$

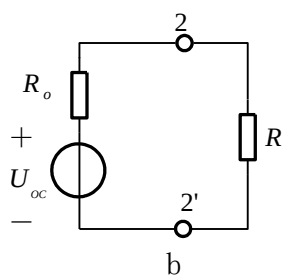
代入式 (1) 得

$$I = 0.02I_s + 1.2\text{mA}$$

所以当 $I_s = 15\text{mA}$ 时

$$I = 0.02 \times 15\text{mA} + 1.2\text{mA} = 1.5\text{mA}$$

(2) 将 22' 左边等效成戴维南电路。如图 (b) 所示



由 (1) 的计算结果得

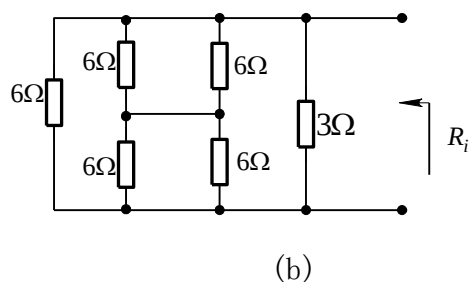
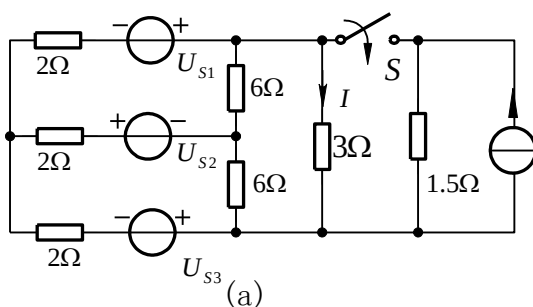
$$U_{oc} = (R_o + R)I = (50 + 100)\Omega \times 1.5\text{mA} = 225\text{mV}$$

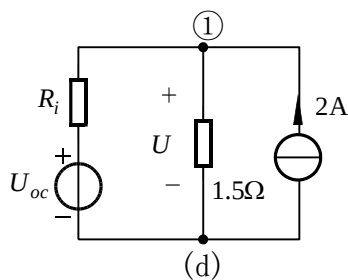
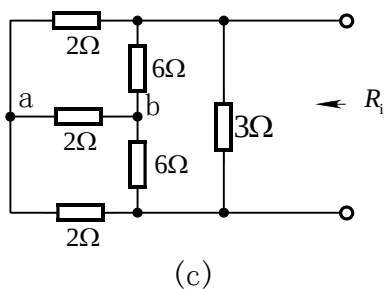
当 R 改为 200Ω 时，

$$I = \frac{U_{oc}}{R_o + R} = \frac{225\text{mV}}{(50 + 200)\Omega} = 0.9\text{mA}$$

答案 3.13

解：将开关 S 左侧的电路化为最简等效电路。





由题意得

(1) 求开路电压 U_{oc}

由图 (a) 可知, 开路电压为 3Ω 电阻两端电压, 即

$$U_{oc} = 3\Omega \times 5A = 15V$$

(2) 求等效电阻 R_L

将独立电压源置零, 对 3 个 2Ω 电阻联接做星 - 三角变换。电路如图 (b) 所示。

$$R_L = 3\Omega // 6\Omega // ((6\Omega // 6\Omega) \times 2) = 1.5\Omega$$

亦可利用电桥平衡原理, 电路如图 (c) 所示, ab 间电位相等, 等效电阻为

$$R_L = [(2\Omega // 6\Omega) \times 2] // 3\Omega = 1.5\Omega$$

(3) 开关闭合后电路如图 (d) 所示。列节点电压方程

节点①:

$$\left(\frac{1}{1.5\Omega} + \frac{1}{1.5\Omega}\right)U = \frac{U_{oc}}{R_L} + 2A = \frac{15V}{1.5\Omega} + 2A$$

解得

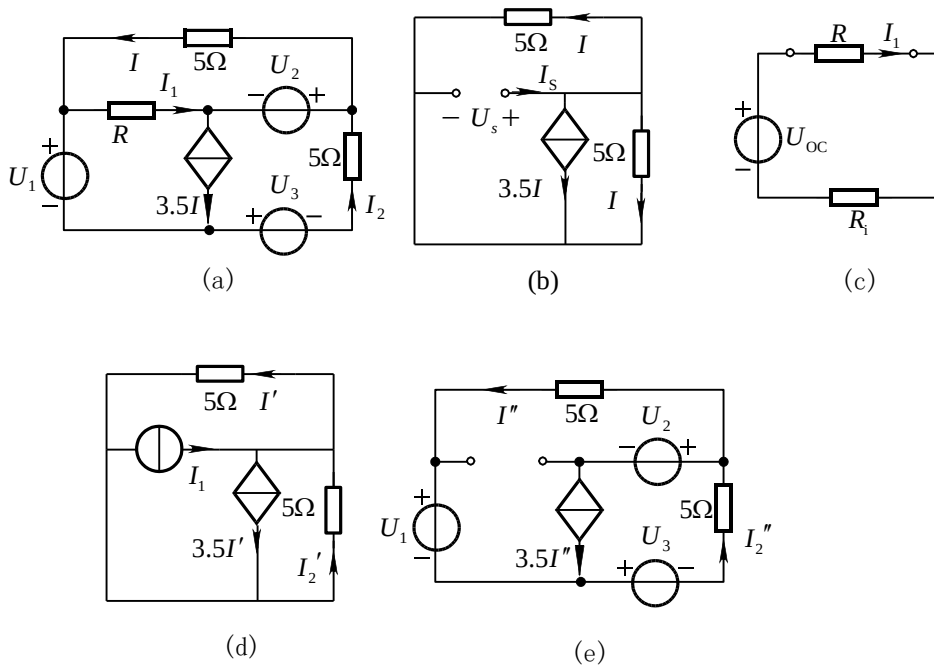
$$U = 9V$$

图 (a) 电路中, 1.5Ω 电阻与 3Ω 电阻并联, 电压相等, 即 3Ω 电阻两端电压亦为 $9V$ 。
则

$$I = \frac{U}{3\Omega} = 3A$$

答案 3.14

解: 方法一: 应用戴维南定理求 I_1 。



由图 (b) 有

$$U_s = 5\Omega I$$

$$I_s = I + I + 3.5I = 5.5I$$

等效电阻

$$R_i = \frac{U_s}{I_s} = \frac{10}{11} \Omega$$

又由已知条件得

$$U_{oc} = (R_i + 2\Omega) \times I_1 = \frac{160}{11} \text{ V}$$

简化后的电路如图(c)所示。

所以当 $R = 4\Omega$ 时

$$I_1 = \frac{U_{oc}}{R + R_i} = \frac{(160/11)\text{V}}{(4 + 10/11)\Omega} = \frac{80}{27} \text{ A} \approx 2.963 \text{ A}$$

将 I_1 用电流源来置换，用叠加定理分析置换后的电路，即将 I_2 分解成 $I_2 = I_2' + I_2''$ 。

其中 I_2' 为电流源 I_1 单独作用时的解答，如图(d)所示； I_2'' 是其余电源共同作用时的解答，

如图(e)所示。由图 (d) 可得：

$$\text{KVL: } 5\Omega I_2' + 5\Omega I' = 0$$

$$\text{KCL: } -I_1 + 3.5I' - I_2' + I' = 0$$

联立解得

$$I_2' = -\frac{2}{11} I_1$$

因此, 电流 I_2 可以写成:

$$I_2 = I_2' + I_2'' = -\frac{2}{11} I_1 + I_2''$$

由已知条件得

$$4\text{A} = -\frac{2}{11} \times 5\text{A} + I_2'' \quad I_2'' = \frac{54}{11} \text{A}$$

所以, 当 $R = 4\Omega$ 时,

$$I_2 = -\frac{2}{11} \times \frac{80}{27} \text{A} + \frac{54}{11} \text{A} \approx 4.37\text{A}$$

方法二: 对回路列写 KVL 方程:

$$\text{回路 } 1: \quad 5I + RI_1 = U_2 \quad (1)$$

$$\text{回路 } 2: \quad RI_1 - 5I_2 = U_1 + U_2 + U_3 = U_1' \quad (2)$$

再对闭合面列写 KCL 方程:

$$I - I_1 + 3.5I - I_2 = 0 \quad (3)$$

由式(3)解得:

$$I = \frac{2}{9}(I_1 + I_2) \quad (4)$$

将式(4)代入(1), 再与式(2)联立得方程组:

$$\begin{cases} (10+9R)I_1 + 10I_2 = U_2' \\ RI_1 - 5I_2 = U_1' \end{cases} \quad (5)$$

将 $R = 2\Omega$ 时的已知电流代入上式求得电压:

$$U_1' = -10, U_2' = 180\text{V},$$

由此将方程(5)写成:

$$\begin{cases} (10+9R)I_1 + 10I_2 = 180 \\ RI_1 - 5I_2 = -10 \end{cases} \quad (6)$$

当 $R = 4\Omega$ 时, 由方程(6)解得:

$$I_1 = 80/27 \text{A}, \quad I_2 = 118/27 \text{A}.$$

答案 3.15

解: 由图 (a) 可以看出, $c \sim h$ 点均为等电位点, 可将其联为一点, 得简化电路如图 (b) 所示。

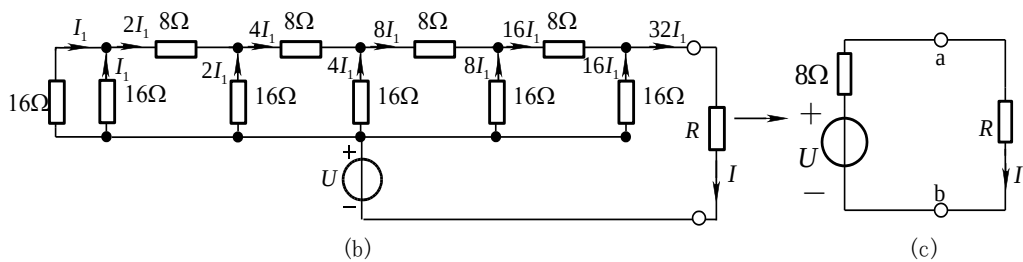


图 (b) 可知 ab 端左侧最简等效电路为

$$U_{OC} = U = 8V, \quad R_i = 8\Omega$$

如图 (c) 所示。由图 (c) 得

$$I = \frac{U}{8\Omega + R}$$

已知当 $R = 12\Omega$, $U = 8V$ 时,

$$I = \frac{8V}{8\Omega + 12\Omega} = 0.4A$$

当设图 (a) 电路最左侧 16Ω 支路流过电流为 I_1 , 如图 (b) 递推所示, 流过 R 的电流为

$$32I_1, \text{ 即 } I = 32I_1$$

$$I_1 = \frac{I}{32} = \frac{0.4A}{32} = 0.0125A$$

答案 3.16

解: 设 ab 端戴维南等效电路开路电压为 U_{OC} 。则电阻 R 流过的电流

$$I = \frac{U_{OC}}{R + R_i} \quad (1)$$

将电阻 R 用 $I_s = I$ 的电流源置换, 由齐性定理得

$$I_2 = I_2'' + kI \quad (2)$$

其中 I_2'' 为 N 内等效电源作用。

将 $R = 0$ 时, $I_2 = 6A$; $R \rightarrow \infty$ 时, $I_2 = 9A$ 代入式 (1),

得

$$I_2'' = 9A, \quad k = \frac{-27}{U_{OC}} \quad (3)$$

将式 (1)、(3) 代入式 (2), 得

$$I_2 = 9 - \frac{27}{U_{OC}} \times \frac{U_{OC}}{9 + R} = \frac{9(6 + R)}{9 + R}$$

答案 3.17

解: 设网络共有 b 条支路, 各支路电压电流取关联参考方向, 由特勒根定理得

$$U_1 \hat{I}_1 + U_2 \hat{I}_2 + \sum_{k=3}^b U_k \hat{I}_k = 0 \quad (1)$$

$$\hat{U}_1 I_1 + \hat{U}_2 I_2 + \sum_{k=3}^b \hat{U}_k I_k = 0 \quad (2)$$

因为 N 为纯电阻网络, 故

$$\sum_{k=3}^b U_k \hat{I}_k = \sum_{k=3}^b R_k I_k \hat{I}_k = \sum_{k=3}^b R_k \hat{I}_k I_k = \sum_{k=3}^b \hat{U}_k I_k \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)、(2)得

$$U_1 \hat{I}_1 + U_2 \hat{I}_2 = \hat{U}_1 I_1 + \hat{U}_2 I_2 \quad (4)$$

对 (a) 图:

$$U_1 = 10\text{V}, \quad U_2 = 2\text{V}, \quad I_2 = 2\text{V} / 5\Omega = 0.4\text{A}$$

对 (b) 图:

$$\hat{U}_1 = 0, \quad \hat{U}_2 = 20\text{V}, \quad \hat{I}_2 = -4\text{A}$$

代入式(4)得

$$10\text{V} \times \hat{I}_1 + 2\text{V} \times (-4\text{A}) = 0 \times I_1 + 20\text{V} \times 0.4\text{A} \Rightarrow \hat{I}_1 = 1.6\text{A}$$

注释: 对仅由二端电阻组成的二端口网络, 不论端口外接情况如何, 方程(4)都是成立的, 因此可作为公式使用。

答案 3.18

解: 当 N 为互易性网络时, 图(a)、(b)的端口电压、电流满足

$$U_1 \hat{I}_1 + U_2 \hat{I}_2 = \hat{U}_1 I_1 + \hat{U}_2 I_2 \quad (1)$$

已知

$$U_1 = 1\text{V}, \quad U_2 = 0, \quad I_1 = -2\text{A}, \quad I_2 = 1\text{A}, \quad \hat{U}_1 = 1\text{A} \times R, \quad \hat{U}_2 = 5\text{V}$$

代入 (1) 式, 得

$$1\text{V} \times 1\text{A} + 0 \times 1\text{A} = 1\text{A} \times R \times (-2)\text{A} + 5 \times 1\text{A}$$

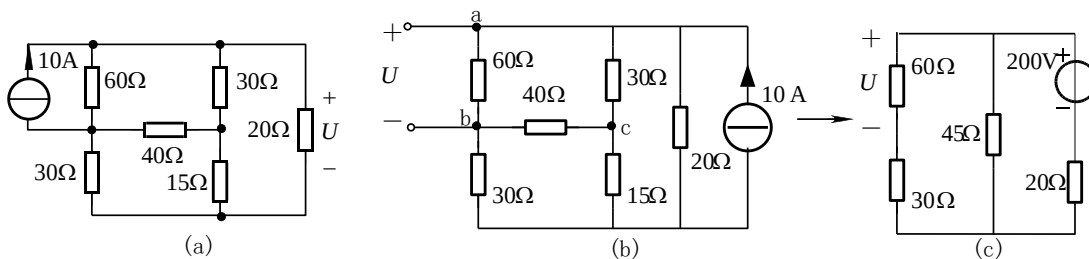
解得

$$R = 2\Omega$$

答案 3.19

解: 根据互易定理第二种形式, 将 10A 电流源移到右端与 20Ω 电阻并联, 则 ab 端 60Ω

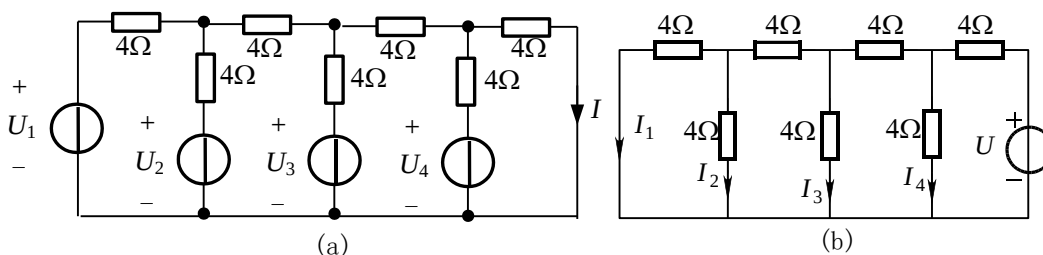
电阻上电压即为所求电压 U ，如图 (b) 所示。该电路电桥平衡，bc 间电流为零。电路可进一步简化成图 (c)。



$$U = \frac{200\text{V}}{\left(20 + \frac{90 \times 45}{90 + 45}\right)\Omega} \times \frac{45\Omega}{(90 + 45)\Omega} \times 60\Omega = 80\text{V}$$

答案 3.20

解：电流 I 是各独立电压源的线性组合。



为求各系数，令 $U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = 1\text{V}$ ，则各独立电源单独作用时产生的电流 I 的量值就是相应的比例系数。由叠加定理和互易定理，计算各电压源单独作用时的电流 I 值等效于计算图(b)中只有 $U = 1\text{V}$ 一个电压源作用时的各支路电流值 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 。采用倒推法。

$$I_2 = I_1, I_3 = [4(I_1 + I_2) + 4I_2]/4 = 3I_1$$

$$I_4 = [4(I_1 + I_2 + I_3) + 4I_3]/4 = 8I_1$$

$$U = 4(I_1 + I_2 + I_3 + I_4) + 4I_4 = 84I_1 = 1\text{V}$$

由最后一式解得：

$$I_1 = \frac{1}{84}\text{A}$$

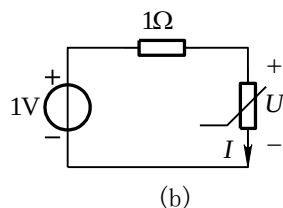
所以

$$K_1 = \frac{I_1}{U} = \frac{1}{84}\text{S}, \quad K_2 = \frac{I_2}{U} = \frac{1}{84}\text{S},$$

$$K_3 = \frac{I_3}{U} = \frac{3I_1}{U} = \frac{1}{28}\text{S}, \quad K_4 = \frac{I_4}{U} = \frac{8I_1}{U} = \frac{2}{21}\text{S}。$$

答案 4.1

解：将非线性电阻左侧电路用戴维南定理进行等效化简，如图(b)所示。



列 KVL 方程

$$1\Omega \times I + U = 1V \quad (1)$$

将非线性电阻特性 $I = (1S \times U)^2$ 代入方程(1)，得

$$U^2 + U - 1 = 0$$

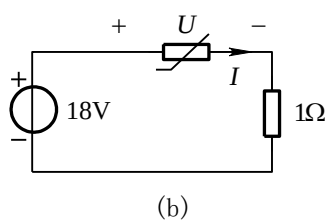
解得

$$U' = 0.618V, \quad U'' = -1.618V \quad (\text{舍去})$$

$$I = (1S \times U')^2 = 0.382A$$

答案 4.2

解：将非线性电阻之外的电路等效化简，得图(b)所示电路。



列 KVL 方程

$$1\Omega \times I + U - 18 = 0 \quad (1)$$

将 $U = I^2 + 2I$ 代入方程(1)，得

$$I^2 + 3I - 18 = 0$$

解得：

$$I' = 3A, \quad I'' = -6A$$

$$U' = (I')^2 + 2I' = 15V$$

$$U'' = (I'')^2 + 2I'' = 24V$$

答案 4.3

解：由非线性电阻的电压电流关系特性

$$I_1 = 0.1\sqrt{U_1}, \quad I_2 = 0.05\sqrt{U_2}$$

得

$$U_1 = 100I_1^2, \quad U_2 = 400I_2^2 \quad (1)$$

对回路列 KVL 方程

$$U_1 + U_2 = 5V \quad (2)$$

将式 (1) 代入式 (2)

$$100I_1^2 + 400I_2^2 = 5$$

由非线性电阻串联可知

$$I_1 = I_2$$

即

$$500I_1^2 = 5$$

解得

$$I_1' = 0.1A, \quad I_1'' = -0.1A \quad (\text{舍去})$$

即

$$I_1 = 0.1A$$

$$U_1 = 100I_1^2 = 1V$$

答案 4.4

解：对节点①、②列节点电压方程，其中非线性电阻电流设为未知量：

$$(G_1 + G_2)U_{n1} - G_2U_{n2} = G_1U_{s1} - I_1 - I_2 \quad (1)$$

$$-G_2U_{n1} + (G_2 + G_3)U_{n2} = I_S + I_2 \quad (2)$$

为消去 I_1 、 I_2 ，须列补充方程

$$\begin{cases} I_1 = f_1(U_1) = f_1(U_{n1}) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} I_2 = f_2(U_2) = f_2(U_{n1} - U_{n2} - U_{S2}) \end{cases} \quad (4)$$

将式(3)代入式(1)、(2)，整理后得

$$\begin{cases} (G_1 + G_2)U_{n1} - G_2U_{n2} + f_1(U_{n1}) + f_2(U_{n1} - U_{n2} - U_{S1}) = G_1U_{S1} \\ -G_2U_{n1} + (G_2 + G_3)U_{n2} - f_2(U_{n1} - U_{n2} - U_{S2}) = I_S \end{cases}$$

答案 4.5

解：设回路电流方向如图所示。列回路电流方程

$$\text{回路 } l_a: R_1I_a + U_1 = R_1I_a + f_1(I_1) = U_S \quad (1)$$

$$\text{回路 } l_b: -U_1 + R_2I_b + U_2 = -f_1(I_1) + R_2I_b + f_2(I_2) = 0 \quad (2)$$

将支路电流 I_1 、 I_2 用回路电流表示，得

$$\begin{cases} I_1 = I_a - I_b \\ I_2 = I_b - I_S \end{cases} \quad (3)$$

将式 (3) 代入式 (1)、(2)，消去 I_1 、 I_2 得回路电流方程：

$$\begin{cases} R_1I_a + f_1(I_a - I_b) = U_S \\ -f_1(I_a - I_b) + R_2I_b + f_2(I_b - I_S) = 0 \end{cases}$$

注释：非线性电阻均为流控型，宜列写回路电流方程。

答案 4.6

解：参考点及独立节点编号如图所示。图中节点①与参考点之间为纯电压源支路，则该节点电压为 U_s 。设非线性电阻电流 I_1 、 I_2 为未知量，对图示电路节点②、③列 KCL 方程：

$$\text{节点②: } -I_1 + G_2 U_{n2} + I_2 - G_2 U_{n3} = 0 \quad (1)$$

$$\text{节点③: } -G_1 U_{n1} - G_2 U_{n2} + (G_1 + G_2) U_{n3} = I_s \quad (2)$$

将压控非线性电阻电流用节点电压表示，流控非线性电阻电压用节点电压来表示，即

$$I_2 = f_2(U_2) = f_2(U_{n2}) \quad (3)$$

$$U_{n1} - U_{n2} = U_1 = f_1(I_1) \quad (4)$$

将式(3)代入式(1)，将 $U_{n1} = U_s$ 代入式(2)，再与式(4)联立得该电路方程：

$$\begin{cases} -I_1 + G_2 U_{n2} + f_2(U_{n2}) - G_2 U_{n3} = 0 \\ -G_2 U_{n2} + (G_1 + G_2) U_{n3} = I_s + G_1 U_s \\ U_{n1} - U_{n2} = f_1(I_1) \end{cases}$$

答案 4.7

解：对节点列 KCL 方程

$$\text{节点①: } -3A + I_3 + I_1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{节点②: } -I_1 + I_2 + I_4 = 0 \quad (2)$$

由图示电路可知

$$I_3 = \frac{U_{n1}}{1\Omega} = \frac{U_1 + U_2}{1\Omega} \quad (3)$$

$$I_4 = \frac{U_{n2} - 2V}{1\Omega} = \frac{U_2 - 2V}{1\Omega} \quad (4)$$

将式 (3)、(4) 及已知条件 $I_1 = U_1^3$ 和 $U_2 = I_2^3$ 代入式 (1)、(2) 得

$$\begin{cases} U_1^3 - I_2^3 - I_2 = -2 \\ U_1^3 + U_1 + I_2^3 = 3 \end{cases}$$

即为所求二元方程组。

答案 4.8

解：列回路电压方程

$$1 \times I + U - 12 = 0$$

将非线性电阻的电压电流关系特性代入得

$$0.2U^2 + 0.3U^3 + U - 12 = 0$$

为解上述非线性方程，令

$$f(U) = 0.3U^3 + 0.2U^2 + U - 12 \quad (1)$$

求导数，得

$$f'(U) = 0.9U^2 + 0.4U + 1 \quad (2)$$

$$U^{(k+1)} = U^{(k)} - \frac{f(U^{(k)})}{f'(U^{(k)})} \quad (3)$$

将式(1)、(2)代入牛顿-拉夫逊公式，得

$$U_{k+1} = U_k - \frac{f(U_k)}{f'(U_k)} = U_k - \frac{0.3(U_k)^3 + 0.2(U_k)^2 + U_k - 12}{0.9(U_k)^2 + 0.4U_k + 1}$$

取初值 $U_0 = 3V$ ，迭代过程列于下表：

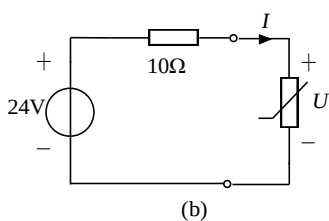
k	U/V	$f(U)/V$	$f'(U)$
0	3	0.9	10.3
1	2.9126	2.173×10^{-2}	9.8
2	2.9104	1.859×10^{-4}	9.7875
3	2.9104		

由表可见，第3次迭代值与第2次迭代值之差已小于允许误差，即

$$U \approx 2.9104V。$$

答案 4.9

解：用戴维南定理对非线性电阻左侧的线性电路进行等效化简，如图(b)所示。



列回路电压方程：

$$10I + U - 24 = 0$$

将非线性电阻的电压电流关系式代入，得：

$$10^{-3}(e^{20U} - e^{-20U}) + U - 24 = 0$$

为求解上述非线性方程，令

$$f(U) = 10^{-3}(e^{20U} - e^{-20U}) + U - 24 = 0 \quad (1)$$

求导数，得：

$$f'(U) = 0.02(e^{20U} - e^{-20U}) + 1 \quad (2)$$

将式(1)、(2)代入牛顿-拉夫逊公式，得

$$U_{k+1} = U_k - \frac{10^{-3}(e^{20U_k} + e^{-20U_k}) + U_k - 24}{0.02(e^{20U_k} - e^{-20U_k}) + 1}$$

(1)取初值 $U_0 = 0.6V$ ，迭代过程列于下表：

k	U/V	$f(U)/V$	$f'(U)$
0	0.6	1.3935×10^2	3.2561×10^3
1	0.5572	4.5705×10^1	1.384×10^3
2	0.5242	1.2263×10^1	7.1578×10^2
3	0.5071	1.8765	5.0839×10^2
4	0.5034	8.45×10^{-2}	4.7262×10^2
5	0.5032	-5.18×10^{-3}	4.7083×10^2

即

$$U \approx 0.5032V$$

电流

$$I_1 = \frac{9I + U}{3} = \frac{9 \times 10^{-4}(e^{20U} + e^{-20U}) + U}{3} \bigg|_{U=0.5032} \approx 7.212A$$

(2)取初值 $U_0 = -0.6V$ ，迭代结果列于下表：

k	U/V	$f(U)/V$	$f'(U)$
0	-0.6	1.3815×10^2	-3.2541×10^3
1	-0.5575	45	-1.3903×10^3
2	-0.5251	1.179×10^1	-7.2531×10^2
3	-0.5088	1.7564	-5.243×10^2
4	-0.5069	7.789×10^{-1}	-5.0472×10^2
5	-0.5054	8.608×10^{-3}	-4.8928×10^2

6	-0.5054		
---	---------	--	--

解得

$$U \approx -0.5054V$$

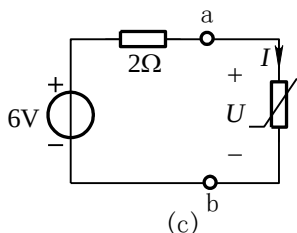
电流

$$I_1 = \frac{9I + U}{3} = \frac{9 \times 10^{-4} (e^{20U} + e^{-20U}) + U}{3} \bigg|_{U=-0.5054} \approx 7.178A$$

注释：如果非线性方程存在多解，则对应不同的迭代初值，可能收敛到不同的解答。

答案 4.10

解：为确定电路解答所在的折线段，先用戴维南定理将非线性电阻之外的 ab 端电路等效成图(c)所示。



ab 左侧电压电流关系为

$$U = 6V - 2\Omega I \quad (1)$$

它对应 $U-I$ 平面上的一条直线，如图(b)所示。该直线与折线交于 AB 段。
该段

直线方程为

$$I = \frac{5}{3}A + \frac{1}{3}S \times U \quad (2)$$

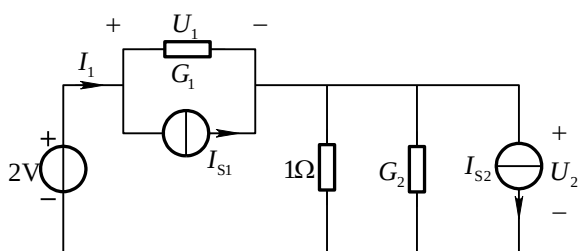
式(1)、(2)联立解得

$$U = 1.6V, I = 2.2A$$

答案 4.11

解：图(a)电路中有两个非线性电阻元件，应分别求出它们的分段线性模型。再分别计算多个线性电路，只有所算出的结果，都在各个元件线性化的适用范围以内时，才是真正的解答。

(1)将图(a)电路中非线性电阻 R_1 、 R_2 用诺顿电路等效，等效后电路如图(d)所示。



(d)

(2)由图(d)可求得 U_1 、 U_2 的表达式为

列节点电压方程:

$$(G_1 + 1S + G_2)U_2 = 2V \times G_1 + I_{S1} - I_{S2}$$

$$U_2 = \frac{2V \times G_1 + I_{S1} - I_{S2}}{G_1 + 1S + G_2} \quad (1)$$

$$U_1 = 2V - U_2 \quad (2)$$

(3)将 R_1 、 R_2 的等效电路参数代入式(1), 可得 R_1 、 R_2 在不同线性段时对应的 U_1 、 U_2 值。具体如下表所示:

	OA ₁ 段 $G_1 = 0.5S, I_{S1} = 0$	A ₁ B ₁ 段 $G_1 = 1S, I_{S1} = -0.5A$
OA ₂ 段 $G_2 = 1.5S$ $I_{S2} = 0$	$U_1 = \frac{5}{3}V$ (超出OA ₁) $U_2 = \frac{1}{3}V$	$U_1 = \frac{11}{7}V$ $U_2 = \frac{3}{7}V$
A ₂ B ₂ 段 $G_2 = 0.5S$ $I_{S2} = 1A$	$U_1 = 2V$ (超出OA ₁) $U_2 = 0$	$U_1 = \frac{9}{5}V$ $U_2 = \frac{1}{5}V$ (超出A ₂ B ₂)

(4)由图(d)可得

$$I_1 = G_1 U_1 + I_{S1} \quad (3)$$

将A₁B₁段非线性电阻 R_1 的等效参数 G_1 、 I_{S1} 代入(3)式, 得

$$I_1 = 1.0714A$$

答案 4.12

解: (1) 根据运算放大器输入端口电压为零的条件, 得

$$U_2 = -U = 0 \quad (1)$$

又由二极管特性得

$$U = \frac{1}{4U} \ln(10^6 I) \quad (2)$$

再由运算放大器输入端口电流为零的条件，得

$$I = \frac{U_1}{10} \quad (3)$$

联立(1)、(2)和(3)式，解得

$$U_2 = -0.025 \ln(10^5 U_1) \text{V} \quad (4)$$

由式(4)表明的输入、输出关系可见，图(a)所示电路具有对数运算功能。

(2) 将 10Ω 电阻和二极管交换位置后，电路如图(b)所示。电路方程如下

$$-U_2 = 10I \quad (5)$$

$$U_1 = U \quad (6)$$

将二极管电压电流特性 $I = 10^{-6} e^{40U}$ 代入(5)式，解得

$$U_2 = -10^{-5} e^{40U_1} \text{V} \quad (7)$$

由式(7)表明的输入、输出关系可见，图(b)所示电路具有指数运算功能。

答案 5.1

解：(1)图(b)电压随时间分段连续，可描述为

$$u(t) = \begin{cases} t & 0 < t \leq 1\text{s} \\ 1 & 1\text{s} < t \leq 2\text{s} \\ 3-t & 2\text{s} < t \leq 3\text{s} \end{cases} \quad (1)$$

图(a)电容电流与电压为关联参考方向，其关系可表示为

$$i = C \frac{du}{dt} = \frac{du}{dt}$$

将式(1)代入，可得

$$i(t) = \begin{cases} 1\text{A} & 0 < t \leq 1\text{s} \\ 0 & 1\text{s} < t \leq 2\text{s} \\ -1\text{A} & 2\text{s} < t \leq 3\text{s} \end{cases}$$

$i(t)$ 的变化规律如图(d)所示。

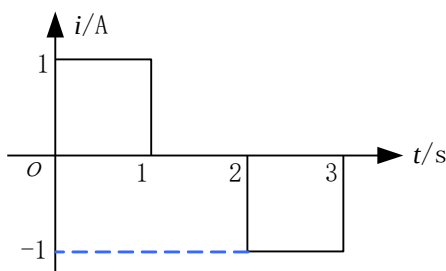


图 (d)

(2)在关联参考方向下，电容上电压与电流关系又可表示为

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi$$

图(c)所示电流可描述为

$$i(t) = \begin{cases} 1\text{A} & 0 < t \leq 1\text{s} \\ 0 & 1\text{s} < t \leq 2\text{s} \\ -0.5\text{A} & 2\text{s} < t \leq 3\text{s} \\ 0 & t > 3\text{s} \end{cases}$$

已知

$$q(0) = 0.5\text{C}$$

由

$$q = Cu$$

可求得

$$u(0) = \frac{q(0)}{C} = 0.5\text{V}$$

当 $t = 3.5\text{s}$ 时，电容上的电压取决于电流在此刻前的历史，即

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_0^1 1A d\xi + \frac{1}{C} \int_1^2 0d\xi + \frac{1}{C} \int_2^3 (-0.5A) d\xi + \frac{1}{C} \int_3^{3.5} 0d\xi \\
 &= u(0) + (1+0-0.5+0)V \\
 &= 1V
 \end{aligned}$$

答案 5.2

解：(1)根据电容串、并联等效关系，可得

$$C_{ab} = \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}} + C_2 = \frac{1}{5+20} + 0.06 = 0.1F$$

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{ab}}} = \frac{1}{2.5+10} = 0.08F$$

(2)当电容原未充电时，各电容上的电压分别为

$$U_1 = U \times \frac{C_{ab}}{C_1 + C_{ab}} = 50 \times \frac{0.1}{0.1+0.4} = 10V, \quad U_2 = U - U_1 = 40V$$

$$U_3 = U_2 \times \frac{C_4}{C_3 + C_4} = 40 \times \frac{0.05}{0.2+0.05} = 8V, \quad U_4 = U_2 - U_3 = 32V$$

则各电容储存的电场能量为

$$W_{C1} = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = 20J, \quad W_{C2} = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 = 48J,$$

$$W_{C3} = \frac{1}{2} C_3 U_3^2 = 6.4J, \quad W_{C4} = \frac{1}{2} C_4 U_4^2 = 25.6J$$

注释：只有对联接到电路前均未充电的电容，才可按电容分压来计算串联电容的电压。

答案 5.3

解：电阻消耗的电能为

$$\begin{aligned}
 W_R &= \int_0^{\infty} p_R(t) d\xi = \int_0^{\infty} i^2 R d\xi \\
 &= \int_0^{\infty} (Ie^{-\frac{t}{RC}})^2 R d\xi = 0.5R^2 I^2 C
 \end{aligned}$$

电容最终储存的电荷为

$$q_C(\infty) = q_C(0) + \int_0^{\infty} i d\xi$$

$$= Cu_C(0) + \int_0^{\infty} (Ie^{-\frac{t}{RC}}) d\xi = RCI$$

电容最终储能为

$$W_C = \frac{q_C^2(\infty)}{2C} = 0.5R^2I^2C$$

由此可知

$$W_R = W_C$$

注释：当通过电阻给电容充电时，无论电阻为何值($R \neq 0$)，被电阻损耗的能量总等于电容最终储存的能量。

答案 5.4

解：取电容、电感上的电压、电流为关联参考方向，如图所示。由运算放大器输入端口电流为零的条件可知

$$i_C = i_R$$

又由运算放大器输入端口电压为零的条件可知

$$i_R = \frac{u_R}{R} = \frac{u_i}{R}, u_o = -u_C$$

故

$$u_o = -\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(\xi) d\xi = -\left[\frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i_C(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_0^t i_C(\xi) d\xi \right]$$

$$= -\frac{1}{C} \int_0^t i_C(\xi) d\xi - u_C(0)$$

$$= -\frac{1}{RC} \int_0^t u_i(\xi) d\xi - u_C(0)$$

答案 5.5

解：取电容、电感上的电压、电流为关联参考方向，如图所示。由运算放大器输入端口电流为零的条件可知

$$i_C = i_R$$

又由运算放大器输入端口电压为零的条件可知

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{du_i}{dt}, u_o = -u_R$$

故

$$u_o = -i_R R = -RC \frac{du_i}{dt}$$

答案 5.6

解：由

$$w_e(t) = \frac{1}{2}Cu^2$$

得

$$u^2 = \frac{2w_e(t)}{C} = 4t^2$$

解得电容上的电压为

$$u = \pm 2t$$

电容上的电流为

$$i = C \frac{du}{dt} = \pm 4 \text{ A}$$

由 KVL 方程得

$$u_s = u + i \times 1\Omega = \pm(2t + 4)\text{V}$$

答案 5.7

解：设各元件电压、电流取关联参考方向，由 KVL 得

$$u_R + u_C + u_L - \mu u_L = 0$$

即

$$i_C R + u_C + (1 - \mu) \times L \frac{di_C}{dt} = 0 \quad (1)$$

将

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = -2e^{-2t} \text{ A}$$

代入(1)式得

$$-2e^{-2t} + e^{-2t} + (1 - \mu) \times 4e^{-2t} = 0$$

解得

$$\mu = 0.75$$

答案 5.8

解：(1) 由图(b)可知电感上电压的表达式为

$$u(t) = \begin{cases} 1.5\text{V} & 0 < t \leq 1\text{s} \\ -1\text{V} & t > 1\text{s} \end{cases} \quad (1)$$

电感元件上电流与电压的关系可表示为

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(\xi) d\xi \quad (2)$$

在 $0 < t \leq 1\text{s}$ 内, 电流在 1.5V 电压作用下继续增加, 只有在 $t > 1\text{s}$ 后, 由于电压改变极性, 电流方开始减小, 并在某一时刻达到零值。在 $t > 1\text{s}$ 后电流变化规律为

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{1}{L} \int_{-\infty}^0 u(\xi) d\xi + \frac{1}{L} \int_0^1 1.5 d\xi + \frac{1}{L} \int_1^t (-1) d\xi \\ &= i(0) + \frac{1.5}{0.5} + \frac{1}{0.5} (1-t) \\ &= 6 - 2t \end{aligned} \quad (3)$$

令 $i(t) = 0$, 得

$$t = 3\text{s}$$

(2) $t = 4\text{s}$ 时, 由式(3)得此时电流

$$i(4\text{s}) = 6\text{A} - 2 \times 4\text{A} = -2\text{A}$$

故磁链及磁场能分别为

$$\psi(4\text{s}) = Li(4\text{s}) = 0.5 \times (-2)\text{Wb} = -1\text{Wb}$$

$$W(4\text{s}) = \frac{1}{2} Li^2(4\text{s}) = 1\text{J}$$

答案 5.9

解：由题意, 电感两端电压为

$$u = L \frac{di_s}{dt} \quad (1)$$

将电流源的电流表达式代入式(1), 得

$$u = L \frac{di_s}{dt} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ (2 - 6t)e^{-3t} & t > 0 \end{cases} \quad (2)$$

由式(2)可知, 当 $t < 0$ 时, 电感上电压为 0, 其绝对值仍为 0; 当 $t > 0$ 时, 令

$$\frac{du}{dt} = 0, \text{ 即}$$

$$(-12 + 18t)e^{-3t} = 0$$

可求得电感上电压的极值。由上式解得

$$t = 1\text{s}$$

将 $t = 1\text{s}$ 代入式(2),

$$u(1\text{s}) = -2\text{e}^{-2}\text{V}$$

因为该电流源表达式为分段连续函数, 求最大值应该考虑间断点的函数值,

即

$$\lim_{t \rightarrow 0} u(t) = 2\text{V}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 0$$

比较极值点和间断点的函数值, 可得

$$|u|_{\max} = 2\text{V}$$

答案 5.10

解: 因为磁链是电压的时间积分, 所以在一个周期内电感磁链的增量等于电压与时间轴围成曲线的面积:

$$\Delta\Psi = 6 \times 0.1 - 2 \times 0.1 = 0.4\text{Wb}$$

图中电压的周期是 0.2s , 4s 相当于 20 个周期, 所以 $t = 4\text{s}$ 时电感总磁链为

$$\Psi = \Psi(0) + 20\Delta\Psi = 0 + 20 \times 0.4 = 8\text{Wb}$$

故 $t = 4\text{s}$ 时的电流值为

$$i = \frac{\Psi}{L} = 4\text{A}$$

答案 5.11

解: 图题电路为直流电路, 电容相当于开路, 电感相当于短路。

由分流公式得电感电流

$$I_L = \frac{0.3\text{A} \times 12\Omega}{(12 + 10 + 8)\Omega} = 0.12\text{A}$$

电容电压

$$U_C = I_L \times 8\Omega = 0.96\text{V}$$

电容储存的能量为

$$W_C = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \times 0.5\text{F} \times (0.96\text{V})^2 = 0.2304\text{J}$$

电感储存的能量为

$$W_L = \frac{1}{2} L I_L^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \text{H} \times (0.12 \text{A})^2 = 1.44 \times 10^{-3} \text{V}$$

答案 5.12

解：由互感元件的端口特性方程，得

$$\begin{cases} 0.2 \times \frac{di_s}{dt} + 0.08 \times \frac{di_2}{dt} = u_1 & (1) \\ 0.1 \times \frac{di_2}{dt} + 0.08 \times \frac{di_s}{dt} = u_s & (2) \end{cases}$$

将式(2)乘以 0.8，再与式(1)相减，从而消去 $\frac{di_2}{dt}$ 得

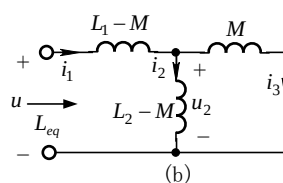
$$u_1 = u_s + (0.2 - 0.064) \frac{di_s}{dt} \quad (3)$$

将 u_s 及 i_s 代入式(3)得

$$u_1 = (8te^{-20t} - 0.816e^{-10t}) \text{V}$$

答案 5.13

解：由消去互感法可将图(a)电路等效成图(b)。



由电感的串、并联等效得：

$$\begin{aligned} L_{eq} &= (L_1 - M) + (L_2 - M) // M \\ &= (L_1 - M) + \frac{(L_2 - M) \times M}{L_2 - M + M} \\ &= L_1 - M + \frac{L_2 M - M^2}{L_2} = L_1 - \frac{M^2}{L_2} \end{aligned}$$

答案 5.14

解：这里所谓等效是指两个电路端口电压、电流关系相同。下面循此思路加以

证明。对图(b)可知，

$$u_1 = L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = L_1 \frac{d}{dt}(i_1 - i'_1) \quad (1)$$

由理想变压器元件方程得

$$i'_1 = -i_2 / n \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)得

$$u_1 = L_1 \frac{d}{dt}(i_1 + i_2 / n) = L_1 \frac{di_1}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_2}{dt} \quad (3)$$

由理想变压器特性还可得

$$u_2 = \frac{1}{n} u_1 = \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (4)$$

方程(3)和(4)刚好是图(a)全耦合电感($M = \sqrt{L_1 L_2}$)的特性方程，故图(a)、(b)相互

等效。

答案 5.15

解：证明：

对图(a)电路，列其端口特性方程

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + L_3 \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} \\ u_2 &= L_2 \frac{di_2}{dt} + L_3 \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} \end{aligned}$$

整理得

$$\begin{cases} u_1 = (L_1 + L_3) \frac{di_1}{dt} + L_3 \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_3 \frac{di_1}{dt} + (L_2 + L_3) \frac{di_2}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

对图(b)电路,

$$\begin{aligned} u_1 &= L_a \frac{di_1}{dt} + u'_1 \\ u'_1 &= L_b \frac{di_1''}{dt} = n u_2 \\ i'_1 &= -\frac{1}{n} i_2 \\ i_1'' &= i_1 - i'_1 \end{aligned}$$

整理得其端口特性方程

$$\begin{cases} u_1 = (L_a + L_b) \frac{di_1}{dt} + \frac{L_b}{n} \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = \frac{L_b}{n} \frac{di_1}{dt} + \frac{L_b}{n^2} \frac{di_2}{dt} \end{cases} \quad (2)$$

对比方程(1)和方程(2)可见, 二者满足下列条件时可以相互等

$$\begin{cases} L_1 + L_3 = L_a + L_b \\ L_3 = \frac{L_b}{n} \\ L_2 + L_3 = \frac{L_b}{n^2} \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} L_a = \frac{L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3}{L_2 + L_3} \\ L_b = \frac{L_3^2}{L_2 + L_3} \\ n = \frac{L_3}{L_2 + L_3} \end{cases}$$

答案 5.16

解: 由变压器特性方程可知

$$\begin{cases} u'_1 = nu_2 \\ i_1 = -\frac{1}{n}i_2 = -\frac{1}{n} \times (-\frac{u_2}{16}) \end{cases} \quad (1)$$

对左回路应用 KVL 方程

$$u_1 = 4i_1 + u'_1 = 4i_1 + nu_2 \quad (2)$$

将式(1)代入式(2), 考虑到 $u_2 = u_1$, 可得

$$u_1 = (\frac{1}{4n} + n)u_2 = (\frac{1}{4n} + n)u_1$$

$$\frac{1}{4n} + n = 1$$

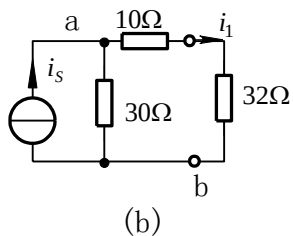
解得

$$n = 0.5$$

答案 5.17

解: 图(a)电路, 从 ab 端看过去, 等效电阻 $R_{eq} = n^2 \times 8\Omega = 4 \times 8\Omega = 32\Omega$ 电路等效

成图(b)所示。



因为理想变压器为非能元件, 图(b)电路中 32Ω 电阻消耗的功率与图(a)电路 8Ω 电阻消耗的功率相同。由分流公式得

$$i_1 = i_s \times \frac{30\Omega}{(10 + 32 + 30)\Omega} = 0.25e^{-10t} \text{ A}$$

则

$$\begin{aligned} p_{8\Omega} &= i_1^2 \times 32\Omega = (0.25e^{-10t} \text{ A})^2 \times 32\Omega \\ &= 2e^{-20t} \text{ W} \end{aligned}$$

答案 5.18

解：求等效电容就是要求 i_1 与 u_1 的关系。为此可按如下步骤进行，其中要涉及理想变压器和电容元件方程：

$$i_1 = -\frac{1}{n}i_2 \quad \frac{i_2 = -C \frac{du_2}{dt}}{\quad} \quad -\frac{1}{n}(-C \frac{du_2}{dt})$$
$$\frac{u_2 = \frac{u_1}{n}}{\quad} \quad \frac{C}{n} \frac{d(\frac{u_1}{n})}{dt} = \frac{C}{n^2} \frac{du_1}{dt} = C_{eq} \frac{du_1}{dt}$$

解得

$$C_{eq} = \frac{C}{n^2}$$

答案 6.1

解：将 i_2 和 i_3 改写为余弦函数的标准形式，即

$$i_2 = -4\cos(\omega t + 190^\circ)\text{A} = 4\cos(\omega t + 190^\circ - 180^\circ)\text{A} = 4\cos(\omega t + 10^\circ)\text{A}$$

$$i_3 = 5\sin(\omega t + 10^\circ)\text{A} = 5\cos(\omega t + 10^\circ - 90^\circ)\text{A} = 5\cos(\omega t - 80^\circ)\text{A}$$

电压、电流的有效值为

$$U = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70.7\text{V}, I_1 = \frac{2}{\sqrt{2}} = 1.414\text{A}$$

$$I_2 = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2.828\text{A}, I_3 = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3.54\text{A}$$

初相位

$$\psi_u = 10^\circ, \psi_{i_1} = 100^\circ, \psi_{i_2} = 10^\circ, \psi_{i_3} = -80^\circ$$

相位差

$$\varphi_1 = \psi_u - \psi_{i_1} = 10^\circ - 100^\circ = -90^\circ \quad u \text{ 与 } i_1 \text{ 正交, } u \text{ 滞后于 } i_1;$$

$$\varphi_2 = \psi_u - \psi_{i_2} = 10^\circ - 10^\circ = 0^\circ \quad u \text{ 与 } i_2 \text{ 同相;}$$

$$\varphi_3 = \psi_u - \psi_{i_3} = 10^\circ - (-80^\circ) = 90^\circ \quad u \text{ 与 } i_3 \text{ 正交, } u \text{ 超前于 } i_3$$

答案 6.2

$$(a) u = 10\cos(\omega t - 10^\circ)\text{V}$$

$$(b) \dot{U} = \sqrt{6^2 + 10^2} \angle \arctg \frac{-8}{-6} = 10 \angle 233.1^\circ \text{V}, u = 10\sqrt{2} \cos(\omega t + 233.1^\circ)\text{V}$$

$$(c) \dot{I}_m = \sqrt{0.2^2 + 20.8^2} \angle \arctg \frac{-20.8}{0.2} = 20.8 \angle -89.4^\circ \text{A}, i = 20.8 \cos(\omega t - 89.4^\circ)\text{A}$$

$$(d) \dot{I} = 30 \angle 180^\circ \text{A}, i = 30\sqrt{2} \cos(\omega t + 180^\circ)\text{A}$$

答案 6.3

解：(a)利用正弦量的相量表示法的线性性质得：

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = n, \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = -\frac{1}{n}$$

(b)磁通相量通常用最大值表示，利用正弦量的相量表示法的微分性质得：

$$\dot{U}_m = j\omega N\dot{\Phi}_m$$

(c) 利用正弦量的相量表示法的线性性质与微分性质得：

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I}$$

答案 6.4

解：由 KCL 得电流 i 的振幅相量

$$\begin{aligned}\dot{I}_m &= \dot{I}_{1m} + \dot{I}_{2m} + \dot{I}_{3m} \\ &= (2\angle 100^\circ + 4\angle 10^\circ + 5\angle -80^\circ)\text{A} \\ &= (-0.347 + j1.97 + 3.939 + j0.695 + 0.868 - j4.924)\text{A} \\ &= 5\angle -26.86^\circ\text{A}\end{aligned}$$

电流 i 的瞬时值为

$$i = 5\cos(\omega t - 26.86^\circ)\text{A}$$

答案 6.5

解：电压表和电流表读数为有效值，其比值为阻抗模，即

$$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = U / I$$

将已知条件代入，得

$$\begin{cases} \sqrt{R^2 + (2\pi \times 50 \times L)^2} = \frac{100\text{V}}{15\text{A}} \\ \sqrt{R^2 + (2\pi \times 100 \times L)^2} = \frac{100\text{V}}{10\Omega} \end{cases}$$

联立方程，解得

$$L = 13.7\text{mH}, R = 5.08\Omega$$

答案 6.6

解：

(a) RC 串联电路中电阻电压与电容电压相位正交，各电压有效值关系为

$$U = \sqrt{U_2^2 - U_1^2} = \sqrt{50^2 - 40^2} \text{ V} = 30 \text{ V}$$

电流 i 的有效值为

$$I = I_C = \frac{U}{|X_C|} = \frac{30 \text{ V}}{10 \Omega} = 3 \text{ A}$$

(b)

$$U = |X_C| I_C = 30 \Omega \times 2 \text{ A} = 60 \text{ V}$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{60 \text{ V}}{50 \Omega} = 1.2 \text{ A}$$

RC 并联电路中电阻电流与电容电流相位正交，总电流有效值为

$$I = \sqrt{I_C^2 + I_R^2} = \sqrt{2^2 + 1.2^2} \text{ A} = 2.33 \text{ A}$$

(c)

$$U_C = |X_C| I_C = 30 \Omega \times 1 \text{ A} = 30 \text{ V}$$

由

$$U_L = U_C = X_L I \Rightarrow I_L = \frac{U_C}{X_L} = \frac{30 \text{ V}}{15 \Omega} = 2 \text{ A}$$

并联电容、电感上电流相位相反，总电流为

$$I = |I_L - I_C| = 1 \text{ A}$$

电阻电压与电容电压相位正交，总电压为：

$$U = \sqrt{U_C^2 + U_R^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} \text{ V} = 50 \text{ V}$$

答案 6.7

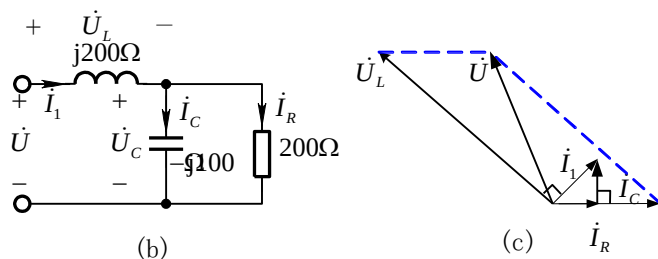
解：感抗

$$X_L = \omega L = (2 \times 10^3) \text{ rad/s} \times 0.1 \text{ H} = 200 \Omega$$

容抗

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = \frac{-1}{(2 \times 10^3) \text{ rad/s} \times (5 \times 10^{-6}) \text{ F}} = -100 \Omega$$

图(a)电路的相量模型如图(b)所示。



由已知得 $\dot{I}_R = 1 \angle 0^\circ \text{ A}$ ，按从右至左递推的方法求得各元件电压、电流相量如

下：

$$\dot{U}_C = \dot{I}_R R = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{jX_C} = \frac{200 \angle 0^\circ \text{ V}}{-j100 \Omega} = 2 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_C + \dot{I}_R = (1 \angle 0^\circ + 2 \angle 90^\circ) \text{ A} = (1 + j2) \text{ A} = \sqrt{5} \angle 63.43^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_L = jX_L \dot{I}_1 = j200 \times \sqrt{5} \angle 63.43^\circ \text{ V} = 200\sqrt{5} \angle 153.43^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_C = (200\sqrt{5} \angle 153.43^\circ + 200 \angle 0^\circ) \text{ V} = 200\sqrt{2} \angle 135^\circ \text{ V}$$

由以上各式画出电压、电流相量图如图(c)所示。由各相量值求得各元件电压、

电流瞬时值分别为

$$i_C = 2\sqrt{2} \cos(\omega t + 90^\circ) \text{ A}, i_1 = \sqrt{10} \cos(\omega t + 63.43^\circ) \text{ A}$$

$$u_R = u_C = 200\sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ V}, u_L = 200\sqrt{10} \cos(\omega t + 153.43^\circ) \text{ V}$$

$$u = 400 \cos(\omega t + 135^\circ) \text{ V}$$

答案 6.8

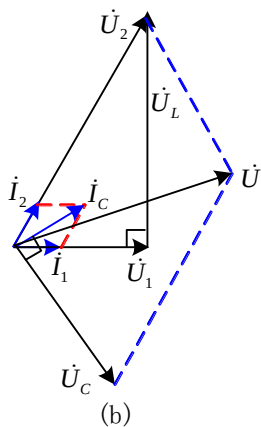
解：从右至左递推求得各元件电压、电流相量分别为：

$$R: \dot{I}_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ A}, \dot{U}_1 = 10 \text{ V}$$

$$L: \dot{I}_1 = \dot{I}_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ A}, \dot{U}_L = 17.3 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_2 = (10 + j17.3) \text{ V} = 20 \angle 60^\circ \text{ V}, \dot{I}_2 = \dot{U}_2 / 20 \Omega = 1 \angle 60^\circ \text{ A}$$

$$C: \dot{I}_C = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 1.732 \angle 30^\circ \text{ A}, \dot{U}_C = -j10 \dot{I}_C = 17.32 \angle -60^\circ \text{ V}$$



答案 6.9

解：设 $\dot{U}_R = 10\angle 0^\circ \text{ V}$ ，则

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_R}{R} = 1\angle 0^\circ \text{ A}, \dot{U}_L = jX_L \dot{I}_R = 10\angle 90^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L = (10\angle 0^\circ + 10\angle 90^\circ) \text{ V} = 10\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{jX_C} = \frac{10\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ V}}{-j10\Omega} = \sqrt{2}\angle 135^\circ \text{ A}$$

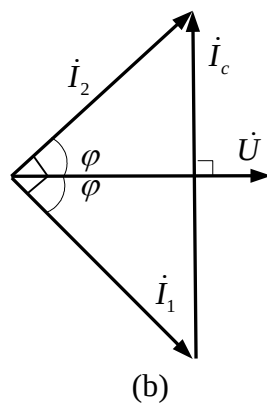
$$\dot{I}_S = \dot{I}_R + \dot{I}_C = (1\angle 0^\circ + \sqrt{2}\angle 135^\circ) \text{ A} = j\text{ A} = 1\angle 90^\circ \text{ A}$$

所求电流有效值为

$$I_S = 1 \text{ A}。$$

答案 6.10

解：图(a)电路各变量相量关系如图(b)所示。



由图(b)可推出

$$\varphi = 45^\circ \quad (1)$$

$$R = X_L \quad (2)$$

$$I_C = \sqrt{2}I_1 \quad (3)$$

由式(3)可得

$$\frac{U}{|X_C|} = \frac{\sqrt{2}U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{\sqrt{2}U}{\sqrt{2}|X_L|}$$

即

$$|X_C| = |X_L|$$

$$X_C = -X_L$$

答案 6.11

解：利用阻抗的并联及串联等效，图题 6.11 电路阻抗可表示为

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= \frac{jX_C \times 200}{jX_C + 200} + jX_L = \frac{\frac{1}{j\omega C} \times 200}{\frac{1}{j\omega C} + 200} + j\omega L \\ &= \frac{200}{1 + j200\omega C} + j\omega L = \frac{(200 - 200\omega^2 LC) + j\omega L}{1 + j200\omega C} \end{aligned}$$

将 $\omega = 500, 1000, 2000 \text{ rad/s}$ 分别代入上式，得

$$Z(500) = (160 - j30)\Omega$$

虚部为负值，故此时等效电路为 RC 串联：

$$R = \text{Re}[Z(500)] = 160\Omega$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} \text{Im}[Z(500)] = -30\Omega$$

$$C = -\frac{1}{\omega X_C} = 66.6\mu\text{F}$$

$Z(1000) = 100\Omega$ ，虚部为零，故此时等效电路为电阻 R ， $R = 100\Omega$ 。

$Z(2000) = (40 + j120)\Omega$ ，虚部为正值，故此时等效电路为 RL 串联：

$$R = \text{Re}[Z(2000)] = 40\Omega$$

$$X_L = \frac{1}{\omega L} = \text{Im}[Z(2000)] = 120\Omega$$

$$L = \frac{1}{\omega X_L} = 0.06\text{H}$$

注释：因为感抗和容抗是频率的函数，因此正弦电流电路的等效参数一般与频率有关。

答案 6.12

解:

对节点①列节点电压方程

$$\left(\frac{1}{R_2} + j\omega C + \frac{1}{R_1}\right)\dot{U}_C = \frac{\mu\dot{U}}{R_1} = \frac{\mu(\dot{U}_s - \dot{U}_C)}{R_1}$$

解得

$$\dot{U}_C = \frac{\mu R_2 \dot{U}_s}{(1 + \mu)R_2 + R_1 + j\omega C R_1 R_2}$$

答案 6.13

解: 电压源和电流源的相量分别为

$$\dot{U}_s = 10\angle 0^\circ \text{ V}, \quad \dot{I}_s = 10\angle 0^\circ \text{ A}$$

对节点①和②列相量形式节点电压方程

$$\begin{cases} (j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L} + 1S)\dot{U}_{n1} - 1S \times \dot{U}_{n2} = j\omega C_1 \dot{U}_s - g\dot{U}_2 \\ -1S \times \dot{U}_{n1} + (j\omega C_2 + 1S)\dot{U}_{n2} = \dot{I}_s + g\dot{U}_2 \end{cases}$$

由图可知受控源控制量

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{n1}$$

解得

$$\dot{U}_{n1} = j10\text{V} \quad \dot{U}_{n2} = 10 - j10\text{V}$$

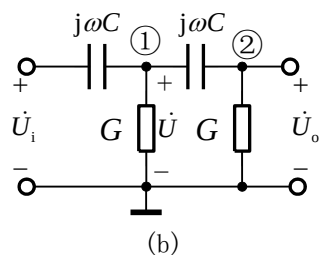
$$\dot{U}_{12} = \dot{U}_{n1} - \dot{U}_{n2} = (-10 + j20)\text{V} = 22.36\angle 116.57^\circ \text{ V}$$

受控电流源的电压为

$$u_{12} = 22.36\sqrt{2} \cos(\omega t + 116.57^\circ) \text{ V}$$

答案 6.14

解: 相量模型如图(b)所示。



对节点①、②列节点电压方程：

$$(j\omega C + j\omega C + G)\dot{U}_{n1} - j\omega C\dot{U}_{n2} = j\omega C\dot{U}_i \quad (1)$$

$$-j\omega C\dot{U}_{n1} + (j\omega C + G)\dot{U}_{n2} = 0 \quad (2)$$

联立解得

$$\frac{\dot{U}_{n2}}{\dot{U}_i} = \frac{1}{3} \angle 90^\circ$$

又因为

$$\dot{U}_{n2} = \dot{U}_o$$

所以

$$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{1}{3} \angle 90^\circ$$

即 u_o 超前于 u_i 的相位差为 90° 。

答案 6.15

解：对含运算放大器的电路宜列写节点电压方程：

$$\left(\frac{1}{1k\Omega} + \frac{1}{1k\Omega} + j10^3 \times 1\mu F\right)\dot{U}_{n1} - \left(\frac{1}{1k\Omega} + j10^3 \times 1\mu F\right)\dot{U}_{n2} = 0 \quad (1)$$

$$\dot{U}_{n2} = \dot{U}_o \quad (2)$$

由端口特性得

$$\dot{U}_{n1} = \dot{U}_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{ V} \quad (3)$$

将式(2)(3)代入(1)得

$$\dot{U}_o = \frac{1.5 - j0.5}{\sqrt{2}} \text{ V} = \frac{1.58}{\sqrt{2}} \angle -18.43^\circ \text{ V}$$

输出电压瞬时值为

$$u_o = 1.58 \cos(\omega t - 18.43^\circ) \text{ V}$$

答案 6.16

解：列节点电压方程

$$\left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)\dot{U}_{n1} - \frac{1}{R}\dot{U}_{n2} - j\omega C\dot{U}_{n3} = 0 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{R}\dot{U}_{n1} + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + j2\omega C\right)\dot{U}_{n2} = \frac{1}{R}\dot{U}_i \quad (2)$$

$$-j\omega C\dot{U}_{n1} + (j\omega C + j\omega C + \frac{2}{R})\dot{U}_{n3} = j\omega C\dot{U}_i \quad (3)$$

由式(2)和式(3)得

$$\dot{U}_{n2} = \frac{\dot{U}_i + \dot{U}_{n1}}{2(1 + j\omega CR)}, \quad \dot{U}_{n3} = \frac{j\omega CR(\dot{U}_i + \dot{U}_{n1})}{2(1 + j\omega CR)} \quad (4)$$

将式(4)代入式(1)得

$$\dot{U}_{n1} = \dot{U}_o = \frac{(1 - \omega^2 C^2 R^2)\dot{U}_i}{1 - \omega^2 C^2 R^2 + j4\omega CR} \quad (5)$$

由式(5)求得，当 $\omega = \frac{1}{RC}$ 时， $\dot{U}_o = 0$ 。

答案 6.17

解：图示电路容抗

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{1}{100 \times 0.01} \Omega = -1\Omega,$$

感抗

$$X_L = \omega L = (100 \times 0.01)\Omega = 1\Omega$$

列节点电压方程

$$\left[\frac{1}{1\Omega + j(-1\Omega)} + \frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{1\Omega + j\Omega}\right]\dot{U}_{n1} = \frac{\dot{U}_{S1}}{1\Omega + j(-1\Omega)} + \frac{\dot{U}_{S2}}{1\Omega} \quad (1)$$

将

$$\dot{U}_{S1} = \dot{U}_{S2} = 2\sqrt{2}\angle 0^\circ \text{V} \text{ 代入(1)式}$$

解得

$$\dot{U}_{n1} = \sqrt{5}\angle 18.43^\circ \text{V}$$

$$\dot{I} = -\frac{-\dot{U}_{n1} + \dot{U}_{S1}}{1\Omega + j(-1\Omega)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{A}$$

电流

$$i = \cos(100t) \text{A}$$

答案 6.18

解：(a) 设各支路电流相量如图所示：

$$\dot{U}_C = -j5\Omega \times \dot{I}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{4\Omega} \times (\dot{U}_C - 12\dot{I}) = \frac{-j5 - 12}{4} \times \dot{I}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I} + \dot{I}_2 = \frac{-j5 - 8}{4} \times \dot{I}$$

$$\dot{U}_{ab} = 10\dot{I}_1 + \dot{U}_C = \frac{-80 - j70}{4} \times \dot{I}$$

$$Z_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\dot{I}_1} = \frac{80 + j70}{8 + j5} \Omega$$

(b) 图中含理想变压器，无法用导纳表示其元件方程，须将其电流 $\dot{I}_1$ ， $\dot{I}_2$

设为待求量，采用改进节点电压法列写方程：

$$\begin{cases} \frac{1}{-j20\Omega} \dot{U} - \frac{1}{-j20\Omega} \dot{U}_2 + \dot{I}_1 = \dot{I} \\ -\frac{1}{-j20\Omega} \dot{U} + \frac{1}{10\Omega - j20\Omega} \dot{U}_2 + \dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

补充理想变压器特性方程

$$\begin{cases} \dot{U} = 2\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = -\frac{1}{2}\dot{I}_2 \end{cases}$$

上述方程含有 5 个未知量，消去 $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{U}_2$ ，可得 $\dot{U}$ 与 $\dot{I}$ 的关系为

$$\dot{U} = (32 - j16)\Omega \dot{I}$$

即

$$Z_{ab} = \dot{U} / \dot{I} = (32 - j16)\Omega$$

答案 6.19

解：由阻抗的串、并联等效化简规则得

$$Z = (R + j\omega L) // (R + \frac{1}{j\omega C}) = \frac{R^2 + \frac{L}{C} + jR(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{2R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

当 $R = \sqrt{L/C}$ 时，由上式得 $Z = R$ ，且与频率无关。

答案 6.20

解：(1)求开路电压 $\dot{U}_{oc}$

对图(a)电路列节点电压方程

$$\begin{cases} (\frac{1}{20} + \frac{1}{-j10})S \times \dot{U}_{n1} - \frac{1}{-j10} \times \dot{U}_{n2} = 2\angle 0^\circ A & (1) \\ -\frac{1}{-j10} S \times \dot{U}_{n1} + \frac{1}{-j10} S \times \dot{U}_{n2} = 0.1S \times \dot{U}_1 & (2) \end{cases}$$

受控源控制量 $\dot{U}_1$ 即为节点电压 $\dot{U}_{n1}$ ，即

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{n1} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)再与式(1)联立解得

$$\dot{U}_{n1} = -40V, \quad \dot{U}_{n2} = \dot{U}_{oc} = 40\sqrt{2}\angle 135^\circ V$$

(2)求等效阻抗 Z_i

在 ab 端外施电压源 $\dot{U}_{ab}$ ，求输入电流 $\dot{I}$ ， $\dot{U}_{ab}$ 与 $\dot{I}$ 的比值即为等效阻抗 Z_i 。

由节点②得

$$\dot{I} = \dot{I}_1 - 0.1S \times \dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_1}{20\Omega} - \frac{\dot{U}_1}{10\Omega}$$

又

$$\dot{U}_{ab} = (20 - j10)\Omega \dot{I}_1 = (20 - j10) \times \frac{\dot{U}_1}{20}$$

得

$$Z_i = \frac{\dot{U}_{ab}}{\dot{I}} = \frac{(20 - j10) \times \frac{\dot{U}_1}{20}}{(\frac{1}{20} - \frac{1}{10})\dot{U}_1} = 22.36 \angle 153.43^\circ \Omega$$

答案 6.21

解：(a) 对图(a)电路，感抗

$$X_L = \omega L = 10^3 \text{ rad/s} \times 0.2 \text{ H} = 200\Omega$$

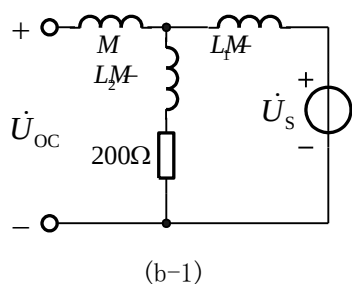
由分压公式得端口开路电压

$$\dot{U}_{oc} = \frac{(100 + j200)\Omega}{(100 + j200 + 200)\Omega} \times 200 \angle 0^\circ \text{ V} = 124 \angle 29.7^\circ \text{ V}$$

求等效阻抗，将电压源作用置零

$$Z_i = (100 + j200)\Omega // 200\Omega = \frac{200\Omega \times (100 + j200)\Omega}{(200 + 100 + j200)\Omega} = 124 \angle 29.7^\circ \Omega$$

(b) 对图(b)电路，应用互感消去法，将电路等效成图(b-1)。



图中

$$M = 0.1\text{H}, L - M = 0.2\text{H}。$$

由分压公式得

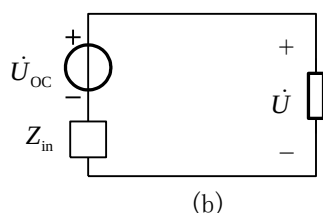
$$\dot{U}_{\text{OC}} = \frac{R + j\omega(L_2 - M)}{R + j\omega(L_2 - M) + j\omega(L_1 - M)} \dot{U}_s = (25 + j175)\text{V} = 176.77 \angle 81.87^\circ \text{V}$$

等效阻抗

$$\begin{aligned} Z_i &= j\omega M + [R + j\omega(L_2 - M)] // j\omega(L_1 - M) \\ &= j\omega M + \frac{[R + j\omega(L_2 - M)] \times j\omega(L_1 - M)}{R + j\omega(L_2 - M) + j\omega(L_1 - M)} = (150 - j50)\Omega = 158.1 \angle -18.43^\circ \Omega \end{aligned}$$

答案 6.22

解：对图(a)电路做戴维南等效，如图(b)所示。



$$Z_i = j\omega L + 1/(j\omega C) \quad (1)$$

$$\dot{U}_{\text{OC}} = \frac{\dot{I}_s}{j\omega C} \quad (2)$$

由图(b)可知，当 $Z_i = 0$ 时，电阻两端电压 $\dot{U}$ 与电阻 R 无关，始终等于 $\dot{U}_{\text{OC}} (R \neq 0)$ 。

由式(1)解得

$$\omega = 1/\sqrt{LC} = 100\text{rad/s}$$

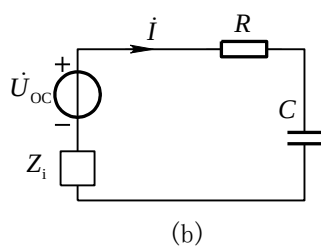
将式(3)代入式(2)得

$$\dot{U} = \dot{U}_{oc} = 10\angle 0^\circ \text{A} \times \frac{1}{j100\text{rad/s} \times 0.01\text{F}} = 10\angle -90^\circ \text{V}$$

$$u = 10\sqrt{2} \cos(\omega t - 90^\circ) \text{V}$$

答案 6.23

解：先对图(a)电路 ab 端左侧电路作戴维南等效，如图(b)所示。



令

$$X_L = \omega L = 2000\text{rad/s} \times 2 \times 10^{-3} \text{H} = 4\Omega$$

得等效阻抗

$$Z_i = 8\Omega // 8\Omega // j4\Omega = \frac{4\Omega \times j4\Omega}{4\Omega + j4\Omega} = 2(1 + j)\Omega$$

由

$$i = \frac{U_{oc}}{Z_i + R + \frac{1}{j\omega C}}$$

知，欲使电流 i 有效值为最大，电容的量值须使回路阻抗虚部为零，即：

$$\text{Im}[Z_i + R + \frac{1}{j\omega C}] = 2 - \frac{1}{\omega C} = 0$$

等效后电路如图(b)所示。

解得

$$C = \frac{1}{2\omega} = 250\mu\text{F}$$

答案 6.24

解：应用分压公式，输出电压 $\dot{U}_o$ 可表示为

$$\begin{aligned}\dot{U}_o &= \dot{U}_{n1} - \dot{U}_{n2} \\&= \frac{\dot{U}_i}{2} - \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \times \dot{U}_i \\&= \frac{\dot{U}_i}{2} - \frac{\dot{U}_i}{1 + j\omega CR} = \frac{j\omega CR - 1}{2(j\omega CR + 1)} \dot{U}_i\end{aligned}$$

当 $R = 0$ ， $\dot{U}_o$ 超前于 $\dot{U}_i$ 180° ；

当 $R = \frac{1}{\omega C}$ ， $\dot{U}_o$ 超前于 $\dot{U}_i$ 90° ；

当 $R \rightarrow \infty$ ， $\dot{U}_o$ 与 $\dot{U}_i$ 同相位。

即当 R 由零变到无穷时， $\dot{U}_o$ 超前于 $\dot{U}_i$ 相位差从 180° 到 0° 变化。

答案 6.25

解：图示电路负载等效导纳为

$$Y = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right) \quad (1)$$

$$|Y|^2 = \left[\frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} \right]^2 + \left[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \right]^2 = \frac{1 - 2\omega^2 LC}{R^2 + (\omega L)^2} + (\omega C)^2 \quad (2)$$

由式(2)可见：当 $\omega^2 = 1/(2LC)$ 时， $|Y| = \omega C$ 与 R 无关，电流有效值 $I = |Y|U = \omega CU$

不随 R 改变。

解得

$$C = \frac{1}{2\omega^2 L} = 5\mu\text{F}$$

将 ω 、 L 、 C 值代入(1)式，得

$$Y = \frac{R + j5 \times 10^{-3}(R^2 - 10^4)}{R^2 + 10^4}$$

当 $R = 0$ ， $\dot{I}$ 滞后 $\dot{U}_s$ 为 -90° ；

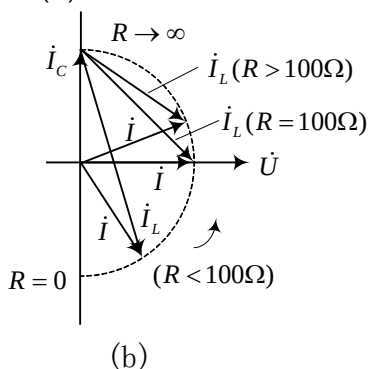
当 $0 < R < 100\Omega$, $\dot{I}$ 滞后 $\dot{U}_s$ 为从 -90° 向 0 变化;

当 $R = 100\Omega$, $\dot{I}$ 与 $\dot{U}_s$ 同相位;

当 $R > 100\Omega$, $\dot{I}$ 超前 $\dot{U}_s$ 为从 0 向 90° 变化;

当 $R \rightarrow \infty$, $\dot{I}$ 超前 $\dot{U}_s$ 为 90° 。

图(b)为电流相量图:



$\dot{I}$ 的终点轨迹为半圆, 当 R 从 0 变到 ∞ 时, $\dot{I}$ 的辐角从 -90° 变到 90° 。

答案 6.26

解: 由分压公式得

$$\begin{aligned} \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} &= \frac{R // \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C} + (R // \frac{1}{j\omega C})} = \frac{\frac{R \times \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R \times \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}} \\ &= \frac{R}{3R + j(\omega R^2 C - 1/\omega C)} \end{aligned}$$

令虚部

$$\omega R^2 C - \frac{1}{\omega C} = 0, \text{ 得 } \omega = \frac{1}{RC}$$

即 $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$ 时, 且 $\dot{U}_1$ 与 $\dot{U}_2$ 同相位

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{3}$$

答案 6.27

解：对节点①列节点电压方程

$$(j\omega C_2 + G_2 + j\omega C_1 + G_1)\dot{U}_o = (G_1 + j\omega C_1)\dot{U}_i \quad (1)$$

式中 G_k 为相应电阻的倒数。

由式(1)解得

$$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{G_1 + j\omega C_1}{G_1 + G_2 + j\omega(C_1 + C_2)} = \frac{G_1(1 + j\omega C_1/G_1)}{(G_1 + G_2)[1 + j\omega \frac{(C_1 + C_2)}{(G_1 + G_2)}]}$$

由上式可知，当

$$C_1/G_1 = (C_1 + C_2)/(G_1 + G_2)$$

即 $C_1 R_1 = C_2 R_2$ 时，

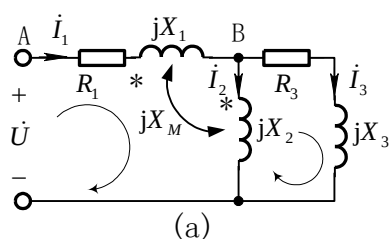
$$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{G_1}{G_1 + G_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

此时 $\dot{U}_o$ 与 $\dot{U}_i$ 在任何频率下同相位。

答案 6.28

解：方法一：

设 $\dot{U} = 120\angle 0^\circ \text{ V}$ ，各支路电流如图(a)所示



列支路电流方程如下：

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 \\ \dot{U} = R_1 \dot{I}_1 + jX_1 \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2 + jX_M \dot{I}_1 + jX_2 \dot{I}_2 \\ jX_M \dot{I}_1 + jX_2 \dot{I}_2 = (R_3 + jX_3) \dot{I}_3 \end{cases}$$

解得

$$\dot{I}_1 = 4.27 \angle -49.04^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_2 = 1.9117 \angle -122.475^\circ \text{ A}。$$

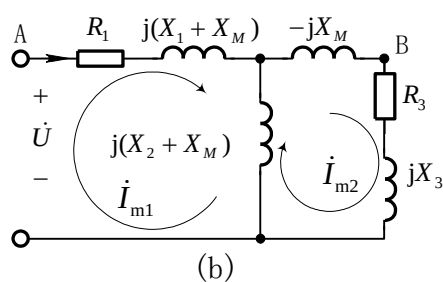
$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= R_1 \dot{I}_1 + jX_1 \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2 \\ &= 83.63 \angle -6.58^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

所以电压有效值为

$$U_{AB} = 83.63 \text{ V}$$

方法二：

应用互感消去法，图(a)电路可等效成图(b)所示。



列网孔电流方法

$$\begin{cases} [R_1 + j(X_1 + X_M) + j(X_2 + X_M)] \dot{I}_{m1} - j(X_2 + X_M) \dot{I}_{m2} = \dot{U} & (1) \\ -j(X_2 + X_M) \dot{I}_{m1} + [-jX_M + R_3 + jX_3 + j(X_2 + X_M)] \dot{I}_{m2} = 0 & (2) \end{cases}$$

将已知条件代入，得

$$\begin{cases} (12 + j34)\Omega \dot{I}_1 - j16\Omega \dot{I}_2 = 120 \angle 0^\circ \text{ V} \\ -j16\Omega \dot{I}_1 + (8 + j16)\dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

解得

$$\begin{aligned}\dot{I}_{m1} &= 4.27 \angle -49.04^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_{m2} &= 3.82 \angle -22.47^\circ \text{ A} \\ \dot{U}_{AB} &= [R_1 + j(X_1 + X_M)] \dot{I}_{m1} + (-jX_M) \dot{I}_{m2} \\ &= 83.63 \angle -6.58^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

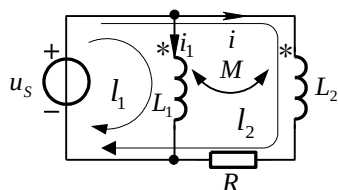
所以有效值

$$U_{AB} = 83.63 \text{ V}。$$

注释：对含互感的电路宜用支路电流法或回路电流法列写方程。

答案 6.29

解：应用支路电流法，如图所示



列 KVL 方程

$$\begin{cases} j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I} + R \dot{I} = \dot{U}_s & (1) \\ j\omega M \dot{I} + j\omega L_1 \dot{I}_1 = \dot{U}_s & (2) \end{cases}$$

方程(1)乘 L_1 ，方程(2)乘 M ，二者相减消去 $\dot{I}_1$ 得电流 $\dot{I}$ 与输入电压 $\dot{U}_s$ 的关系表达式

$$\dot{I} = \frac{(L_1 - M)\dot{U}_s}{RL_1 + j\omega(L_1L_2 - M^2)}$$

由上式可见：当 $M = \sqrt{L_1L_2}$ 即互感为全耦合时， $\dot{I} = \frac{L_1 - M}{RL_1} \dot{U}_s$ ， $\dot{I}$ 与 $\dot{U}_s$ 同相

且与频率无关。 i 的有效值为

$$I = U_s(L_1 - M)/(RL_1)$$

答案 6.30

解：网络 N 的等效阻抗

$$\begin{aligned} Z' &= (10 + j10)\Omega // (-j20)\Omega \\ &= \frac{(10 + j10) \times (-j20)}{10 + j10 - j20} \Omega = \frac{(10 + j10) \times (-j20)}{10 - j10} \Omega = 20 \angle 0^\circ \Omega \end{aligned}$$

输入电流

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{30 + Z'} = 2A$$

网络 N 的平均功率为

$$P = I^2 \times \text{Re}[Z'] = (2A)^2 \times 20\Omega = 80W$$

无功功率

$$Q = I^2 \times \text{Im}[Z'] = (2\text{A})^2 \times 0 = 0$$

功率因数

$$\lambda = \cos \varphi = \cos 0^\circ = 1$$

视在功率

$$S = P / \cos \varphi = 80\text{VA}$$

答案 6.31

解：等效阻抗

$$|Z| = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \frac{36\text{V}}{10\text{A}} = 3.6\Omega \quad (1)$$

由平均功率 $P = I^2 R$ 得

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{288\text{W}}{(10\text{A})^2} = 2.88\Omega$$

将式(2)代入式(1)解得

$$X_L = \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \sqrt{3.6^2 - 2.88^2}\Omega = 2.16\Omega$$

所以等效阻抗为

$$Z = R + jX_L = (2.88 + j2.16)\Omega$$

当 $\omega = 314\text{rad/s}$ 时，负载的等效电阻和等效电感分别为

$$R = 2.88\Omega, \quad L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{2.16\Omega}{314\text{rad/s}} = 6.88\text{mH}$$

注释：功率表的读数等于电压线圈电压有效值、电流线圈电流有效值及电压与电流相位差夹角余弦三者之积。

答案 6.32

解：方法一：

平均功率 $P = U_1 I_1 \cos \varphi$ ，可推出电压与电流的相位差 φ

$$\varphi = \arccos \frac{P}{U_1 I_1} = \arccos \frac{500 \text{ W}}{100 \text{ V} \times 10 \text{ A}} = 60^\circ$$

设 $\dot{I}_1 = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$ ，则 $\dot{U}_1 = 100 \angle 60^\circ \text{ V}$

负载端电压相量

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 - (5\Omega + j5\Omega) \dot{I}_1 = 36.6 \angle 90^\circ \text{ V}$$

有效值为

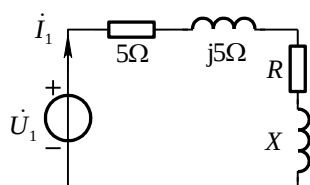
$$U_2 = 36.6 \text{ V}$$

负载阻抗

$$Z_L = \dot{U}_2 / \dot{I}_1 = j3.66\Omega$$

方法二：

图(a)电路可表示成图(b)形式。



(b)

电源输出的平均功率等于所有电阻吸收的平均功率，由此得

$$P = I^2 (5\Omega + R) = 10^2 (5\Omega + R) = 500 \text{ W}$$

解得

$$R = 0$$

又因

$$|Z| = \frac{U_1}{I_1} = \sqrt{(5 + R)^2 + (5 + X)^2} = \frac{100}{10}$$

解得

$$X = 3.66\Omega$$

所以负载阻抗

$$Z = R + jX = j3.66\Omega$$

负载端电压

$$U_2 = I_1 |Z| = 3.66V$$

答案 6.33

解：功率表的读数等于电压线圈电压有效值、电流线圈电流有效值以及上述电压、电流相位差夹角余弦三者之积。对图示电路，功率表读数表达式为

$$P_W = U_{ab} I_2 \cos \varphi = \operatorname{Re}[\dot{U}_{AB}^* I_2] \quad (1)$$

下面分别计算 $\dot{I}_2$ 和 $\dot{U}_{ab}$ 。设 $\dot{U} = 100\angle 0^\circ \text{ V}$ ，端口等效阻抗

$$\begin{aligned} Z_i &= 30\Omega + (-j20\Omega) // (10 + j10)\Omega \\ &= 30\Omega + \frac{-j20\Omega \times (10 + j10)\Omega}{-j20\Omega + (10 + j10)\Omega} = 50\Omega \end{aligned}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U} / Z_i = 2\angle 0^\circ \text{ A}$$

由分流公式得

$$\dot{I}_2 = \frac{-j20\Omega \dot{I}_1}{-j20\Omega + (10 + j10)\Omega} = (2 - j2) \text{ A} \quad (2)$$

则

$$\dot{U}_{ab} = 30\Omega \times \dot{I}_1 + 10\Omega \times \dot{I}_2 = (80 - j20) \text{ V} \quad (3)$$

将式(2)、(3)代入式(1)得功率表的读数为

$$P_W = \operatorname{Re}[\dot{U}_{AB}^* I_2] = \operatorname{Re}[(80 - j20)(2 + j2)] = 200 \text{ W}$$

说明：本题功率表的读数也等于两个电阻吸收的平均功率之和，但由于题中已知条件导致的一种巧合。

答案 6.34

解：由已知条件得负载 1 和 2 的功率因数角分别为

$$\varphi_1 = \arccos \lambda_1 = 36.86^\circ, \quad \varphi_2 = \arccos \lambda_2 = -53.13^\circ \text{ (因为负载 2 为容性)}$$

则负载 1、2 的视在功率和无功功率分别为

$$S_1 = P_1 / \lambda_1 = 80 \text{ W} / 0.8 = 100 \text{ VA}, \quad Q_1 = S_1 \sin \varphi_1 = 60 \text{ var}$$

$$S_2 = P_2 / \lambda_2 = 30 \text{ W} / 0.6 = 50 \text{ VA}, \quad Q_2 = S_2 \sin \varphi_2 = -40 \text{ var}$$

平均功率和无功功率分别具有守恒性, 两并联负载的总平均功率和无功功率

为负载 1、2 之和, 即

$$P = P_1 + P_2 = 110 \text{ W}, \quad Q = Q_1 + Q_2 = 20 \text{ var}$$

视在功率为

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 111.8 \text{ VA}$$

功率因数为

$$\lambda = P / S = 0.98$$

答案 6.35

解：电路总平均功率为

$$P = P_{\text{白炽灯}} + P_{\text{日光灯}} = 40 \text{ W} \times 100 + 40 \text{ W} \times 100 = 8000 \text{ W}$$

日光灯的功率因数角

$$\varphi = \arccos(0.5) = 60^\circ$$

白炽灯的功率因数为 1, 不存在无功功率, 因此两种灯的总无功功率为:

$$Q = P_{\text{日光灯}} \times \tan \varphi = 6928.2 \text{ var}$$

视在功率

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 10583 \text{ VA}$$

总电流

$$I = S / U = 48.1 \text{ A}$$

总功率因数

$$\lambda = P/S = 0.756$$

并联电容后，电路的功率因数角为

$$\varphi' = \arccos 0.9 = 25.84^\circ$$

电容的并联接入不改变平均功率，而无功功率变为

$$Q' = P \tan \varphi' = 3874.58 \text{ var}$$

并联电容后总功率的变化量等于电容上的无功功率，即

$$Q_C = Q' - Q = -3053.6 \text{ var}$$

因为 $Q_C = -\omega C U^2$ ，所以

$$C = \frac{-Q_C}{\omega U^2} = \frac{3053.6 \text{ var}}{(2\pi \times 50) \text{ rad/s} \times (220 \text{ V})^2} = 201 \mu\text{F}$$

并联电容后的总电流为：

$$I' = \frac{P}{U \lambda'} = \frac{8000 \text{ W}}{220 \text{ V} \times 0.9} = 40.40 \text{ A}$$

答案 6.36

解： 设

$$\dot{U}_1 = 200 \angle 0^\circ \text{ V}, \quad \varphi_1 = \arccos 0.8 = 36.86^\circ$$

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1 \lambda} = 5 \text{ A}, \quad \dot{I}_1 = I_1 \angle -\varphi_1 = 5 \angle -36.86^\circ \text{ A}$$

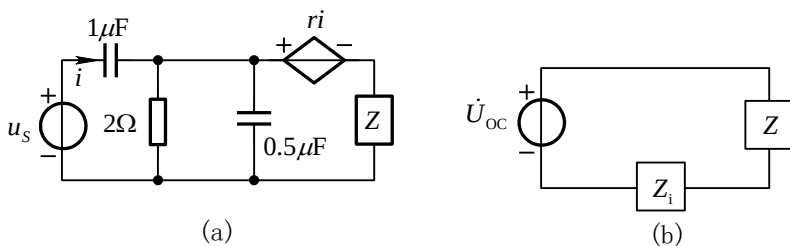
$$\dot{I}_C = \dot{U}_1 / (-j100 \Omega) = j2 \text{ A}, \quad \dot{I} = \dot{I}_C + \dot{I}_1 = (4 - j) \text{ A} = 4.12 \angle -14.04^\circ$$

$$\dot{U} = 10 \dot{I} + \dot{U}_1 = (240 - j10) \text{ V} = 240.2 \angle -2.39^\circ$$

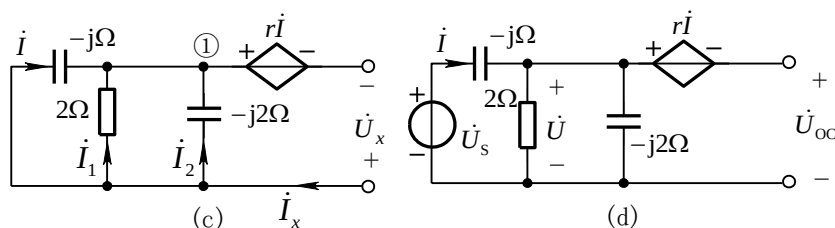
$$I = 4.12 \text{ A}, \quad U = 240.2 \text{ V}$$

答案 6.37

解： 对原电路做戴维南等效，如图（b）所示。



(1) 求输入阻抗, 由图 (c) 得:



$$\begin{aligned}\dot{U}_x &= -j\Omega \times \dot{I} + r\dot{I} = (1-j)\Omega \times \dot{I} \\ \dot{I}_x &= \dot{I} + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I} + (-j\Omega \times \dot{I}) \times \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{-j2\Omega}\right) = \left(\frac{3}{2} - \frac{j}{2}\right)\dot{I} \\ Z_i &= R_i + jX_i = \frac{\dot{U}_x}{\dot{I}_x} = \frac{(1-j)\Omega \dot{I}}{\frac{1}{2}(3-j)\dot{I}} = (0.8 - j0.4)\Omega\end{aligned}$$

(2) 求开路电压, 如图 (d) 所示:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{oc} &= \dot{U} - r\dot{I} \\ &= \frac{2\Omega // (-j2\Omega)}{2\Omega // (-j2\Omega) + (-j\Omega)} \dot{U}_s - r \frac{\dot{U}_s}{2\Omega // (-j2\Omega) + (-j\Omega)} \\ &= \frac{1+j}{1+j3} \dot{U}_s = (0.4 - j0.2)\sqrt{2}\text{V} = 0.2\sqrt{10} \angle -26.57^\circ \text{V}\end{aligned}$$

(3) 求最大功率:

根据最大功率传输定理, 当 $Z_L = Z_i^* = (0.8 + j0.4)\Omega$ 时, Z_L 可获得最大功率:

$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_i} = \frac{(0.2\sqrt{10})^2}{4 \times 0.8} \text{W} = 0.125 \text{W}$$

答案 6.38

解: L 、 C 及 R_2 的等效阻抗

$$Z_L = j\omega L + \frac{R_2 / (j\omega C)}{R_2 + 1/(j\omega C)}$$

当 L 、 C 改变时, Z_L 的实部及虚部均发生变化, 根据最大功率传输定理知,

当 $Z_L^* = R_S$, R_2 可获得最大功率,

即

$$\begin{cases} \frac{R_2}{1 + (\omega R_2 C)^2} = R_S \\ \omega L - \frac{\omega R_2^2 C}{1 + (\omega R_2 C)^2} = 0 \end{cases}$$

联立解得

$$\begin{cases} C = \frac{\sqrt{R_2 / R_S - 1}}{\omega R_2} = 0.0194 \mu\text{F} \\ L = R_2 R_S C = 0.485 \text{mH} \end{cases}$$

此时

$$P_{\max} = \frac{U_S^2}{4R_S} = \frac{1\text{V}}{4 \times 125\Omega} = 2\text{mW}$$

答案 6.39

解: 由理想变压器的阻抗变换关系得

$$Z'_L = n^2 Z_L$$

当变比 n 改变时 Z' 的模改变而阻抗角不变, 此时获得最大功率条件是模匹配,

即

$$R_S = |Z'_L| = |n^2 Z_L|$$

由此求得:

$$n^2 = \frac{R_S}{|Z_L|} = \frac{5\Omega}{\sqrt{16^2 + 12^2}\Omega} = \frac{1}{4}$$

$$n = 0.5$$

设 $\dot{U}_s = 100\angle 0^\circ \text{V}$ ，则理想变压器原端电流：

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{R_s + Z'_L} = \frac{100\angle 0^\circ}{5 + 4 + j3} = \frac{10}{3}\sqrt{10}\angle -18.4^\circ \text{A}$$

副端电流为

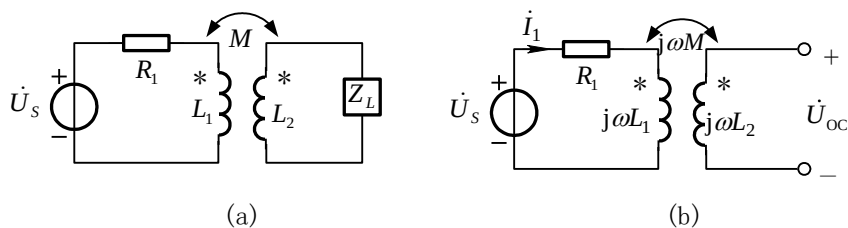
$$\dot{I}_2 = -n\dot{I}_1 = -\frac{5}{3}\sqrt{10}\angle -18.4^\circ \text{A}$$

负载吸收的最大平均功率为

$$P_{\max} = I_2^2 \times 16\Omega = \left(\frac{5\sqrt{10}}{3}\right)^2 \times 16 = 444.44 \text{W}$$

答案 6.40

解：方法一：



由 $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ 得

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0.2\sqrt{1 \times 1} \text{H} = 0.2 \text{H}$$

(1) 求开路电压，电路如图(b)所示。

$$\dot{U}_s = R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1$$

可得

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{R_1 + j\omega L_1} = \frac{20\text{V}}{(10 + j10)\Omega} = \frac{20\text{V}}{10\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{A}} = \sqrt{2}\angle -45^\circ \text{A} \quad (1)$$

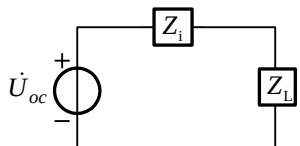
$$\dot{U}_{\text{oc}} = j\omega M \dot{I}_1,$$

将(1)式代入，得

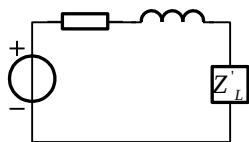
$$\dot{U}_{oc} = j \times 10 \times 0.2 \times \sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ V} = 2\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ V}$$

$$Z_i = \frac{(\omega M)^2}{R_1 + j\omega L_1} + j\omega L_2 = (0.2 + j9.8)\Omega$$

方法二：



(c)



(d)

图(a)电路从 ab 端口看进去，可等效成电感与阻抗串联电路，如图(d)所示。

令

$$Z'_L = \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2 + Z_L} = R_1 - j\omega L_1$$

得 $Z_L = (0.2 - j9.8)\Omega$ 时，负载消耗功率最大。

$$P_{\max} = \frac{U_s^2}{4R_1} = \frac{(20\text{V})^2}{4 \times 10\Omega} = 10\text{W}$$

答案 7.1

解：设星形联接电源电路如图(a)所示，对称星形联接的三相电源线电压有效值

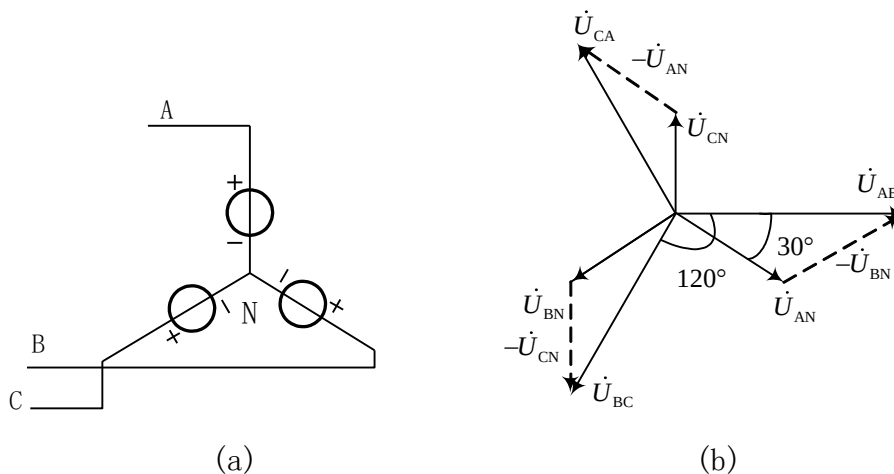
是相电压有效值的 $\sqrt{3}$ 倍，相位上超前前序相电压 30° 。即

$$u_{AB} = 311\sqrt{3} \cos(\omega t - 30^\circ + 30^\circ) \text{V} = 538.67 \cos(\omega t) \text{V}$$

$$u_{BC} = 538.67 \cos(\omega t - 120^\circ) \text{V}$$

$$u_{CA} = 538.67 \cos(\omega t - 240^\circ) \text{V}$$

各相电压和线电压的相量图可表达如图(b)所示。



答案 7.2

解：题给三个相电压虽相位彼此相差 120° ，但幅值不同，属于非对称三相电压，须按 KVL 计算线电压。设

$$\dot{U}_{AN} = 127 \text{V}$$

$$\dot{U}_{BN} = 127 \angle 240^\circ \text{V} = (-63.5 - j110) \text{V}$$

$$\dot{U}_{CN} = 135 \angle 120^\circ \text{V} = (-67.5 + j116.9) \text{V}$$

则

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN} = (190.5 + j110) \text{V} = 220 \angle 30^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN} = (4 - j226.9) \text{V} = 226.9 \angle -89^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN} = (-194.5 + j116.9) \text{V} = 226.9 \angle 149^\circ \text{V}$$

即线电压有效值分别为 220V，226.9V，226.9V。

答案 7.3

设负载线电流分别为 i_A 、 i_B 、 i_C ，由 KCL 可得 $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ 。又 $I_A = I_B = I_C = 10A$ ，则 i_A 、 i_B 、 i_C 的相位彼此相差 120° ，符合电流对称条件，即线电流是对称的。

但相电流不一定对称。例如，若在三角形负载回路内存在环流 $\dot{I}_0$ （例如，按三角形联接的三相变压器），则负载相电流不再对称，因为

$$\dot{I}'_{AB} = \dot{I}_{AB} + \dot{I}_0, \quad \dot{I}'_{BC} = \dot{I}_{BC} + \dot{I}_0, \quad \dot{I}'_{CA} = \dot{I}_{CA} + \dot{I}_0$$

不满足对称条件。而该环流对线电流却无影响，因为每个线电流都是两个相电流之差（如图题 7.3），即

$$\dot{I}_A = \dot{I}'_{AB} - \dot{I}'_{CA} = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}'_{BC} - \dot{I}'_{AB} = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}'_{CA} - \dot{I}'_{BC} = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$$

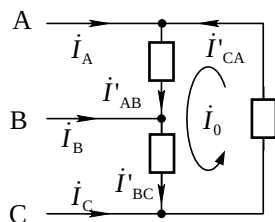


图 题 7.3

如已知负载对称，则相电流也是对称的，每相电流为 $10/\sqrt{3} \approx 5.77A$ 。

答案 7.4

负载各相阻抗化为星形联接为

$$Z' = \frac{Z}{3} = \frac{(8 - j6)}{3} \Omega$$

设 A 相电源相电压为 $220\angle 0^\circ$ ，A 相负载线电流与电源相电流相等

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_l + Z'} = \frac{220\angle 0^\circ}{j2\Omega + \frac{(8 - j6)\Omega}{3}} = 82.5\angle 0^\circ A$$

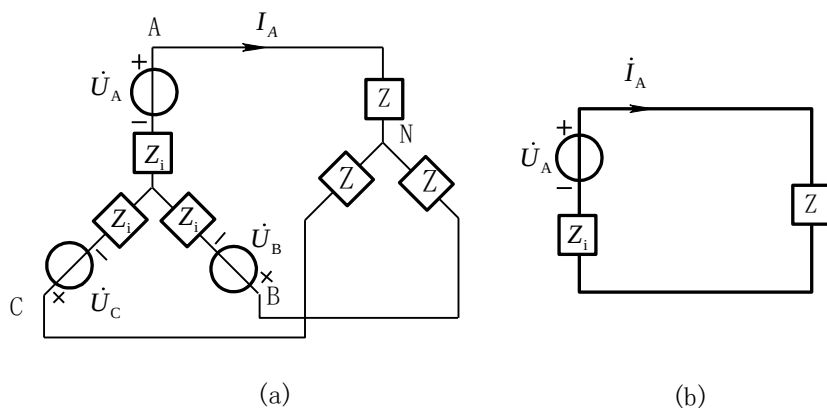
由三角形联接得相电流与线电流关系得

$$I_{A'B'} = \frac{I_A}{\sqrt{3}} = \frac{82.5A}{\sqrt{3}} = 47.6A$$

即负载相电流为 47.6A。

答案 7.5

解：电路联接关系如图(a)所示。负载断开时电源的输出线电压等于图中相电压的 $\sqrt{3}$ 倍。下面计算相电压 U_A 。



设负载 A 相电压为 $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{V}$ ，对于感性负载，由 $\cos \varphi = 0.8$ ，得 $\varphi = -36.87^\circ$ ，则

$$\dot{I}_A = 2\angle -36.87^\circ \text{A}$$

采用单相分析法，如图(b)所示。

电源相电压为

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= \dot{U}_{AN} + \dot{I}_A Z_i = [220\angle 0^\circ + 2\angle -36.87^\circ \times (2 + j4)] \text{V} \\ &= 228\angle 1^\circ \text{V}\end{aligned}$$

当负载断开时，电源输出电压为

$$U_l = \sqrt{3}U_A = 395 \text{V}$$

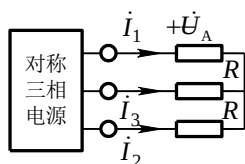
答案 7.6

解：设线电流 $\dot{I}_1 = 2\angle 0^\circ \text{A}$ ，由于负载对称，故其它线电流为：

$$\dot{I}_C = 2\angle 120^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_3 = 2\angle -120^\circ \text{A}$$

设对称三相电阻负载的星形等效电路如图(b)所示。



(b)

对电阻负载, $\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}_A$ 同相。由于线电压 $\dot{U}_{AB}$ 超前相电压 $\dot{U}_A$ 为 30° , 故 $\dot{I}_{AB}$ 超前 $\dot{I}_1$ 的角度也为 30° 。图(a)中 $\dot{I}_2$ 是流过电阻负载的电流, 它与 $\dot{U}_{AB}$ 同相, 即 $\dot{I}_2$ 超前 $\dot{I}_1$ 30° :

$$\dot{I}_2 = 2\angle 30^\circ \text{ A}$$

答案 7.7

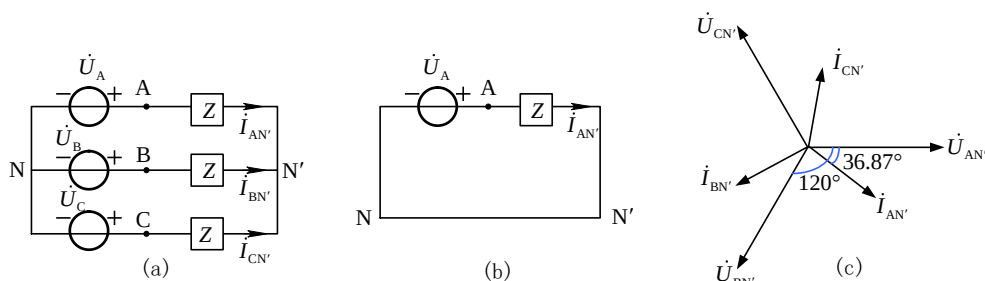
解: 设电源为星形联接, 电源 A 相电压相量为

$$\dot{U}_{AN} = \frac{380\text{V}}{\sqrt{3}} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$$

则电源线电压分别为

$$\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{BC} = 380\angle -90^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{CA} = 380\angle 150^\circ \text{ V}.$$

(1) 设电路联接如图(a)所示, 化为单相计算, 如图(b)所示。



因为负载为星形联接, 所以负载相电压

$$\dot{U}_{AN'} = 220\angle 0^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{BN'} = 220\angle -120^\circ \text{ V}, \quad \dot{U}_{CN'} = 220\angle -240^\circ \text{ V}$$

又因为

$$Z = (8 + j6)\Omega = 10\angle 36.87^\circ\Omega,$$

相电流

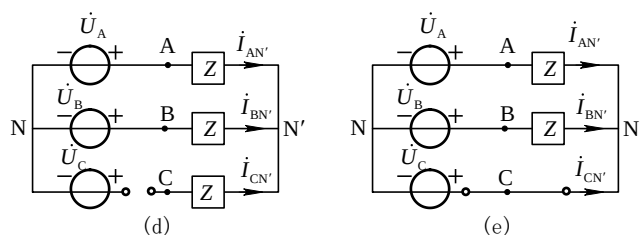
$$\dot{I}_{AN'} = \frac{\dot{U}_{AN'}}{Z} = 22\angle -36.87^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BN'} = \frac{\dot{U}_{BN'}}{Z} = 22\angle -156.87^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CN'} = \frac{\dot{U}_{CN'}}{Z} = 22\angle -276.87^\circ \text{ A}$$

电压、电流相量图如图(c)所示。

(2) C 相断线时, $I_{CN'} = 0$, 电源线电压降落在 AB 相上。如图(d)所示。



$$\dot{I}_{AN'} = -\dot{I}_{BN'} = \frac{\dot{U}_{AB}}{2Z} = \frac{380\angle 30^\circ \text{ V}}{2 \times 10\angle 36.87^\circ \Omega} = 19\angle -6.87^\circ \text{ A}$$

$$U'_{AN'} = -\dot{U}_{BN'} = 190\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CA} + \dot{U}_{AN'} = 380\angle 150^\circ \text{ V} + 190\angle 30^\circ \text{ V} = 329\angle 120^\circ \text{ V}$$

(3) C 相负载短路时, 如图(e)所示。

$$U_{AN'} = U_{BN'} = U_{AC} = 380 \text{ V}, \quad U_{CN'} = 0$$

$$\dot{I}_{AN'} = \frac{\dot{U}_{AN'}}{Z} = \frac{\dot{U}_{AC}}{Z} = 38\angle -66.87^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BN'} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = 38\angle -126.97^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CN'} = -\dot{I}_{AN'} - \dot{I}_{BN'} = 65.82\angle 83.13^\circ \text{ A}$$

答案 7.8

解：(1)电路模型如图(a)所示。

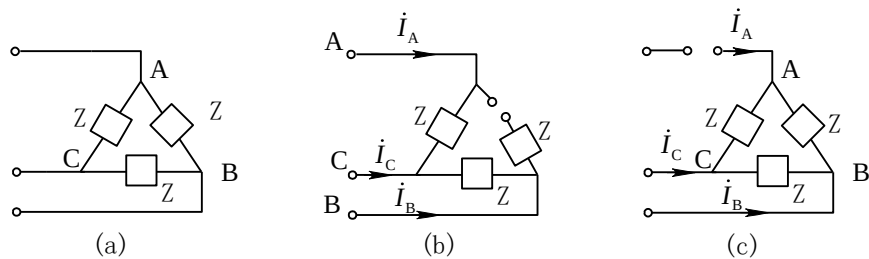


图 题 7.8

负载相电流

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{|Z|} = \frac{380V}{\sqrt{16^2 + 24^2} \Omega} \approx 13.17A$$

负载线电流

$$I_A = \sqrt{3}I_{AB} \approx 22.81A$$

(2)设 A 相负载断路，如图(b)所示。

由图(b)可见， $I_{AB} = 0$ ，B、C 相负载因相电压不变，均为电源线电压，故

相电

流

$$I_{BC} = I_{CA} = 13.17A$$

$$I_C = \sqrt{3}I_{BC} = 22.81A$$

$$I_A = I_B = I_{BC} = 13.17A$$

(3)设端线 A 断路，如图(c)所示。

由图(c)可见

$$I_A = 0$$

$$I_B = I_C = \frac{U_{BC}}{|Z//2Z|} \approx 19.76A$$

$$I_{AB} = I_{CA} = \frac{U_{BC}}{|2Z|} \approx 6.587A$$

$$I_{BC} = \frac{U_{BC}}{|Z|} \approx 1317A$$

答案 7.9

解：设电源为星形联接，中性点为 N，电路如图所示，由于负载为非对称情况，故不能取单相计算，须按一般正弦电流电路进行分析。

则

$$\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ V, \dot{U}_B = 220\angle -120^\circ V, \dot{U}_C = 220\angle 120^\circ V$$

对节点 N' 列节点电压方程：

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right) \times \dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A}{10} + \frac{\dot{U}_B}{12} + \frac{\dot{U}_C}{15}$$

解得

$$\dot{U}_{N'N} = (22 - j12.7)V$$

应用 KVL 得

$$\dot{U}_{AN'} = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = 220\angle 0^\circ - (22 - j12.7) = 198.4\angle 3.67^\circ V, \dot{U}_{AN'} = 198.4V < 220V$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = 220\angle -120^\circ - (22 - j12.7) = 221.46\angle -126.58^\circ V, \dot{U}_{BN'} = 221.46V > 220V$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = 220\angle 120^\circ - (22 - j12.7) = 242.33\angle 123^\circ V, \dot{U}_{CN'} = 242.33V > 220V$$

答案 7.10

解：由

$$Z = (10 + j15)\Omega = 18.03\angle 56.31^\circ \Omega$$

得负载功率因数为

$$\lambda = \cos 56.13^\circ \approx 0.555$$

对于星形联接负载，负载电流与相电流相等，即

$$I_l = I_p = \frac{U_p}{Z} = \frac{U_l}{\sqrt{3} \cdot Z} = 12.17 \text{ A}$$

所以负载吸收平均功率

$$P = 3I_l^2 \times 10 = \sqrt{3} \times 380 \text{ V} \times 12.17 \text{ A} \times 0.555 = 4445 \text{ W}$$

答案 7.11

解：电路如图所示：

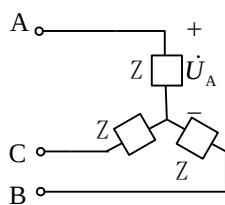


图 题 7.11

因为三相负载平均功率等于每相负载平均功率的 3 倍，所以

$$P = 3 \times \frac{U_A^2}{|Z|} \times \lambda = 3 \times \frac{(\frac{U_l}{\sqrt{3}})^2}{|Z|} \times \lambda$$

$$|Z| = \frac{U_l^2}{P} \times \lambda \approx 4.18 \Omega$$

$$Z = |Z| \cos \varphi + j |Z| \sin \varphi = (3.62 + j2.09) \Omega$$

答案 7.12

解：设对称三相负载为星形联接，则 A 相负载电压为

$$\dot{U}_{AN} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 220 \angle 45^\circ$$

负载相电压与相电流的相位差 φ 即为功率因数角，所以负载功率因数为：

$$\lambda = \cos \varphi = \cos(45^\circ - 10^\circ) = 0.819$$

负载吸收的平均功率为：

$$P = \sqrt{3}U_{AB}I_A\lambda = 2.695 \text{ kW}$$

答案 7.13

解： 星形接法时

$$U_l = 380\text{V} , \quad I_l = I_p = \frac{U_p}{|Z|} = \frac{U_l}{\sqrt{3}|Z|} = \frac{380\text{V}}{\sqrt{3}|Z|} = 22\text{A}$$

$$P = 3I_l^2 \times 6 = \sqrt{3} \times 380\text{V} \times 22\text{A} \times 0.6 = 8687.97\text{W}$$

三角形接法时负载每相承受电压为 380V，是星形接法时的 $\sqrt{3}$ 倍。根据功率与电压的平方成正比关系可知，三角形联接时负载的平均功率是星形联接的 3 倍。

即

$$P = 3 \times 8687.97 = 26063.91\text{W}$$

答案 7.14

解： 由已知功率因数

$$\cos \varphi_Y = 0.85 , \quad \cos \varphi_\Delta = 0.8$$

可求得星形和三角形负载的阻抗角分别为：

$$\varphi_Y = 31.24^\circ , \quad \varphi_\Delta = 36.87^\circ$$

方法一：

因为负载端线电压

$$U_l = 380\text{V}$$

所以星形负载相电流为

$$I_Y = \frac{P_Y}{\sqrt{3}U_l \cos \varphi_Y} = \frac{10\text{kW}}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.855} = 17.77\text{A}$$

星形负载阻抗

$$Z_Y = \frac{U_l}{\sqrt{3}I_Y} \angle \varphi_Y = \frac{380\text{V}}{\sqrt{3} \times 17.77\text{A}} = 12.35 \angle 31.24^\circ \Omega$$

三角形负载相电流为

$$I_\Delta = \frac{P_\Delta}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}U_l \cos \varphi_\Delta} = \frac{P_\Delta}{3U_l \cos \varphi_\Delta} = \frac{10\text{kW}}{3 \times 380\text{V} \times 0.8} = 10.96\text{A}$$

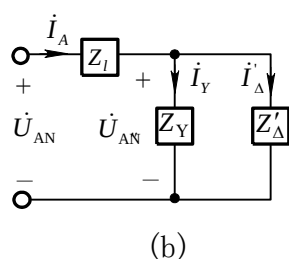
三角形负载阻抗

$$Z_\Delta = \frac{U_p}{I_\Delta} = \frac{U_l}{I_\Delta} = \frac{380\text{V}}{10.96\text{A}} \angle 36.87^\circ = 34.67 \angle 36.87^\circ \Omega$$

将三角形联接等效成星形联接，设负载阻抗为 Z'_Δ ，

$$Z'_\Delta = \frac{Z_\Delta}{3}$$

化为单相分析法，则电路如图 (b) 所示。



设

$$\dot{U}_{AN'} = 220 \angle 0^\circ \text{V}, \quad \dot{I}_Y = 17.77 \angle -31.24^\circ, \quad \dot{I}_{\Delta'} = 18.99 \angle -36.87^\circ$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_Y + \dot{I}_{\Delta'} = 17.77 \angle -31.24^\circ + 18.99 \angle -36.87^\circ = 36.76 \angle -34.14^\circ \text{A}$$

由KVL方程得，电源相电压为

$$\dot{U}_{AN} = \dot{I}_A \times I_l + \dot{U}_{AN'} = 227.1 \angle 1^\circ \text{V}$$

则电源线电压为

$$U_{AB} = \sqrt{3}U_{AN} = 393.3 \text{ V}$$

方法二：

负载总平均功率

$$P = P_Y + P_{\Delta} = 2 \times 10 \text{ kW} = 20 \text{ kW}$$

负载总无功功率

$$Q = P_Y \times \tan \phi_Y + P_{\Delta} \times \tan \phi_{\Delta} = (6.066 + 7.5) \text{ kW} = 13.566 \text{ kvar}$$

负载总功率因数

$$\lambda = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0.8276$$

因为

$$P = \sqrt{3}U_l I_l \lambda$$

负载线电流

$$I_l = \frac{P}{\sqrt{3}U_l \lambda} = 36.72 \text{ A}$$

电源发出平均功率为

$$\begin{aligned} P_s &= P + 3I_l^2 \times \text{Re}[Z_l] \\ &= 20 \times 10^3 \text{ W} + 3 \times (36.72 \text{ A})^2 \times 0.1 \Omega \\ &= 20404.43 \text{ W} \end{aligned}$$

无功功率为

$$\begin{aligned} Q_s &= Q + 3I_l^2 \times \text{Re}[Z_l] \\ &= 13.566 \times 10^3 \text{ W} + 3 \times (36.72 \text{ A})^2 \times 0.2 \Omega \\ &= 14374.88 \text{ var} \end{aligned}$$

电源视在功率为

$$\begin{aligned} S_s &= \sqrt{P_s^2 + Q_s^2} = \sqrt{3}U_{AB} I_l \\ U_{AB} &= 393.3 \text{ V} \end{aligned}$$

答案 7.15

解：因为三相负载平均功率等于每相负载平均功率的 3 倍，所以

$$P = 3 \times \frac{U_P^2}{|Z|} \times \lambda = 3 \times \frac{\left(\frac{U_l}{\sqrt{3}}\right)^2}{|Z|} \times \lambda$$

$$|Z| = \frac{U_l^2}{P} \times \lambda = \frac{(380\text{V})^2}{11.6\text{kW}} \times 0.8 = 9.96\Omega$$

已知功率因数 $\cos \varphi = 0.8$ ，可求负载阻抗角：

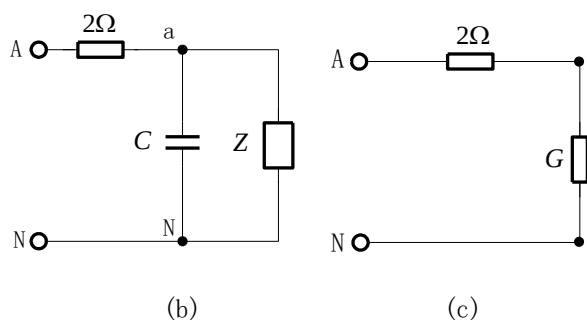
$$\varphi = \arccos 0.8 = 36.87^\circ$$

$$Z = |Z| \angle \varphi = 9.96 \angle 36.87^\circ \Omega$$

负载导纳：

$$Y = 0.1 \angle -36.87^\circ = G + jB = (0.08 - j0.06)\text{S}$$

将图 (a) 电路转化为单相电路，如图 (b) 所示，要使并联部分的功率因数为 1，即 aN 端导纳 Y_{aN} 虚部为零，等效导纳为 G ，如图(c)。



$$Y_{\text{aN}} = jB_C + Y = j\omega C + (0.08 - j0.06)\text{S}$$

令 $\omega C = 0.06\text{S}$ ，电容

$$C = \frac{0.06\text{S}}{314\text{rad/s}} = 1.91 \times 10^{-4}\text{F} = 191\mu\text{F}$$

因为实际电压电源线电压为 380V，则

$$U_{\text{AN}} = 220\text{V}$$

由图 (c) 得负载每相实际电压为

$$U_{aN} = \frac{\frac{1}{G}}{2\Omega + \frac{1}{G}} U_{AN} = \frac{12.5}{14.5} \times 220V \approx 189.66V$$

负载实际线电压

$$U_l = \sqrt{3}U_{aN} = 328.5V$$

实际功率

$$P = 3GU_{aN}^2 \approx 8633W$$

答案 7.16

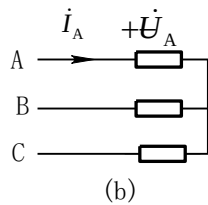
解：设电源电压

$$\dot{U}_{AB} = U_l \angle 0^\circ$$

则

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} \angle -120^\circ = U_l \angle -120^\circ$$

设负载为星形联接，如图(b)所示。



阻抗角为 φ ，则 A 相负载电流 $\dot{I}_A$ 滞后电压 $\dot{U}_A$ 的角度为 φ ，滞后 $\dot{U}_{AB}$ 的角度为 $30^\circ + \varphi$ ，即

$$\dot{I}_A = I_l \angle (-\varphi - 30^\circ)$$

功率表的读数

$$P = U_{BC} I_A \cos(-120^\circ - (-\varphi - 30^\circ)) = U_l I_l \cos(\varphi - 90^\circ) = U_l I_l \sin \varphi$$

由对称三相负载无功功率的计算公式得

$$Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi = \sqrt{3}P = 4000\sqrt{3} \text{ var}$$

答案 8.1

解:

$$f(t) = A(1 - t/T) \quad 0 < t < T$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T A(1 - t/T) dt = \frac{A}{T} \left[t - \frac{t^2}{2T} \right]_0^T = 0.5A$$

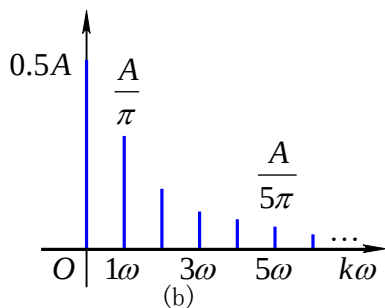
$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_0^T A(1 - t/T) \cos(k\omega t) dt \\ &= \left[\frac{2A(1 - t/T)}{Tk\omega} \times \sin(k\omega t) \right]_0^T + \frac{2A}{k\omega T^2} \int_0^T \sin(k\omega t) dt = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{2}{T} \int_0^T A(1 - t/T) \sin(k\omega t) dt \\ &= \left[-\frac{2A(1 - t/T)}{Tk\omega} \times \cos(k\omega t) \right]_0^T - \frac{2A}{k\omega T^2} \int_0^T \cos(k\omega t) dt = \frac{2A}{kT\omega} = \frac{A}{k\pi} \end{aligned}$$

所以

$$f(t) = 0.5A + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A}{k\pi} \sin k\omega t$$

频谱图如图(b)所示。



答案 8.2

解: 电流 i 的有效值

$$I = \sqrt{1^2 + (1.57/\sqrt{2})^2 + (0.67/\sqrt{2})^2 + (0.13/\sqrt{2})^2} \approx 1.57 \text{ A}$$

只有基波电流与正弦电压形成平均功率, 故二端电路输入的平均功率为:

$$P = \frac{94.2}{\sqrt{2}} \times \frac{1.57}{\sqrt{2}} \cos[-90^\circ - (-90^\circ)] = 73.95 \text{ W}$$

注释: 非正弦周期量分解成傅里叶级数后, 其有效值等于直流分量和不同频率交流分量有效值平方和的平方根。

答案 8.3

解：对基波

$$\dot{U}_{m(1)} = 100\angle 0^\circ \text{ V}, \quad \dot{I}_{m(1)} = 10\angle 0^\circ \text{ A}$$

由

$$Z_{(1)} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = \frac{\dot{U}_{m(1)}}{\dot{I}_{m(1)}} = 10\Omega$$

求得

$$R = 10\Omega, \quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad (1)$$

对三次谐波

$$\dot{U}_{m(3)} = 50\angle -30^\circ \text{ V}, \quad \dot{I}_{m(3)} = 1.755\angle -\psi_i \text{ A}$$

又由

$$Z_{(3)} = R + j(3\omega L - \frac{1}{3\omega C}) = \frac{\dot{U}_{m(3)}}{\dot{I}_{m(3)}} = 28.5\angle (-30^\circ + \psi_i)\Omega \quad (2)$$

所以

$$R^2 + (3\omega L - \frac{1}{3\omega C})^2 = 28.5^2 \quad (3)$$

将式(1)代入式(3), 解得

$$L = 31.9\text{mH}$$

将 $L = 31.9\text{mH}$ 代入式 (1), 求得

$$C = 318.3\mu\text{F}$$

再将 R 、 L 、 C 值代入式(2), 有

$$Z_{(3)} = (10 + j26.7)\Omega = 28.5\angle \psi_i - 30^\circ\Omega$$

解得

$$\psi_i = 99.45^\circ$$

答案 8.4

解: (1) 电压有效值:

$$U = \sqrt{\left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{50}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{25}{\sqrt{2}}\right)^2} = 80.01\text{V}$$

电流有效值

$$I = \sqrt{\left(\frac{80}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2} = 58.74\text{mA}$$

(2) 平均功率

$$P = \frac{100 \times 80}{2} \cos(-45^\circ) + \frac{50 \times 20}{2} \cos 0^\circ + \frac{25 \times 10}{2} \cos 45^\circ = 3.42\text{kW}$$

$$(3) \quad Z_{(1)} = \frac{100 \angle -45^\circ \text{V}}{80 \angle 0^\circ \text{mA}} = 1.25 \angle -45^\circ \text{k}\Omega$$

$$Z_{(2)} = \frac{50 \angle 0^\circ \text{V}}{20 \angle 0^\circ \text{mA}} = 2.5 \text{k}\Omega$$

$$Z_{(3)} = \frac{25 \angle 45^\circ \text{V}}{10 \angle 0^\circ \text{mA}} = 2.5 \angle 45^\circ \text{k}\Omega$$

注释: 非正弦周期量分解成傅里叶级数后, 某端口的平均功率等于直流分量和不同频率交流分量单独作用产生的平均功率之和。

答案 8.5

解: 基波电压单独作用时

$$\dot{U}_{(1)} = \frac{14.14}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{V} = 10 \angle 0^\circ \text{V},$$

阻抗

$$Z_{(1)} = 1\Omega + j\omega L = (1 + j)\Omega$$

基波电流相量为:

$$\dot{I}_{(1)} = \frac{\dot{U}_{(1)}}{Z_{(1)}} = \frac{10\text{V}}{(1 + j)\Omega} = 5\sqrt{2} \angle -45^\circ \text{A}$$

瞬时值为:

$$i_{(1)}(t) = 10 \cos(\omega t - 45^\circ) \text{A}$$

三次谐波单独作用时

$$\dot{U}_{(3)} = \frac{2.83}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ \text{V} = 2 \angle 30^\circ \text{V}$$

$$Z_{(3)} = 1\Omega + j3\omega L = (1 + j3)\Omega$$

$$\dot{I}_{(3)} = \frac{\dot{U}_{(3)}}{Z_{(3)}} = \frac{2 \angle 30^\circ \text{V}}{(1 + j3)\Omega} = 0.632 \angle -41.6^\circ \text{A}$$

瞬时值为:

$$i_{(3)}(t) = 0.632\sqrt{2} \cos(\omega t - 41.6^\circ) \text{A}$$

由叠加定理得电流瞬时值:

$$i = i_{(1)} + i_{(3)} = [10 \cos(\omega t - 45^\circ) + 0.632\sqrt{2} \cos(\omega t - 41.6^\circ)] \text{A}$$

电流有效值

$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(3)}^2} = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 0.632^2} = 7.1 \text{A}$$

电压有效值

$$U = \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2} = \sqrt{10^2 + 2^2} = 10.2 \text{V}$$

电压 u 中所含三次谐波百分数为

$$\frac{U_{(3)}}{U} \times 100\% = \frac{2}{10.2} \times 100\% = 19.61\%$$

电流 i 中所含三次谐波百分数为

$$\frac{I_{(3)}}{I} \times 100\% = \frac{0.632}{7.1} \times 100\% = 8.9\%$$

答案 8.6

解:基波电压单独作用时

$$\dot{U}_{(1)} = 220 \angle 20^\circ \text{V}, \quad Z_{(1)} = R + 1/(j\omega C) = (5 - j5)\Omega$$

$$\dot{I}_{(1)} = \frac{\dot{U}_{(1)}}{Z_{(1)}} = \frac{220 \angle 20^\circ}{5 - j5} = 31.11 \angle 65^\circ \text{A}$$

瞬时值

$$i_{(1)}(t) = 31.11\sqrt{2} \cos(\omega t + 65^\circ) \text{ A}$$

三次谐波单独作用时,

$$\dot{U}_{(3)} = 110 \angle -30^\circ \text{ V}$$

$$Z_{(3)} = R + 1/(j3\omega C) = (5 - j5/3) \Omega$$

$$\dot{I}_{(3)} = \frac{\dot{U}_{(3)}}{Z_{(3)}} = \frac{110 \angle -30^\circ}{5 - j5/3} = 20.87 \angle -11.6^\circ \text{ A}$$

瞬时值

$$i_{(3)}(t) = 20.87\sqrt{2} \cos(\omega t - 11.6^\circ) \text{ A}$$

由叠加定理得:

$$i(t) = i_{(1)}(t) + i_{(3)}(t) = [31.11\sqrt{2} \cos(\omega t + 65^\circ) + 20.87\sqrt{2} \cos(3\omega t - 11.6^\circ)] \text{ A}$$

有效值

$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(3)}^2} = \sqrt{31.11^2 + 20.87^2} = 37.46 \text{ A}$$

电路吸收的平均功率

$$P = I^2 R = 37.46^2 \times 5 = 7.02 \text{ kW}$$

答案 8.7

解: 直流 $U_{S(0)} = 1\text{V}$ 单独作用时, 电感短路, 电容开路, 故电压 u 的直流分量为:

$$U_{(0)} = 1\text{V}$$

基波

$$\dot{U}_{S(1)} = 1 \angle 0^\circ \text{ V}$$

单独作用时, 由分压公式得:

$$\dot{U}_{(1)} = \frac{R/(1 + j\omega CR)}{j\omega L + R/(1 + j\omega CR)} \times \dot{U}_{S(1)} = -j\text{V}$$

瞬时值

$$u_{(1)} = \sqrt{2} \cos(\omega t - 90^\circ) \text{ V}$$

二次谐波

$$\dot{U}_{s(2)} = \frac{1}{5} \angle 0^\circ \text{V}$$

单独作用时，由分压公式得：

$$\dot{U}_{(2)} = \frac{R/(1+j2\omega CR)}{j2\omega L + R/(1+j2\omega CR)} \times \dot{U}_{s(2)} = 0.055 \angle 146.3^\circ \text{V}$$

瞬时值

$$u_{(2)} = 0.055\sqrt{2} \cos(\omega t - 146.3^\circ) \text{V}$$

由叠加定理得：

$$u = U_{(0)} + u_{(1)} + u_{(2)} = 1 + \sqrt{2} \cos(\omega t - 90^\circ) + 0.055\sqrt{2} \cos(2\omega t - 146.3^\circ) \text{V}$$

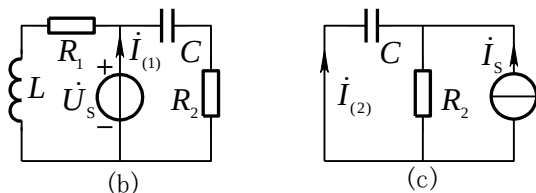
电源提供的平均功率等于电阻 R 吸收的平均功率，故

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U_{(0)}^2 + U_{(1)}^2 + U_{(2)}^2}{R} = 2.003 \text{W}$$

答案 8.8

解：这是两个不同频率的电源同时作用的情况，须用叠加定理计算。

当电压源 $u_s = 4\cos(\omega t) \text{V}$ 单独作用时，电路如图(b)所示。



$$\dot{U}_s = \frac{4}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_{(1)} = \frac{\dot{U}_s}{(R_1 + j\omega L) // [R_2 + 1/(j\omega C)]} = \frac{4/\sqrt{2}}{\frac{(1+j)(1-j)}{(1+j)+(1-j)}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{A}$$

瞬时值

$$i_{(1)}(t) = 4\cos(\omega t) \text{A}$$

当电流源 $i_s = 4\cos(2\omega t) \text{A}$ 单独作用时，电路如图(c)所示。

$$\dot{I}_s = \frac{4}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{(2)} = -\frac{R_2}{R_2 + 1/(j2\omega C)} \times \dot{I}_s = -\frac{1}{1 - 0.5j} \times \frac{4}{\sqrt{2}} \text{ A} = \frac{3.57}{\sqrt{2}} \angle 206.56^\circ \text{ A}$$

答案 8.9

解： i_s 的直流分量 $I_{s(0)} = 0.5 \text{ A}$ 单独作用时， 电感短路，

故电压 u 的直流分量 $U_{(0)} = 0 \text{ V}$

电流 i_s 的基波 $\dot{I}_{s(1)} = \frac{0.25}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ \text{ A}$ 单独作用时， 电导 $G = 1/R$

$$\dot{U}_{(1)} = Z_{(1)} \dot{I}_{s(1)} = \frac{1}{G + j(\omega C - 1/\omega L)} \times \dot{I}_{s(1)} = \frac{8.44}{\sqrt{2}} \angle 119.4^\circ \text{ V}$$

瞬时值

$$u_{(1)}(t) = 8.44 \cos(\omega t + 119.4^\circ) \text{ V}$$

三次谐波 $\dot{I}_{s(3)} = \frac{0.15}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{ A}$ 单独作用时，

$$\dot{U}_{(3)} = Z_{(3)} \dot{I}_{s(3)} = \frac{1}{G + j(3\omega C - 1/3\omega L)} \times \dot{I}_{s(3)} = \frac{450}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

瞬时值

$$u_{(3)}(t) = 450 \cos(3\omega t) \text{ V}$$

五次谐波 $\dot{I}_{s(5)} = \frac{0.06}{\sqrt{2}} \angle -20^\circ \text{ A}$ 单独作用时，

$$\dot{U}_{(5)} = Z_{(5)} \dot{I}_{s(5)} = \frac{1}{G + j(5\omega C - 1/5\omega L)} \times \dot{I}_{s(5)} = \frac{5.06}{\sqrt{2}} \angle 108.4^\circ \text{ V}$$

瞬时值

$$u_{(5)}(t) = 5.06 \cos(5\omega t + 108.4^\circ) \text{ V}$$

所以

$$u = U_{(0)} + u_{(1)} + u_{(3)} + u_{(5)}$$

$$= [8.44 \cos(\omega t + 119.4^\circ) + 450 \cos(3\omega t) + 5.06 \cos(5\omega t + 108.4^\circ)] \text{ V}$$

有效值

$$U = \sqrt{U_{(0)}^2 + U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2 + U_{(5)}^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \times (8.44^2 + 450^2 + 5.06^2)} \approx 318.27 \text{ V}$$

答案 8.10

解：直流电流源单独作用时，电感处于短路。由分流公式得电流 i 的直流分量为：

$$I_{(0)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times I_s = \frac{1}{1+3} \times 4 \text{ A} = 1 \text{ A}$$

正弦电压源 $\dot{U}_s = 4 \angle 0^\circ \text{ V}$ 单独作用时，由欧姆定律得：

$$\dot{I}_{(1)} = \frac{\dot{U}_s}{R_1 + R_2 + j\omega L} = \frac{4}{1+3+j4} = 0.5\sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ A}$$

电流 i 的有效值

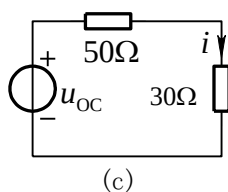
$$I = \sqrt{I_{(0)}^2 + I_{(1)}^2} = \sqrt{1 + (0.5\sqrt{2})^2} = 1.225 \text{ A}$$

答案 8.11

解：图(a)电路中不含电感和电容，不存在与频率有关的阻抗，因此，不必将非正弦周期电流展开为傅立叶级数形式。在第一个周期内，电流源可表示为

$$i_s = 2t \quad (0 < t < 1\text{s})$$

将图(a)电路化为戴维南等效电路，如图(c)所示。



图中

$$u_{OC} = 40\Omega i_S + U_S, \quad i = \frac{u_{OC}}{50 + 30} = t + 2 \quad (0 < t < 1s)$$

30Ω 电阻消耗的平均功率为

$$P = \frac{1}{T} = \int_0^T i^2(t) R dt = \int_0^1 30 \times (2+t)^2 dt = 190W$$

答案 8.12

解：当直流单独作用时，电感 L_1 相当于短路，并且在二次侧不会产生感应电压，二次回路电流为零。故电流 i_1 的直流分量 $I_{1(0)} = \frac{U_{(0)}}{R_1} = \frac{10V}{50\Omega} = 0.2A$ ，电流 i_2 的直流分量 $I_{2(0)} = 0$ 。

当基波单独作用时，列写回路电流方程如下：

$$\begin{cases} (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_{1(1)} + j\omega M \dot{I}_{2(1)} = \frac{8}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \\ j\omega M \dot{I}_{1(1)} + (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_{2(1)} = 0 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} \dot{I}_{1(1)} = 0.076 \angle -27.26^\circ A \\ \dot{I}_{2(1)} = -0.043 \angle 17.84^\circ A \end{cases}$$

故电阻 R_1 吸收的平均功率

$$P_1 = I_{1(0)}^2 \times R_1 + I_{1(1)}^2 \times R_1 = (0.2^2 + 0.076^2) \times 50 = 2.29W$$

电阻 R_2 吸收的平均功率

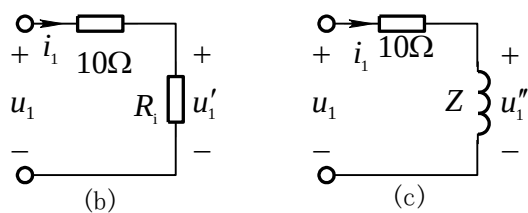
$$P_2 = I_{2(1)}^2 R_2 = 0.043^2 \times 50 = 0.092W$$

电源发出的平均功率

$$P = P_1 + P_2 = 2.382W$$

答案 8.13

解：(1) 等效电路见图 (b)。



其中

$$R_1 = n^2 R = 40\Omega$$

整个电路为电阻性电路。

$$u_2 = \frac{1}{n} \times u_1' = \frac{1}{2} \times \frac{40}{10 + 40} \times u_1 = [8\cos(\omega t) + 4\cos(3\omega t)]V$$

(2) 等效电路见图 (c),

其中对基波 $Z_{(1)} = n^2 \times j\omega L = j8\Omega$, 对三次谐波 $Z_{(3)} = n^2 \times j3\omega L = j24\Omega$

当基波单独作用时, 由理想变压器特性方程和分压公式得:

$$\dot{U}_{2(1)} = \frac{1}{n} \times \dot{U}_{1(1)}' = \frac{1}{n} \times \frac{Z_{(1)}}{10 + Z_{(1)}} \times \frac{20}{\sqrt{2}} V = \frac{6.247}{\sqrt{2}} \angle 51.34^\circ V$$

$$u_{2(1)}(t) = 6.247 \cos(\omega t + 51.34^\circ) V$$

三次谐波单独作用时, 由理想变压器特性方程和分压公式得:

$$\dot{U}_{2(3)} = \frac{1}{n} \times \dot{U}_{1(3)}'' = \frac{1}{n} \times \frac{Z_{(3)}}{10 + Z_{(3)}} \times \frac{10}{\sqrt{2}} V = \frac{4.615}{\sqrt{2}} \angle 22.6^\circ V$$

$$u_{2(3)}(t) = 4.615 \cos(3\omega t + 22.6^\circ) V$$

由叠加定理得

$$u_2 = u_{2(1)} + u_{2(3)} = [6.247 \cos(\omega t + 51.34^\circ) + 4.615 \cos(3\omega t + 22.6^\circ)] V$$

答案 9.1

解：由分压公式得：

$$H(j\omega) = \dot{U}_R / \dot{U} = \frac{R}{R + 1/(j\omega C)} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$H(j\omega)$ 具有高通特性，令 $|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 得

截止频率 $\omega_c = \frac{1}{RC}$ ，通带范围为 $\omega_c \sim \infty$

答案 9.2

解：由阻抗并联等效公式得：

$$Z(j\omega) = \frac{10^3 / (j\omega 10^{-6})}{10^3 + 1/(j\omega 10^{-6})} = \frac{10^3}{1 + j\omega 10^{-3}} \Omega$$

阻抗模及幅角分别为：

$$|Z(j\omega)| = \frac{10^3}{\sqrt{1 + (10^{-3}\omega)^2}}, \quad \theta(\omega) = -\arctan(10^{-3}\omega)$$

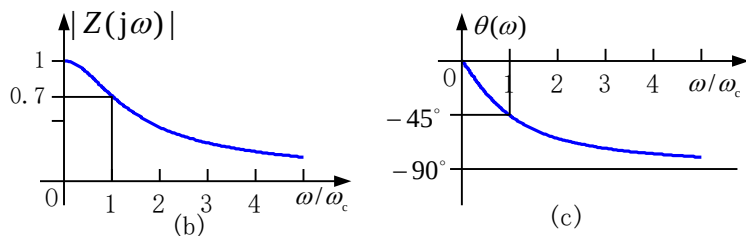
令

$$|Z(j\omega_c)| = 1/\sqrt{2}$$

求得截止角频率 $\omega_c = 10^3 \text{ rad/s}$ ，故通带及阻带分别为：

通带 $\omega = 0 \sim 10^3 \text{ rad/s}$ ，阻带 $\omega = 10^3 \text{ rad/s} \sim \infty$ 。幅频特性和相频特性如图(b)和(c)

所示。



答案 9.3

解：等效输入阻抗

$$\begin{aligned} Z(j\omega) &= \frac{R_1 \times j\omega L}{R_1 + j\omega L} + \frac{R_2 / j\omega C}{R_2 - j/\omega C} \\ &= \frac{(R_1 + R_2)L/C + R_1 R_2 (j\omega L + 1/j\omega C)}{R_1 R_2 + L/C + (j\omega L R_2 + R_1 / j\omega C)} \end{aligned} \quad (1)$$

取极端情况，令 $\omega = 0$ ，得 $Z(j\omega)|_{\omega=0} = R_2$ ；令 $\omega \rightarrow \infty$ ，得 $Z(j\omega)|_{\omega \rightarrow \infty} = R_1$ 。由

$Z(j\omega)$ 不随频率变化得 $R_1 = R_2 = R$ ，式 (1) 简化为

$$Z(j\omega) = \frac{2RL/C + R^2(j\omega L + 1/j\omega C)}{R^2 + L/C + R(j\omega L + 1/j\omega C)} = R \frac{2\frac{L/C}{R} + (j\omega L + 1/j\omega C)}{R + \frac{L/C}{R} + (j\omega L + 1/j\omega C)}$$

由 $Z(j\omega)$ 为实数得：

$$2\frac{L/C}{R} = R + \frac{L/C}{R}, \quad R^2 = \frac{L}{C}$$

故当 $R_1 = R_2 = \sqrt{L/C}$ 时端口电流与端口电压的波形相似，此时

$$Z(j\omega) = \sqrt{L/C}。$$

答案 9.4

解：RC 并联的等效阻抗

$$Z_{RC} = \frac{R / j\omega C}{R + 1 / j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \dot{U}_2 / \dot{U}_1 = \frac{Z_{RC}}{j\omega L + Z_{RC}} \\ &= \frac{R}{R + j\omega L(1 + j\omega RC)} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega L/R} \end{aligned}$$

幅频特性

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega L/R)^2}}$$

当 $\omega \rightarrow 0$ 时， $|H(j\omega)| = 1$ ；当 $\omega \rightarrow \infty$ 时， $|H(j\omega)| = 0$

所以它具有低通特性。

答案 9.5

解：由 KVL 及分压公式得

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{cb} - \dot{U}_{db} = \left(\frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} - \frac{R}{R + 1/j\omega C} \right) \dot{U}_1$$

整理得

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

其幅频特性

$$|H(j\omega)| = \frac{\sqrt{1^2 + (\omega RC)^2}}{\sqrt{1^2 + (\omega RC)^2}} = 1$$

相频特性

$$\varphi(\omega) = -2\arctg(\omega RC)$$

当 ω 从 0 变到 ∞ 时, $\varphi(\omega)$ 从 0 变化到 $-\pi$ 。

注释：图中电路幅频特性为常量, 与频率无关, 具有全通特性, 常用作移相。

答案 9.6

解：设

$$Z_1 = R_1 // \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{R_1}{R_1 + j\omega R_1 C_1}, \quad Z_2 = R_2 // \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{R_2}{R_2 + j\omega R_2 C_2}$$

由分压公式得：

$$\dot{U}_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{U}_1$$

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R_2(1 + j\omega R_1 C_1)}{R_1(1 + j\omega R_2 C_2) + R_2(1 + j\omega R_1 C_1)}$$

当 $R_1 C_1 = R_2 C_2$ 时, 得 $H(j\omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, 此网络函数模及辐角均不与频率无

关。

答案 9.7

解：因为电路处于谐振状态，故电感与电容串联电路相当于短路，因此有

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_1}{I_S} = 50 \Omega$$

代以 $R_1 = 100\Omega$ ，解得 $R_2 = 100\Omega$

又因为电路处于谐振状态，所以

$$X_L = |X_C| = 100\Omega$$

故有

$$U_L = I_2 X_L = \frac{R_1 I_S}{R_1 + R_2} \times X_L = 50V$$

答案 9.8

解：(1)根据题意，电路发生谐振时，存在下列关系：

$$\begin{cases} \omega = 1/\sqrt{LC} = 10^4 \text{ rad/s} \\ I = U/R = 1A \\ U_L = \omega LI = 10V \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} R = 0.1\Omega \\ L = 1\text{mH} \\ C = 10\mu\text{F} \end{cases}$$

品质因数

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{10}{0.1} = 100$$

(2)

$$\dot{U}_C = \dot{I}/(j\omega C) = 1\angle 0^\circ \times 10\angle -90^\circ V = 10\angle -90^\circ V$$

即有

$$u_C = 10\sqrt{2} \cos(\omega t - 90^\circ) V$$

答案 9.9

解：由串联谐振规律得：

$$\begin{cases} R = 10\Omega \\ \omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 10^3 \text{ rad/s} \\ \Delta\omega = \omega_0/Q = 100 \text{ rad/s} \\ Q = \omega_0 L/R \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} R = 100\Omega \\ L = 1\text{H} \\ C = 1\mu\text{F} \end{cases}$$

答案 9.10

解: (1)

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi \times 875)^2 \times 0.32} = 1.034 \times 10^{-7} \text{ F}$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}, \quad Q = \omega_0 / \Delta\omega = 875 / 250 = 3.5$$

$$Q = \omega_0 L / R, \quad R = \omega_0 L / Q = 2\pi \times 875 \times 0.32 / 3.5 = 502.65 \Omega$$

谐振频率为

$$f_{c1} = \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}\right) \times f_0 \approx 759 \text{ Hz}$$

$$f_{c2} = \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}\right) \times f_0 \approx 1009 \text{ Hz}$$

(2) 谐振时电路的平均功率为:

$$P_0 = I_0^2 R = (23.2 / 502.65)^2 \times 502.65 = 1.071 \text{ W}$$

在截止频率处, 电流下降至谐振电流 I_0 的 $1/\sqrt{2}$, 故功率减小到 P_0 的一半, 所以

当 $f = 759 \text{ Hz}$ 和 $f = 1009 \text{ Hz}$ 时, 电路平均功率均为 $P = P_0 / 2 = 0.535 \text{ W}$

(3)

$$U_L = U_C = QU = 3.5 \times 23.2 = 81.2 \text{ V}$$

答案 9.11

解: 谐振时

$$\omega L = 1/\omega C, \quad \text{即 } C = 1/(\omega^2 L) = 1/(4\pi^2 f^2 L)$$

由上式求得, 当 $f = 550 \text{ kHz}$ 时 $C \approx 262 \text{ pF}$, 当 $f = 1.6 \text{ MHz}$ 时 $C \approx 31 \text{ pF}$

所以可变电容 C 的变化范围应为 $31 \sim 262\text{pF}$

答案 9.12

解：当两线圈顺接时，等效电感

$$L = L_1 + L_2 + 2M = 0.05\text{H}$$

谐振角频率

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.05 \times 20 \times 10^{-6}}} = 10^3 \text{ rad/s}$$

取 $\dot{U} = 6\angle 0^\circ \text{V}$ ，则谐振时的电流

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R_1 + R_2} = \frac{6\angle 0^\circ}{5 + 10} \text{A} = 0.4\angle 0^\circ \text{A}$$

由互感的元件方程得：

$$\dot{U}_1 = (R_1 + j\omega_1 L_1)\dot{I} + j\omega_1 M\dot{I} = [(5 + j10) \times 0.4 + j10 \times 0.4]\text{V} = (2 + j8)\text{V}$$

$$\dot{U}_2 = (R_2 + j\omega_1 L_2)\dot{I} + j\omega_1 M\dot{I} = [(10 + j20) \times 0.4 + j10 \times 0.4]\text{V} = (4 + j12)\text{V}$$

两线圈电压的有效值分别为

$$U_1 = \sqrt{2^2 + 8^2} = 8.24\text{V}, \quad U_2 = \sqrt{4^2 + 12^2} = 12.65\text{V}$$

当两线圈反接时，等效电感

$$L' = L_1 + L_2 - 2M = 0.01\text{H}$$

谐振角频率

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{0.01 \times 20 \times 10^{-6}}} = 2.236 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\dot{U}_1 = (R_1 + j\omega_2 L_1)\dot{I} - j\omega_2 M\dot{I} = 5\Omega \times 0.4\text{A} = 2\text{V}$$

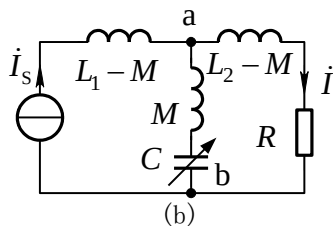
$$\dot{U}_2 = (R_2 + j\omega_2 L_2)\dot{I} - j\omega_2 M\dot{I} = (10 + j22.36)\Omega \times 0.4\text{A} = (4 + j8.95)\text{V}$$

此时两线圈电压的有效值分别为

$$U_1 = 2\text{V}, \quad U_2 = \sqrt{4^2 + 8.95^2} = 9.8\text{V}$$

答案 9.13

解：(1) 消去互感后，得图 (b) 所示等效电路。



当等效电感 M 和电容 C 发生串联谐振时，即 $C = 1/\omega^2 M = 1/10^6 \times 1 = 1\mu\text{F}$ ， ab 端相当于短路，端电压为零，则电流 i 也为零。所以电流 i 的最小值为 $I_{\min} = 0$

(2) 先分析 ab 端的等效导纳，由图 (b) 得

$$Y_{ab} = \frac{1}{R + j\omega(L_2 - M)} + \frac{1}{j\omega M - j/\omega C}$$

$$= \frac{R}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2} + j\left[\frac{1}{1/\omega C - \omega M} - \frac{\omega(L_2 - M)}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2}\right]$$

由于电容 C 变化时， Y_{ab} 的实部不变，所以，当并联部分发生谐振时， $|Y_{ab}|$ 最小，电压 $U_{ab} = I_s / |Y_{ab}|$ 为最大，因此电流 i 也为最大。令

$$\frac{1}{1/\omega C - \omega M} - \frac{\omega(L_2 - M)}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2} = 0$$

得

$$C = \frac{L_2 - M}{R^2 + \omega^2 L_2(L_2 - M)} = \frac{2}{4 + 3 \times 2} \times 10^{-6} \text{ F} = 0.2\mu\text{F}$$

由分流公式求得：

$$i = \frac{j(\omega M - 1/\omega C)}{j(\omega M - 1/\omega C) + R + j\omega(L_2 - M)} I_s = \frac{-j4}{2 - j2} I_s = \sqrt{2} I_s \angle -45^\circ$$

故当

$$C = 0.2\mu\text{F} \text{ 时, } I_{\max} = \sqrt{2} I_s = 14.14\text{mA}$$

答案 9.14

解：电路达到谐振时，有

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(100\pi)^2 \times 160 \times 10^{-3}} \text{F} \approx 63.39 \mu\text{F}$$

$$X_L = \omega L = |X_C| = 1/\omega C = 50.24 \Omega$$

谐振时电流

$$I = \frac{U}{R} = \frac{179/\sqrt{2}}{12} \approx 10.55 \text{A}$$

故电容器的端电压

$$U_C = |X_C| I \approx 530.03 \text{V} ,$$

线圈的端电压

$$U_L = I \sqrt{R^2 + X_L^2} \approx 544.94 \text{V}$$

答案 9.15

解：端口等效阻抗

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} + \frac{j\omega L \times R}{R + j\omega L} = \frac{(\omega L)^2 R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left[\frac{\omega L R^2}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right] \quad (1)$$

令 $\text{Im}[Z] = 0$ ；解得谐振角频率

$$\omega_0 = \frac{R}{\sqrt{R^2 LC - L^2}}$$

将 ω_0 代回式 (1)，得 $Z(j\omega_0) = L/RC$

答案 9.16

解：

$$H_r(j\omega) = \frac{\dot{I}_R}{\dot{I}_S} = \frac{\dot{U}/R}{(1/R + j\omega C - j/\omega L)\dot{U}} = \frac{1}{1 + j(\omega CR - R/\omega L)}$$

$$|H_R(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR - R/\omega L)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

其中

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Q = \omega_0 CR = \frac{R}{\omega_0 L},$$

画出幅频特性如图(b)所示。由幅频特性可以看出 $H_R(j\omega)$ 是带通函数在截止频率处

$$\sqrt{1 + (\omega CR - R/\omega L)^2} = \sqrt{2}$$

由此解得

$$\omega_{c1} = \frac{-L + \sqrt{L^2 + 4R^2 LC}}{2RLC}, \quad \omega_{c2} = \frac{L + \sqrt{L^2 + 4R^2 LC}}{2RLC}$$

$$\Delta\omega = 2\pi\Delta f = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{2L}{2LRC} = \frac{1}{RC} = \frac{\omega_0}{Q}$$

所以

$$C = \frac{1}{R\Delta\omega} = \frac{1}{10^4 \times 2\pi \times 10^4} \approx 1.59 \times 10^{-9} \text{ F}$$

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{(2\pi \times 10^6)^2 \times 1.59 \times 10^{-9}} = 1.59 \times 10^{-5} \text{ H}$$

答案 9.17

解：由谐振时阻抗为 $10^3 \Omega$ 得 $R = 1000 \Omega$

RLC 并联电路带宽：

$$\Delta\omega = \omega_0 / Q \quad (\text{参考题 9.16})$$

由带宽与谐振角频率及品质因数的关系得：

$$Q = \omega_0 / \Delta\omega = 10$$

RLC 并联电路的品质因数为

$$Q = \omega_0 C / G = 10$$

由上式求得：

$$C = 10G / \omega_0 = 10 / (1000 \times 1000) = 10 \mu\text{F}$$

由 $\omega_0 L = 1 / \omega_0 C$ 得

$$L = 1 / \omega_0^2 C = 1 / (10^6 \times 10^{-5}) \text{ H} = 0.1 \text{ H}$$

答案 9.18

解：因为电感、电容处于并联谐振状态，相当于开路
所以

$$i_1 = 0, \quad X_L = \omega L = -X_C = 100\Omega$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_s}{jX_C} = \frac{10\angle 0^\circ}{100\angle -90^\circ} \text{ A} = 0.1\angle 90^\circ \text{ A}$$

$$i_2 = i_C = 0.141\cos(\omega t + 90^\circ) \text{ A}$$

$$i_L = -i_C = 0.141\cos(\omega t - 90^\circ) \text{ A}$$

答案 9.19

解：对图示电路，谐振时感抗等于容抗
 $1/(\omega C) = \omega L = 200\Omega$

故

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{10^6 \times 0.2} = 5\mu\text{F}$$

谐振时电阻电流等于电流源源电流，故

$$R = \frac{U}{I_R} = \frac{I_C |X_C|}{I_S} = \frac{2 \times 200}{0.1} \Omega = 4000\Omega$$

答案 9.20

解：由分压公式求得：

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{\frac{R/j\omega C}{R+1/j\omega C}}{(j\omega L + \frac{R/j\omega C}{R+1/j\omega C})} = \frac{\frac{R}{1+j\omega CR}}{(j\omega L + \frac{R}{1+j\omega CR})} \\ &= \frac{R}{R - \omega^2 LCR + j\omega L} \end{aligned}$$

若输出电压 u_o 中正弦分量占滤波前的 5%，则相当于

$$|H(j\omega)| = \frac{R}{\sqrt{(R - \omega^2 LCR)^2 + (\omega L)^2}} = 5\%$$

代入数值解得

$$C \approx 0.183\mu\text{F}$$

答案 9.21

解: 当 L_1 、 C 对基波发生并联谐振时, 滤波器能够阻止电流的基波通至负载,

由此得:

$$\omega L_1 = \frac{1}{\omega C} \quad (1)$$

解得

$$L_1 = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(2\pi f)^2 C} \approx 0.254 \text{ mH}$$

当 L_1 、 C 与 L_2 组成的电路对九次谐波发生串联谐振时, 九次谐波可以顺利

地通至负载, 由此得到:

$$\frac{1}{j9\omega C + 1/(j9\omega L_1)} + j9\omega L_2 = 0 \quad (2)$$

将式 (1) 代入式 (2) 解得

$$L_2 = \frac{L_1}{81\omega C L_1 - 1} \approx 3.17 \mu\text{H}$$

答案 10.1

解： $t < 0$ 时，电容处于开路，故

$$u_c(0_-) = 10\text{mA} \times 2\text{k}\Omega = 20\text{V}$$

由换路定律得：

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 20\text{V}$$

换路后一瞬间，两电阻为串联，总电压为 $u_c(0_+)$ 。

所以

$$i_1(0_+) = \frac{u_c(0_+)}{(2+2)\text{k}\Omega} = 5\text{mA}$$

再由节点①的 KCL 方程得：

$$i_c(0_+) = 10\text{mA} - i_1(0_+) = (10 - 5)\text{mA} = 5\text{mA}$$

答案 10.2

解： $t < 0$ 时电容处于开路，电感处于短路， 3Ω 电阻与 6Ω 电阻相并联，所以

$$i(0_-) = \frac{45\text{V}}{(5+8+\frac{6 \times 3}{6+3})\Omega} = 3\text{A}, \quad i_L(0_-) = \frac{6}{6+3} \times i(0_-) = 2\text{A}$$

$$u_c(0_-) = 8 \times i(0_-) = 24\text{V}$$

由换路定律得：

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 24\text{V}, \quad i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2\text{A}$$

由 KVL 得开关电压：

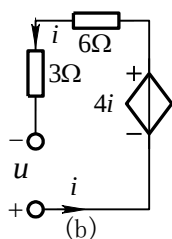
$$u(0_+) = -u_c(0_+) + 8 \times i_L(0_+) = (-24 + 8 \times 2)\text{V} = -8\text{V}$$

答案 10.3

解： $t < 0$ 时电容处于开路， $i = 0$ ，受控源电压 $4i = 0$ ，所以

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = u_1(0_-) = \frac{6\Omega}{(9+6)\Omega} \times 1.5\text{V} = 0.6\text{V}$$

$t > 0$ 时，求等效电阻的电路如图(b)所示。



等效电阻

$$R_1 = \frac{u}{i} = \frac{-4i + (6+3)i}{i} = 5\Omega$$

时间常数

$$\tau = R_1 C = 0.1s$$

$t > 0$ 后电路为零输入响应，故电容电压为：

$$u_C(t) = u_C(0_+)e^{-t/\tau} = 0.6e^{-10t}V$$

6Ω 电阻电压为：

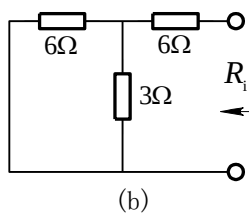
$$u_1(t) = -6\Omega \times i = -6\Omega \times (-C \frac{du_C}{dt}) = 0.72e^{-10t}V \quad (t > 0)$$

答案 10.4

解： $t < 0$ 时电感处于短路，故 $i_L(0_-) = \frac{3}{6+3} \times 9A = 3A$ ，由换路定律得：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 3A$$

求等效电阻的电路如图(b)所示。



等效电阻 $R_1 = 6 + \frac{6 \times 3}{6+3} = 8\Omega$ ，时间常数 $\tau = L/R_1 = 0.5s$

$t > 0$ 后电路为零输入响应，故电感电流为

$$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-t/\tau} = 3e^{-2t}A \quad (t \geq 0)$$

电感电压

$$u_1(t) = L \frac{di_L}{dt} = -24e^{-2t} \text{ V } (t > 0)$$

3Ω电阻电流为

$$i_3 = \frac{u_3}{3\Omega} = \frac{6\Omega \times i_L + u_1}{3\Omega} = -2e^{-2t} \text{ A}$$

3Ω电阻消耗的能量为：

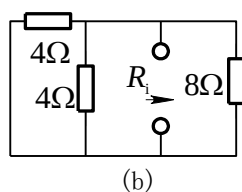
$$W_{3\Omega} = \int_0^{\infty} 3\Omega i_3^2 dt = \int_0^{\infty} 12e^{-4t} dt = 12[-0.25e^{-4t}]_0^{\infty} = 3\text{W}$$

答案 10.5

解：由换路定律得 $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$ ，达到稳态时电感处于短路，故

$$i_L(\infty) = 20/4 = 5\text{A}$$

求等效电阻的电路如图(b)所示。



等效电阻

$$R_1 = (4//4)//8 = 1.6\Omega$$

时间常数

$$\tau = L/R_1 = (1/16)\text{s}$$

$t > 0$ 后电路为零状态响应，故电感电流为：

$$i_L(t) = i_L(\infty)(1 - e^{-t/\tau}) = 5(1 - e^{-16t})\text{A } (t \geq 0)$$

$$i(t) = \frac{u_L}{8\Omega} = (L \frac{di_L}{dt})/8\Omega = \frac{0.1 \times 5 \times 16 \times e^{-16t}}{8} = e^{-16t} \text{ A } (t > 0)$$

答案 10.6

解： $t < 0$ 时电路为零状态，由换路定律得：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

$t > 0$ 时为简化计算，先将 ab 左边电路化为戴维南电路形式。

当 ab 端开路时，由 $i + 2i = 0$ ，得 $i = 0$ 所以开路电压

$$u_{OC} = u_s = 10\sqrt{2} \cos(100t) \text{V}$$

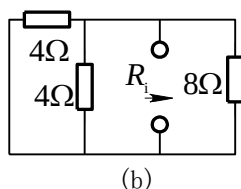
当 ab 端短路时，

$$i_{SC} = i + 2i = 3i = 3 \times \frac{u_s}{3\Omega}$$

故等效电阻

$$R_i = \frac{u_{OC}}{i_{SC}} = 1\Omega,$$

$t > 0$ 时等效电路如图(b)所示。



电路时间常数为

$$\tau = R_i C = 0.01 \text{s}。$$

用相量法计算强制分量 u_{Cp} ：

$$\dot{U}_{Cp} = \frac{1/(j\omega C)}{1 + 1/(j\omega C)} \times \dot{U}_{OC} = \frac{-j}{1-j} \times 10\angle 0^\circ = 5\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{V}$$

$$u_{Cp}(t) = 10 \cos(100t - 45^\circ) \text{V}$$

$$u_{Cp}(0_+) = 10 \cos(-45^\circ) = 5\sqrt{2} \text{V}$$

由三要素公式得：

$$u_C(t) = u_{Cp}(t) + [u_C(0_+) - u_{Cp}(0_+)]e^{-t/\tau} = [10 \cos(100t - 45^\circ) - 5\sqrt{2}e^{-100t}] \text{V}$$

答案 10.7

解： $t < 0$ 时电容处于开路，由换路定律得：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \frac{6}{6+3} \times 9V = 6V,$$

$t \rightarrow \infty$ 电容又处于开路,

$$u_C(\infty) = \frac{6}{6+3} \times (-18V) = -12V$$

等效电阻

$$R_i = (8 + \frac{6 \times 3}{6+3}) \Omega = 10 \Omega$$

时间常数

$$\tau = R_i C = 0.2s$$

由三要素公式得:

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-t/\tau} = (-12 + 18e^{-5t})V \quad (t \geq 0)$$

$$u(t) = 8\Omega \times C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0.16 \times (-90e^{-5t}) + (-12 + 18e^{-5t})$$

所以

$$u(t) = [-12 + 3.6e^{-5t}] \quad V(t > 0)$$

答案 10.8

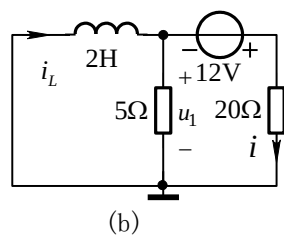
解: 当 $t < 0$ 时, 列写节点方程求原始值

$$(\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20})u_1(0_-) = 3 - \frac{12}{20}, \quad \text{解得} \quad u_1(0_-) = 5.76V$$

由换路定律得

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 3A - i_1(0_-) = 3A - \frac{u_1(0_-)}{6\Omega} = (3 - 5.76/6)A = 2.04A$$

换路后的电路如图(b)所示。



列写节点方程得:

$$(\frac{1}{5} + \frac{1}{20})u_1(0_+) = i_L(0_+) - \frac{12}{20}$$

解得

$$u_1(0_+) = 5.76\text{V}, \quad i(0_+) = \frac{12\text{V} + u_1(0_+)}{20\Omega} = 0.888\text{A}$$

稳态时, 电感处于短路, 所以

$$i(\infty) = \frac{12\text{V}}{20\Omega} = 0.6\text{A}$$

等效电阻

$$R_1 = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4\Omega$$

时间常数

$$\tau = L / R_1 = 0.5\text{s}$$

由三要素公式得:

$$i(t) = i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)]e^{-t/\tau} = (0.6 + 0.288e^{-2t}) \text{ A}$$

答案 10.9

解: 当 $t < 0$ 时, 电容处于开路, 列写节点电压方程求原始值

$$\begin{cases} (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3})u_{n1}(0_-) - \frac{1}{2}u_{n2}(0_-) - \frac{1}{2} \times 8 = 0 \\ -\frac{1}{2}u_{n1}(0_-) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{8})u_{n2}(0_-) - \frac{3}{8} \times 8 = 0 \end{cases}$$

解得 $u_{n1}(0_-) = 4.8\text{V}$, 由换路定律得:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = u_{n1}(0_-) = 4.8\text{V}$$

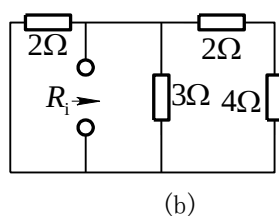
$t \rightarrow \infty$ 电容又处于开路, 再列写节点电压方程如下:

$$\begin{cases} (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3})u_{n1}(\infty) - \frac{1}{2} \times u_{n2}(\infty) - \frac{1}{2} \times 8 = 0 \\ -\frac{1}{2} \times u_{n1}(\infty) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})u_{n2}(\infty) = 0 \end{cases}$$

解得：

$$u_C(\infty) = u_{m1}(\infty) = 4V$$

求等效电阻的电路如图(b)所示。



$$R_1 = 2 // [3 // (2 + 4)] = 1\Omega$$

时间常数

$$\tau = R_1 C = 1s$$

由三要素公式得：

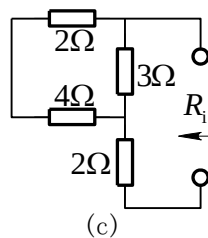
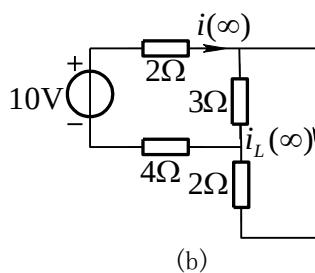
$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-t/\tau} = (4 + 0.8e^{-t}) \text{ V}$$

答案 10.10

解：由换路定律得：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{10V}{2\Omega} = 5A$$

求稳态值的电路如图(b)所示。



$$i_L(\infty) = \frac{3}{3+2} \times i(\infty) = \frac{3}{3+2} \times \frac{10V}{(2+4+3//2)\Omega} = \frac{5}{6}A$$

求等效电阻的电路如图(c)所示。

等效电阻

$$R_1 = [2 + \frac{3(2+4)}{3+2+4}] \Omega = 4 \Omega$$

时间常数

$$\tau = L / R_1 = 2 / 4 = 0.5 \text{ s}$$

由三要素公式得：

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-t/\tau} = \frac{5}{6}(1 + 5e^{-2t}) \text{ A}$$

答案 10.11

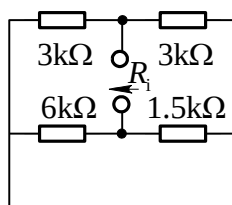
解：当 $t < 0$ 时，电容处于开路，由换路定律得：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = -u_1(0_-) = -\frac{3}{3+6} \times 9 \text{ V} = -3 \text{ V}$$

$t \rightarrow \infty$ 电容又处于开路

$$u_C(\infty) = u_2(\infty) - u_1(\infty) = \frac{3}{3+1.5} \times 9 \text{ V} - \frac{3}{3+6} \times 9 \text{ V} = 3 \text{ V}$$

求等效电阻的电路如图(b)所示。



(b)

等效电阻

$$R_1 = (\frac{6 \times 3}{6+3} + \frac{3 \times 1.5}{3+1.5}) \text{ k}\Omega = 3 \text{ k}\Omega$$

时间常数

$$\tau = 3 \times 10^3 \Omega \times 2 \times 10^{-6} \text{ F} = 6 \times 10^{-3} \text{ s}$$

由三要素公式得

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-t/\tau} = (3 - 6e^{-\frac{10^3}{6}t}) \text{ V} \quad (1)$$

设 $t = t_1$ 时， $u_C = 0$ 。由式(1)得： $3 - 6e^{-\frac{10^3}{6}t_1} = 0$ ，解得：

$$t_1 = 6 \times 10^{-3} \ln 2 = 4.16 \times 10^{-3} \text{s}$$

答案 10.12

解：初始值

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{4}{4+1} \times 5 \text{mA} = 4 \text{mA}$$

稳态值

$$i_L(\infty) = \frac{4}{4+4} \times 5 = 2.5 \text{mA}$$

等效电阻

$$R_i = 4 + 1 + 3 = 8 \text{k}\Omega$$

时间常数

$$\tau = \frac{L}{R_i} = \frac{0.8}{8 \times 10^3} = 10^{-4} \text{s}$$

由三要素公式得：

$$i_L(t) = [2.5 + 1.5e^{-10^4 t}] \text{mA} \quad (t \geq 0)$$

由 KVL 得：

$$u(t) = u_L + u_3 = L \frac{di_L}{dt} + 3 \text{k}\Omega \times i_L(t) = 7.5(1 - e^{-10^4 t}) \text{V} \quad (t > 0)$$

答案 10.13

解：当 $t < 0$ ， $r = 10 \Omega$ 时，电容处于开路，对回路 I 列 KVL 方程得：

$$10i(0_-) + ri(0_-) + 5i(0_-) = (10 + 10 + 5)i(0_-) = 20$$

解得

$$i(0_-) = 0.8 \text{A}$$

由换路定律得

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 5 \Omega \times i(0_-) = 4 \text{V}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $r = 5\Omega$, 电容又处于开路, 再对回路 I 列 KVL 方程得:

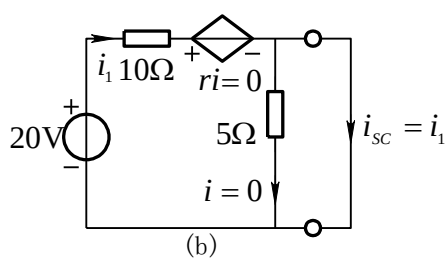
$$10i(\infty) + ri(\infty) + 5i(\infty) = (10 + 5 + 5)i(\infty) = 20$$

解得

$$i(\infty) = 1A$$

$$u_c(\infty) = 5\Omega \times i(\infty) = 5V$$

当 ab 端短路时, 电路如图(b)所示。



$$i = 0, \quad ri = 0, \quad i_{sc} = i_1 = \frac{20V}{10\Omega} = 2A$$

等效电阻

$$R_1 = \frac{u_c(\infty)}{i_{sc}} = \frac{5V}{2A} = 2.5\Omega$$

时间常数

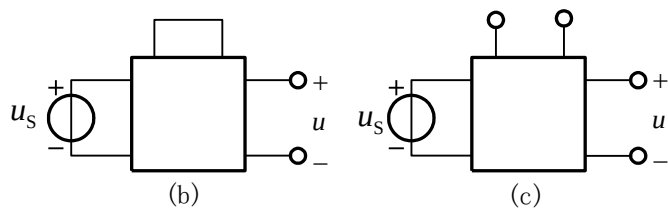
$$\tau = R_1 C = 1s$$

由三要素公式得

$$u_c(t) = u_c(\infty) + [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-t/\tau} = (5 - e^{-t})V \quad (t \geq 0)$$

答案 10.14

解: 由题接电容时的零状态响应, 可得 $t = 0_+$ 和 $t \rightarrow \infty$ 时的计算电路, 分别如图(b)和(c)所示。



由于电感对直流稳态相当于短路，零状态电感在换路瞬间相当于开路，故接电感在 $t=0_+$ 和 $t \rightarrow \infty$ 时的计算电路分别与接电容时 $t \rightarrow \infty$ 和 $t=0_+$ 时的情况相同。所以接 L 时，初始值 $u(0_+) = 10\text{V}$ ，稳态值 $u(\infty) = 5\text{V}$ 。

由接电容时的响应得时间常数

$$\tau_C = 0.5 = R_1 C, \text{ 所以 } R_1 = \frac{\tau_C}{C} = 50\Omega$$

接电感后， R_1 不变，故时间常数

$$\tau_L = \frac{L}{R_1} = 0.1\text{s}$$

将上述初始值、稳态值和时间常数代入三要素公式得

$$u(t) = [5 + 5e^{-10t}] \varepsilon(t) \text{V}$$

答案 10.15

解：由于 i_s 为指数函数，故须列写关于 i 的微分方程来计算 i 的强制分量。

由换路定律得：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 3\text{A}$$

$$i(0_+) = i_s(0_+) - i_L(0_+) = 5 - 3 = 2\text{A} \quad (1)$$

根据 KVL

$$L \frac{di_L}{dt} - 3i - 2i = 0$$

将 $i_L = i_s - i$ 代入上式化简得

$$L \frac{di}{dt} + 5i = L \frac{di_s}{dt} = -25e^{-10t}$$

$$\frac{di}{dt} + 10i = -50e^{-10t} \quad (2)$$

由式(1)中得时间常数 $\tau = 1/10 = 0.1s$ 等于电流源衰减系数的倒数，故设强制分量为

$$i_p(t) = A_1 t e^{-10t}, \text{ 代入式(2)解得 } A_1 = -50。$$

设齐次分量为 $i_h(t) = A_2 e^{-10t}$ ，则电流 i 的完全解答为：

$$i(t) = i_p(t) + i_h(t) = -50t e^{-10t} + A_2 e^{-10t} \quad (3)$$

由初始条件确定待求系数 A_2 。由式(3)及式(1)得 $i(0_+) = A_2 = 2$ ，即 $A_2 = 2$ 。

因此

$$i(t) = [2e^{-10t} - 50t e^{-10t}] \text{ A}$$

强制分量为 $-50t e^{-10t}$ ，自由分量为 $2e^{-10t}$ 。

答案 10.16

解：由于 u_s 是多项式形式，故须列写关于 u_C 的微分方程来计算 u_C 的强制分量。

换路前，电容处于开路， 12Ω 和 4Ω 电阻串联。由换路定律和分压公式得：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \frac{4}{12+4} \times 32V = 8V \quad (1)$$

换路后，根据 KVL 得：

$$10 \times C \frac{du_C}{dt} + u_C = u_s$$

$$\frac{du_C}{dt} + 10u_C = 100t \quad (2)$$

强制分量与激励源有相同的函数形式，故

设强制分量为：

$$u_{Cp}(t) = A_1 t + A_2$$

代入式(2)得

$$A_1 + 10A_1 t + 10A_2 = 100t$$

比较系数得

$$A_1 = 10, \quad A_2 = -1$$

设齐次方程的解为：

$$u_{Ch}(t) = A_3 e^{-10t}$$

则电压 u_C 的完全解答为：

$$u_C(t) = u_{Cp}(t) + u_{Ch}(t) = (10t - 1) + A_3 e^{-10t} \quad (3)$$

由初始条件确定待求系数 A_3 。由式(3)及(1)得

$$u_C(t)|_{t=0_+} = A_3 - 1 = 8V, \quad \text{即} \quad A_3 = 9V$$

所以

$$u_C(t) = 10t - 1 + 9e^{-10t} \quad V$$

强制分量为 $10t - 1$ ，自由分量为 $9e^{-10t}$ 。

答案 10.17

解：当 $t < 0$ 时，电容开路，电感短路，列写节点电压方程如下

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)u_C(0_-) - \frac{4}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \times 16 = 0$$

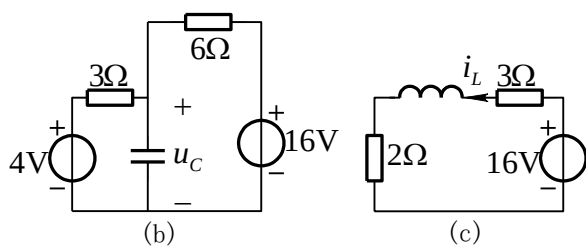
解得

$$u_C(0_-) = 7V$$

由换路定律得：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 7V, \quad i_L(0_+) = i_L(0_-) = 3A$$

换路后构成两个一阶电路，如图 (b) 和(c)所示。



在图(b) 电路中，稳态时电容开路，所以

$$u_C(\infty) = \frac{16-4}{3+6} \times 3 + 4 = 8\text{V}$$

等效电阻

$$R_1 = \frac{3 \times 6}{3+6} = 2\Omega$$

时间常数

$$\tau_C = 2 \times 1 = 2\text{s}$$

由三要素公式得

$$u_C(t) = (8 - e^{-0.5t})\text{V}$$

在图(c)电路中，稳态时电感短路，所以

$$i_L(\infty) = \frac{16}{2+3} = 3.2\text{A}$$

时间常数

$$\tau_L = \frac{2}{2+3} = 0.4\text{s},$$

由三要素公式得：

$$i_L(t) = (3.2 - 0.2e^{-2.5t})\text{A}$$

开关电压

$$u(t) = u_C - 2\Omega \times i_L = (1.6 - e^{-0.5t} + 0.4e^{-2.5t})\text{V} \quad (t > 0)$$

答案 10.18

解：初始值：

$$i(0_+) = i(0_-) = 0$$

稳态值

$$i(\infty) = \frac{32}{12+8} = 1.6 \text{ A}$$

串联等效电感

$$L = L_1 + L_2 - 2M = 0.2 + 0.4 - 2 \times 0.1 = 0.4 \text{ H}$$

等效电阻

$$R = 12 + 8 = 20 \Omega$$

时间常数

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.4}{20} = \frac{1}{50} \text{ s}$$

由三要素公式得：

$$i(t) = 1.6(1 - e^{-50t}) \text{ A} \quad t \geq 0$$

$$u(t) = (L_2 - M) \frac{di}{dt} = 0.3 \times 1.6 \times 50 e^{-50t} = 24 e^{-50t} \text{ V} \quad (t > 0)$$

答案 10.19

解：先求 cd 端左侧的戴维南等效电路。当 cd 端开路时，

$$i + 3i = 0, \Rightarrow i = 0 \quad U_{OC} = 10 \text{ V}$$

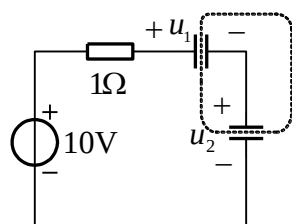
当 cd 端短路时

$$I_{SC} = i + 3i = 4 \times \frac{10}{4} = 10 \text{ A}$$

等效电阻

$$R_1 = \frac{U_{OC}}{I_{SC}} = 1 \Omega$$

换路后的等效电路如图(b)所示。



(b)

两电容串联，等效电容

$$C = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} = 1\text{F}$$

时间常数

$$\tau = R_i C = 1\text{s}$$

由换路定律得：

$$u_1(0_+) = u_1(0_-) = U_{\text{OC}} = 10\text{V} \quad , \quad u_2(0_+) = u_2(0_-) = 2\text{V}$$

由于两电容均有初值，稳态时，电容电压不是按与电容成反比分配电压，需按基尔霍夫电压定律及闭合面内电荷守恒求电容电压。由图(b)得：

$$\begin{cases} u_1(\infty) = u_2(\infty) = 10\text{V} \\ -2u_1(\infty) + 2u_2(\infty) = -2u_1(0_+) + 2u_2(0_-) = -16\text{V} \end{cases}$$

解得：

$$u_1(\infty) = 9\text{V} \quad , \quad u_2(\infty) = 1\text{V}$$

由三要素公式得

$$u_2(t) = (1 + e^{-t})\text{V} \quad (t \geq 0)$$

答案 10.20

解：当 $0 < t < 1\text{s}$ 时

时间常数

$$\tau_1 = 1 \times 1 = 1\text{s} \quad ,$$

初始值

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 2V$$

若开关 S_2 没有接通, 达到稳态时

$$u_C(\infty) = 1V。$$

由三要素公式得

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-t/\tau_1} = (1 + e^{-t})V \quad 0 < t \leq 1s \quad (1)$$

当 $t > 1s$ 时, 电路时间常数发生变化,

$$\tau_2 = RC = \frac{1 \times 1}{1+1} \times 1 = 0.5s$$

由式(1)得 1s 时的电压值

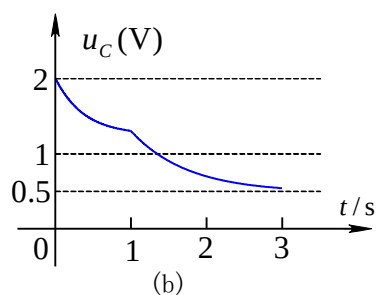
$$u_C(1s) = (1 + e^{-1})V$$

稳态值

$$u_C(\infty) = 0.5V$$

由三要素公式得

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(1) - u_C(\infty)]e^{-(t-1)/\tau_2} = [0.5 + (0.5 + e^{-1})e^{-2(t-1)}]V \quad (t \geq 1s)$$



答案 10.21

解:

$$u_1(0_-) = 6V, \quad u_2(0_-) = 10V$$

$t=0$ 时开关接通, 两电压原始值不等的电容相并联, 电容电压将发生跃变。利

用两正极板电荷之和在开关动作前后瞬间相等来计算 $u_2(0_+)$:

$$\begin{cases} 0.2u_1(0_+) + 0.3u_2(0_+) = 0.2u_1(0_-) + 0.3u_2(0_-) \\ u_1(0_+) = u_2(0_+) \end{cases}$$

解得

$$u_1(0_+) = u_2(0_+) = 8.4V$$

稳态值

$$u_2(\infty) = \frac{6}{6+6} \times 12V = 6V$$

时间常数

$$\tau = RC = (6/2) \times (0.2 + 0.3) = 1.5s$$

由三要素公式得：

$$u_2(t) = u_2(\infty) + [u_2(0_+) - u_2(\infty)]e^{-t/\tau} = (6 + 2.4e^{-t/1.5})V \quad (t > 0)$$

答案 10.22

解：

$$u_1(0_-) = \frac{3}{3+6} \times 12 = 4V$$

开关接通后，根据基尔霍夫电压定律，两电容电压相加等于电源电压 12V，电容电压发生跃变。根据闭合面 S' 内电荷在开关动作前后瞬间相等来求初始值：

$$\begin{cases} -0.8u_1(0_+) + 0.2u_2(0_+) = -0.8u_1(0_-) \\ u_1(0_+) + u_2(0_+) = 12V \end{cases}$$

解得：

$$u_1(0_+) = 5.6V, \quad u_2(0_+) = 6.4V$$

稳态时

$$u_1(0_-) = \frac{3}{3+6} \times 12V = 4V, \quad u_2(\infty) = 12 - 4 = 8V$$

时间常数

$$\tau = RC = \frac{3 \times 6}{3+6} \times (0.8+0.2) = 2\text{s}$$

由三要素公式得

$$u_1(t) = 4 + 1.6e^{-0.5t} \text{ V}, \quad u_2(t) = 8 - 1.6e^{-0.5t} \text{ V}$$

答案 10.23

解： $t > 0$ 时，电容 C_1 通过电阻给电容 C_2 充电， $t \rightarrow \infty$ 时充电结束， $u_1 = u_2$ 。

由换路定律得：

$$u_1(0_+) = u_1(0_-) = 20\text{V}, \quad u_2(0_+) = u_2(0_-) = 0$$

由电荷守恒及基尔霍夫电压定律得：

$$\begin{cases} C_1 u_1(\infty) + C_2 u_2(\infty) = C_1 u_1(0_-) + C_2 u_2(0_-) = 3 \times 20 \\ u_1(\infty) = u_2(\infty) \end{cases}$$

解得：

$$u_1(\infty) = u_2(\infty) = \frac{20}{3} \text{ V}$$

等效电容

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2\text{F}$$

时间常数

$$\tau = RC = 20\text{s}$$

由三要素公式得

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \frac{20}{3} + \frac{40}{3} e^{-t/20} \text{ V}, \\ u_2(t) &= \frac{20}{3} (1 - e^{-t/20}) \text{ V} \end{aligned}$$

答案 10.24

解：由换路定律得：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

初始值:

$$i(0_+) = i_s(0_+) - i_L(0_+) = 30\text{mA}$$

稳态值:

$$i(\infty) = \frac{12}{12+18} \times 30 = 12\text{mA}$$

时间常数:

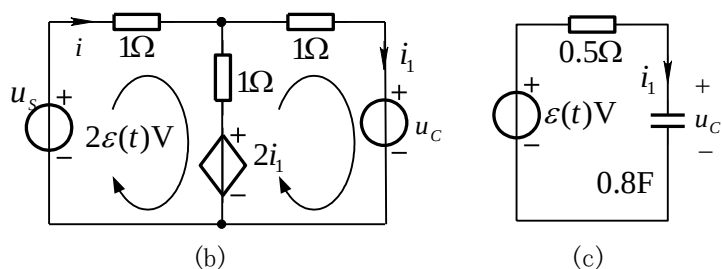
$$\tau = \frac{2}{18+12} = \frac{1}{15}\text{s}$$

由三要素公式得

$$i(t) = i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)]e^{-t/\tau} = [12 + 18e^{-15t}] \text{mA}$$

答案 10.25

解: 在 $t > 0$ 时的某一瞬间, 电容电压是确定的, 因此可将电容用电压源 u_C 置换, 如图(b)所示。



图(b)电路为电阻电路, 列写回路电流方程如下:

$$\begin{cases} (1+1)i - 1 \times i_1 + 2i_1 = u_s \\ -1 \times i + (1+1)i_1 - 2i_1 = -u_C \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} i = u_C / 1\Omega & (1) \\ u_C = 0.5u_s - 0.5\Omega \times i_1 = \varepsilon(t)\text{V} - 0.5\Omega \times i_1 & (2) \end{cases}$$

由式(2)得电容左端的戴维南等效电路如图(c)所示。

时间常数

$$\tau = RC = 0.5 \times 0.8 = 0.4\text{s}$$

初始值

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

稳态值

$$u_C(\infty) = u_{OC} = 1V。$$

由三要素公式得电容电压

$$u_C(t) = (1 - e^{-2.5t})V$$

独立电压源的输出功率

$$p = 2\varepsilon(t) \times i = 2\varepsilon(t) \times u_C = 2(1 - e^{-2.5t})\varepsilon(t)W$$

答案 10.26

解： 将电压源 u_s 分解成

$$u_s(t) = u'_s + u''_s = 9\varepsilon(t)V - 15\varepsilon(t-1)V$$

等效电阻

$$R = \frac{15 \times 30}{15 + 30} = 10\Omega$$

时间常数

$$\tau = RC = 1s$$

电容电压的单位阶跃特性为：

$$s(t) = \frac{1}{3}(1 - e^{-t})\varepsilon(t)V$$

当 $u'_s = 9\varepsilon(t)V$ 单独作用时，电容电压为

$$u'_C(t) = 9 \times s(t) = 3(1 - e^{-t})\varepsilon(t)V$$

当 $u''_s = -15\varepsilon(t-1)V$ 单独作用时，电容电压为

$$u''_C(t) = -15 \times s(t-1) = -5[1 - e^{-(t-1)}]\varepsilon(t-1)V$$

由叠加定理求得电容电压为

$$u_c(t) = u'_c + u''_c = 3(1 - e^{-t})\varepsilon(t) - 5[1 - e^{-(t-1)}]\varepsilon(t-1)$$

故所求电压为

$$u(t) = u_s(t) - u_c(t) = 9\varepsilon(t) - 15\varepsilon(t-1) - 3(1 - e^{-t})\varepsilon(t) + 5[1 - e^{-(t-1)}]\varepsilon(t-1)\text{V}$$

答案 10.27

解：时间常数

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{10} = 0.2\text{s}$$

当 u_s 单独作用时，稳态值 $i'_L(\infty) = \frac{1\text{V}}{10\Omega} = 0.1\text{A}$ ，电路为零状态响应，故

$$i'_L(t) = 0.1(1 - e^{-5t})\varepsilon(t)\text{A}$$

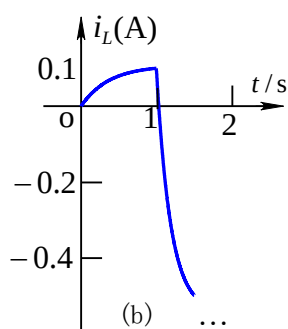
当 i_s 单独作用时，稳态值 $i''_L(\infty) = -i_s = -1\text{A}$ ，故

$$i''_L(t) = -(1 - e^{-5(t-1)})\varepsilon(t-1)\text{A}$$

由叠加定理得：

$$i_L(t) = i'_L(t) + i''_L(t) = [0.1(1 - e^{-5t})\varepsilon(t) - (1 - e^{-5(t-1)})\varepsilon(t-1)]\text{A}$$

波形图如图(b)所示。



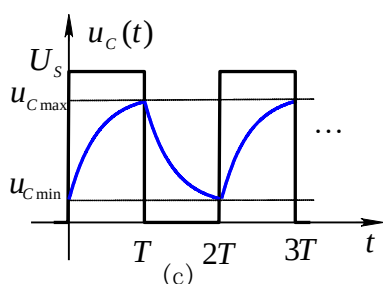
答案 10.28

解：达到稳定后开始计时，在 $0 \leq t \leq T$ 内，电容从最小值 $u_{C\min}$ 开始充电，在 $t = T$ 时刻达到最大值。初始值 $u_c(0_+) = u_{C\min}$ ，特解 $u_{Cp}(t) = U_s$ ， $u_{Cp}(0_+) = U_s$ ，时间常数 $\tau = RC$ 。

由三要素公式得：

$$u_C(t) = U_s + (u_{C\min} - U_s)e^{-t/\tau} \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

在 $T \leq t \leq 2T$ 内，电容由最大值 $u_{C\max}$ 开始放电，在 $t = 2T$ 时达到最小值。波形如图(c)所示。



此时间电路为零输入响应，电容电压为：

$$u_C(t) = u_{C\max} e^{-(t-T)/\tau} \quad T \leq t \leq 2T \quad (2)$$

由式(1)得：

$$u_C(T) = U_s + (u_{C\min} - U_s)e^{-T/\tau} = u_{C\max} \quad (3)$$

由式(2)得：

$$u_C(2T) = u_{C\max} e^{-T/\tau} = u_{C\min} \quad (4)$$

通过联立求解式(3)和(4)便可证得

$$u_{C\max} = \frac{U_s}{1 + e^{-T/\tau}}, \quad u_{C\min} = \frac{U_s e^{-T/\tau}}{1 + e^{-T/\tau}}$$

答案 10.29

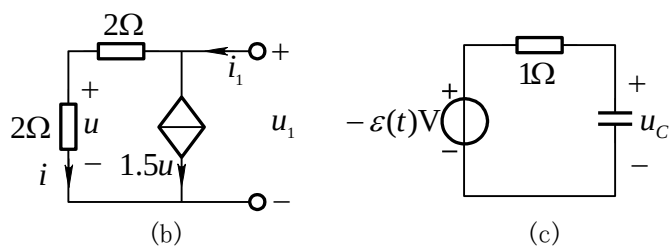
解：(1)当 $i_s = \varepsilon(t)$ A 时，先求 ab 两端的戴维南等效电路。ab 端开路时，根据图(a)电路，由 KCL 得：

$$\frac{u}{2} + 1.5u = i_s = \varepsilon(t) \Rightarrow u = 0.5\varepsilon(t) \text{ V}$$

开路电压

$$u_{OC} = u - 2 \times 1.5u = -2 \times u = -1\varepsilon(t) \text{ V}$$

求等效电阻的电路如图(b)所示。



$$u_1 = (2 + 2)i = (2 + 2) \times \frac{u}{2} = 2u$$

$$i_1 = i + 1.5u = \frac{1}{2}u + 1.5u = 2u$$

等效电阻

$$R_1 = \frac{u_1}{i_1} = 1\Omega$$

戴维南等效电路如图 (c)所示。时间常数

$$\tau = R_1 C = 0.1s。$$

根据三要素公式得 u_C 的单位阶跃特性为：

$$s(t) = -1(1 - e^{-10t})\varepsilon(t) \Omega$$

(2)单位冲激特性为：

$$h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = -10e^{-10t}\varepsilon(t) \Omega/s$$

答案 10.30

解：当 $t = 0_+$ 时，电容电压为零，相当于短路。对节点①列写 KCL 方程得：

$$\frac{u(0_+)}{30} + \frac{u(0_+)}{70} + \frac{1}{1} = 0$$

解得：

$$u(0_+) = -21V$$

因此

$$i_o(0_+) = \frac{u(0_+)}{3} = -7\text{A}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 电容开路。再对节点①列写 KCL 方程得:

$$\frac{u(\infty)}{30} + \frac{1}{1} = 0$$

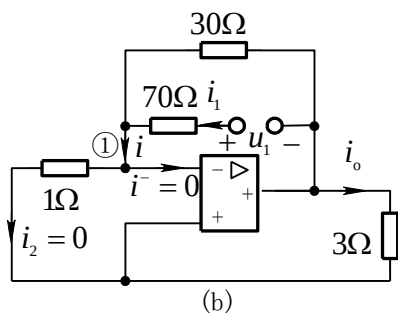
解得

$$u(\infty) = -30\text{V}$$

稳态值

$$i_o(\infty) = \frac{u(\infty)}{3} = -10\text{A}$$

求等效电阻的电路如图 (b)所示。



去掉独立源后, 由理想运放的特性得:

$$u_{n1} = 0, \quad i_2 = u_{n1}/1\Omega = 0, \quad i = i_2 + i^- = 0$$

等效电阻

$$R = (30 + 70)\Omega = 100\Omega$$

时间常数

$$\tau = RC = 10\text{s}$$

由三要素公式得:

$$i_o(t) = i_o(\infty) + [i_o(0_+) - i_o(\infty)]e^{-t/\tau} = (-10 + 3e^{-0.1t})\varepsilon(t)\text{A}$$

答案 10.31

解: 先求电压 u 的单位阶跃特性 $s(t)$ 。当 $i_s = \varepsilon(t)\text{A}$ 时, 由换路定律得:

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

所以初始值

$$u(0_+) = 30\Omega \times \varepsilon(t)A = 30V$$

稳态值

$$u(\infty) = \frac{30 \times 60}{30 + 60} \times 1 = 20V,$$

时间常数

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{30 + 60} = \frac{1}{90} s$$

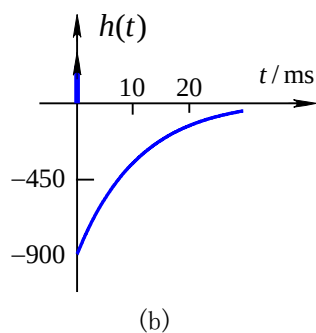
由三要素公式得电压 u 的单位阶跃特性为：

$$s(t) = (20 + 10e^{-90t})\varepsilon(t) \Omega$$

由单位冲激特性与单位阶跃特性的关系得电压 u 的单位冲激特性 $h(t)$ 为：

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{ds(t)}{dt} = (20 + 10e^{-90t})\delta(t) - 900e^{-90t}\varepsilon(t) \\ &= [30\delta(t) - 900e^{-90t}\varepsilon(t)] \quad \Omega/s \end{aligned}$$

$h(t)$ 的波形如图(b)所示。



答案 10.32

解：电压源为单位冲激函数，不能直接求其响应，而应先求单位阶跃响应，再对其求导得到单位冲激响应。为此先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时，

$$i = 3i \Rightarrow i = 0$$

开路电压

$$u_{OC} = u_s$$

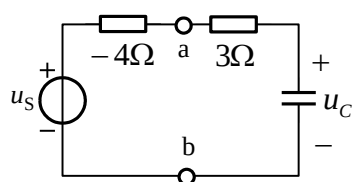
当 ab 端短路时，短路电流

$$i_{SC} = i - 3i = -2i = -2 \times \frac{u_s}{8\Omega}$$

等效电阻

$$R_1 = \frac{u_{OC}}{i_{SC}} = -4\Omega$$

图(a)的等效电路如图(b)所示。时间常数



(b)

$$\tau = (3 - 4) \times 0.02 = -0.02 \text{ s}$$

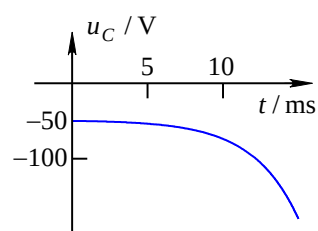
由三要素公式得 u_C 的单位阶跃特性为：

$$s(t) = (1 - e^{50t})\varepsilon(t)$$

u_C 的单位冲激响应为：

$$u_C(t) = 1\text{Wb} \times h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = -50e^{50t}\varepsilon(t) \text{ V}$$

其波形如图 (c) 所示。



(c)

答案 10.33

解：根据图(a)电路可得 u_C 的单位阶跃特性为：

$$s(t) = (1 - e^{-t})\varepsilon(t)$$

u_C 的单位冲激特性为：

$$h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = e^{-t}\varepsilon(t)$$

图(b)中 $i_s = 5(1 - e^{-0.25t})$ A，根据卷积积分公式得

$$\begin{aligned} u_C(t) &= \int_0^t i_s(\xi)h(t-\xi)d\xi = \int_0^t 5(1 - e^{-0.25\xi}) \times e^{-(t-\xi)}\varepsilon(t-\xi)d\xi \\ &= 5 - 6.67e^{-0.25t} + 1.67e^{-t} \text{ V} \end{aligned}$$

图(c)中 i_s 为分段连续函数

$$i_s = \begin{cases} 5 & t \leq 1\text{s} \\ 5e^{-0.25(t-1)} & t > 1\text{s} \end{cases}$$

当 $0 < t \leq 1\text{s}$ 时，

$$u_C(t) = \int_0^t i_s(\xi)h(t-\xi)d\xi = \int_0^t 5e^{-(t-\xi)}\varepsilon(t-\xi)d\xi = 5(1 - e^{-t}) \text{ V}$$

当 $t > 1\text{s}$ 时，

$$\begin{aligned} u_C(t) &= \int_0^1 i_s(\xi)h(t-\xi)d\xi + \int_1^t i_s(\xi)h(t-\xi)d\xi \\ &= \int_0^1 5e^{-(t-\xi)}\varepsilon(t-\xi)d\xi + \int_1^t 5e^{-0.25(\xi-1)}e^{-(t-\xi)}\varepsilon(t-\xi)d\xi \\ &= \{5(e-1)e^{-t} + 6.667[e^{-0.25(t-1)} - e^{-(t-1)}]\} \text{ V} \end{aligned}$$

答案 10.34

解：(1) $t > 0$ 时，由 KCL 得 $i_R + i_L + i_C = 0$ (1)

将

$$i_R = \frac{u_C}{R}, \quad i_C = C \frac{du_C}{dt}, \quad u_C = u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

代入式(1)并整理成关于 i_L 的二阶微分方程：

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L = 0 \quad (2)$$

该方程的特征方程为：

$$p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC} = 0$$

判别式

$$\Delta = \left(\frac{1}{RC}\right)^2 - \frac{4}{LC}$$

当 $\Delta > 0$ 即 $R < \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时为非振荡，当 $\Delta < 0$ 即 $R > \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时振荡。

(2) 将给定 R 、 L 、 C 数值代入微分方程(2)得

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 200 \frac{di_L}{dt} + 10^4 \times i_L = 0$$

由换路定律得

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

$$L \frac{di_L}{dt} \Big|_{t=0_+} = u_L(0_+) = u_C(0_+) = u_C(0_-) = 20V, \text{ 即}$$

$$\frac{di_L}{dt} \Big|_{t=0_+} = 200$$

特征方程的判别式

$$\Delta = 200^2 - 4 \times 10000 = 0$$

特征根

$$p_{1,2} = \frac{-200}{2} = -100$$

存在二重根，令齐次方程通解为

$$i_L(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-100t} \quad (3)$$

根据初始条件，在式(3)中令 $t = 0_+$ 得： $i(0_+) = A_1 = 0$

$$\frac{di_L(t)}{dt} \Big|_{t=0_+} = e^{-100t} [A_2 - 100A_1 - 100A_2 t]_{t=0_+} = 200, \quad \text{解得 } A_2 = 200。$$

所以

$$i_L(t) = 200te^{-100t} A。$$

答案 10.35

解：根据 KVL 有

$$u_R + u_L + u_C = u_s \quad (1)$$

将

$$u_R = Ri, \quad u_L = L \frac{di}{dt}, \quad i = C \frac{du_C}{dt}$$

代入式(1)并整理成关于 u_C 的二阶微分方程：

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u_s \quad (2)$$

将 R 、 L 、 C 数值代入式(2)得

$$0.002 \frac{d^2 u_C}{dt^2} + 0.12 \frac{du_C}{dt} + u_C = u_s \quad (3)$$

初始条件为

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0, \quad \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0_+} = \frac{1}{C} i(0_+) = 0 \quad (4)$$

式(3)的特征方程为

$$0.002p^2 + 0.12p + 1 = 0$$

解得

$$p_1 = -10, \quad p_2 = -50$$

特征方程存在两个不相等的实根，当激励源为阶跃电压时，响应 u_C 的一般形

式为：

$$u_C = A_3 + A_1 e^{-10t} + A_2 e^{-50t}$$

稳态时 $u_C = u_s = 1$ (对单位阶跃电压源) 即 $A_3 = 1$ 。

由初始条件(3)得

$$\begin{cases} u_C(0_+) = A_1 + A_2 + 1 = 0 \\ \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0_+} = -10A_1 - 50A_2 = 0 \end{cases}$$

解得

$$A_1 = -1.25 \quad A_2 = 0.25$$

所以单位阶跃特性

$$s(t) = \frac{u_C(t)}{1V} = (1 - 1.25e^{-10t} + 0.25e^{-50t})\varepsilon(t)$$

单位冲激特性

$$h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = (12.5e^{-10t} - 12.5e^{-50t})\varepsilon(t)/s$$

答案 10.36

解：

$$i(0_+) = i(0_-) = \frac{U_S}{R_2}, \quad u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

根据 KVL，列写方程如下：

$$R_1 C \frac{du_C}{dt} + u_C = u = U_S \quad (1)$$

$$L \frac{di}{dt} + R_2 i = U_S - u = 0 \quad (2)$$

由式(1)解得

$$u_C(t) = U_S(1 - e^{-t/R_1 C}) \quad (3)$$

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_S}{R_1} e^{-t/R_1 C} \quad (4)$$

由式(2)又解得

$$i(t) = \frac{U_S}{R_2} e^{-\frac{R_2}{L}t} \quad (5)$$

由式(4)和式(5)相等解得

$$R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

答案 10.37

解： 由 KVL 得：

$$u_L + u_C = L \frac{di_L}{dt} + u_C = 20V \quad (1)$$

由 KCL 得：

$$-i_L + i_R + i_C = -i_L + \frac{8}{7}u_C + \frac{1}{7} \frac{du_C}{dt} = 0 \quad (2)$$

方程(2)对 t 求导，再将方程(1)代入，经整理得：

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + 8 \frac{du_C}{dt} + 7u_C = 140 \quad (3)$$

因为

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{20V}{7/8\Omega} = \frac{160}{7}A$$

所以 u_C 及其导数的初始条件为

$$\begin{cases} u_C(0_+) = u_C(0_-) = 10V \\ \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0_+} = \frac{1}{C} [i_L(0_+) - \frac{u_C(0_+)}{7/8}] = 80 \end{cases} \quad (4)$$

微分方程(3)的特征方程为：

$$p^2 + 8p + 7 = 0$$

解得

$$p_1 = -1, \quad p_2 = -7$$

稳态时， $u_C(\infty) = 20V$ ， 所以特解 $u_{Ch}(t) = 20$

设其完全解答为：

$$u_C(t) = 20 + A_1 e^{-t} + A_2 e^{-7t} \quad (5)$$

由初始条件(4)得

$$\begin{cases} u_C(0_+) = A_1 + A_2 + 20 = 10 \\ \frac{du_C}{dt}|_{t=0+} = -A_1 - 7A_2 = 80 \end{cases}$$

解得

$$A_1 = 1.67, \quad A_2 = -11.67$$

所以将 A_1 、 A_2 代入(5)得:

$$u_C(t) = [20 + 1.67e^{-t} - 11.67e^{-7t}]V$$

答案 10.38

解: 对含电容的节点①列 KCL 方程:

$$C \frac{du_C}{dt} = \frac{u_s - u_C}{R_1} - (i_L - i_s)$$

对含电感的回路 l 列 KVL 方程:

$$L \frac{di_L}{dt} = u_C - R_2(i_L - i_s)$$

整理得

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 C} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 C} & \frac{1}{C} \\ 0 & \frac{R_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s \\ i_s \end{bmatrix}$$

答案 10.39

解: (1)对节点①列 KCL 方程:

$$0.2 \frac{du_C}{dt} = i_s - i_1 \quad (1)$$

对回路 l 列 KVL 方程:

$$0.4 \frac{di_L}{dt} = u_C - 6i_1 - 2i_L \quad (2)$$

为消去非状态变量 i_1 , 将 u_C 及 i_L 分别用电压源和电流源置换, 如图(b)所示。

列回路电流方程得：

$$(6+4)i_1 - 4i_L = u_C, \quad \text{解得：} \quad i_1 = 0.1u_C + 0.4i_L \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)和(2)化简得电路的状态方程：

$$\begin{cases} \dot{u}_C = -0.5u_C - 2i_L + 5\varepsilon(t) & (4) \\ \dot{i}_L = u_C - 11i_L & (5) \end{cases}$$

(2) 对状态方程(5)两端同时求导得：

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} = \frac{du_C}{dt} - 11 \frac{di_L}{dt} \quad (6)$$

式(4)、(5)联立解得：

$$\dot{u}_C = -0.5(\dot{i}_L + 11i_L) - 2i_L + 5\varepsilon(t) \quad (7)$$

代入式(6)化简得 i_L 所满足的微分方程：

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 11.5 \frac{di_L}{dt} + 7.5i_L = 5\varepsilon(t)$$

由式(5)有：

$$\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0_+} = u_C(0_+) - 11i_L(0_+) = 0$$

所以初始条件为：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0_+} = 0$$

答案 11.1

解:

(1)

$$F(s) = \int_{0_-}^{\infty} t \varepsilon(t) e^{-st} dt = -\frac{t}{s} e^{-st} \Big|_{0_-}^{\infty} + \frac{1}{s} \int_{0_-}^{\infty} e^{-st} dt = -\frac{1}{s^2} e^{-st} \Big|_{0_-}^{\infty} = \frac{1}{s^2}$$

(2)

$$\begin{aligned} F(s) &= \int_{0_-}^{\infty} t e^{-\alpha t} \varepsilon(t) e^{-st} dt = -\frac{t}{s+\alpha} e^{-(s+\alpha)t} \Big|_{0_-}^{\infty} + \frac{1}{s+\alpha} \int_{0_-}^{\infty} e^{-(s+\alpha)t} dt \\ &= -\frac{1}{(s+\alpha)^2} e^{-(s+\alpha)t} \Big|_{0_-}^{\infty} = \frac{1}{(s+\alpha)^2} \end{aligned}$$

答案 11.2

解:

$$F_1(s) = \frac{A}{s} - \frac{A}{s+1/\tau} = \frac{A/\tau}{s(s+1/\tau)}$$

由拉氏变换的微分、线性和积分性质得:

$$F_2(s) = a[sF_1(s) - f_1(0_-)] + bF_1(s) + c[F_1(s)/s] = (as + b + c/s)F_1(s) = \frac{(as^2 + bs + c)A/\tau}{s^2(s+1/\tau)}$$

答案 11.3

解:

$$\text{设 } F_1(s) = L\{f_1(t)\} = \frac{5}{s+2}, F_2(s) = L\{f_2(t)\} = \frac{2}{s+5}$$

则

$$F_1(s)F_2(s) = \frac{10}{(s+2)(s+5)}$$

$f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 的卷积为

$$\begin{aligned}
 f_1(t) * f_2(t) &= \int_0^t 5e^{-2\xi} \times 2e^{-5(t-\xi)} d\xi \\
 &= 10e^{-5t} \int_0^t e^{3\xi} d\xi = 10e^{-5t} \left[\frac{1}{3} \times e^{3\xi} \right]_0^t = \frac{10}{3} (e^{-2t} - e^{-5t})
 \end{aligned}$$

对上式取拉氏变换得：

$$L\{f_1(t) * f_2(t)\} = \frac{10}{3} \left(\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+5} \right) = \frac{10}{(s+2)(s+5)}$$

由此验证

$$L\{f_1(t) * f_2(t)\} = F_1(s)F_2(s)。$$

答案 11.4

解：(a)

$$\begin{aligned}
 F(s) &= \frac{2s+1}{s^2+5s+6} = \frac{A_1}{s+2} + \frac{A_2}{s+3} \\
 A_1 &= \frac{2s+1}{s+3} \Big|_{s=-2} = -3, \quad A_2 = \frac{2s+1}{s+3} \Big|_{s=-3} = -3
 \end{aligned}$$

所以

$$f(t) = L^{-1}\left\{\frac{-3}{s+2} + \frac{5}{s+3}\right\} = -3e^{-2t} + 5e^{-3t}$$

(b)

$$\begin{aligned}
 F(s) &= \frac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)} = s+2 + \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} = s+2 + \frac{A_1}{s+1} + \frac{A_2}{s+2} \\
 A_1 &= \frac{s+3}{s+2} \Big|_{s=-1} = 2 \quad A_2 = \frac{s+3}{s+1} \Big|_{s=-2} = -1
 \end{aligned}$$

所以

$$f(t) = L^{-1}\left\{s+2 + \frac{2}{s+1} + \frac{-1}{s+2}\right\} = \delta'(t) + 2\delta(t) + 2e^{-t} - e^{-2t}$$

(c)

$$F(s) = \frac{3}{s^2+2s+6} = \frac{(3/\sqrt{5}) \times \sqrt{5}}{(s+1)^2 + (\sqrt{5})^2}$$

查表得

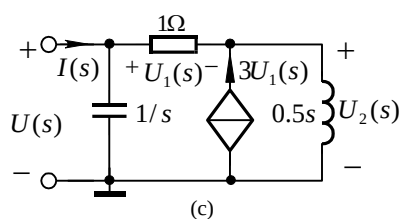
$$f(t) = \frac{3}{\sqrt{5}} e^{-t} \sin(\sqrt{5}t)$$

答案 11.5

解：(a) 由运算电路(略)求得端口等效运算阻抗为：

$$Z_i(s) = 1 + \frac{2s[4 + 1/(3s)]}{2s + 4 + 1/(3s)} = 1 + \frac{24s^2 + 2s}{6s^2 + 12s + 1}, \quad Z_i(s) = \frac{30s^2 + 14s + 1}{6s^2 + 12s + 1}$$

(b) 画出运算电路如图 11.5(c)所示



在端口加电流，列写节点电压方程如下

$$\begin{cases} (1+s)U(s) - U_2(s) = I(s) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -U(s) + [1 + 1/(0.5s)]U_2(s) = 3U_1(s) = 3[U(s) - U_2(s)] \end{cases} \quad (2)$$

由式 (2) 解得

$$U_2(s) = \frac{4s}{4s+1} \times U(s)$$

代入式 (1) 得

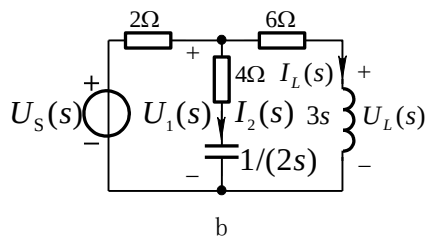
$$(s+1 - \frac{2s}{2s+1})U(s) = I(s)$$

所以

$$Y_i(s) = \frac{2s^2 + s + 1}{2s + 1}$$

答案 11.6

解：运算电路如图 11.6(b)所示。



$$I_L(s) = \frac{U_L(s)}{3s}$$

$$U_1(s) = 6I_L(s) + U_L(s) = (1 + 2/s)U_L(s)$$

$$I_2(s) = \frac{U_1(s)}{4 + 1/(2s)} = \frac{1 + 2/s}{4 + 0.5/s} U_L(s)$$

$$U_s(s) = 2[I_L(s) + I_2(s)] + U_1(s) = \left[\frac{2}{3s} + 1 + \frac{2}{s} + \frac{1 + 2/s}{4 + 0.5/s} \right] U_L(s)$$

化简得

$$U_s(s) = \frac{36s^2 + 91s + 8}{3s(8s + 1)} U_L(s)$$

答案 11.7

解:

$$U_s(s) = \mathbf{L}[e^{-2t} \varepsilon(t)] = \frac{1}{s + 2}$$

由运算电路 (略) 并利用分压公式求得电容电压象函数为:

$$U(s) = \frac{\frac{2 \times 2s}{2 + 2s}}{1 + \frac{2 \times 2s}{2 + 2s}} \times U_s(s) = \frac{(2/3)s}{(s + 1/3)(s + 2)} = \frac{A_1}{s + 1/3} + \frac{A_2}{s + 2}$$

式中

$$A_1 = \frac{(2/3)s}{s + 2} \Big|_{s=-1/3} = -\frac{2}{15} \text{Vs}, \quad A_2 = \frac{(2/3)s}{s + 1/3} \Big|_{s=-2} = 0.8 \text{Vs}$$

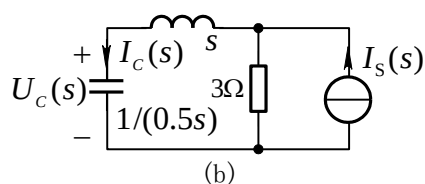
所以

$$u(t) = [0.8e^{-2t} - (2/15)e^{-t/3}] \text{V}$$

答案 11.8

解：电容和电感的初始储能均为零， $I_s(s)=1/s$ ，画出运算电路如图 11.8 (b)

所示。



由分流公式求得

$$I_c(s) = \frac{3}{s+3+1/(0.5s)} \times I_s(s) = \frac{3}{s^2+3s+2}$$

电容电压象函数为：

$$U_c(s) = I_c(s) \times \frac{1}{0.5s} = \frac{6}{s(s+1)(s+2)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+1} + \frac{A_3}{s+2}$$

式中

$$A_1 = \frac{6}{(s+1)(s+2)} \Big|_{s=0} = 3Vs$$

$$A_2 = \frac{6}{s(s+2)} \Big|_{s=-1} = -6Vs$$

$$A_3 = \frac{6}{s(s+1)} \Big|_{s=-2} = 3Vs$$

所以

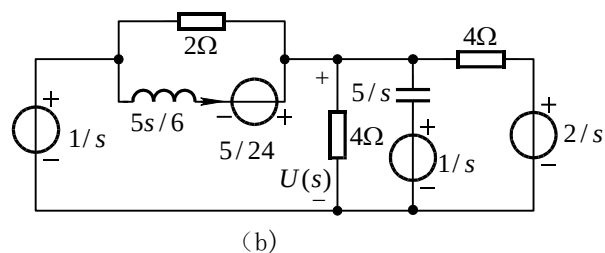
$$u_c(t) = \mathcal{L}^{-1}\{U_c(s)\} = (3 - 6e^{-t} + 3e^{-2t})\varepsilon(t) \text{ V}$$

答案 11.9

解：由图(a)得：

$$u(0_-) = U_1 = 1\text{V}, \quad i_L(0_-) = U_1 / R_2 = 0.25\text{A}$$

运算电路如图 11.9(b)所示。



列写节点电压方程如下：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 0.2s + \frac{1}{5s/6}\right)U(s) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5s/6}\right) \times \frac{1}{s} = \frac{2/s}{4} + \frac{1/s}{5/s} + \frac{5/24}{5s/6}$$

解得：

$$U(s) = \frac{s^2 + 6.25s + 6}{s(s^2 + 5s + 6)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+2} + \frac{A_3}{s+3}$$

各待定系数为

$$A_1 = \frac{s^2 + 6.25s + 6}{(s+2)(s+3)} \Big|_{s=0} = 1\text{Vs}$$

$$A_2 = \frac{s^2 + 6.25s + 6}{s(s+3)} \Big|_{s=-2} = 1.25\text{Vs}$$

$$A_3 = \frac{s^2 + 6.25s + 6}{(s+2)(s+3)} \Big|_{s=-3} = -1.25\text{Vs}$$

所以

$$u(t) = \mathcal{L}^{-1}\{U(s)\} = (1 + 1.25e^{-2t} - 1.25e^{-3t}) \text{ V}$$

答案 11.10

解：由运算电路(略)求得并联电路运算导纳

$$Y(s) = G + \frac{1}{sL} + sC = 2 + \frac{1}{s} + s = \frac{s^2 + 2s + 1}{s}$$

电流源象函数

$$I_s(s) = \mathcal{L}\{e^{-3t}\varepsilon(t)\} = \frac{1}{s+3}$$

电压象函数

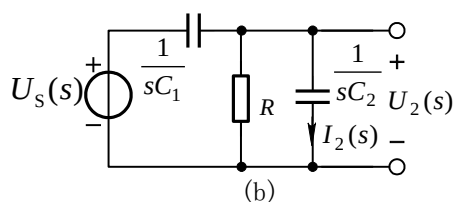
$$U(s) = \frac{I_s(s)}{Y(s)} = \frac{s}{(s^2 + 2s + 1)(s + 3)} = \frac{-0.5Vs}{(s + 1)^2} + \frac{0.75Vs}{s + 1} + \frac{-0.75Vs}{s + 3}$$

反变换得

$$u = \mathbf{L}^{-1}\{U(s)\} = [-0.5te^{-t} + 0.75(e^{-t} - e^{-3t})]\varepsilon(t)V$$

答案 11.11

解：运算电路如图(b)所示



图中

$$U_s(s) = \frac{9}{s}$$

由节点电压法得

$$(\frac{1}{R} + sC_1 + sC_2)U_2(s) = sC_1U_s(s)$$

解得

$$U_2(s) = \frac{2.7}{s + 0.1}$$

$$I_2(s) = sC_2U_2(s) = \frac{1.89s}{s + 0.1} = 1.89 - \frac{0.189}{s + 0.1}$$

反变换得

$$u_2(t) = \mathbf{L}^{-1}\{U_2(s)\} = 2.7e^{-0.1t} \varepsilon(t)V$$

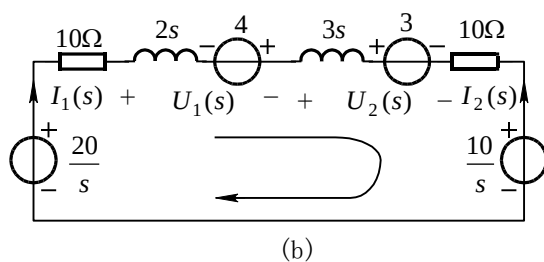
$$i_2(t) = \mathbf{L}^{-1}\{I_2(s)\} = [1.89\delta(t) - 0.189e^{-0.1t} \varepsilon(t)]A$$

答案 11.12

解： $t < 0$ 时电路处于直流稳态，由图(a)求得：

$$i_1(0_-) = \frac{20V}{10\Omega} = 2A, \quad i_2(0_-) = \frac{10V}{10\Omega} = 1A$$

$t > 0$ 时的运算电路如图(b)所示。



对回路列 KVL 方程得

$$(10 + 2s + 3s + 10)I_1(s) = \frac{20}{s} + 4 - 3 - \frac{10}{s}$$

解得

$$I_1(s) = \frac{2 + 0.2s}{s(s + 4)} = \frac{0.5}{s} - \frac{0.3}{s + 4}$$

所以

$$U_1(s) = 2sI_1(s) - 4 = -3.6 + \frac{2.4}{s + 4}$$

$$U_2(s) = 3sI_1(s) + 3 = 3.6 + \frac{3.6}{s + 4}$$

反变换得

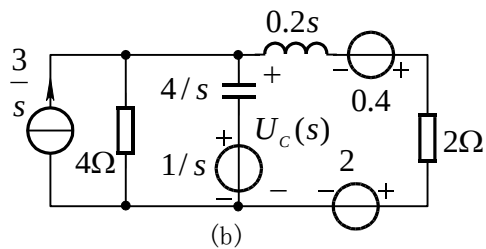
$$i_1(t) = \mathbf{L}^{-1}\{I_1(s)\} = (0.5 - 0.3e^{-4t})\text{A} \quad (t > 0)$$

$$u_1(t) = \mathbf{L}^{-1}\{U_1(s)\} = -3.6 \text{ Wb} \times \delta(t) + 2.4e^{-4t} \varepsilon(t) \text{ V}$$

$$u_2(t) = \mathbf{L}^{-1}\{U_2(s)\} = 3.6 \text{ Wb} \times \delta(t) + 3.6e^{-4t} \varepsilon(t) \text{ V}$$

答案 11.13

解：画出运算电路如图(b)所示，列写节点电压方程如下：



$$(0.25s + 0.25 + \frac{1}{2 + 0.2s})U_c(s) = \frac{3}{s} + \frac{1}{s} \times 0.25s + \frac{2 - 0.4}{2 + 0.2s}$$

解得：

$$U_C(s) = \frac{s^2 + 54s + 120}{s(s+5)(s+6)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+5} + \frac{A_3}{s+6}$$

式中

$$A_1 = \frac{s^2 + 54s + 120}{(s+5)(s+6)} \Big|_{s=0} = 4Vs$$

$$A_2 = \frac{s^2 + 54s + 120}{s(s+6)} \Big|_{s=-5} = 25Vs,$$

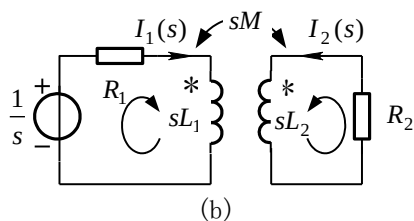
$$A_3 = \frac{s^2 + 54s + 120}{s(s+5)} \Big|_{s=-6} = -28Vs$$

反变换得

$$u_C(t) = [4 + 25e^{-5t} - 28e^{-6t}]V \quad t > 0$$

答案 11.14

解：运算电路如图(b)所示。



对两个网孔列回路电流方程,回路电流分别是 $I_1(s)$ 、 $I_2(s)$ ：

$$\begin{cases} (R_1 + sL_1)I_1(s) + sMI_2(s) = 1/s \\ sMI_1(s) + (R_2 + sL_2)I_2(s) = 0 \end{cases}$$

解得

$$I_1(s) = \frac{10(s+10)}{s(0.75s^2 + 20s + 100)} = \frac{1}{s} + \frac{-0.5}{s+20/3} + \frac{-0.5}{s+20}$$

$$I_2(s) = \frac{-5}{0.75s^2 + 20s + 100} = -\frac{0.5}{s+20/3} + \frac{0.5}{s+20}$$

反变换得

$$i_1(t) = (1 - 0.5e^{-6.67t} - 0.5e^{-20t})A$$

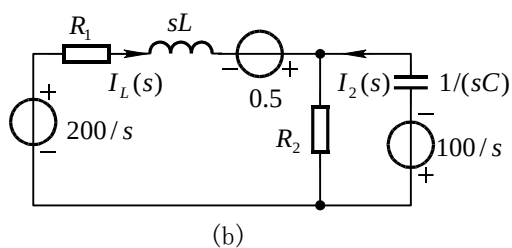
$$i_2(t) = (-0.5e^{-6.67t} + 0.5e^{-20t})\text{A}$$

答案 11.15

解：由图(a)得：电感电流初始值

$$i_L(0_-) = \frac{U_s}{R_1 + R_2} = 5\text{A}$$

运算电路如图 11.15(b)所示。



列回路电流方程得

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + sL)I_1(s) + R_2I_2(s) = \frac{200}{s} + 0.5 \\ R_2I_1(s) + (R_2 + \frac{1}{sC})I_2(s) = -\frac{100}{s} \end{cases}$$

解得

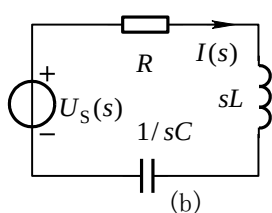
$$I_1(s) = \frac{5(s^2 + 700s + 40000)}{s(s + 200)^2} = \frac{5}{s} + \frac{1500}{(s + 200)^2}$$

反变换得

$$i_1(t) = \mathbf{L}^{-1}\{I_1(s)\} = (5 + 1500te^{-200t})\text{A} \quad (t > 0)$$

答案 11.16

解：运算电路如图(b)所示。



其中

$$U_s(s) = \frac{s}{s^2 + 314^2}$$

由运算电路求得

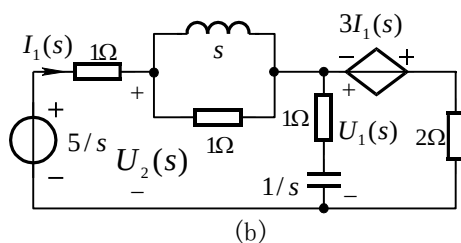
$$\begin{aligned} I(s) &= \frac{U_s(s)}{R + sL + 1/sC} = \frac{282s^2}{(s^2 + 50s + 400)(s^2 + 314^2)} \\ &= \frac{9.52 \times 10^{-3}}{s + 10} + \frac{-0.15}{s + 40} + \frac{0.445 \angle -80.92^\circ}{s - j314} + \frac{0.445 \angle 80.92^\circ}{s + j314} \end{aligned}$$

反变换得

$$i(t) \approx 9.52 \times 10^{-3} e^{-10t} - 0.15 e^{-40t} + 0.89 \cos(314t - 80.92^\circ) \text{ A} \quad (t > 0)$$

答案 11.17

解：画出运算电路如图(b)所示。



列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1+1/s} + \frac{1}{s} + \frac{1}{1}\right)U_1(s) - \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{1}\right)U_2(s) = -3I_1(s) \\ -\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{1}\right)U_1(s) + \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right)U_2(s) = \frac{5/s}{1} \end{cases}$$

将

$$I_1(s) = \frac{(5/s) - U_2(s)}{1\Omega}$$

代入上式化简解得

$$U_1(s) = \frac{-(s+1)^2}{(s+0.6)s^2} = \frac{A_1}{s+0.6} + \frac{A_2}{s^2} + \frac{A_3}{s}$$

其中

$$A_1 = -\frac{(s+1)^2}{s^2} \Big|_{s=-0.6} = -0.444Vs$$

$$A_2 = -\frac{(s+1)^2}{s+0.6} \Big|_{s=0} = -1.667Vs$$

$$A_3 = \frac{d[-\frac{(s+1)^2}{s+0.6}]}{ds} \Big|_{s=0} = -\frac{(s+1)(s+0.2)}{(s+0.6)^2} \Big|_{s=0} = -0.556Vs$$

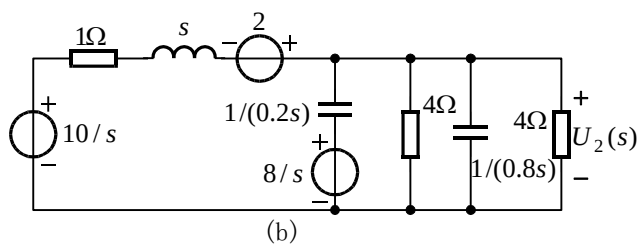
$$u_1(t) = (-0.56 - 1.67t - 0.44e^{-0.6t})\varepsilon(t) V$$

答案 11.18

解：电路初始值

$$i_L(0_-) = \frac{10V}{(4+1)\Omega} = 2A, u_{C1}(0_-) = 4\Omega \times i_L(0_-) = 8V, u_{C2}(0_-) = 0$$

运算电路图(b)所示。



列节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{s+1} + 0.2s + 0.8s + \frac{1}{4} + \frac{1}{4})U_2(s) = \frac{(10/s) + 2}{s+1} + \frac{8/s}{1/(0.2s)}$$

解得

$$U_2(s) = \frac{1.6s^2 + 3.6s + 10}{s(s^2 + 1.5s + 1.5)}$$

判别式

$$b^2 - 4ac = 1.5^2 - 4 \times 1 \times 1.5 = -3.75 < 0$$

$U_2(s)$ 存在共轭极点，暂态过程振荡。

初始值：

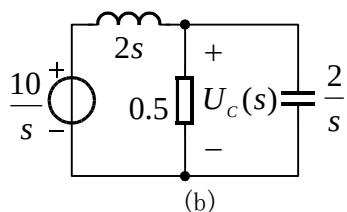
$$u_2(0_+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s U_2(s) = 1.6V$$

稳态值：

$$u_2(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s U_2(s) = (20/3)V$$

答案 11.19

解：运算电路如图(b)所示。



列写节点电压方程

$$U_C(s) \left[\frac{1}{0.5} + 0.5s + 1/(2s) \right] = \frac{10/s}{2s}$$

解得

$$U_C(s) = \frac{10}{s(s^2 + 4s + 1)}$$

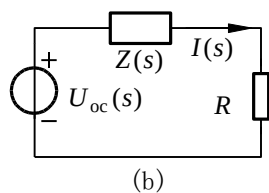
其极点为

$$p_1 = 0, \quad p_{2,3} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = -2 \pm \sqrt{3}$$

均为实根，所以响应不振荡。

答案 11.20

解：将电阻 R 以外得部分化为戴维南等效电路，如图(b)所示。



由 $t < 0$ 的原题图求得开路电压

$$U_{oc} = U_s = 50 \text{ V}, \text{ 故 } U_{oc}(s) = 50/s。$$

再令

$$Z'(s) = R_1 + R_1 // (1/sC) = 1 + \frac{1/s}{1+1/s} = \frac{s+2}{s+1}$$

则等效运算阻抗

$$Z(s) = \frac{sL \times Z'(s)}{sL + Z'(s)} = \frac{s^2 + 2s}{s^2 + 2s + 2}$$

回路运算阻抗

$$Z(s) + R = \frac{(1+R)s^2 + 2(1+R)s + 2R}{s^2 + 2s + 2}$$

令判别式

$$b^2 - 4ac = [2(1+R)]^2 - 4(1+R) \times 2R = -4R^2 + 4 = 0$$

解得

$$R = \pm 1\Omega. \text{ 略去 } R = -1\Omega$$

当 $R = 1\Omega$ 时, 由戴维南等效电路得

$$I(s) = \frac{U_{oc}(s)}{Z(s) + R} = \frac{50(s^2 + 2s + 2)}{2s(s+1)^2} = \frac{50}{s} - \frac{25}{(s+1)^2} - \frac{25}{s+1}$$

反变换得

$$i(t) = 50 - 25(t+1)e^{-t} \quad \text{A} \quad (t > 0)$$

答案 11.21

解: 对运算电路(略去未画)列节点电压方程

$$\begin{cases} (\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + 0.1s)U_{nl}(s) - \frac{1}{5}U(s) = \frac{U_s(s)}{5} \\ -\frac{1}{5}U_{nl}(s) - 0.1sU(s) = 0 \end{cases}$$

解得

$$U(s) = \frac{-4}{s^2 + 6s + 4} U_s(s)$$

$$H(s) = \frac{U(s)}{U_s(s)} = \frac{-4}{s^2 + 6s + 4}$$

展开得

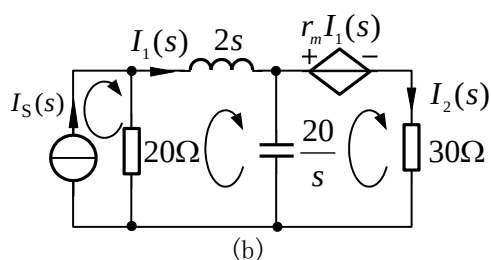
$$H(s) \approx \frac{-0.8944}{s + 0.7639} + \frac{0.8944}{s + 5.2361}$$

反变换得

$$h(t) = \mathbf{L}^{-1}\{H(s)\} = 0.8944(-e^{-0.7639t} + e^{-5.2361t})$$

答案 11.22

解：运算电路如图(b)所示。



列写网孔电流方程如下：

$$\begin{cases} (20 + 2s + \frac{20}{s})I_1(s) - \frac{20}{s}I_2(s) = 20I_s(s) \\ -\frac{20}{s}I_1(s) + (\frac{20}{s} + 30)I_2(s) = -r_m I_1(s) \end{cases}$$

解得：

$$I_2(s) = \frac{20 - r_m s}{3s^2 + 32s + 50 + r_m} I_s(s)$$

$$H(s) = \frac{I_2(s)}{I_s(s)} = \frac{20 - r_m s}{3s^2 + 32s + 50 + r_m}$$

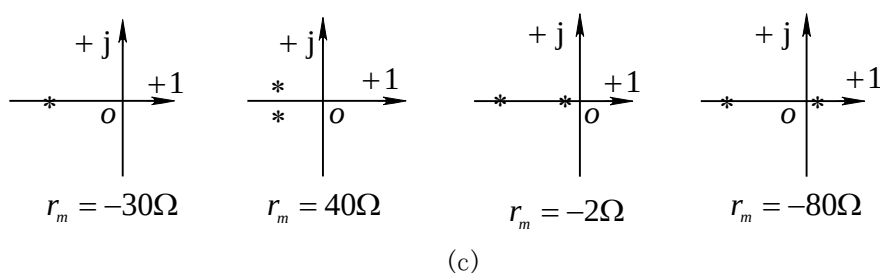
当 $r_m = -30\Omega$ 时, 极点为 $p_1 = -10$, 位于负实轴, 单位冲激特性不振荡, 稳定。

当 $r_m = 40\Omega$ 时, 极点为 $p_{1,2} = -5.333 \pm j1.247$, 位于左半平面, 单位冲激特性振荡, 稳定。

当 $r_m = -2\Omega$ 时, 极点为 $p_1 = -8.861$, $p_2 = -1.805$, 位于负实轴, 单位冲激特性不振荡, 稳定。

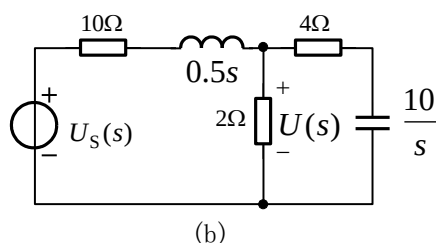
当 $r_m = -2\Omega$ 时, 极点为 $p_1 = -8.861$, $p_2 = -11.533$ 单位冲激特性不振荡, 但存在位于右半实轴的极点 p_1 , 不稳定。

极点分布图如图 (c) 下所示



答案 11.23

解: 运算电路如图(b)所示。



列写节点电压方程如下:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10 + 0.5s} + \frac{1}{4 + 10/s}\right)U(s) = \frac{U_s(s)}{10 + 0.5s}$$

解得

$$H(s) = \frac{U(s)}{U_s(s)} = \frac{8s + 20}{3s^2 + 73s + 120}$$

故

$$H(j\omega) = \frac{8 \times j\omega + 20}{3 \times (j\omega)^2 + 73 \times j\omega + 120} = \frac{20 + j8\omega}{120 - 3\omega^2 + j73\omega}$$

当

$$u_s = (100\sqrt{2} \cos 10t) \text{V 时, } \dot{U}_s = 100\text{V}, \quad \omega = 10 \text{rad/s}$$

$$\dot{U} = H(j10) \times \dot{U}_s = \frac{20 + j80}{120 - 300 + j730} \times 100\text{V} = 10.967 \angle -27.89^\circ \text{V}$$

正弦稳态电压

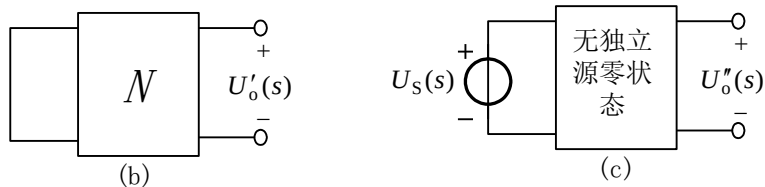
$$u = 10.967\sqrt{2} \cos(10t - 27.89^\circ) \text{V}$$

答案 11.24

解：对图示电路，在复频域中，根据叠加定理和齐性定理，全响应的一般表达式可以写成

$$U(s) = U_o'(s) + U_o''(s) = U_o'(s) + H(s)U_s(s) \quad (1)$$

其中 $U_o'(s)$ 是仅由二端口网络内部电源及初始储能作用时产生的响应分量，如图(b)所示； $U_o''(s)$ 则是仅由 $U_s(s)$ 单独作用时产生的响应分量，如图(c)所示。



根据网络函数定义得

$$U_o''(s) = H(s)U_s(s)。$$

对题给激励及响应进行拉普拉斯变换，代入式(1)得

$$\begin{cases} \frac{8}{s} + \frac{2}{s+0.2} = U_o'(s) + H(s) \times \frac{6}{s} \\ \frac{11}{s} - \frac{1}{s+0.2} = U_o'(s) + H(s) \times \frac{12}{s} \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} H(s) = \frac{0.1}{s+0.2} \\ U_o'(s) = \frac{10s+1}{s(s+0.2)} \end{cases}$$

当 $u_s = 6e^{-5t} \varepsilon(t) \text{ V}$ 即 $U_s(s) = \frac{6}{s+5}$ 时, 响应象函数

$$U_o(s) = U_o'(s) + H(s) \times \frac{6}{s+5} = \frac{5}{s} + \frac{5.125}{s+0.2} - \frac{0.125}{s+5}$$

反变换得

$$u_o(t) = \mathbf{L}^{-1}\{U_o(s)\} = (5 + 5.125e^{-0.2t} - 0.125e^{-5t}) \varepsilon(t) \text{ V}$$

答案 11.25

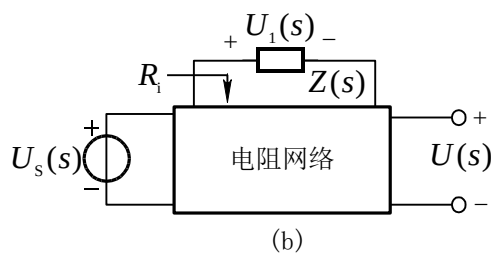
解: 在 RC 改接之前电路的网络函数为

$$H(s) = \frac{U_o(s)}{U_s(s)} = \frac{0.5s}{s+0.5}$$

根据 RC 串联支路运算阻抗, 将上述网络函数改写成

$$H(s) = \frac{0.5}{0.25(\frac{2}{s} + 2) + 0.5} = \frac{0.5}{0.25(\frac{1}{sC} + R) + 0.5} = \frac{0.5}{0.25Z(s) + 0.5}$$

其中 $Z(s) = 1/(sC) + 2$ 是 RC 串联支路的运算阻抗。如图(b)所示。



如将此阻抗换成改接后的该支路的运算阻抗，即将 $\frac{1}{sC} + R$ 改写成 $R' + sL$ 即 $0.5s + 1$ 便得改接后电路的网络函数：

$$H'(s) = \frac{0.5}{0.25(0.5s + 1) + 0.5} = \frac{4}{s + 6}$$

冲激响应象函数

$$U_o(s) = H'(s)U_s(s) = H'(s) \times 1 = \frac{4}{s + 6}$$

反变换得冲激响应

$$u_o(t) = 4e^{-6t} \quad V \quad (t > 0)$$

答案 11.25

解： 电路的全响应等于强制分量与自由分量之和，强制分量一般由外加激励决定，自由分量的函数形式取决与网络函数极点性质。故本题全响应可以写成

$$u_o = u_{op} + u_{oh} = u_{op} + Ae^{-t} + Be^{-2t} \quad (1)$$

当激励为正弦量时，响应的强制分量也为同频率的正弦量，可用相量法求出。

频域形式的网络函数为

$$H(j\omega) = H(j4) = \frac{1}{(j4 + 1)(j4 + 2)} = \frac{1}{-14 + j12}$$

故强制分量相量

$$\dot{U}_{op} = H(j4)\dot{U}_i = 2 \quad V$$

强制分量为

$$u_{op}(t) = 2\sqrt{2} \cos(4t) \quad V \quad (2)$$

由响应的初始条件及式(1)和(2)得：

$$\begin{cases} u(0_+) = 2\sqrt{2} + A + B = 0 \\ \left. \frac{du}{dt} \right|_{t \rightarrow 0_+} = -A - 2B = 0 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} A = -4\sqrt{2} \\ B = 2\sqrt{2} \end{cases} \quad (3)$$

将式(2)、(3) 代入式(1)得全响应

$$u_o = 2\sqrt{2} \cos(4t) - 4\sqrt{2}e^{-t} + 2\sqrt{2}e^{-2t} \quad \forall \quad (t > 0)$$

答案 12.1

解：分别对节点①和右边回路列 KCL 与 KVL 方程：

$$\begin{aligned} i_C &= \dot{q}_C = -i_R - i_L \\ u_L &= \dot{\psi} = u_C = q/C \end{aligned}$$

将各元件方程代入上式得非线性状态方程：

$$\begin{aligned} \dot{q} &= -f_1(\psi) - f_2(q/C) \\ \dot{\psi} &= q/C \end{aligned}$$

方程中不明显含有时间变量 t ，因此是自治的。

答案 12.2

解：分别对节点①、②列 KCL 方程：

节点①：

$$i_1 = \dot{q}_1 = i_s - (u_1 - u_2)/R_3$$

节点②：

$$i_2 = \dot{q}_2 = (u_1 - u_2)/R_3 - u_2/R_4$$

将

$$u_1 = f_1(q_1), u_2 = f_2(q_2)$$

代入上述方程，整理得状态方程：

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = -f_1(q_1)/R_3 + f_2(q_2)/R_3 + i_s \\ \dot{q}_2 = f_1(q_1)/R_3 - f_2(q_2)(R_3 + R_4)/(R_3 R_4) \end{cases}$$

答案 12.3

解：分别对节点①列 KCL 方程和图示回路列 KVL 方程得：

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = i_2 - u_3/R_3 & (1) \\ \dot{\psi}_2 = u_s - u_3 & (2) \end{cases}$$

u_3 为非状态变量，须消去。由节点①的 KCL 方程得：

$$-i_2 + i_3 + i_4 = -i_2 + \frac{u_3}{R_3} + \frac{u_3 - u_1}{R_4} = 0$$

解得

$$u_3 = (u_1 + R_4 i_2) R_3 / (R_3 + R_4) = [f_1(q_1) + R_4 f_2(\psi_2)] R_3 / (R_3 + R_4)$$

将

$$u_1 = f_1(q_1), \quad i_2 = f_2(\psi_2)$$

及 u_3 代入式(1)、(2)整理得：

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = -f_1(q_1)/(R_3 + R_4) + f_2(\psi_2) R_3 / (R_3 + R_4) \\ \dot{\psi}_2 = -f_1(q_1) R_3 / (R_3 + R_4) - f_2(\psi_2) R_3 R_4 / (R_3 + R_4) + u_s \end{cases}$$

答案 12.4

解：由 KVL 列出电路的微分方程：

$$u_L = \frac{d\psi}{dt} = -Ri + u_s = -R\alpha(\sqrt[3]{\psi}) + \beta \sin(\omega t)$$

前向欧拉法迭代公式：

$$\psi_{k+1} = \psi_k + h[-R\alpha(\sqrt[3]{\psi_k}) + \beta \sin(\omega t_k)]$$

后向欧拉法迭代公式：

$$\psi_{k+1} = \psi_k + h[-R\alpha(\sqrt[3]{\psi_{k+1}}) + \beta \sin(\omega t_{k+1})]$$

梯形法迭代公式：

$$\psi_{k+1} = \psi_k + 0.5h[-R\alpha(\sqrt[3]{\psi_k}) + \beta \sin(\omega t_k) - R\alpha(\sqrt[3]{\psi_{k+1}}) + \beta \sin(\omega t_{k+1})]$$

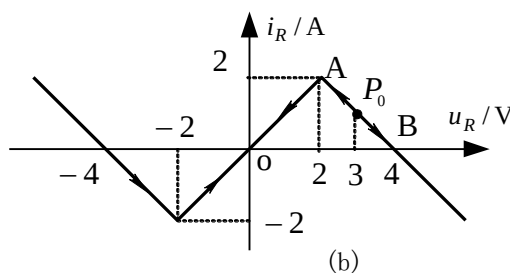
答案 12.5

解：由图(a)得：

$$i_R = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{d}{dt}(U_s - u_R) = -C \frac{du_R}{dt} \quad (1)$$

由式(1)可知，当 $i_R > 0$ 时， $\frac{du_R}{dt} < 0$ ， u_R 单调减小；当 $i_R < 0$ 时， $\frac{du_R}{dt} > 0$ ，

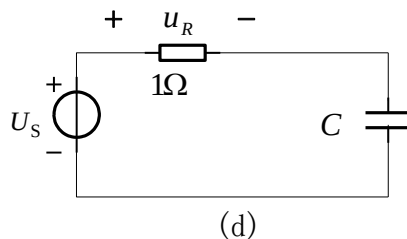
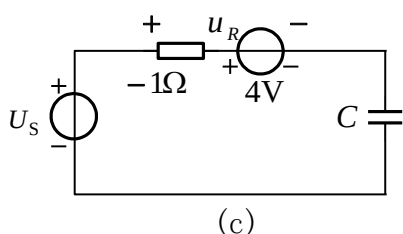
u_R 单调增加。由此画出动态路径如图(b)所示。



$$u_R(0_+) = U_S - u_C(0_+) = 3V$$

响应的初始点对应 P_0 。根据动态轨迹，分段计算如下。

(1) AB 段直线方程为： $u_R = -i_R + 4$ 。由此得 AB 段线性等效电路，如图(c)。



由一阶电路的三要素公式得：

$$u_{Rp} = 4V, \quad \tau = -1s$$

$$u_R = u_{Rp} + [u_R(0_+) - u_{Rp}(0_+)]e^{-t/\tau} = (4 - e^t)V \quad (0 < t < t_1)$$

设 $t = t_1$ 时，动态点运动到 A 点，即 $4 - e^{t_1} = 2$ ，求得 $t_1 = \ln 2 \approx 0.693s$ 。

(2) OA 段。 $t > t_1$ 时， u_R 将位于 OA 段，对应直线方程 $u_R = i_R$ 。线性等效电路如图(d)。由图(d)求得：

$$u_R = 2e^{-(t-t_1)} \quad V \quad (t > t_1)$$

答案 12.6

解： $t > 0$ 时，由图(a)得

$$\frac{du_R}{dt} = -\frac{1}{C}i_R, \quad i_R > 0$$

u_R 只能下降。画出动态路径如图(b)所示。响应的起始位置可以是 A 或 B 点。

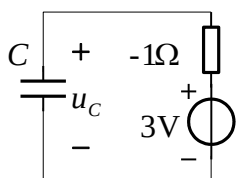
(1) 设起始位置是 A 点，响应的动态轨迹可以是 A-O 或 A-C-D-O，其中 C-D 过程对应电流跳变。

(1.1) 设动态轨迹为 A-O。非线性电阻在此段等效成 2Ω 的线性电阻，响应

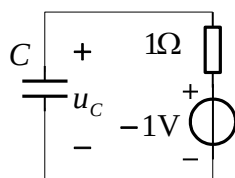
电压为：

$$u_C(t) = 2e^{-0.5t} \text{ V} \quad (t > 0) \quad (1)$$

(1.2) 设动态路径为 A-C-D-O。



(c) AC段等效电路



(d) BC段等效电路

AC 段的等效电路如图(c)所示。由图(c)求得：

$$u_C(0_+) = 2\text{V}, \quad u_{Cp}(t) = 3\text{V}, \quad \tau = -1\text{s}$$

由三要素公式得：

$$u_C = (3 - e^t) \text{ V} \quad (0 < t < t_1) \quad (2)$$

设 t_1 时刻到达 C 点，即 $3 - e^{t_1} = 1$ 解得 $t_1 \approx 0.693 \text{ s}$ 。

$t > t_1$ 时，动态轨迹位于 DO 段，非线性电阻变成线性 2Ω 电阻，响应为

$$u_C(t) = e^{-0.5(t-t_1)} \text{ V} \quad (t > t_1) \quad (3)$$

(2) 设起始位置为 B 点，则设动态路径为 B-C-D-O。

位于 BC 段时，线性等效电路如图(d)所示。由图(d)求得

$$u_{Cp}(t) = -1\text{V}, \quad \tau = 1\text{s}$$

$$u_C(t) = -1 + 3e^{-t} \text{ V} \quad (0 < t < t'_1) \quad (4)$$

设 t'_1 时刻到达 C 点，即 $-1 + 3e^{-t'_1} = 1$ 解得 $t'_1 = \ln 1.5 \approx 0.405 \text{ s}$ 。

CD 段对应电流跳变，瞬间完成。

$t > t'_1$ 后动态轨迹进入 DO 段，非线性电阻变成 2Ω 线性电阻。响应为

$$u_C(t) = e^{-0.5(t-t'_1)} \text{ V} \quad (t > t'_1) \quad (5)$$

上述式(1)、(2)与(3)、(4)与(5)是本题的三组解答。

答案 12.7

解： $0 \leq t \leq t_1$ 时，工作于 OA 段，对应线性电感： $L_1 = \frac{\psi_1}{i_1}$ 。

初始值 $\psi(0_+) = 0$ ，特解 $\psi_p(t) = L_1 \times \frac{E}{R}$ ，时间常数 $\tau = \frac{L_1}{R}$

由三要素法，电路的零状态响应为：

$$\psi(t) = \psi_p(t) + [\psi(0_+) - \psi_p(0_+)]e^{-\frac{R}{L_1}t} = \frac{E}{R}L_1(1 - e^{-\frac{R}{L_1}t}) \quad (1)$$

设 t_1 时刻到达 A 点, 即 $\psi_1 = \frac{E}{R}L_1(1 - e^{-\frac{R}{L_1}t_1})$, 解得

$$t_1 = \frac{L_1}{R} \ln \frac{L_1 E / R}{L_1 E / R - \psi_1} = \frac{L_1}{R} \ln \frac{L_1 i_\infty}{L_1 i_\infty - \psi_1} \quad (2)$$

当 $t > t_1$ 时, $\psi = L_2 i + \psi_0$, 其中电感 $L_2 = \frac{\psi_\infty - \psi_1}{i_\infty - i_1}$ 。

对应上式的时间常数与强制分量分别是

$$\tau_2 = \frac{L_2}{R_2}, \quad \psi_p(t) = \psi(\infty) = \psi_\infty$$

故当 $t > t_1$ 时的响应为

$$\psi(t) = \psi_\infty + (\psi_1 - \psi_\infty)e^{-\frac{t-t_1}{\tau_2}}$$

答案 12.8

解: 由图(a)电路得:

$$u(0_-) = \frac{6}{3+6} \times 4.5V = 3V$$

当 $t > 0$ 时, 将除非线性电容以外的电路用戴维南电路等效, 如图(c)所示。其

中

等效电阻

$$R_1 = (3//6) // 2 = 1\Omega$$

开路电压

$$U_{OC} = 1.5V。$$

(1) $0 \leq t \leq t_1$ 时, 电路工作在 AB 段内, $u = q + 1 = \frac{1}{C_2}q + 1$, 对应的线性等效电

路如图(d)所示。

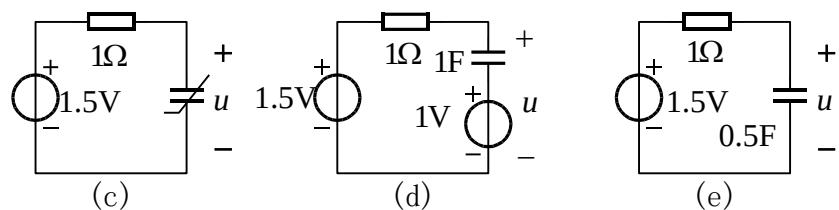


图 12.8

$$u(0_+) = u(0_-) = 3V, \quad \tau = RC = 1s, \quad u_p(t) = 1.5V$$

电路响应

$$u(t) = u_p(t) + [u(0_+) - u_p(0_+)]e^{-t/\tau} = (1.5 + 1.5e^{-t})V \quad (0 \leq t \leq t_1)$$

随着时间的延续, 电压 u 单调减小, 设 t_1 时刻电压 u 下降至 A 点, 即

$$1.5 + 1.5e^{-t_1} = 2$$

解得

$$t_1 \approx 1.10s。$$

(2) $t > t_1$ 时, 工作在 AO 段, $q = 0.5u$, 此时电容等效为 0.5F 的线性电容,

如图(e)所示。由图 (e) 得时间常数及强制分量分别为:

$$\tau' = RC = 0.5s, \quad u_p(t) = u(\infty) = U_{OC} = 1.5V$$

电路响应:

$$u(t) = u_p(t) - [u(t_1) - u_p(t_1)]e^{-(t-t_1)/\tau'} = [1.5 + 0.5e^{-2(t-t_1)}]V$$

答案 12.9

解: 应用小信号分析法。

$u'_s = 10V$ 单独作用时, 电路的直流解为:

$$I_0 = \frac{u'_s}{R} = 0.01A。 \quad (1)$$

动态电感

$$L_d = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_{i=I_0} = 6I_0 = 0.06\text{H}。$$

小信号线性等效电路如图(b)所示。

$$\Delta i(0_+) = 0, \quad \Delta i(\infty) = 10^{-3}\text{A}, \quad \tau = L_d / R = 6 \times 10^{-5}\text{s}$$

根据三要素法求得：

$$\Delta i = \Delta i(\infty)(1 - e^{-\frac{R}{L_d}t}) = 10^{-3}(1 - e^{-\frac{1}{6} \times 10^5 t})\varepsilon(t)\text{A} \quad (2)$$

式(1)与式 (2) 相加得本题解答：

$$i(t) = I_0 + \Delta i(t) = [0.01 + 10^{-3}(1 - e^{-\frac{1}{6} \times 10^5 t})\varepsilon(t)]\text{A}$$

答案 12.10

解：用小信号分析法求解。

(1) 直流工作点

$$U_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times 12\text{V} = 4\text{V}$$

(2) 动态电容

$$C_d = \left. \frac{dq}{du} \right|_{u=U_0} = 4 \times 10^{-6}\text{F}$$

(3) 小信号电路如图 (a) 所示，利用三要素公式求 Δu 。

$$\Delta u(0_+) = 0, \Delta u_p = 1/3\text{V}$$

$$\tau = RC_d = \frac{12 \times 6}{12 + 6} \times 10^3 \times 4 \times 10^{-6} = 0.016\text{s}$$

$$\Delta u = \Delta u_p + [\Delta u(0_+) - \Delta u_p(0_+)]e^{-t/\tau} = \frac{1}{3}(1 - e^{-62.5t})\varepsilon(t)\text{V}$$

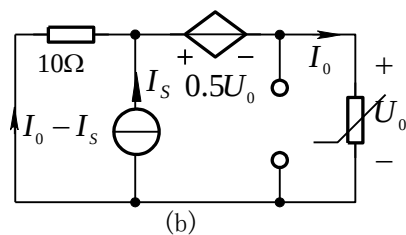
电路完全解答为

$$u = U_0 + \Delta u = 4 + \frac{1}{3}(1 - e^{-62.5t})\varepsilon(t) \quad \text{V}$$

答案 12.11

解：用小信号分析法求解。

(1) 计算直流工作点。直流电流源单独作用时, 电容视为开路, 如图(b)所示。



列 KVL 方程得:

$$10(I_0 - I_s) + 0.5U_0 + U_0 = 0 \quad (1)$$

其中 $I_0 = 10^{-3}U_0^2$, 代入式(1)得:

$$U_0^2 + 150U_0 - 1000 = 0$$

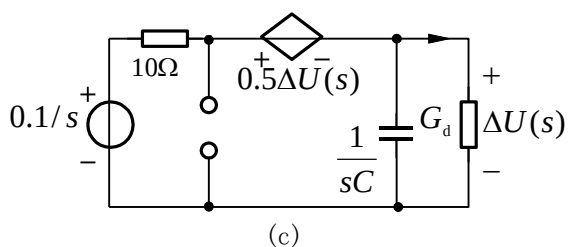
解得:

$$U_0 = \begin{cases} 6.39\text{V} \\ -156.39\text{V}(\text{舍去}) \end{cases} \quad (2)$$

动态电导

$$G_d = \left. \frac{di}{du} \right|_{u=U_0} = 2 \times 10^{-3} \times 6.39 = 1.278 \times 10^{-2} \text{S}$$

(2) 用复频域分析法计算阶跃响应。复频域电路模型如图(c)所示。



对图(c)列节点电压方程得:

$$(sC + G_d + \frac{1}{10})\Delta U(s) = [0.1/s - 0.5\Delta U(s)]/10$$

解得

$$\Delta U(s) = \frac{1000}{s(s + 1.63 \times 10^4)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s + 1.63 \times 10^4}$$

其中

$$A_1 = -A_2 = 0.0614$$

$$\Delta u(t) = 0.0614(1 - e^{-1.63 \times 10^4 t})\varepsilon(t) \text{ V} \quad (3)$$

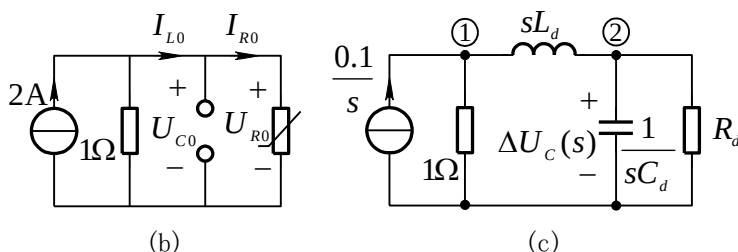
式(2)与(3)相加得:

$$u = [6.39 + 0.0614(1 - e^{-1.63 \times 10^4 t})\varepsilon(t)] \text{ V}$$

答案 12.12

解: 用小信号分析法求解。

(1) 计算直流工作点。在 i_s 的直流分量作用时, 电感视为短路, 电容视为开路, 如图(b)。



图题12.12

$$1 \times (I_{L0} - 2) + U_{R0} = 0$$

将 $U_R = I_R^2$ 代入上式得

$$I_{L0}^2 + I_{L0} - 2 = 0$$

解得:

$$I_{L0} = \begin{cases} 1\text{A} \\ -2\text{A}(\text{舍去}) \end{cases} \quad (1)$$

$$I_{R0} = I_{L0} = 1\text{A}, \quad U_{C0} = U_{R0} = 1\text{V}$$

(2) 小信号等效电路为二阶动态电路, 可用复频域分析法计算阶跃响应。复频域电路模型如图(c)所示。图中动态参数分别为

$$R_d = \left. \frac{du_R}{di_R} \right|_{i_R = I_{R0}} = 2\Omega, \quad L_d = \left. \frac{d\psi}{di_L} \right|_{i_L = I_{L0}} = 0.1\text{H}, \quad C_d = \left. \frac{dq}{du_C} \right|_{u_C = U_{C0}} = 0.125\text{F}$$

对图(c)列节点电压方程得:

$$\begin{cases} (1 + \frac{1}{0.1s})U_{n1}(s) - \frac{1}{0.1s}U_{n2}(s) = \frac{0.1}{s} \\ -\frac{1}{0.1s}U_{n1}(s) + (\frac{1}{0.1s} + 0.125s + \frac{1}{2})U_{n2}(s) = 0 \end{cases}$$

解得:

$$U_{n1}(s) = \frac{0.1s^2 + 0.4s + 8}{s^3 + 14s^2 + 120s}, \quad U_{n2}(s) = \frac{8}{s^3 + 14s^2 + 120s},$$

$$\Delta i_L(s) = \frac{1}{sL_d}[U_{n1}(s) - U_{n2}(s)] = \frac{s+4}{s(s^2 + 14s + 120)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s-p_2} + \frac{A_2^*}{s-p_2^*}$$

其中

$$p_2 = \alpha + j\beta = -7 + j8.426, A_1 = 1/30 \approx 0.0333,$$

$$A_2 = |A_2| \angle \theta \approx 0.04845 \angle 249.88^\circ$$

反变换得:

$$\begin{aligned} \Delta i_L(t) &= [A_1 + 2|A_2|e^{-\alpha t} \cos(\beta t + \theta)]\varepsilon(t) \\ &= [0.0333 + 0.0969e^{-7t} \cos(8.246t + 249.88^\circ)]\varepsilon(t) \quad \text{A} \quad (2) \end{aligned}$$

式(1)与(2)相加得:

$$i_L(t) = 1\text{A} + [0.0333 + 0.0969e^{-7t} \cos(8.246t + 249.88^\circ)]\varepsilon(t)\text{A}$$

答案 12.13

解: 电路状态变量为 ψ_L 、 u_C 。分别列写 KCL 和 KVL 方程, 经简单整理便得

状态方程:

$$\begin{cases} \frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C}(-i_L) = -\frac{\alpha}{C}\psi_L^3 \\ \frac{d\psi_L}{dt} = u_C \end{cases} \quad (1)$$

画状态轨迹方法一 将式(1)等号两端分别相除得

$$\frac{du_C}{d\psi_L} = -\frac{a\psi_L^3}{Cu_C}$$

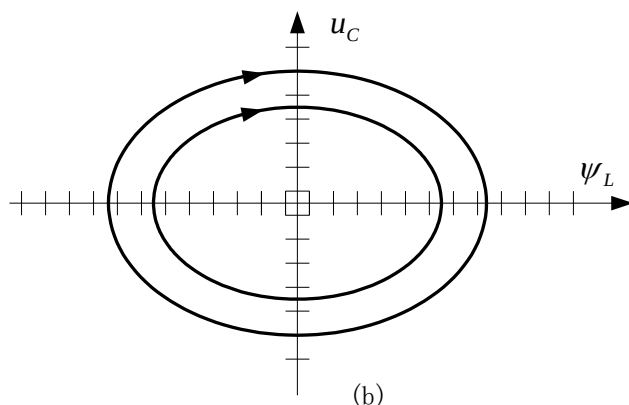
利用分离变量法求解上述方程，主要步骤如下。

$$(Cu_C)du_C = (-a\psi_L^3)d\psi_L$$

$$\frac{1}{2}C[u_C^2 - u_C^2(0_+)] = -\frac{1}{4}a[\psi_L^4 - \psi_L^4(0_+)]$$

$$2Cu_C^2 + a\psi_L^4 = 2Cu_C^2(0_+) + a\psi_L^4(0_+)$$

基于上式即可画出电路的状态轨迹，如图(b)所示。根据 $\frac{d\psi_L}{dt} = u_C$ 可知，当 $u_C > 0$ ， ψ_L 增大；当 $u_C < 0$ ， ψ_L 减小。即在上半平面，动态轨迹向右运动；在下半平面，动态轨迹向左运动。动态轨迹方向如图(b)所示。



答案 12.14

解：在直流工作点处，电容处于开路。所以，电路的工作点是非线性电阻的特性曲线与直线 $i = 5A$ 的 3 个交点，即 A、B、C。

方法一： 根据工作点附近动态轨迹的方向。 由 KCL 方程 $C \frac{du}{dt} = I_s - i$ 知当 $i < I_s = 5A$ 时， $\frac{du}{dt} > 0$ ， u 随时间 t 增加而增加；当 $i > I_s = 5A$ 时， $\frac{du}{dt} < 0$ ， u 随时间 t 增加而减小。电路的动态轨迹如图(b)所示。其中 A、C 点附近的动态轨迹方向分别指向工作点，因此是稳定的；而 B 点附近的动态轨迹方向是离开 B 点，因此是不稳定的。

方法二：根据工作点处小信号等效电路的极点位置。由图(b)可见，在 A、C 两个工作点处，动态电阻为正值，即 $R_d = du/di > 0$ ，对应的小信号等效电路不存在位于复平面右半平面的极点，因此，工作点是稳定的。而工作点 B 处的动态电阻为负值，对应的小信号等效电路存在位于复平面右半平面的极点，因此是不稳定的。

答案 12.15

解 方法一：根据工作点附近动态轨迹的方向来判断。

由 KCL 方程 $C \frac{du}{dt} = \frac{U_s - u}{R} - i$ 知，当 $i < \frac{U_s - u}{R}$ 时，即动态点位于斜线下方， $\frac{du}{dt} > 0$ ， u 随时间 t 增加而增加；当 $i > \frac{U_s - u}{R}$ 时，即动态点位于斜线上方， $\frac{du}{dt} < 0$ ， u 随时间 t 增加而减小。电路的动态轨迹如图(b)所示。其中 P1、P3 点附近的动态轨迹方向分别指向工作点，因此是稳定的；而 P2 点附近的动态轨迹方向是离开 P2 点，因此是不稳定的。

方法二：根据工作点处小信号等效电路的极点位置来判断。由图(b)可见在 P1、P3 两个工作点处，动态电阻为正值，即 $R_d = du/di > 0$ ，对应的小信号等效电路不存在位于复平面右半平面的极点，因此，工作点是稳定的。而工作点 P2 处的动态电阻 R_d 为负值，由工作点处的斜率可知 $|R_d| < R$ ，从电容两端看的等效电阻 $R_i = \frac{RR_d}{R + R_d} < 0$ ，对应的小信号等效电路存在位于复平面右半平面的极点，因而不是稳定的。

答案 12.16

解：由 $i = -C \frac{du}{dt}$ 得，当 $i > 0$ ， $\frac{du}{dt} < 0$ ，电压 u 只能下降，即在上半平面，动

态点向左运动，当 $i < 0$ 时， $\frac{du}{dt} > 0$ ，电压 u 只能上升，即在下半平面，动态点向右运动。动态轨迹如图(b)所示。

当动态点由初始位置 P_0 到达 P_1 时，由于动态轨迹方向均指向该点，不可能按 $P_1 - P_4$ 运动，所以跳变到 P_2 点。从 P_2 点，沿路径 $P_2 - P_3$ 运动到达 P_3 点。在 P_3 点，动态轨迹方向也是均指向该点，不可能按 $P_3 - P_1$ 运动，所以跳变到 P_4 点，由 P_4 再到 P_1 点如此循环，循环振荡路径为 $P_1 - P_2 - P_3 - P_4$ 。

答案 13.1

解:

(1)、(4) 是割集, 符合割集定义。

(2)、(3) 不是割集, 去掉该支路集合, 将电路分成了孤立的三部分。

(5) 不是割集, 去掉该支路集合, 所剩线图仍连通。

(6) 不是割集, 不是将图分割成两孤立部分的最少支路集合。因为加上支路 7, 该图仍为孤立的两部分。

答案 13.2

解: 选 1、2、3 为树支, 基本回路的支路集合为

$\{1, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{1, 2, 6\};$

基本割集的支路集合为

$\{1, 4, 6\}, \{2, 5, 6\}, \{3, 4, 5\}。$

答案 13.3

解:

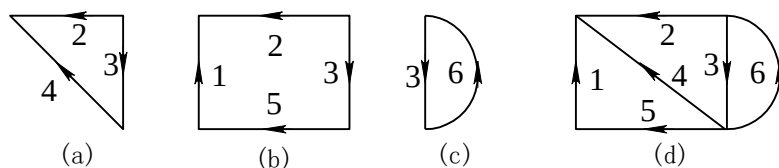
(1) 由公式 $\mathbf{I}_t = \mathbf{B}_t^T \mathbf{I}_l$, 已知连支电流, 可求得树支电流

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \\ 15 \end{bmatrix} \text{A}$$

(2) 由公式 $\mathbf{U}_l = -\mathbf{B}_l \mathbf{U}_t$, 已知树支电压, 可求得连支电压

$$\begin{bmatrix} u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix} \text{V}$$

(3) 由矩阵 $\mathbf{B}$ 画出各基本回路, 如图(a)~(c)所示。将各基本回路综合在一起得题中所求线图, 如图 13.3(d)所示。



答案 13.4

解：连支电流是一组独立变量，若已知连支电流，便可求出全部支路电流。因此除将图中已知电流支路作为连支外，还需将支路 3 或 4 作为连支。即补充支路 3 或 4 的电流。若补充 i_3 ，则得 $i_1 = 1A$ ， $i_2 = -2A$ ， $i_4 = -3A - i_3$ ；若补充 i_4 ，则得 $i_1 = 1A$ ， $i_2 = -2A$ ， $i_3 = -3A - i_4$

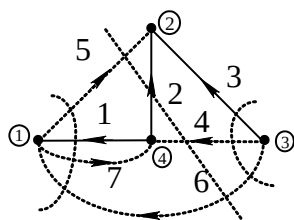
答案 13.5

解：树支电压是一组独立变量，若已知树支电压，便可求出全部支路电压。除将图中已知支路电压作为树支外，还需在支路 1、2、3、4、5 中任选一条支路作为树支。即在 u_1 、 u_2 、 u_3 、 u_4 、 u_5 中任意给定一个电压便可求出全部未知支路电压。

答案 13.6

解：由关联矩阵 $\mathbf{A}$ 画出网络图，如图题 13.6 所示，由图写出基本割集矩阵如下：

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



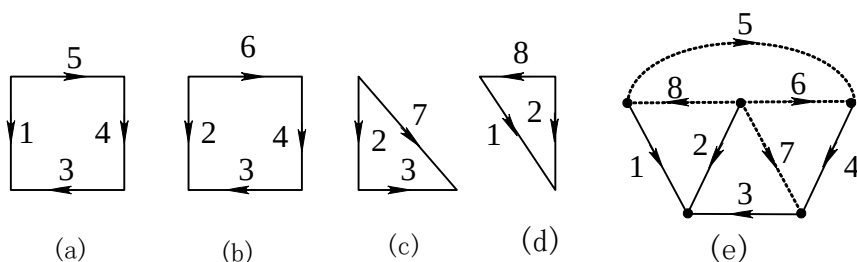
图题13.6

答案 13.7

解：由 $\mathbf{B}_t = -\mathbf{C}_t^T$ 得

$$\mathbf{B}_t = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = [\mathbf{B}_t | \mathbf{B}_l] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由 $\mathbf{B}$ 矩阵画出各基本回路，如图 (a) ~ (d) 所示。将各基本回路综合在一起得题中所求线图，如图 13.7 (e) 所示。



图题13.7

答案 13.8

解：由 $\mathbf{C}_l = -\mathbf{B}_t^T$ 得

$$\mathbf{C}_l = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [\mathbf{C}_l | \mathbf{C}_t] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

答案 13.9

解：由基本回路矩阵可知：支路 1、2、3 为连支，4、5、6 为树支，已知树支电压，可以求出全部连支电压。

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \mathbf{U}_l = -\mathbf{B}_t \mathbf{U}_t = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -12 \end{bmatrix} \text{V} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \\ -6 \end{bmatrix} \text{V}$$

连支电流等于连支电压除以相应支路的电阻。

$$\mathbf{I}_l = \left[\frac{u_1}{R_1}, \frac{u_2}{R_2}, \frac{u_3}{R_3} \right]^T = [4, -0.4, -0.6]^T \text{A}$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{B}^T \mathbf{I}_l = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 4 \\ -0.4 \\ -0.6 \end{bmatrix} = [4, -0.4, -0.6, 4.46, 1, 5]^T \text{ A}$$

答案 13.10

解：根据所选的树，基本回路矩阵 $\mathbf{B}$ 和基本割集矩阵 $\mathbf{C}$ 如下：

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

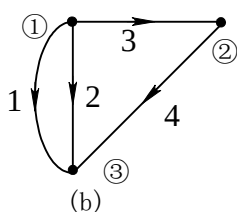
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

KCL 方程和 KVL 方程矩阵形式为：

$$\mathbf{CI} = 0, \quad \mathbf{BU} = 0。$$

答案 13.11

解：按照广义支路的定义，作出网络线图，如图(b)所示。



根据线图写出关联矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

支路电导矩阵

$$\mathbf{Y} = \text{diag}[1 \quad 0.5 \quad 0.2 \quad 0.1] \text{ S}$$

支路源电压向量

$$\mathbf{U}_s = [3, 0, 8, 0]^T \text{ V}$$

支路源电流向量

$$\mathbf{I}_s = [0, 0, -4, 0]^T \text{ A}$$

节点导纳矩阵

$$\mathbf{Y}_n = \mathbf{A}\mathbf{Y}\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 & -0.2 \\ -0.2 & 0.3 \end{bmatrix} \text{ S}$$

节点注入电流向量

$$\mathbf{I}_{\text{Sn}} = \mathbf{A}(\mathbf{G}\mathbf{U}_s - \mathbf{I}_s) = \begin{bmatrix} 8.6 \\ -5.6 \end{bmatrix} \text{ A}$$

由

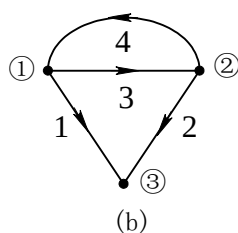
$$\mathbf{Y}_n \mathbf{U}_n = \mathbf{I}_{\text{Sn}}$$

得节点电压方程

$$\begin{bmatrix} 1.7 & -0.2 \\ -0.2 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.6 \\ -5.6 \end{bmatrix}$$

答案 13.12

解：按照广义支路的定义，作出网络线图，如图(b)所示。



根据线图写出关联矩阵 $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

根据线图并对照电路图写出

支路导纳矩阵

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 & g & 0 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_4 \end{bmatrix}$$

支路源电压向量

$$\mathbf{U}_s = [0, 0, 0, U_s]^T$$

支路源电流向量

$$\mathbf{I}_s = [0, I_s, 0, 0]^T$$

节点导纳矩阵

$$\mathbf{Y}_n = \mathbf{A}\mathbf{Y}\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_3 + Y_4 & g - Y_3 - Y_4 \\ -Y_3 - Y_4 & Y_3 + Y_4 + Y_2 \end{bmatrix}$$

节点注入电流向量

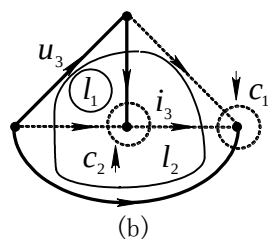
$$\mathbf{I}_{sn} = \mathbf{A}\mathbf{Y}\mathbf{U}_s - \mathbf{A}\mathbf{I}_s = [-Y_4 U_s \quad I_s + Y_4 U_s]^T$$

由 $\mathbf{Y}_n \mathbf{U}_n = \mathbf{I}_{sn}$ 得节点电压方程

$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_3 + Y_4 & -(Y_3 + Y_4 - g) \\ -(Y_3 + Y_4) & Y_3 + Y_4 + Y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_4 U_s \\ Y_4 U_s + I_s \end{bmatrix}$$

答案 13.13

解：选择专用树如图(b)所示。



分别对含有电容的基本割集 c_1 和 c_2 列写 KCL 方程

$$\dot{u}_1 = -i_2 - i_3 \quad (1)$$

$$0.5\dot{u}_2 = i_3 - i_1 \quad (2)$$

分别对含有电感的基本回路 l_1 和 l_2 列写 KVL 方程

$$\dot{i}_1 = u_3 - u_2 \quad (3)$$

$$0.5\dot{i}_2 = u_1 - u_3 \quad (4)$$

为消去非状态变量，对含 u_3 支路的基本割集列 KCL 方程

$$\frac{u_3}{1} + i_1 - i_3 - i_2 = 0 \quad (5)$$

对含 i_3 支路的基本回路列 KVL 方程

$$2i_3 + u_2 + u_3 = u_1 \quad (6)$$

由式(5)、(6)解得：

$$i_3 = (u_1 - u_2 + i_1 - i_2) / 3$$

$$u_3 = (u_1 - u_2 - 2i_1 + 2i_2) / 3$$

将 i_3 和 u_3 代入式(1)~(4)整理得：

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \frac{1}{3}(-u_1 + u_2 - i_1 - 2i_2) \\ \dot{u}_2 = \frac{2}{3}(u_1 - u_2 - 2i_1 - i_2) \\ \dot{i}_1 = \frac{1}{3}(u_1 + 2u_2 - i_1 + i_2) \\ \dot{i}_2 = \frac{2}{3}(2u_1 + u_2 + 2i_1 - 2i_2) \end{cases}$$

答案 14.1

解: (a) 列写节点电压方程如下:

$$\begin{cases} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})U_1 - \frac{1}{R_2}U_2 = I_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{R_2}U_1 + (\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})U_2 = 3I_1 + I_2 \end{cases} \quad (2)$$

式(1)代入式(2) 整理得:

$$\begin{cases} I_1 = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})U_1 - \frac{1}{R_2}U_2 \\ I_2 = -(\frac{3}{R_1} + \frac{4}{R_2})U_1 + (\frac{4}{R_2} + \frac{1}{R_3})U_2 \end{cases}$$

所以Y 参数为:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{3}{R_1} - \frac{4}{R_2} & \frac{4}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix}$$

(b) 列写节点电压方程如下:

$$\begin{cases} \frac{1}{8}u_1 - \frac{1}{8}u = i_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{8}u_1 + (\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})u - \frac{1}{4}u_2 = -2i_1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{4}u + \frac{1}{4}u_2 = i_2 + 2i_1 \end{cases} \quad (3)$$

由式(2)得 :

$$u = \frac{1}{7}(u_1 + 2u_2 - 16i_1)$$

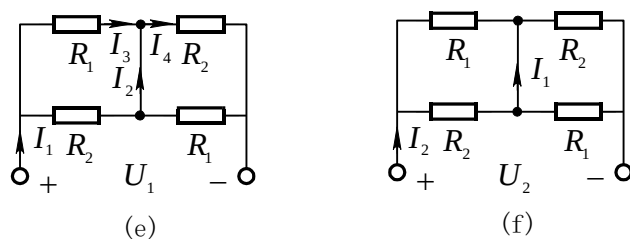
代入式(1)和(3)整理得

$$\begin{cases} i_1 = 0.15u_1 - 0.05u_2 \\ i_2 = -0.25u_1 + 0.25u_2 \end{cases}$$

所以

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0.15 & -0.05 \\ -0.25 & 0.25 \end{bmatrix} \text{S}$$

(c) 当 $U_2=0$ 时, 其等效电路如图(e)所示。由 $\mathbf{Y}$ 参数定义得:



图题14.1

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} = \frac{1}{2 \times \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 0.5 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

在图(e)所示电路中

$$I_2 = I_4 - I_3 = \frac{0.5U_1}{R_2} - \frac{0.5U_1}{R_1}$$

所以

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} = 0.5 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

图示电路中不含受控源, 为互易网络, 因此

$$Y_{12} = Y_{21}。$$

当 $U_1=0$ 时, 其等效电路如图(f)所示。

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} = \frac{1}{2 \times \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 0.5 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

所以

$$\mathbf{Y} = 0.5 \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \\ \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}$$

(d)

$$i_1 = 0, \quad i = u_1 / R_1$$

$$i_2 = \frac{u_3}{R_3} = \frac{u_2 - (R_1 + R_2)i}{R_3} = \frac{u_2 - (R_1 + R_2)u_1 / R_1}{R_3} = -\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_3} u_1 + \frac{1}{R_3} u_2$$

所以

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_3} & \frac{1}{R_3} \end{bmatrix}$$

答案 14.2

解：图(a)中

$$\dot{I}_1 = 2\text{A}, \dot{U}_1 = \text{j}2\text{V}, \dot{U}_2 = 2 \times \text{j}5 = \text{j}10\text{V}, \dot{I}_2 = -\text{j}5\text{A}$$

由 $\mathbf{Y}$ 参数方程得：

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 2 = \text{j}2 \times Y_{11} + \text{j}10 \times Y_{12} & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{I}_2 = -\text{j}5 = \text{j}2 \times Y_{21} + \text{j}10 \times Y_{22} & (2) \end{cases}$$

由图(b)得

$$\dot{I}_2 = \text{jA} = Y_{22} \times 1\text{V} \quad (3)$$

对互易网络有：

$$Y_{12} = Y_{21} \quad (4)$$

由式(3) 得：

$$Y_{22} = \text{jS}, \text{ 代入式(2) 得: } Y_{21} = Y_{12} = (-2.5 - \text{j}5)\text{S}$$

再代入式(1)得：

$$Y_{11} = (12.5 + \text{j}24)\text{S}$$

所以

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 12.5 + \text{j}24 & -2.5 - \text{j}5 \\ -2.5 - \text{j}5 & \text{j}1 \end{bmatrix} \text{S}$$

答案 14.3

解：各电压、电流的象函数为：

$$U_{1a}(s) = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1.5} \right), \quad I_{2a}(s) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1.5} \right), \quad I_1(s) = \frac{1}{s}$$

$$U_{1b}(s) = \frac{6}{7} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+7/6} \right), \quad I_{2b}(s) = \frac{2}{7} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+7/6} \right)$$

Y 参数方程的复频域形式为

$$\begin{cases} I_1(s) = Y_{11}U_1(s) + Y_{12}U_2(s) \\ I_2(s) = Y_{21}U_1(s) + Y_{22}U_2(s) \end{cases}$$

当端口 2 短路时

$$U_{2a}(s) = 0$$

所以

$$\begin{cases} \frac{1}{s} = Y_{11}U_{1a}(s) \\ -I_{2a}(s) = Y_{21}U_{1a}(s) \end{cases}$$

$$Y_{11} = \frac{1}{sU_{1a}(s)} = \frac{1}{\frac{2}{3}s \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1.5} \right)} = s+1.5$$

$$Y_{21} = -\frac{I_{2a}(s)}{U_{1a}(s)} = -\frac{0.5 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1.5} \right)}{\frac{2}{3} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1.5} \right)} = -0.75$$

当端口 2 接 4Ω 电阻时

$$\begin{cases} \frac{1}{s} = Y_{11}U_{1b}(s) + Y_{12}[4I_{2b}(s)] \\ -I_{2b}(s) = Y_{21}U_{1b}(s) + Y_{22}[4I_{2b}(s)] \end{cases}$$

将

$$U_{1b}(s) = \frac{6}{7} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+7/6} \right), \quad I_{2b}(s) = \frac{2}{7} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+7/6} \right)$$

代入上两式,

分别解得

$$Y_{12} = -0.25 \quad Y_{22} = 0.3125$$

所以

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} s+1.5 & -0.25 \\ -0.75 & 0.3125 \end{bmatrix}$$

答案 14.4

解 (a): 按网孔列写 KVL 方程得

$$\begin{cases} (R+2R)I_1 + 2RI_2 = U_1 & (1) \\ 2RI_1 + (R+2R)I_2 = U_2 + 3U_1 & (2) \end{cases}$$

将式(1)代入式(2)整理得

$$\begin{cases} U_1 = 3RI_1 + 2RI_2 \\ U_2 = -7RI_1 - 3RI_2 \end{cases}$$

所以

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 3R & 2R \\ -7R & -3R \end{bmatrix}$$

(b) 消去互感后电路如图 14.4(e)所示, 列 KVL 方程如下

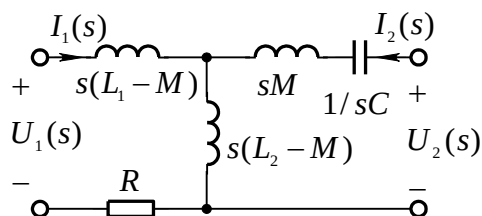


图14.4(e)

$$\begin{cases} U_1(s) = [R + s(L_1 + L_2 - 2M)]I_1(s) + s(L_2 - M)I_2(s) \\ U_2(s) = s(L_2 - M)I_1(s) + (sL_2 + \frac{1}{sC})I_2(s) \end{cases}$$

所以

$$\mathbf{Z}(s) = \begin{bmatrix} R + s(L_1 + L_2 - 2M) & s(L_2 - M) \\ s(L_2 - M) & sL_2 + 1/sC \end{bmatrix}$$

(c) 将 Δ 联接的三个阻抗转换成 Y 形联接, 如图 14.4(f)所示, 由此电路可直接写出 Z 参数

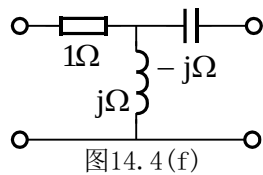


图14.4(f)

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1+j & j \\ j & 0 \end{bmatrix} \Omega$$

(d)

$$\begin{cases} u_1 = R_b i_1 + \mu u_2 & (1) \\ u_2 = R_C i_C = R_C (i_2 - \beta i_1) & (2) \end{cases}$$

将式(2)代入式(1) 整理得

$$\begin{cases} u_1 = (R_b - \mu \beta R_C) i_1 + \mu R_C i_2 \\ u_2 = -\beta R_C i_1 + R_C i_2 \end{cases}$$

所以

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} R_b - \mu \beta R_C & \mu R_C \\ -\beta R_C & R_C \end{bmatrix}$$

答案 14.5

解 (a): 列写节点电压方程

$$\begin{cases} (\frac{1}{5} + \frac{1}{10})U_1 - \frac{1}{10}U_2 = I_1 & (1) \\ -\frac{1}{10}U_1 + (\frac{1}{5} + \frac{1}{10})U_2 = I_2 & (2) \end{cases}$$

由式 (2)得

$$U_1 = 3U_2 + 10(-I_2) \quad (3)$$

代入式(1)整理得

$$I_1 = 0.8U_2 + 3(-I_2) \quad (4)$$

由式(3)和(4)得

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 10\Omega \\ 0.8\text{S} & 3 \end{bmatrix}$$

(b):根据 $\mathbf{A}$ 参数定义可得

$$A_{11} = \left. \frac{u_1}{u_2} \right|_{i_2=0} = \frac{u_1}{u_3 - u_4} = \frac{u_1}{0.4u_1 - 0.6u_1} = -5$$

$$A_{21} = \left. \frac{i_1}{u_2} \right|_{i_2=0} = \frac{i_1}{u_3 - u_4} = \frac{i_1}{40 \times 0.5i_1 - 60 \times 0.5i_1} = -0.1\text{S}$$

$$A_{12} = \left. \frac{u_1}{-i_2} \right|_{u_2=0} = \frac{u_1}{0.5u_1/60 - 0.5u_1/40} = -240\Omega$$

$$A_{22} = \left. \frac{i_1}{-i_2} \right|_{u_2=0} = \frac{i_1}{0.4i_1 - 0.6i_1} = -5$$

所以

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -5 & -240\Omega \\ -0.1\text{S} & -5 \end{bmatrix}$$

(c) 按网孔列写 KVL 方程得

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (1 + j2)\dot{I}_1 + j\dot{I}_2 & (1) \\ \dot{U}_2 = j\dot{I}_1 + (-j3 + j1)\dot{I}_2 & (2) \end{cases}$$

由式(2)得

$$\dot{I}_1 = -j\dot{U}_2 - 2(-\dot{I}_2) \quad (3)$$

代入式(1)化简得:

$$\dot{U}_1 = (2 - j)\dot{U}_2 + (-2 - j5)(-\dot{I}_2) \quad (4)$$

由式(4)和(3)得:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 - j & -(2 + j5)\Omega \\ -j\text{S} & -2 \end{bmatrix}$$

(d)解: 根据基尔霍夫定律和理想变压器方程得

$$u_1 = R_1 i_1 + u'_1 = R_1 i_1 + n u_2 \quad (1)$$

$$i_1 = u'_1 / R_2 + i'_1 = nu_2 / R_2 + (-i_2) / n \quad (2)$$

将式(2) 代入式(1)整理得

$$u_1 = (1 + R_1 / R_2)nu_2 + (R_1 / n)(-i_2) \quad (3)$$

由式(3)和(1)得

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (1 + R_1 / R_2)n & R_1 / n \\ n / R_2 & 1 / n \end{bmatrix}$$

答案 14.6

解：当开关断开时

$$U_1 = 5V, \quad I_1 = \frac{U_3 - U_1}{4\Omega} = 1A, \quad I_2 = 0, \quad U_2 = 3V$$

由传输参数方程得：

$$\begin{cases} 5 = A_{11} \times 3 \\ 1 = A_{21} \times 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_{11} = 5/3 \\ A_{21} = 1/3 \end{cases}$$

当开关接通时

$$U_1 = 4V, \quad I_1 = \frac{U_3 - U_1}{4\Omega} = 1A, \quad U_2 = 2V, \quad -I_2 = \frac{U_2}{6\Omega} = \frac{1}{3}A$$

由参数方程又得

$$\begin{cases} 4 = \frac{5}{3} \times 2 + \frac{1}{3} \times A_{12} \\ 1 = \frac{1}{3} \times 2 + \frac{1}{3} \times A_{22} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_{12} = 2 \\ A_{22} = 1 \end{cases}$$

所以

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5/3 & 2\Omega \\ 1/3S & 1 \end{bmatrix}$$

答案 14.7

解：(a) 列写网孔电流方程如下：

$$\begin{cases} U_1 = 40(I_1 + I_2) & (1) \\ U_2 = 40I_1 + 100I_2 & (2) \end{cases}$$

由式(2)得

$$I_2 = -0.4I_1 + 0.01U_2 = H_{21}I_1 + H_{22}U_2 \quad (3)$$

代入式(1)整理得

$$U_1 = 24I_1 + 0.4U_2 = H_{11}I_1 + H_{12}U_2 \quad (4)$$

由式(3)和(4)得

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 24\Omega & 0.4 \\ -0.4 & 0.01\text{S} \end{bmatrix}$$

(b)解：列写节点电压方程如下

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \times U_1 - \frac{1}{R} \times 2U_2 = I_1 \\ -\frac{1}{R} \times 2U_2 + \frac{1}{R}U_2 = I_2 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} U_1 = 0.5RI_1 + U_2 \\ I_2 = -\frac{1}{R}U_2 \end{cases}$$

所以

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0.5R & 1 \\ 0 & -1/R \end{bmatrix}$$

(c) 根据 KVL 和理想变压器方程得

$$u_1 = R_1 i_1 + n u'_2 \quad (1)$$

$$i_2 = -n i_1 \quad (2)$$

$$u'_2 = u_2 - R_2 i_2 \quad (3)$$

将式(3)及式(2)代入式(1)整理得

$$\begin{cases} u_1 = (R_1 + n^2 R_2) i_1 + n u_2 \\ i_2 = -n i_1 \end{cases}$$

所以

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} R_1 + n^2 R_2 & n \\ -n & 0 \end{bmatrix}$$

(d) 列写回路电流方程如下:

$$\begin{cases} u_1 = 15i_1 + 10i_2 \\ u_2 = 10i_1 + 10i_2 - 4i_x = 10i_1 + 10i_2 - 4(i_1 + i_2) = 6i_1 + 6i_2 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} u_1 = 5i_1 + \frac{10}{6}u_2 \\ i_2 = -i_1 + \frac{1}{6}u_2 \end{cases}$$

所以

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 5\Omega & 5/3 \\ -1 & 1/6\text{S} \end{bmatrix}$$

答案 14.8

解: (1)由阻抗参数方程得

$$\begin{cases} u_1 = 4i_1 + 3i_2 & (1) \\ u_2 = 3i_1 + 5i_2 & (2) \end{cases}$$

由式(2)得

$$i_2 = -0.6i_1 + 0.2u_2 \quad (3)$$

代入式(1)得

$$u_1 = 4i_1 - 1.8i_1 + 0.6u_2 = 2.2i_1 + 0.6u_2 \quad (4)$$

由式(3)和(4)得

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2.2\Omega & 0.6 \\ -0.6 & 0.2\text{S} \end{bmatrix}$$

(2) 若 $i_1 = 10\text{A}$, $u_2 = 20\text{V}$, 由式(3)和(4)解得

$$u_1 = (2.2 \times 10 + 0.6 \times 20)\text{V} = 34\text{V}$$

$$i_2 = (-0.6 \times 10 + 0.2 \times 20)\text{A} = -2\text{A}$$

功率

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = 34 \times 10 + 20 \times (-2) = 300 \text{ W}$$

注释：二端口消耗的功率等于两个端口消耗功率之和。

答案 14.9

解：(a)中阻抗矩阵为对称矩阵，且矩阵中元素均为实数，故可用由电阻组成的 T 形电路来等效。如图(a)所示。其中

$$R_1 = Z_{11} - Z_{12} = 3 - 1 = 2\Omega, \quad R_2 = Z_{22} - Z_{12} = 2 - 1 = 1\Omega, \quad R_3 = Z_{12} = 1\Omega。$$

(b) 阻抗矩阵也为对称矩阵，但其元素含有 $1/s$ ，因此须用含有电容的 T 形电路等效，如图 (b)所示。其中

$$Z_1(s) = Z_{11} - Z_{12} = 1 + 2/s = R_1 + 1/(sC_1), \quad Z_2(s) = Z_{22} - Z_{12} = 3 = R_2,$$

$$Z_3(s) = Z_{12} = 2/s = 1/(sC_2), \quad \text{即} \quad R_1 = 1\Omega, \quad R_2 = 3\Omega, \quad C_1 = C_2 = 0.5\text{F}$$

(c)所示矩阵不是对称矩阵，对应的二端口方程可写成如下形式

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= 3I_1 + 2I_2 \\ U_2 &= 2I_1 + 4I_2 - 6I_2 \end{aligned} \right\}$$

虚线左侧部分可用 T 形电路等效， $6I_1$ 用一个电流控制电压源表示，如图 (c)

所示。

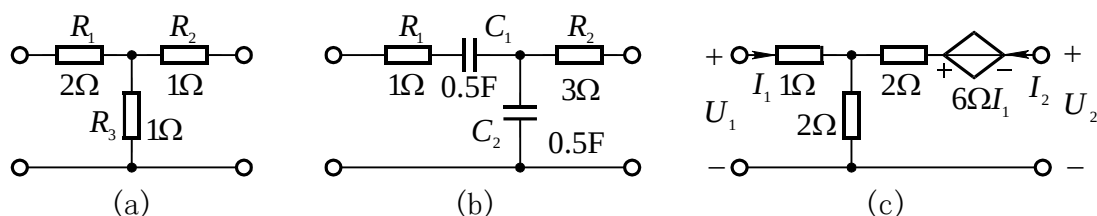


图 14.9

答案 14.10

解：对该电路列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = (Y_1 + Y_3)\dot{U}_1 - Y_3\dot{U}_2 + g\dot{U}_1 = (Y_1 + Y_3 + g)\dot{U}_1 - Y_3\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = -Y_3\dot{U}_1 + (Y_2 + Y_3)\dot{U}_2 - g\dot{U}_1 = -(Y_3 + g)\dot{U}_1 + (Y_2 + Y_3)\dot{U}_2 \end{cases}$$

与导纳参数标准形式对比得：

$$Y_1 + Y_3 + g = Y_{11}, \quad -Y_3 = Y_{12}$$

$$-(Y_3 + g) = Y_{21}, \quad Y_2 + Y_3 = Y_{22}$$

解得：

$$Y_1 = Y_{11} + Y_{21}, Y_2 = Y_{22} + Y_{12}, Y_3 = -Y_{12}, g = Y_{12} - Y_{21}$$

答案 14.11

解：选回路如图所示，列写回路电流方程

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (Z_1 + Z_3)\dot{I}_1 + Z_3(\dot{I}_2 + \beta\dot{I}_1) = (Z_1 + Z_3 + \beta Z_3)\dot{I}_1 + Z_3\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_3\dot{I}_1 + (Z_2 + Z_3)\dot{I}_2 + \beta Z_3\dot{I}_1 = (Z_3 + \beta Z_3)\dot{I}_1 + (Z_2 + Z_3)\dot{I}_2 \end{cases}$$

与阻抗参数标准形式对比得：

$$Z_{11} = Z_1 + Z_3 + \beta Z_3, \quad Z_{12} = Z_3$$

$$Z_{21} = Z_3 + \beta Z_3, \quad Z_{22} = Z_2 + Z_3$$

解得：

$$Z_1 = Z_{11} - Z_{21}, Z_2 = Z_{22} - Z_{12}, Z_3 = Z_{12}, \beta = Z_{21} / Z_{12} - 1$$

答案 14.12

解：参见 14.5(d), 可写出其 **A** 参数矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (1 + \frac{Z_1}{Z_2})n & \frac{Z_1}{n} \\ \frac{n}{Z_2} & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$$

与标准 **A** 参数矩阵比较系数得：

$$(1 + \frac{Z_1}{Z_2})n = A_{11}, \quad \frac{Z_1}{n} = A_{12}$$

$$\frac{n}{Z_2} = A_{21}, \quad \frac{1}{n} = A_{22}$$

解得：

$$Z_1 = A_{12} / A_{22}, \quad Z_2 = 1 / (A_{21} A_{22}), \quad n = 1 / A_{22}$$

由

$$\dot{U}_1 = (1 + \frac{Z_1}{Z_2})n \dot{U}_2 + \frac{Z_1}{n} (-\dot{I}_2) \quad (1)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{n}{Z_2} \dot{U}_2 + \frac{1}{n} (-\dot{I}_2) \quad (2)$$

由式 (2) 得:

$$\dot{U}_2 = \frac{Z_2}{n} \dot{I}_1 + \frac{Z_2}{n^2} \dot{I}_2 \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)化简得:

$$\dot{U}_1 = (Z_1 + Z_2) \dot{I}_1 + \frac{Z_2}{n} \dot{I}_2$$

与阻抗参数标准形式对比得:

$$Z_{11} = Z_1 + Z_2, \quad Z_{12} = Z_{21} = Z_2 / n, \quad Z_{22} = Z_2 / n^2$$

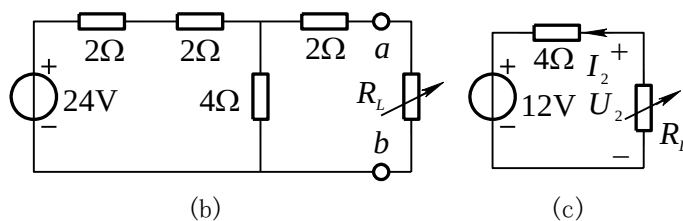
解得:

$$Z_1 = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}^2}{Z_{22}}, \quad Z_2 = \frac{Z_{21}^2}{Z_{22}}, \quad n = \frac{Z_{21}}{Z_{22}}$$

由 $n = 1/A_{22}$ 或 $n = \frac{Z_{21}}{Z_{22}}$ 可见, 若 A_{22} 或 Z_{21}, Z_{22} 为实数, 则 n 为实数.

答案 14.13

解: 方法一, 将二端口网络用 T 形电路等效, 如图 14.13(b)所示。



由图(b)得 a, b 端口的开路电压

$$U_{oc} = \frac{4}{4+2+2} \times 24V = 12V$$

等效电阻

$$R_i = \frac{1}{2} \times 4\Omega + 2\Omega = 4\Omega$$

戴维南等效电路如图(c)所示。

所以当 $R_L = 4\Omega$ 时它可获得最大功率。

$$P_{\max} = \frac{U_{\text{oc}}^2}{4R_L} = \frac{12^2}{4 \times 4} = 9\text{W}$$

方法二，由二端口参数和端口条件得出戴维南等效电路。

由二端口网络 N 的阻抗参数矩阵和端口参数得：

$$U_1 = 24\text{V} - 2\Omega \times I_1 = 6\Omega \times I_1 + 4\Omega \times I_2 \quad (1)$$

$$U_2 = 4\Omega \times I_1 + 6\Omega I_2 \quad (2)$$

由式(1)得：

$$I_1 = 3\text{A} - 0.5I_2$$

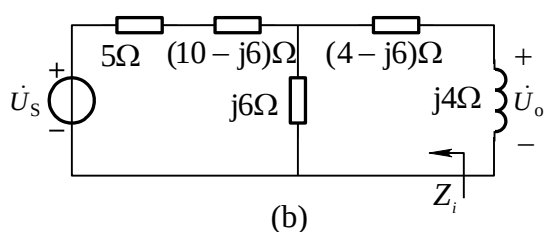
代入式(2)

$$U_2 = 12\text{V} + 4\Omega I_2$$

由此表达式写出戴维南等效电路如图(c)所示。求最大功率与上述相同。

答案 14.14

解：将网络 N 用 T 型电路等效，如图(b)所示



等效阻抗

$$Z_i = 4 - j6 + \frac{j6 \times (15 - j6)}{j6 + 15 - j6} = 6.4\Omega$$

开路电压

$$\dot{U}_{\text{oc}} = \frac{j6}{5 + 10 - j6 + j6} \times \frac{15}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ = j3\sqrt{2}\text{V}$$

$$\dot{U}_o = \frac{j4}{Z_i + j4} \times \dot{U}_{oc} = \frac{j4 \times j3\sqrt{2}}{6.4 + j4} = \frac{3.18}{\sqrt{2}} \angle 148^\circ \text{ V}$$

所以

$$u_o = 3.18 \cos(2t + 148^\circ) \text{ V}$$

答案 14.15

解: (1) 当二端口用导纳参数表示时

$$\dot{I}_2 = Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2 \quad (1)$$

由端口 2 得:

$$\dot{I}_2 = \frac{-1}{R} \dot{U}_2 \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)得:

$$-(\frac{1}{R} + Y_{22}) \dot{U}_2 = Y_{21} \dot{U}_1$$

所以

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{-Y_{21}}{Y_{22} + 1/R}$$

(2) 当二端口用传输参数表示时

$$\dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} (-\dot{I}_2) \quad (3)$$

将式(2)代入式(3)得:

$$\dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + \frac{A_{12}}{R} \dot{U}_2$$

所以

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R}{A_{12} + RA_{11}}$$

答案 14.16

解: (1) 当二端口用阻抗参数表示且 $\dot{I}_2 = 0$ 时

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_s - R_s \dot{I}_1 = Z_{11} \dot{I}_1 \quad (1)$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21} \dot{I}_1 \quad (2)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_{21}} \quad \text{代入式(1)得:}$$

$$\dot{U}_s = (R_s + Z_{11}) \frac{\dot{U}_2}{Z_{21}}$$

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_s} = \frac{Z_{21}}{R_s + Z_{11}}$$

(2)当二端口用混合参数表示时

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_s - R_s \dot{I}_1 = H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2 \quad (3)$$

$$\dot{I}_2 = H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2 = 0 \quad (4)$$

由式(4)得

$$\dot{I}_1 = -\frac{\dot{H}_{22}}{\dot{H}_{21}} \dot{U}_2$$

代入式(3)得

$$\dot{U}_s = (R_s + H_{11}) \times \left(-\frac{H_{22}}{H_{21}} \dot{U}_2\right) + H_{12} \dot{U}_2$$

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_s} = \frac{H_{21}}{H_{21}H_{12} - H_{22}(R_s + H_{11})}$$

答案 14.17

解：由混和参数方程得：

$$U_1 = 16I_1 + 3U_2 \quad (1)$$

$$I_2 = -2I_1 + 0.01U_2 \quad (2)$$

输入和输出端口还需满足

$$U_1 = U_s - 4I_1 \quad (3)$$

$$I_2 = -0.04U_2 \quad (4)$$

式 (1) ~ (4) 联立解得

$$U_1 = \frac{34}{35} U_s, \quad I_1 = \frac{1}{140} U_s$$
$$U_2 = \frac{2}{7} U_s, \quad I_2 = -\frac{2}{175} U_s$$

所以

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{5}{17}, \quad \frac{I_2}{I_1} = -1.6$$

答案 14.18

解:

$$Z_L = n^2 \times 1\Omega = 4\Omega$$

$$R_1 = Z_{C1} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}} = \sqrt{\frac{4/3}{1/3}} = 2\Omega$$

输入阻抗

$$Z_i = \frac{A_{11}Z_L + A_{12}}{A_{21}Z_L + A_{22}} = \frac{(4/3) \times 4 + 1}{(1/3) \times 4 + 1} = \frac{19}{7} \Omega$$

由于 R_1 和 Z_i 均为电阻, 可不用相量计算电流。

$$i_1 = \frac{u_s}{R_1 + Z_i} = \frac{22 \cos \omega t}{2 + (19/7)} = 4.667 \cos(\omega t) \text{ A} \quad u_1 = Z_i i_1 = 12.667 \cos(\omega t) \text{ V}$$

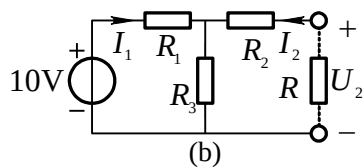
由二端口参数得:

$$u_1 = \frac{4}{3} u_2 - i_2 \quad i_1 = \frac{1}{3} u_2 - i_2$$

解得

$$i_2 = \frac{1}{3}(u_1 - 4i_1) = -2 \cos(\omega t) \text{ A}, \quad i_3 = ni_2 = -4 \cos(\omega t) \text{ A}$$

解: 将二端口用 T 形路等效, 如图(b)所示



由已知条件 当 $I_2 = 0$ 时 $I_1 = \frac{10}{R_1 + R_3} = 2\text{A}$, $U_2 = I_1 R_3 = 2R_3 = 4\text{V}$

解得 $R_3 = 2\Omega$ $R_1 = 3\Omega$

当 $U_2 = 0$ 时 $-I_2 = \frac{10}{3 + \frac{2 \times R_2}{2 + R_2}} \times \frac{2}{2 + R_2} = 1\text{A}$ 解得 $R_2 = 2.8\Omega$

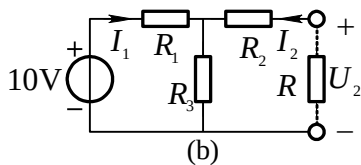
当终端接 10Ω 电阻时对回路列写 KVL 方程得

$$\begin{cases} 5I_1 + 2I_2 = 10 \\ 2I_1 + 14.8I_2 = 0 \end{cases}$$

解得 $I_1 = 2.114\text{A}$ $I_2 = -0.286\text{A}$

答案 14.19

解：将二端口用 T 形路等效，如图(b)所示



由已知条件 当 $I_2 = 0$ 时

$$I_1 = \frac{10}{R_1 + R_3} = 2\text{A}, \quad U_2 = I_1 R_3 = 2R_3 = 4\text{V}$$

解得 $R_3 = 2\Omega$ $R_1 = 3\Omega$

当 $U_2 = 0$ 时

$$-I_2 = \frac{10}{3 + \frac{2 \times R_2}{2 + R_2}} \times \frac{2}{2 + R_2} = 1\text{A}$$

解得 $R_2 = 2.8\Omega$

当终端接 10Ω 电阻时对回路列写 KVL 方程得

$$\begin{cases} 5I_1 + 2I_2 = 10 \\ 2I_1 + 14.8I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得 } I_1 = 2.114\text{A} \quad I_2 = -0.286\text{A}$$

答案 14.20

解：(1) 根据 Z 参数可列如下方程

$$\begin{cases} U_1(s) = \frac{2}{s+1}I_1(s) + \frac{1}{s+1}I_2(s) = U_s(s) - 1\Omega \times I_1(s) = \frac{1}{s} - I_1(s) \\ U_2(s) = \frac{1}{s+1}I_1(s) + \frac{3}{s+1}I_2(s) = -2\Omega \times I_2(s) \end{cases}$$

解得

$$I_2(s) = -\frac{0.5(s+1)}{s(s^2 + 5.5s + 7)}$$

$$U_2(s) = -2I_2(s) = \frac{s+1}{s(s^2 + 5.5s + 7)} = \frac{1/7}{s} + \frac{1/3}{s+2} + \frac{-10/21}{s+3.5}$$

$$u_2(t) = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}e^{-2t} - \frac{10}{21}e^{-3.5t}\right)\varepsilon(t) \text{ V}$$

(2) 由 $U_2(s)$ 的表达式可得网络函数

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_s(s)} = \frac{s+1}{s^2 + 5.5s + 7}, \quad H(j3) = H(s)|_{s=j3} = \frac{1+j3}{-2+j16.5}$$

当 $\dot{U}_{sm} = 10\angle 60^\circ \text{ V}$ 时

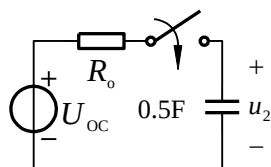
$$\dot{U}_{2m} = H(j3)\dot{U}_{sm} = \frac{1+j3}{-2+j16.5} \times 10\angle 60^\circ \text{ V} = 1.903\angle 34.65^\circ \text{ V}$$

所以

$$u_2(t) = 1.903\cos(3t + 34.65^\circ) \text{ V}$$

答案 14.21

解：先求二端口输出端的戴维南等效电路如图 (b)



(b)

输出电阻

$$R_o = \frac{A_{22}Z_s + A_{12}}{A_{21}Z_s + A_{11}} = \frac{A_{12}}{A_{11}} = \frac{6}{4/3} = 4.5\Omega$$

终端开路电压

$$U_{oc} = \frac{\dot{U}_s}{A_{21}Z_s + A_{11}} = \frac{\dot{U}_s}{A_{11}} = \frac{24}{4/3} = 18\text{ V}$$

时间常数

$$\tau = R_o C = 4.5 \times 0.5 = 2.25\text{s}$$

稳态值

$$u_2(\infty) = U_{oc} = 18\text{V}$$

由三要素公式得

$$u_2(t) = (18 - 8e^{-\frac{4}{9}t})\text{V} \quad t > 0$$

答案 14.22

解：输入电阻

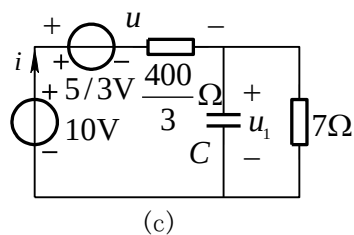
$$R_i = \frac{A_{11}R_L + A_{12}}{A_{21}R_L + A_{22}} = \frac{(4/3) \times 6 + 6}{(1/6) \times 6 + 1} = 7\Omega$$

在 $t = 0_+$ 时刻，电容 C 相当于短路，非线性电阻首先工作在 AB 段。

其伏安特性为

$$u = \frac{400}{3}\Omega \times i + \frac{5}{3}\text{V}$$

等效电路如图(c)所示。



等效电阻

$$R = \frac{7 \times 400/3}{7 + 400/3} = 6.65\Omega$$

时间常数

$$\tau = R_i C = 6.65 \times 10^{-5} \text{ s}$$

初始值

$$u_1(0_+) = 0$$

稳态值

$$u_1(\infty) = \frac{7}{7 + 400/3} \times (10 - 5/3) \text{ V} = 0.416 \text{ V}$$

由三要素公式得

$$u_1(t) = 0.416(1 - e^{-1.504 \times 10^4 t}) \varepsilon(t) \text{ V}$$

由

$$u_1 = A_{11}u_2 + A_{12}(-i_2) = A_{11}u_2 + A_{12}(u_2/6\Omega) \text{ 得}$$

$$u_2(t) = \frac{u_1(t)}{A_{11} + A_{12}/6} = \frac{u_1(t)}{(4/3) + 6/6} = \frac{3}{7}u_1(t) = 0.178(1 - e^{-1.504 \times 10^4 t}) \varepsilon(t) \text{ V}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $u_1(\infty) = 0.416 \text{ V}$, $u(\infty) = 10 - u_1(\infty) = 9.584 \text{ V}$, 所以非线性电阻不会工作在 OA 段。

答案 14.23

解: $I_s(s) = 0.25$, 列写节点电压方程如下

$$\begin{cases} (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})U_1(s) - \frac{1}{2}U_2(s) + I_1(s) = 0.25 & (1) \\ -\frac{1}{2}U_1(s) + (\frac{1}{2} + 0.5s)U_2(s) + I_2(s) = 0 & (2) \end{cases}$$

根据导纳参数得：

$$\begin{cases} I_1(s) = (0.5 + 0.5s)U_1(s) - 0.5sU_2(s) & (3) \\ I_2(s) = -0.5sU_1(s) + (1 + 0.5s)U_2(s) & (4) \end{cases}$$

将式(3)、(4)分别代入式 (1)、(2)解得：

$$U_2(s) = \frac{0.5(s+1)}{s^2 + 7s + 8} = \frac{0.553}{s + 5.56} - \frac{0.053}{s + 1.44}$$

所以

$$u_2(t) = (0.553e^{-5.56t} - 0.053e^{-1.44t})\varepsilon(t) \text{ V}$$

答案 14.24

解：由导纳矩阵可写出

$$\begin{cases} I_1 = 0.03U_1 - 0.01U_2 & (1) \\ I_2 = -0.01U_1 + 0.03U_2 & (2) \end{cases}$$

由式 (2) 得

$$U_1 = 3U_2 + 100(-I_2) \quad (3)$$

代入式 (1) 得

$$I_1 = 0.08U_2 + 3(-I_2) \quad (4)$$

由式(3)、(4)得

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 100\Omega \\ 0.08\text{S} & 3 \end{bmatrix}$$

特性阻抗

$$Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{\frac{100}{0.08}} = 25\sqrt{2}\Omega$$

传输系数

$$\Gamma = \ln(A_{11} + \sqrt{A_{12}A_{21}}) = \ln(3 + 2\sqrt{2}) = 1.763$$

答案 14.25

解： 先将阻抗参数转换为传输参数。阻抗参数方程为

$$\begin{cases} u_1 = 6i_1 + 2i_2 & (1) \\ u_2 = 2i_1 + 6i_2 & (2) \end{cases}$$

由式 (2) 得

$$i_1 = 0.5u_2 + 3(-i_2) \quad (3)$$

代入式 (1) 得

$$u_1 = 3u_2 + 16(-i_2) \quad (4)$$

由式(3)、 (4)得

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 3 & 16\Omega \\ 0.5\text{S} & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 3 & 16 \\ 0.5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 16 \\ 0.5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 96 \\ 3 & 17 \end{bmatrix}$$

特性阻抗

$$Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{\frac{96}{3}} = 4\sqrt{2}\Omega$$

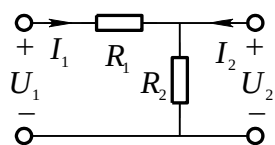
传输系数

$$\Gamma = \ln(A_{11} + \sqrt{A_{12}A_{21}}) = \ln(17 + \sqrt{3 \times 96}) = 3.525$$

答案 14.26

解： 将复合二端口网络分成三个级联的子二端口。先求两个 1Ω 电阻组成的二端口的传输参数。

由 R_1 和 R_2 组成的二端口[图(b)所示]的传输参数方程为



(b)

$$U_1 = U_2 + R_1 I_1 = U_2 + R_1 \left(\frac{U_2}{R_2} - I_2 \right) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) U_2 + R_1 (-I_2)$$

$$I_1 = \frac{U_2}{R_2} - I_2 = \frac{1}{R_2} U_2 + 1 \times (-I_2)$$

所以该二端口的传输参数矩阵为

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2} & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix}$$

令 $R_1 = R_2 = 1\Omega$ ，则得第一级子二端口的传输参数矩阵为

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1\Omega \\ 1\text{S} & 1 \end{bmatrix}$$

令 $R_1 = 1\Omega$ ， $R_2 \rightarrow \infty$ ，则得第三级子二端口的传输参数矩阵为

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1\Omega \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将网络 N 的 Z 参数转换为 $\mathbf{A}$ 参数得（过程参见 14.25 题）

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1.25 & 2.25\Omega \\ 0.25\text{S} & 1.25 \end{bmatrix}$$

复合二端口网络的传输参数矩阵为

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.25 & 2.25\Omega \\ 0.25\text{S} & 1.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.75 & 8.5\Omega \\ 1.5\text{S} & 5 \end{bmatrix}$$

答案 15.1

解: 波阻抗

$$Z_c = \frac{u^+}{i^+} = \frac{200 \times 10^3}{400} = 500 \Omega$$

终端反射系数

$$N_2 = \frac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c} = \frac{3}{13}$$

故负载承受的电压

$$u_2 = u_2^+ + N_2 u_2^+ = \left(1 + \frac{3}{13}\right) \times 200 \times 10^3 = 246.15 \text{ kV}$$

答案 15.2

解: 终端反射系数

$$N_2 = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = \frac{1}{3}$$

始端反射系数

$$N_1 = \frac{Z_S - Z_c}{Z_S + Z_c} = -1$$

这是一个多次反射过程, 反射过程如图题 15.2 所示。其中 $t_d = l/v$

当 $0 < t < \frac{2l}{v}$ 时, 反射波未达到始端, 只有入射波。

$$i_1 = i^+ = \frac{u_1}{Z_c} = \frac{15 \text{ V}}{500 \Omega} = 30 \text{ mA}$$

当 $\frac{2l}{v} < t < \frac{4l}{v}$ 时, 反射波到达始端,

$$i_1 = i^+ - N_2 i^+ + N_1 N_2 i^+ = 30 - 10 - 10 = 10 \text{ mA}$$

当 $\frac{4l}{v} < t < \frac{6l}{v}$ 时, 始端电流为:

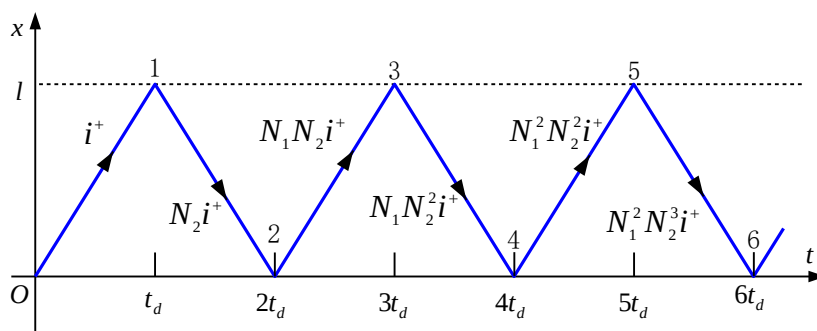
$$i_1 = i^+ - N_2 i^+ + N_1 N_2 i^+ - N_1 N_2^2 i^+ + N_1^2 N_2^2 i^+ = 30 - 10 - 10 + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} = 16.67 \text{ mA}$$

达到稳态时

$$i_1(\infty) = \frac{u_1}{R_2} = 15\text{mA}$$

所以

$$i_1(t) = \begin{cases} 30\text{mA} & 0 < t < 2l/v \\ 10\text{mA} & 2l/v < t < 4l/v \\ 16.67\text{mA} & 4l/v < t < 6l/v \end{cases} \quad i_1(\infty) = \frac{u_1}{R_2} = 15\text{mA}$$



图题15.2

答案15.3

解：波从始端传到中点所用的时间为：

$$t_1 = \frac{l/2}{v} = \frac{3 \times 10^3}{3 \times 10^8} = 10^{-5} \text{s} = 10\mu\text{s}$$

(1) 当 $0 < t < 10\mu\text{s}$ 时，入射波从始端发出，尚未到达中点所以 $i(t) = 0$ 。

(2) $10\mu\text{s} < t < 30\mu\text{s}$ 时，入射波已经过中点，但在终端所产生的反射波还没有到达中点。

$$i(t) = i_1^+ = \frac{U_s}{R_s + Z_c} = \frac{240}{600 + 600} = 0.2\text{A}$$

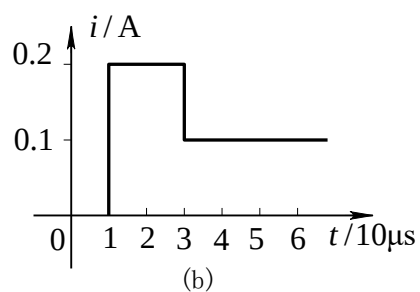
(3) $30\mu\text{s} < t < 60\mu\text{s}$ 时，在终端所产生的反射波已经过中点，并于 $t = 40\mu\text{s}$ 时刻到达始端。由于 $R_s = Z_c$ ，所以到达始端后不再产生第二次反射

终端反射系数

$$N_2 = \frac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c} = \frac{1800 - 600}{1800 + 600} = 0.5, \quad i_2^- = N_2 i_2^+ = N_2 i_1^+ = 0.1\text{A}$$

$$i(t) = i_1^+ - i_2^- = 0.1 \text{ A}。$$

其波形如图15.3(b)所示。



答案15.4

解：若从两个方向传来的波不产生反射波，则有

$$Z_{c1} = Z_1 = R_1 + \frac{R_2 Z_{c2}}{R_2 + Z_{c2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{Z_{c2}} = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + Z_{c1}} \quad (2)$$

由式(2)得

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{Z_{c2}} - \frac{1}{R_1 + Z_{c1}} \quad (3)$$

代入式(1)得

$$Z_{c1} = R_1 + \frac{1}{1/R_2 + 1/Z_{c2}} = R_1 + \frac{1}{2/Z_{c2} - 1/(R_1 + Z_{c1})}$$

化简得

$$R_1^2 = Z_{c1}^2 - Z_{c1} Z_{c2} \quad \text{即} \quad R_1 = \sqrt{Z_{c1}(Z_{c1} - Z_{c2})}$$

将 R_1 代入式(3)得

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{Z_{c2}} - \frac{1}{\sqrt{Z_{c1}^2 - Z_{c1} Z_{c2}} + Z_{c1}}$$

将等号右边第二项分子、分母同乘以 $\sqrt{Z_{c1}^2 - Z_{c1} Z_{c2}} - Z_{c1}$ 化简得

$$\frac{1}{R_2} = \frac{\sqrt{Z_{c1}^2 - Z_{c1}Z_{c2}}}{Z_{c1}Z_{c2}} \quad \text{即} \quad R_2 = Z_{c2} \sqrt{\frac{Z_{c1}}{Z_{c1} - Z_{c2}}}$$

答案 15.5

解: 终端开路, 反射电压等于入射电压, 则在升压延迟电缆始端电压应为

$$u_2 = 14/2 = 7\text{kV}$$

又由

$$u_2 = u_2^+ + N_2 u_2^+ = (1 + N_2) u_2^+$$

得联接处的反射系数为

$$N_2 = \frac{u_2}{u_2^+} - 1 = \frac{7\text{kV}}{5\text{kV}} - 1 = 0.4$$

设升压延迟电缆的波阻抗为 Z_{c1} , 则

$$N_2 = \frac{Z_{c1} - Z_c}{Z_{c1} + Z_c}$$

解得

$$Z_{c1} = \left(\frac{2}{1 - N_2} - 1 \right) Z_c = \frac{7}{3} \times 75 = 175\Omega$$

又由

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = 175\Omega, \quad ,$$

单位长度延迟时间

$$t_0 = \frac{1}{v} = \sqrt{L_0 C_0} = 50 \times 10^{-9} \text{ s/m}$$

解得

$$L_0 = 8.75 \times 10^{-6} \text{ H/m}, \quad C_0 = \frac{2}{7} \times 10^{-9} \text{ F/m}$$

答案 15.6

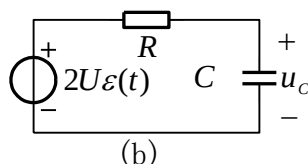
解：当 $0 < t < l/v$ 时，入射波没有到达终端，因此 $u_C(t) = 0$ 。当入射波第一次到达终端，并且从始端反射的反射波还没有到达终端时，用戴维南等效电路求解。

当负载两端开路时，终端电压为两倍入射电压，因此开路电压 $u_{OC} = 2u^+$ ，当负载两端短路时，终端电流为两倍入射电流，即短路电流 $i_{SC} = 2i^+$ ，等效电阻

$$R_1 = \frac{u_{OC}}{i_{SC}} = \frac{2u^+}{2i^+} = \frac{u^+}{i^+} = Z_c$$

因此得到入射波到达反射点时对负载来说的等效电路，如图 15.6(a)所示。这种方法称为彼德生法则。

根据彼德生法则，可得到本题的等效电路如图 15.6(b)所示。



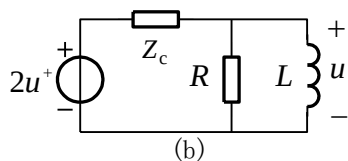
根据三要素法，直接写出 $u_C(t)$ 的表达式，即

$$u_C(t) = 2U[1 - e^{-(t-l/v)/RC}] \varepsilon(t - l/v)$$

答案15.7

解： $0 < t < 1\text{ms}$ 时，入射波电压尚未传播到终端，所以 $u(t) = 0$ ；

$t > 1\text{ms}$ 时，入射波到达终端并产生反射波； $t > 2\text{ms}$ 时，反射波到达终端，但由于 $Z_c = R_s$ ，所以在始端不再产生第二次反射。根据彼德生法则，得到 $t > 1\text{ms}$ 时的终端等效电路如图 (b) 所示。



其中

$$u^+ = \frac{Z_c}{R_s + Z_c} \times u_s \times \varepsilon(t - 0.001) = [5\varepsilon(t - 0.001) - 5\varepsilon(t - 0.002)]V$$

从电感两端看的等效电阻

$$R_1 = \frac{RZ_c}{R + Z_c} = \frac{300 \times 200}{300 + 200} = 120\Omega \quad \tau = \frac{L}{R_1} = \frac{1}{1200}s$$

$u(t)$ 的单位阶跃特性为

$$s(t) = \frac{R}{Z_c + R} e^{-t/\tau} = 0.6e^{-1200t} \varepsilon(t)$$

所以

$$u(t) = [6e^{-1200(t-0.001)} \varepsilon(t - 0.001) - 6e^{-1200(t-0.002)} \varepsilon(t - 0.002)]V$$

答案 15.8

解：终端入射波电压象函数为：

$$U^+(s) = Z_c I_s(s) = Z_c,$$

终端反射系数的复频域形式为：

$$N(s) = \frac{Z(s) - Z_c}{Z(s) + Z_c} = \frac{R + sL - Z_c}{R + sL + Z_c},$$

所以反射波电压象函数为：

$$U^-(s) = N(s)U^+(s) = \frac{R + sL - Z_c}{R + sL + Z_c} \times Z_c,$$

代入已知数整理求得：

$$U^-(s) = \frac{75s + 5625}{s + 225} = 75 - \frac{11250}{s + 225}$$

$$u_2^-(t) = [75Wb \times \delta(t) - 11250e^{-225t} \varepsilon(t)]V$$

答案 15.9

解 波阻抗

$$R_c = \sqrt{R_0/G_0} = 30.5\Omega$$

传播系数

$$\gamma = \sqrt{R_0 G_0} = 2.459 \times 10^{-3} / \text{km} \quad , \quad \gamma l = 0.7376$$

再计算下列系数:

$$e^{\gamma l} = 2.091, \quad e^{-\gamma l} = 0.4783$$

$$\text{ch}(\gamma l) = 0.5(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}) = 1.2846, \quad \text{sh}(\gamma l) = 0.5(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) = 0.8064$$

始端输入电阻

$$R_1 = \frac{R_L \text{ch}(\gamma l) + R_c \text{sh}(\gamma l)}{R_L \text{sh}(\gamma l) + R_c \text{ch}(\gamma l)} R_c = 47.223\Omega$$

故始端电流

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 10.588 \text{ kA}$$

由始端电压、电流计算终端电压

$$U_2 = U_1 \text{ch}(\gamma l) - R_c I_1 \text{sh}(\gamma l) = 381.886 \text{ kV}$$

负载获得的功率

$$P_L = \frac{U_2^2}{R_L} = \frac{381.886^2 \times 10^6}{1000} = 145.8 \text{ MW}$$

答案 15.10

解:

$$R_0 + j\omega L_0 = 7 + j2\pi \times 800 \times 0.3 \times 10^{-3} = 7.1606 \angle 12.157^\circ \Omega / \text{km}$$

$$G_0 + j\omega C_0 = 0.5 \times 10^{-6} + j2\pi \times 800 \times 0.2 \times 10^{-6} = 1005.31 \times 10^{-6} \angle 89.972^\circ \text{ S/km}$$

波阻抗

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = 84.396 \angle -38.91^\circ \Omega$$

传播常数

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = 0.0533 + j0.066 \text{ (1/km)}$$

波长

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.066} = 95.2 \text{ km}$$

相速

$$v_p = \lambda f = 95.2 \times 800 = 76163.5 \text{ km/s}$$

答案 15.11

解: 传输线上电压和电流行波可表示如下:

$$\begin{cases} u = U_m e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \psi_u) \\ i = I_m e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \psi_i) \end{cases}$$

波阻抗等于任一点处行波电压相量与同方向行波电流相量之比。根据给定的电压和电流

行波可得出:

波阻抗

$$Z_c = \frac{U_m \angle \psi_u}{I_m \angle \psi_i} = \frac{14.1 \angle \pi/6}{0.141 \angle \pi/3} = 100 \angle -30^\circ \Omega$$

传播常数

$$\gamma = \alpha + j\beta = 0.044 + j0.046 \text{ (1/km)}$$

波速

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{5000}{0.046} = 108695.65 \text{ km/s}$$

波长

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{108695.65}{5000/2\pi} = 136.59\text{km}$$

答案 15.12

解：将三角形联接的阻抗转换为星形联接，则

$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_\Delta = \frac{1}{3} \times 3 \times 10^3 \angle \arccos 0.8 = (800 + j600)\Omega$$

取一相计算，等效电路如图 15.12 所示。始端相电压为：

$$U_1 = U_l / \sqrt{3} = 173.3\text{kV} / \sqrt{3} \approx 100\text{kV}, \text{ 设 } \dot{U}_1 = U_1 \angle 0^\circ,$$

终端开路时，从接负载处传输线一相的等效阻抗为

$$\begin{aligned} Z'_i &= Z_c / \text{th}(\gamma \times l_2) \\ &= 886e^{-j9.3^\circ} / \text{th}(1.072 \times 10^{-3} e^{j80.7^\circ} \times 100) = (10.11 - j8234.9)\Omega \end{aligned}$$

传输线和负载并联的等效阻抗为

$$Z_L = \frac{Z_Y Z'_i}{Z_Y + Z'_i} = \frac{(800 + j600)(10.11 - j8234.9)}{800 + j600 + 10.11 - j8234.9} = (920.5 + j550.54)\Omega$$

始端输入阻抗

$$Z_i = \frac{Z_L \text{ch}(\gamma l_1) + Z_c \text{sh}(\gamma l_1)}{Z_L \text{sh}(\gamma l_1) + Z_c \text{ch}(\gamma l_1)} Z_c = (1269.6 + j514)\Omega$$

始端电流

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1 / Z_i = 10^5 / (1269.6 + j514) = (67.67 - j27.397)\text{A}$$

负载两端的电压

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \text{ch}(\gamma l_1) - Z_c \dot{I}_1 \text{sh}(\gamma l_1) = 8.9419 \times 10^4 \angle -6.25^\circ \text{ V}$$

负载中的电流

$$I_Y = U_2 / |Z_Y| = 89.419\text{A}$$

三相负载吸收的功率为

$$P = 3 \times I_Y^2 \times 800 = 19.19 \text{ MW}$$

答案 15.13

解

:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = 0.16934 \angle 45.456^\circ = 0.11878 + j0.12069 \text{ (1/km)}$$

$$\text{衰减度 } \alpha l = 0.5, \text{ 允许长度 } l = \frac{0.5}{\alpha} = \frac{0.5}{0.11878} = 4.21 \text{ km}$$

答案 15.14

解: (1) 波阻抗

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = 299 \Omega$$

传播系数

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = 0.212 e^{j82.74^\circ} \text{ km}^{-1} = (0.02679 + j0.2103) \text{ km}^{-1}$$

$$\gamma l = \alpha l + j\beta l = 2.679 + j21.03$$

,

$$\beta l = 21.03 \text{ rad} = (21.03 \times 180 / \pi)^\circ = 3 \times 360^\circ + 125^\circ$$

由于线路终端接匹配负载且为电阻性, 所以

线路始端电流

$$I_{1m} = U_{1m} / Z_c = 100 / 299 = 0.3344 \text{ A}$$

线路终端电压

$$u_2(t) = U_{1m} e^{-\alpha l} \cos(\omega t - \beta l) = 6.863 \cos(\omega t - 125^\circ) \text{ V}$$

线路终端电流

$$i_2(t) = I_{1m} e^{-\alpha l} \cos(\omega t - \beta l) = 0.023 \cos(\omega t - 125^\circ) \text{ A}$$

(2) 自然功率

$$P_n = P_2 = U_2 I_2 \cos 0^\circ = \frac{1}{2} \times 6.863 \times 0.023 = 0.0789 \text{ W} = 78.9 \text{ mW}$$

传输效率

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{78.9 \times 10^{-3}}{\frac{100^2}{2 \times 299}} = 0.00472 = 0.472\%$$

(3) 波长 $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \approx 30 \text{ km}$, 线路长度 $l = 100 \text{ km}$

与终端电压 u 同相位的点距终端分别是 λ 即 30 km , 2λ 即 60 km , 3λ 即 90 km 。

(4) 当 $t=0.01 \text{ s}$ 时, 沿线电压和电流分别为:

$$u(x) = U_{1m} e^{-\alpha x} \cos(\omega \times 0.01 - \beta x) = 100 e^{-0.02679x} \cos(0.2103x) \text{ V},$$

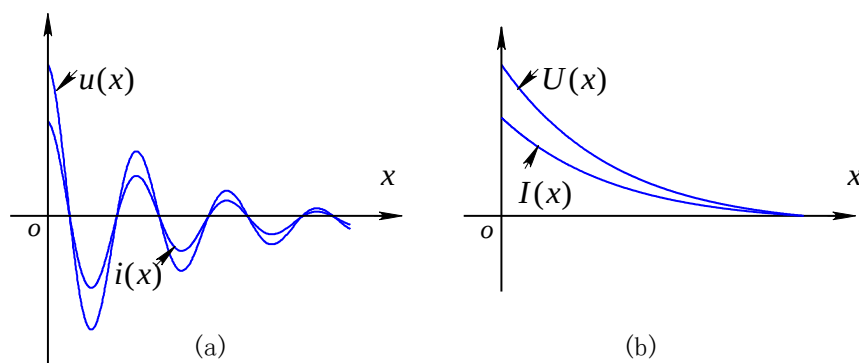
$$i(x) = I_{1m} e^{-\alpha x} \cos(\omega \times 0.01 - \beta x) = 0.3344 e^{-0.02679x} \cos(0.2103x) \text{ V}。$$

电压、电流分布曲线如图 15.14(a) 所示。

(5) 电压、电流有效值沿线路分布分别为:

$$U(x) = (U_{1m} / \sqrt{2}) e^{-\alpha x} = 70.71 e^{-0.02679x}, \quad I(x) = (I_{1m} / \sqrt{2}) e^{-\alpha x} = 0.236 e^{-0.02679x}$$

其分布曲线如图 15.14(b) 所示。



题图 15.14

答案 15.15

解: 输入阻抗

$$Z_1 = \frac{Z_2 \cos \beta l + j Z_c \sin \beta l}{Z_c \cos \beta l + j Z_2 \sin \beta l} \times Z_c \quad (1)$$

(a) 当 $l = \lambda/4$ 时

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4} = \pi/2, \cos \beta l = 0, \sin \beta l = 1$$

$$Z_i = \frac{Z_c^2}{Z_2} = \frac{70^2}{35 + j35} = 70\sqrt{2} \angle -45^\circ \Omega$$

(b) 当 $l = \lambda/8$ 时 $\beta l = \pi/4$, $\cos \beta l = \sin \beta l = \sqrt{2}/2$

$$Z_i = \frac{Z_2 + jZ_c}{Z_c + jZ_2} \times Z_c = \frac{35 + j35 + j70}{70 - 35 + j35} \times 70 = 70\sqrt{5} \angle 26.6^\circ \Omega$$

答案 15.16

解:

$$l = \lambda/4 \text{ 时 } \beta l = \pi/2, \cos \beta l = 0, \sin \beta l = 1$$

由 15.15 式(1)得输入阻抗

$$Z_i = \frac{Z_c^2}{R_2} \quad (1)$$

$$\text{若 } Z_i = 200 \text{ 则 } Z_c = \sqrt{Z_i R_2} = \sqrt{200 \times 50} = 100 \Omega$$

$$\text{若 } R_2 = 0 \text{ 则 } Z_i \rightarrow \infty$$

答案 15.17

解

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi \times 10^8}{3 \times 10^8} = \frac{2}{3} \pi/\text{m}$$

(1) $Z_L = 300 \Omega$, 终端处于匹配状态, 始端输入阻抗

$$Z_i = Z_c = 300 \Omega$$

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_i}{R_s + Z_i} \times \dot{U}_s = 7.5 \text{ V} \quad \dot{I}_1 = \dot{U}_1 / Z_i = 7.5 / 300 = 0.025 \text{ A}$$

$$x = 1 \text{ m}, \quad \beta x = \beta \times 1 \text{ m} = 2\pi/3, \quad \dot{U}(1 \text{ m}) = \dot{U}_1 \angle -2\pi/3 = 7.5 \angle -120^\circ \text{ V}$$

(2)

$$Z_L = 500\Omega, \quad \beta l = \frac{2\pi}{3} \times 4.5 = 3\pi, \quad \cos \beta l = -1, \quad \sin \beta l = 0$$

$$Z_i = \frac{Z_L \cos \beta l + jZ_c \sin \beta l}{Z_c \cos \beta l + jZ_L \sin \beta l} \times Z_c = Z_L = 500\Omega \quad (1)$$

$$\dot{U}_1 = \frac{500}{500+100} \times 10V = 8.333V$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1 / Z_i = 8.333/500 = 0.0167A$$

$$\dot{U}(1m) = \dot{U}_1 \cos(2\pi/3) - jZ_c \dot{I}_1 \sin(2\pi/3) = -4.167 - j4.33 = 6.009 \angle -133.9^\circ V$$

(3)

$$Z_L = -j500\Omega, \quad \text{由式(1)得: } Z_i = Z_L = -j500\Omega$$

$$\dot{U}_2 = \frac{-j500}{100 - j500} \times 10V = 9.806 \angle -11.31^\circ V$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1 / (-j500) = 0.0196 \angle 78.69^\circ A$$

$$\begin{aligned} \dot{U}(1m) &= \dot{U}_1 \cos(2\pi/3) - jZ_c \dot{I}_1 \sin(2\pi/3) \\ &= 9.806 \angle -11.31^\circ \times \cos 120^\circ - j0.0196 \angle 78.69^\circ \times \sin 120^\circ \\ &= 0.187 \angle -11.92^\circ V \end{aligned}$$

答案 15.18

解: (1)

$$\beta l = \frac{2\pi f}{v} \times l = 1.5\pi, \quad \cos \beta l = 0, \quad \sin \beta l = -1$$

始端输入阻抗

$$Z_i = \frac{R_2 \cos \beta l + jZ_c \sin \beta l}{Z_c \cos \beta l + jR_2 \sin \beta l} \times Z_c = \frac{Z_c^2}{R_2} = 900\Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{R_1 + Z_i} = \frac{10}{100+900} = 0.01A, \quad \dot{U}_1 = Z_i \dot{I}_1 = 9V$$

(2) $x = 12.5m$ 处, $\beta x = 0.5\pi$ 。 $\cos \beta l = 0$, $\sin \beta l = 1$ 。

电压、电流分别为

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_1 \cos \beta x - jZ_c \dot{I}_1 \sin \beta x = -jZ_c \dot{I}_1 = -j6V$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_1 \cos \beta x - j \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \sin \beta x = -j \frac{\dot{U}_1}{Z_c} = -j0.015A$$

答案15.19

解:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = 100\Omega = R_2$$

处于匹配状态, 所以输入阻抗 $Z_i = Z_c = 100\Omega$ 为电阻性。

$$u_1 = \frac{u_s}{R_s + Z_i} \times Z_i = 75 \cos(5000\pi t) V$$

波速

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = 10^5 \text{ km/s} = 10^8 \text{ m/s}$$

频率

$$f = 2500 \text{ Hz}$$

波长

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10^8}{2500} = 4 \times 10^4 \text{ m},$$

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \times l = \frac{2\pi}{4 \times 10^4} \times 10^4 = 0.5\pi, \quad \dot{U}_{2m} = \dot{U}_{1m} \angle -\beta l = 75 \angle -90^\circ V$$

$$u_2(t) = 75 \cos(5000\pi t - 90^\circ) V$$

答案15.20

解:

$$\beta \lambda = 2\pi, \quad \cos(\beta l) = 1, \quad \sin(\beta l) = 0, \quad \text{ctg}(\beta l) \rightarrow \infty$$

$$Z'_1 = -jZ_c \operatorname{ctg}(\beta l) \rightarrow \infty$$

所以在无损线的中点处等效阻抗

$$Z_2 = jX_c$$

始端的等效输入阻抗

$$Z_1 = \frac{Z_2 \cos \beta l + jZ_c \sin \beta l}{Z_c \cos \beta l + jZ_2 \sin \beta l} \times Z_c = Z_2 = jX_c$$

始端电流

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1} = \frac{\dot{U}_1}{jX_c}$$

从始端到电容间沿线电压电流分布为

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_1 \cos \beta x - jZ_c \dot{I}_1 \sin \beta x = \dot{U}_1 \left(\cos \beta x + \frac{Z_c}{|X_c|} \sin \beta x \right) = \frac{\sqrt{X_c^2 + Z_c^2}}{|X_c|} \dot{U}_1 \cos(\beta x - \varphi_1)$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_1 \cos \beta x - j \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \sin \beta x = \dot{I}_1 \left(\cos \beta x - \frac{|X_c|}{Z_c} \sin \beta x \right)$$

$$= \frac{\sqrt{X_c^2 + Z_c^2}}{Z_c} \times \frac{\dot{U}_1}{|X_c|} \cos(90^\circ + \beta x - \varphi_1)$$

其中

$$\varphi_1 = \arctg(Z_c / |X_c|)$$

所以

$$U(x) = \frac{\sqrt{X_c^2 + Z_c^2}}{|X_c|} U_1 |\cos(\beta x - \varphi_1)|, \quad I(x)$$

$$= \frac{\sqrt{X_c^2 + Z_c^2}}{Z_c} \times \frac{U_1}{|X_c|} |\cos(90^\circ + \beta x - \varphi_1)|$$

当 $x = \lambda$ 时

$$\dot{U}_2 = \dot{U}(\lambda) = \dot{U}_1, \quad \dot{I}_2 = \dot{I}(\lambda) = \dot{I}_1, \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_2 - \dot{I}_c = 0$$

当 $x > \lambda$ 时 即从电容向右无损线上的电压电流为:

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta(x - \lambda) = \dot{U}_1 \cos \beta(x - \lambda) \quad , \quad U(x) = U_1 |\cos \beta(x - \lambda)|$$

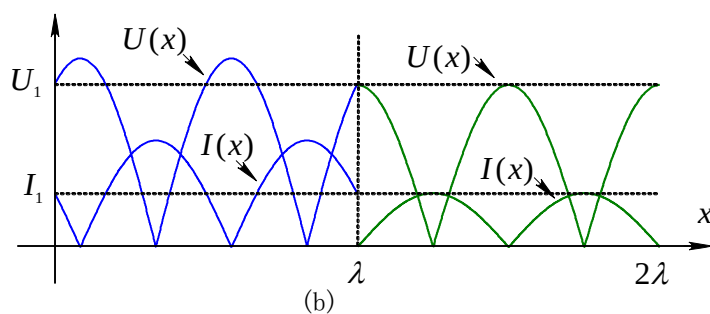
$$\dot{I}(x) = -j \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sin \beta(x - \lambda) = -j \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \sin \beta(x - \lambda) \quad , \quad I(x) = \frac{U_1}{Z_c} |\sin \beta(x - \lambda)|$$

综上所述, 沿线电压、电流有效值为:

$$U(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{X_c^2 + Z_c^2}}{|X_c|} U_1 |\cos(\beta x - \varphi_1)| & 0 < x < \lambda \quad \text{其中 } \varphi_1 = \arctg(Z_c / |X_c|) \\ U_1 |\cos \beta(x - \lambda)| & \lambda < x < 2\lambda \end{cases}$$

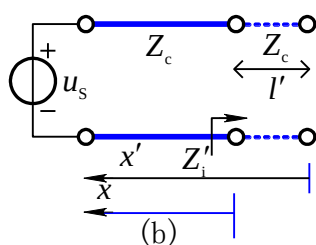
$$I(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{X_c^2 + Z_c^2}}{Z_c} \times \frac{U_1}{|X_c|} |\cos(90^\circ + \beta x - \varphi_1)| & 0 < x < \lambda \\ \frac{U_1}{Z_c} |\sin \beta(x - \lambda)| & \lambda < x < 2\lambda \end{cases}$$

电压、电流有效值分布图如图 15.20(b)所示。



答案 1521

解: 将电容用一段长度为 l' 终端开路的传输线等效。如图 15.21(b)所示。



$$Z_i' = -jZ_c \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times l'\right) = -j|X_c| = -j150$$

解得

$$l' = 1 \text{ m}$$

这样相当于无损线增加了 1 米，等效终端开路，等效终端电流为零，距等效终端 $x' = k \frac{\lambda}{2}$ 处均为波节，距终端波节的位置为：

$$x = x' - l' = k \frac{\lambda}{2} - l' = 4k - 1 \quad (k = 1, 2, 3, 4)$$

所以传输线上电流始终为零的点距终端的距离

$$x = 3\text{m}, 7\text{m}, 11\text{m}, 15\text{m}。$$

答案 15.22

解：当 $l = \lambda/4$ 时，由 15.16 题式(1)得：输入阻抗 $Z_i = \frac{Z_c^2}{R_2}$

$$\text{匹配时 } Z_{c1} = Z_i, \text{ 即 } 50 = \frac{Z_c^2}{75}, \quad Z_c = \sqrt{50 \times 75} = 61.24\Omega$$

答案 15.23

解：

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{50} = 6 \times 10^6 \text{ Hz}$$

终端短路时等效输入阻抗

$$Z_i = jZ_c \operatorname{tg} \beta l = j505 \times \operatorname{tg} \left(\frac{2\pi}{50} \times 35 \right) = j1554.23\Omega = j\omega L$$

等效电感

$$L = \frac{|Z_i|}{\omega} = \frac{1554.23}{2\pi \times 6 \times 10^6} = 41.22 \mu\text{H}$$

答案 15.24

解：终端开路时，联接处的输入阻抗为

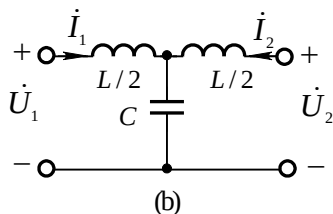
$$Z_2 = -jZ_{c2} \operatorname{ctg} \beta l_2 = -j720 \times \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{40} \times 8.5 = -j172.86\Omega$$

故第一段传输线始端的输入阻抗

$$Z_1 = \frac{Z_2 + jZ_{c1} \operatorname{tg} \beta l_1}{jZ_2 \operatorname{tg} \beta l_1 + Z_{c1}} Z_{c1} = -j1007.53 \Omega$$

答案 15.25

解: 其中一节电路如图 15.25(b)所示。



列写回路电流方程如下

$$\dot{U}_1 = [j\omega L/2 + 1/j\omega C] \dot{I}_1 + (1/j\omega C) \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = (1/j\omega C) \dot{I}_1 + (j\omega L/2 + 1/j\omega C) \dot{I}_2$$

整理成 A 参数矩阵形式得

$$A = \begin{bmatrix} 1 - 0.5\omega^2 LC & j0.5\omega L(2 - 0.5\omega^2 LC) \\ j\omega C & 1 - 0.5\omega^2 LC \end{bmatrix}$$

$$\text{波阻抗} \quad Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{\frac{j0.5\omega L(2 - 0.5\omega^2 LC)}{j\omega C}}$$

$$= \sqrt{\frac{L}{C} \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{4} \right)}$$

传输常数

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \ln(A_{11} + \sqrt{A_{12}A_{21}}) = \ln(1 - 0.5\omega^2 LC + \sqrt{0.5\omega^2 LC(0.5\omega^2 LC - 2)}) \\ &= \ln(1 - 0.5\omega^2 LC + j\omega\sqrt{LC} \times \sqrt{1 - 0.25\omega^2 LC}) \end{aligned}$$

令

$$1 - 0.5\omega^2 LC + j\omega\sqrt{LC} \times \sqrt{1 - 0.25\omega^2 LC} = A e^{j\varphi}$$

则

$$A^2 = (1 - 0.5\omega^2 LC)^2 + (\omega\sqrt{LC} \times \sqrt{1 - 0.25\omega^2 LC})^2 = 1$$

$$\cos \varphi = \frac{1 - 0.5\omega^2 LC}{A} = 1 - 0.5\omega^2 LC, \quad \varphi = \arccos(1 - 0.5\omega^2 LC)$$

$$\Gamma_1 = \ln(Ae^{j\varphi}) = \ln A + j\varphi = j\varphi$$

延迟线的传输常数

$$\Gamma = 8\Gamma_1 = j8\varphi$$

答案 A.1

解：线圈电流：

$$I = \frac{U_s}{R}$$

磁通势：

$$F = NI = \frac{NU_s}{R}$$

总磁阻：

$$R_m = \frac{l}{\mu S} + \frac{\delta}{\mu_0 S}$$

磁通：

$$\Phi = \frac{NI}{R_m}$$

由磁路欧姆定律计算气隙磁位差：

$$U_\delta = \Phi R_\delta = \frac{NI}{R_m} \times \frac{\delta}{\mu_0 S}$$

答案 A.2

解：磁路平均半径为

$$r = (r_1 + r_2) / 2 = 2.5 \text{cm}$$

铁心平均长度

$$l = (2\pi r - \delta) = 1.561 \times 10^{-1} \text{m}$$

铁心截面积半径为：

$$(r_3 - r_2) / 2 = 0.5 \text{cm}$$

铁心截面积

$$S = \pi \times r_3^2 = 7.854 \times 10^{-5} \text{m}^2$$

铁心磁阻:

$$R_m = \frac{l}{\mu_r \mu_0 S} = \frac{1.561 \times 10^{-1}}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 7.854 \times 10^{-5}} = 3.163 \times 10^6 \text{ 1/H}$$

修正后的气隙截面积

$$S_\delta = \pi \times (r_3 + \delta)^2 = 8.171 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

气隙磁阻

$$R_\delta = \frac{\delta}{\mu_0 S_\delta} = \frac{1.0 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 8.171 \times 10^{-5}} = 9.739 \times 10^6 \text{ 1/H}$$

总磁阻

$$R_{m\delta} = R_m + R_\delta = (3.163 + 9.739) \times 10^6 = 12.902 \times 10^6 \text{ 1/H}$$

答案 A.3

解: 回路内磁通:

$$\Phi = B_\delta S_\delta = 1.3 \times 8.171 \times 10^{-5} = 1.062 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

铁心内磁感应强度:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1.062 \times 10^{-4}}{7.854 \times 10^{-5}} = 1.353 \text{ T}$$

铁心内磁场强度:

$$H = \frac{B}{\mu_r \mu_0} = \frac{1.353}{500 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 2.153 \times 10^3 \text{ A/m}$$

铁心的磁位差:

$$U_m = Hl = 2.153 \times 10^3 \times 1.561 \times 10^{-1} = 336.1 \text{ A}$$

气隙的磁位差:

$$U_\delta = H_\delta \delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta = \frac{1.3}{4\pi \times 10^{-7}} \times 10^{-3} \approx 1034.5 \text{ A}$$

由基尔霍夫磁位差定律得:

$$NI = U_m + U_\delta = 336.1 + 1034.5 = 1370.6 \text{ A}$$

$$I = \frac{1370.6}{10^3} \approx 1.371 \text{ A}$$

答案 A.4

解：若气隙长度增大一倍，气隙磁感强度不变，则气隙磁位差也增大一倍。

即

$$U_\delta = H_0 \delta = 1034.5 \times 2 = 2069 \text{ A}$$

铁心磁位差近似不变即：

$$U_m = HI \approx 336.1 \text{ A}$$

由基尔霍夫磁位差定律得：

$$N(I + \Delta I) = U_m + U_\delta = (336.1 + 2069) \text{ A} = 2405.1 \text{ A}$$

$$N\Delta I = (2405.1 - 1370.6) \text{ A} = 1034.5 \text{ A}$$

$$\Delta I = 1034.5 \text{ A} / N = 1.034 \text{ A}$$

答案 A.5

解：（1）磁感应强度

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{3 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{6 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0.5 \text{ T}$$

查基本磁化曲线（即书中图 A.14）得：

$$H \approx 160 \text{ A/m}$$

由 $HI = NI$ 得

$$I = \frac{HI}{N} = \frac{160 \times 0.7}{10^4} = 11.2 \text{ mA}$$

（2）若磁通增大一倍，则：

$$\Phi = 6.0 \times 10^{-4} \text{ Wb}, \quad B = 1.0 \text{ T}$$

查曲线得:

$$H \approx 380 \text{ A/m}$$
$$I = \frac{Hl}{N} = \frac{380 \times 0.7}{10^4} = 26.6 \text{ mA}$$

(3) 当 $I = 22.4 \text{ mA}$ 时

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{10^4 \times 22.4 \times 10^{-3}}{0.7} = 320 \text{ A/m}$$

查曲线得:

$$B \approx 0.9 \text{ T}, \quad \Phi = BS = 0.9 \times 6 \times 10^{-4} = 5.4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

(4) $B = 0.5 \text{ T}$, 气隙的磁位差

$$H_{\delta} \delta = \frac{B}{\mu_0} \times \delta = \frac{0.5}{4\pi \times 10^{-7}} \times 10^{-3} = 398 \text{ A}$$

$$NI = Hl + H_{\delta} \delta = 160 \times (0.7 - 10^{-3}) + 398 = 510.2 \text{ A}$$

$$I = \frac{510.2 \text{ A}}{10^4} = 51 \text{ mA}$$

答案 A.6

解: $B = \frac{\Phi}{S} = \frac{3 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-3}} = 1 \text{ T}$, Φ 不变, B 不变, H_m 和 $H_{\delta} \times 2\delta$ 近似不变。

由 $NI = H_m l + H_{\delta} \times 2\delta$ 得:

$$\Delta I \cdot N = \Delta H_{\delta} \delta = 2 \times 0.02 \times 10^{-2} \times \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} = 318 \text{ A}$$

磁通势

$$F = 2000 + 318 = 2318 \text{ A}$$

答案 A.7

解: 由于磁路为对称磁路, 可按气隙中心线将磁路分成相等的两个部分。在每一部分中

铁心的面积为:

$$S = 2 \times 4 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-4} \text{ m}^2,$$

铁心的平均长度:

$$l = (100 - 2 \times 10) \times 2 + 2 \times (80 - 20) - 5 = 275 \text{ mm} = 0.275 \text{ m}$$

铁心内磁感应强度

$$B = \frac{0.5\Phi}{S} = \frac{0.5 \times 1.8 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-4}} = 1.125 \text{ T}$$

查曲线得:

$$H_m \approx 530 \text{ A/m}$$

气隙中磁场强度

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1.125 \text{ T}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 8.95 \times 10^5 \text{ A/m}$$

$$NI = H_m l + H_\delta \delta = 530 \times 0.275 + 8.95 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} = 4620.75 \text{ A}$$

答案 A.8

解: 在回路 l 中, 由基尔霍夫磁位差定律得:

$$N_1 I - N_2 I = Hl$$

所以

$$H = \frac{I}{l} (N_1 - N_2) = \frac{0.5}{0.2} (500 - 300) = 500 \text{ H/m}$$

磁通

$$\begin{aligned} \Phi &= BS = \mu HS = 10^{-2} \times 500 \times 20 \times 10^{-4} \text{ Wb} \\ &= 0.01 \text{ Wb} \end{aligned}$$

答案 A.9

解: 铁心平均长度:

$$l \approx 2 \times (6 + 2) + 2 \times (8 + 2) = 36 \text{ cm} = 0.36 \text{ m}$$

铁心的有效截面积为：

$$S = 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2} \times 0.92 = 5.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

设铁心内磁感应强度

$$B = 1.0 \text{ T}$$

磁通

$$\Phi = BS = 5.52 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

查曲线得：

$$H_m \approx 380 \text{ A/m}$$

气隙总长度

$$\delta = 4 \times 0.04 = 0.16 \text{ cm} = 1.6 \times 10^{-3} \text{ m}$$

气隙的面积为

$$S_\delta = 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

气隙中的磁感应强度

$$B_\delta = \frac{\Phi}{S_\delta} = \frac{5.52 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{6 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0.92 \text{ T}$$

气隙中的磁场强度

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{0.92 \text{ T}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 7.321 \times 10^5 \text{ A/m}$$

磁通势

$$\begin{aligned} F &= H_m l + H_\delta \delta = 380 \times 0.36 + 7.321 \times 10^5 \times 1.6 \times 10^{-3} \\ &= 136.8 + 1171.4 = 1308.2 \text{ A} \end{aligned}$$

相对误差为

$$\frac{1500 - 1308.2}{1500} = 12.78\% \quad \text{大于 } 3\%$$

再设铁心内磁感应强度 $B' = 1.1 \text{ T}$ ，查曲线得： $H'_m \approx 500 \text{ A/m}$

磁通

$$\Phi' = 1.1\Phi = 6.072 \times 10^{-4} \text{ Wb},$$

气隙中的磁场强度

$$H'_\delta = 1.1H_\delta = 8.0531 \times 10^5 \text{ A/m}$$

磁通势

$$F' = H'_m l + H'_\delta \delta = 500 \times 0.36 + 8.0531 \times 10^5 \times 1.6 \times 10^{-3} = 1468.5 \text{ A}$$

相对误差为

$$\frac{1500 - 1468.5}{1500} = 2.1\% \quad \text{小于 } 3\%$$

所以磁通

$$\Phi = \Phi' = 6.072 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

答案 A.10

解：不计线圈电阻和漏磁，电压

$$U = 4.44 f N \Phi_m$$

所以

$$\Phi_m = \frac{U}{4.44 f N} = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 300} = 3.3 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{3.3 \times 10^{-3}}{33 \times 10^{-4}} = 1 \text{ T}$$

答案 A.11

解：不计线圈电阻和漏磁，电压

$$U = 4.44 f N \Phi_m = 4.44 f N S B_m$$

$$B_m = \frac{U}{4.44 f N S}$$

B_m 与电压 U 成正比，与频率 f 成反比。现电压 U 和频率 f 均增加一倍，故

B_m 保持不变。

答案 A.12

解：磁路平均长度：

$$l = (200 - 50) \times 2 + (150 - 50) \times 2 = 500 \text{ mm} = 50 \text{ cm}$$

铁心截面积：

$$S = 4 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

磁通最大值：

$$\Phi_m = \frac{U}{4.44 f N} = \frac{111}{4.44 \times 50 \times 200} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{2.0 \times 10^{-3}} = 1.25 \text{ T}, \text{ 查表得: } H = 6 \text{ A/cm}$$

$$I = \frac{Hl}{N} = \frac{6 \times 50}{200} = 1.5 \text{ A}$$

答案 A.13

解：铁损 P 可以写成 $P = k_1 f^2 + k_2 f$

其中 $k_1 f^2$ 和 $k_2 f$ 分别为涡流损耗和磁滞损耗，在 $f=50\text{Hz}$ 时均为 0.5 kW ，

k_1 和 k_2 为比例系数。

当 $f = 50\text{Hz}$ 时

$$k_1 f^2 = 0.5 \Rightarrow k_1 = \frac{0.5 \times 10^3 \text{ W}}{2500 (\text{Hz})^2} = 0.2 \text{ W}/(\text{Hz})^2$$

$$k_2 f = 0.5 \Rightarrow k_2 = \frac{0.5 \times 10^3 \text{ W}}{50 \text{ Hz}} = 10 \text{ W}/\text{Hz}$$

当 $f = 60\text{Hz}$ 时

$$P = k_1 \times 60^2 + k_2 \times 60 = 0.2 \times 3600 + 10 \times 60 = 1.32 \text{ kW}$$

答案 A.14

答：不能。当变压器工作在额定状态下，铁心已接近饱和，由 $U = 4.44 f N \Phi_m$ 公式可知：当 f 从 400Hz 变到 50Hz，且变压器输入电压有效值不变时，主磁通 Φ_m 将显著增大，变压器工作在磁化曲线高度饱和段，励磁电流增大且波形严重畸变，因此电流的各次谐波也增大，影响变压器及电路中其它器件的正常工作。

在工频下使用的变压器，通常采用硅钢片作铁心材料。当用于 400Hz 电源时，一方面其 $B-H$ 特性要发生变化，另一方面铁心的涡流损耗（与频率平方成正比）明显增加。故为 50Hz 电源设计的变压器不能用于 400Hz 电源作变压用。

答案 A.15

解：不计线圈漏磁时电感的计算公式（教材 A.47）为

$$L = \frac{N^2}{R_m / \xi} \quad (1)$$

其中 ξ 为波形修正系数。题中铁心未饱和，因此取 $\xi = 1$ 。

磁阻

$$R_m = \frac{l}{\mu_r \mu_0 S} = \frac{0.3}{10^3 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4}} = 5.968 \times 10^6 \text{ H}^{-1}$$

代入式（1）得：

$$L = \frac{100^2}{5.968 \times 10^6} \text{ H} = 16.755 \text{ mH}$$

答案 A.16

解：由电感的计算公式 $L = \frac{N^2}{R_m / \xi} = \frac{N^2 \mu S}{l / \xi}$ 可知，电感与匝数平方成正比，与截面积成正比。现题中，从 cd 两端看，线圈匝数为 $2N$ ，铁心等效横截面积为 $2S$ ，较从 ab 两端看均增加一倍，因此

$$L_{\text{cd}} = 2^2 \times 2L_{\text{ab}} = 8L_{\text{ab}} = 2.0\text{mH}$$